ЭКОНОМИКА 1970
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ том VI, вып. 6

ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ РАЗМЕЩЕНИЯ СИСТЕМЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ КОМПЛЕКСОВ

М. М. АЛБЕГОВ, Ю. И. СОЛОДИЛОВ

(Москва)

При моделировании процессов развития и функционирования отдельных звеньев народного хозяйства важнейшее значение приобретают вопросы координации и увязки решений для отдельных звеньев в рамках системы моделей, охватывающей народное хозяйство в целом. Одной из основных и малоразработанных для практических приложений является задача оптимизации формирования и развития системы промышленных комплексов (промузлов), лежащая на стыке отраслевых и территориальных проблем размещения производительных сил.

В [1] предлагается один из возможных подходов к решению названной задачи, в основе которого находятся параметрические отраслевые решения, получаемые с помощью моделей оптимального отраслевого планирования. Последние намечают принципиальные пути развития промышленных объектов и главные транспортные потоки. Мощности предприятий в отдельных пунктах размещения принимаются в качестве параметров, которые изменяются в заданном интервале (от нуля до максимально возможной мощности предприятия) и связаны с приростом суммарных отраслевых затрат по сравнению с лучшим отраслевым планом (не учитывающим влияние других отраслей и районных факторов на этом этапе).

Необходимость последующей увязки отдельных отраслевых решений в системе промышленных комплексов обусловливается ограниченными размерами ресурсов и задачей их оптимального распределения между предприятиями-претендентами. При этом на эффективность комплексного размещения предприятий в составе промышленных узлов влияет величина дополнительной экономии, зависящая от набора предприятий в узле и размеров их мощностей.

Переходя к математической формализации задачи, введем следующую систему обозначений: $m = 1, 2, \ldots, M$ — пункты формирования промышленных узлов; $n = 1, 2, \ldots, N$ — номера предприятий (и соответствующих отраслей) в промышленных узлах; $\bar{x}_m (x_{m1}, x_{m2}, \ldots, x_{mN})$ — оптимизируемый вектор промышленной нагрузки в пункте m; $\bar{A}_m (A_{m1}, A_{m2}, \ldots, A_{mN})$ — вектор максимально допустимых мощностей предприятий в пункте m; $\bar{y}_m (y_{m1}, y_{m2}, \ldots, y_{mN})$ — вектор оптимального распределения ресурса между предприятиями в промышленном узле m, соответствующий промышленному потенциалу $\bar{x}_m (x_{m1}, x_{m2}, \ldots, x_{mN})$; $\bar{r}_m (r_{m1}, r_{m2}, \ldots, r_{mN})$ — вектор расхода ресурса в промышленном узле m, соответствующий максимальной промышленной нагрузке $\bar{A}_m (A_{m1}, A_{m2}, \ldots, A_{mN})$; $\bar{B} (B_1, B_2, \ldots, B_N)$ — вектор потребностей в продукции отраслей, определяющий промышленную нагрузку оптимизируемой системы; R_m — оптимальный объем использования ресурса в пункте m; $a_{mn} = 1 / b_{mn}$, где b_{mn} — нормативный коэффициент расхода ресурса на единицу мощности предприятия: $x_{mn} = a_{mn} y_{mn}$, $A_{mn} = a_{mn} r_{mn}$ для $m = 1, 2, \ldots, M$; $n = 1, 2, \ldots, N$.

В качестве критерия эффективности размещения предприятий в составе промышленных узлов принимаем алгебраическую сумму величин прироста отраслевых затрат (по сравнению с лучшими отраслевыми планами) и дополнительной экономии от комплексного размещения и эксплуатации предприятий. Названную функцию — критерий, параметрически зависящую от x_{mn} (или соответствующего расхода ресурсов y_{mn}), представим в виде

$$\Phi = \Phi(\bar{x}_1, \bar{x}_2, \ldots, \bar{x}_M) = \\ = \sum_{m=1}^{M} [S_m(\bar{y}_m) - F_m(\bar{y}_m)] \to \max. \quad (1)$$

Величина дополнительной экономии $S_m(\bar{y}_m)$ зависит от набора производств и мощностей отдельных предприятий. В общем случае — это нелинейная, разрывная функция от $\bar{y}_m$.

В функционале (1) затраты на местные ограниченные ресурсы непосредственно учитываются в величинах $F_m(\bar{y}_m)$. Практически это может быть сделано лишь в том случае, когда каким-либо образом определены размеры R_m использования местных ресурсов, а сами ресурсы используются полностью. В случае же неполного использования ресурсов включить соответствующие затраты в $F_m(\bar{y}_m)$ можно только при линейной их зависимости от размеров потребления.

Очевидно, что с развитием технического прогресса все меньшее количество ресурсов можно отнести к «локальным». Появляется, например, возможность использовать не только местные ресурсы воды, но и сооружать водопроводы, каналы и т. п. и подавать воду на многие километры в дефицитные районы. То же самое справедливо и в отношении многих других ресурсов. При этом обычно затраты на единицу дополнительно привлекаемых ресурсов возрастают.

Исходя из сказанного выше можно считать, что для многих дефицитных местных ресурсов не следует предварительно устанавливать жестких ограничений на размеры потребления — более целесообразно учесть зависимость затрат от расхода ресурсов. В последнем случае невозможность использования ресурсов за определенным пределом может быть учтена математически — резким возрастанием затрат до бесконечности. Постановка задачи с нелинейной зависимостью затрат на ресурсы от размера их потребления обсуждается, в частности, в [2].

Определение рациональных объемов потребления ресурсов R_m и оптимальных наборов предприятий и их мощностей в каждом из рассматриваемых пунктов принципиально возможно в рамках одной задачи. В то же время очевидно, что в системе взаимоувязанных моделей оптимизации народного хозяйства [3] задача определения рациональных объемов использования ресурсов может быть выделена как отдельный самостоятельный этап.

К задаче внутрирайонной оптимизации размещения производства можно приступить после определения промышленной «нагрузки» района. При этом не обязательно требование постоянства этой нагрузки — в итерационном процессе поиска оптимального народнохозяйственного плана такая определенность требуется лишь на каждом отдельном этапе расчетов.

Определенность размеров промышленного производства в оптимизируемой системе позволяет разделить задачу на два этапа.

З а д а ч а I. Заданы: R — общая потребность в некотором ресурсе в районе и $\varphi_m(R_m)$ — графики зависимостей полных затрат от расхода этого ресурса в каждом пункте m. Требуется найти масштабы R_m использования ресурса в каждом пункте размещения при выполнении условий

$$\sum_{m=1}^{M} \varphi_m(R_m) \to \min, \tag{2}$$

$$\sum_{m=1}^{M} R_m = R, \tag{3}$$

$$0 \leqslant R_m \leqslant R, \quad m = 1, 2, \ldots, M. \tag{4}$$

Решение (2) — (4) в общем случае может быть получено методами динамического программирования [4]. По каждому виду ресурсов, дефицитному для рассматриваемого района, формулируется задача I, после решения которой могут быть найдены оптимальные распределения этих ресурсов по пунктам размещения.

Часто оказывается возможным использовать особенности функций $\varphi_m(R_m)$, например, связанные с неубывающим характером зависимости удельных затрат от размеров потребления ресурсов. При условии дифференцируемости функций $\varphi_m(R_m)$ по методу неопределенных множителей Лагранжа получаем следующие необходимые условия для существования минимума $\sum_{m=1}^{M} \varphi_m(R_m)$ внутри области определения

$$\begin{gathered} \frac{d\varphi_1(R_1)}{dR_1} - \lambda = 0, \\ \frac{d\varphi_2(R_2)}{dR_2} - \lambda = 0, \\ \cdots\cdots\cdots\cdots \\ \frac{d\varphi_M(R_M)}{dR_M} - \lambda = 0. \end{gathered} \tag{5}$$

В этом случае оптимально такое распределение ресурсов, при котором приросты затрат на единицу ресурса одинаковы во всех точках m. Отсюда вытекает весьма простой практический способ решения задачи: строятся графики относительных приростов затрат в каждом пункте m, неубывающие кривые аппроксимируются кусочно-линейными функциями и заданная потребность удовлетворяется за счет узлов с наименьшими относительными приростами затрат. Поскольку описанный выше метод широко известен в энергетике (метод относительных приростов), он подробно здесь не рассматривается.

Задача II состоит в определении оптимальных наборов предприятий и их мощностей по пунктам m с учетом локальных и отраслевых затрат и найденных ограничений на ресурсы. Разработка конечного числа явных вариантов плана, предлагаемая в [2], имеет существенные недостатки. Этот путь очень трудоемок, число таких вариантов ограничено и только среди них выбирается лучший, который можно считать лишь условно оптимальным.

Один из алгоритмов решения задачи II, связанной с максимизацией функционала (1), предложен в [1]. На данном этапе оптимизации ограничения на использование ресурсов в пунктах $m = 1, 2, \ldots, M$, устанавливаются в виде точных равенств, правые части которых R_m определены на первом этапе по всем видам ограниченных ресурсов для соответствующих подмножеств из числа рассматриваемых пунктов M. В задаче II параметры R_m для $m = 1, 2, \ldots, M$, соответствуют разным видам ресурсов (в одном пункте это могут быть водные ресурсы, в другом — площадка, в третьем —

трудовые ресурсы и т. д.). В случае пересечения упомянутых подмножеств, когда в отдельных пунктах имеются ограничения по нескольким ресурсам, необходимы решения задачи II для каждого вида ресурсов с последующей «стыковкой» этих решений в точках пересечения.

Параметрические отраслевые решения, получаемые варьированием мощностей предприятий в возможных пунктах размещения, определяют приращения затрат по соответствующим функционалам отраслей. При заданных межрайонных пропорциях для подсчета вариаций отраслевого функционала в интересующей нас окрестности оптимального плана достаточно ограничиться решением локальных задач размещения объектов этой отрасли на множестве варьируемых пунктов внутри рассматриваемого района. При небольшом, как правило, числе варьируемых точек параметрические отраслевые решения и приращения изменяемой части функционала могут быть легко получены вручную.

В соответствии с первым этапом все промышленные узлы получают «полную промышленную нагрузку», которой соответствует потребление R_m единиц ресурса. Теоретически это означает, что во всех пунктах m возможно формирование промышленных узлов с произвольным набором предприятий всех N отраслей. Согласно отраслевым планам оптимизации, для размещения предприятий каждой отрасли предусматриваются наиболее вероятные пункты, по которым определяются расчетные затраты $F_m(\bar{y}_m)$, а в остальных пунктах эти затраты априорно равны «бесконечности».

Если по решению задачи II предприятия отраслей союзной специализации не попали в пункты наиболее вероятного размещения, то такое решение с определенной степенью условности можно рассматривать как свидетельство необходимости пересмотра соответствующего оптимального отраслевого плана. Аналогичные выводы могут быть сделаны и относительно отраслей внутрирайонной специализации. Мы получаем здесь в явном виде обратные связи для корректировки результатов расчетов других уровней оптимизации народного хозяйства [3].

При условии полного расхода ресурсов R_m в каждом пункте m затраты по его использованию можно не включать в эксплуатационные издержки предприятий. В этом случае при определении эффективности того или иного комплекса к суммарным отраслевым и локальным затратам в пункте m необходимо добавить величину $\varphi_m(R_m)$, так как именно такие затраты соответствуют расходу R_m единиц ресурса независимо от набора предприятий в пункте m. Такой способ учета затрат по использованию ресурсов более гибкий, так как при необходимости варьирования величин R_m кривые зависимостей приращений отраслевых затрат от мощностей предприятий не изменятся.

В [1] рассматривается представление эффекта от агломерации $S_m(\bar{y}_m)$ с помощью дельта-функций δ_n (равных 1, если предприятие с номером n включается в рассматриваемый комплекс, и равных 0 в противном случае). Приведенные формулы для случая $N = 4$ можно обобщить и для более широкого набора предприятий в промышленном узле. Остановимся здесь подробнее на представлении функций $F_m(\bar{y}_m)$.

В случае $S_m(\bar{y}_m) = 0$ целевая функция (1) через приращения отраслевых затрат может быть выражена

$$-\Phi = \sum_{m=1}^{M} F_m(\bar{y}_m) = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} f_{mn}(y_{mn}) \to \min, \tag{6}$$

где $f_{mn}(y_{mn})$ — прирост затрат по сравнению с оптимальными отраслевыми планами при варьировании мощности предприятия n-й отрасли, размещаемого в промышленном узле m. Постоянные слагаемые затрат $\sum\limits_{m=1}^{M} \varphi_m(R_m)$, не зависящие от наборов предприятий в пунктах m, в функционал не включаются. Минимум функционала (6) определяется в заданных интервалах по мощности $(0 \leqslant x_{mn} \leqslant A_{mn})$ или по величине используемого ресурса $(0 \leqslant y_{mn} \leqslant r_{mn})$.

Для преодоления так называемого «барьера размерности» оптимизируемый критерий (6) целесообразно выразить при помощи одной одномерной функции $f(z)$, определенной на некотором множестве целочисленных значений z_{mn}. Последние связаны с одним из значений $0, 1, 2, \ldots, r_{mn}$ из интервала изменения параметра $0 \leqslant y_{mn} \leqslant r_{mn}$. Это всегда можно сделать, изменив, если необходимо, единицы измерения ресурсов.

Область определения функции $f(z)$ представляет собой MN интервалов различной длины $(0 \leqslant y_{mn} \leqslant r_{mn})$, упорядоченных согласно принятой нумерации узлов и входящих в них предприятий. В каждом из упомянутых интервалов рассматривается только одно из значений z_{mn}, которое связано с соответствующими y_{mn} зависимостью

$$z_{mn} = \begin{cases} y_{mn} + 1, \quad m = 1, \quad n = 1, & (7) \\ \sum\limits_{q=1}^{n-1} r_{mq} + n + y_{mn}, \quad m = 1, \quad n \geqslant 2, & (8) \\ \sum\limits_{p=1}^{m-1} \sum\limits_{q=1}^{N} r_{pq} + (m-1)N + \sum\limits_{q=1}^{n-1} r_{mq} + n + y_{mn}, & (9) \\ \qquad m \geqslant 2, \ n \geqslant 2, & \end{cases}$$

где p и q — текущие индексы суммирования. В дальнейшем для любых m и n будем использовать (9), приняв для удобства $r_{pq} = 0$ в случаях неопределенности.

Таким образом, требование (6) сводится к выбору таких значений z_{mn} (из соответствующих интервалов), которые минимизируют сумму $\sum\limits_{m=1}^{M} \sum\limits_{n=1}^{N} f(z_{mn})$, где z_{mn} принимает целочисленные значения из области определения

$$1 \leqslant z_{mn} \leqslant D = \sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} r_{mn} + MN. \tag{10}$$

Объединяя критерий с другими ограничениями задачи, придем к формулировке

$$\sum_{m=1}^{M} \sum_{n=1}^{N} f(z_{mn}) \to \min, \tag{11}$$

$$z_{mn} = \sum_{p=1}^{m-1} \sum_{q=1}^{N} r_{pq} + (m-1)N + \sum_{q=1}^{n-1} r_{mq} + n + y_{mn}, \tag{12}$$

$$m = 1, 2, \ldots, M; \ n = 1, 2, \ldots, N,$$

$$y_{mn} \in (0, 1, 2, \ldots, r_{mn}), \ m = 1, 2, \ldots, M; \ n = 1, 2, \ldots, N, \tag{13}$$

$$\sum_{n=1}^{N} y_{mn} = R_m, \quad m = 1, 2, \ldots, M, \tag{14}$$

$$x_{mn} = a_{mn} y_{mn},\ m = 1, 2, \ldots, M;\ n = 1, 2, \ldots, N, \tag{15}$$

$$\sum_{m=1}^{M} x_{mn} = B_n, \quad n = 1, 2, \ldots, N. \tag{16}$$

Схема вычислительного процесса, рассматриваемого в развитии, состоит в следующем. Оптимальное распределение ресурсов (14) между предприятиями-претендентами производится независимо в каждом пункте m. Для этих целей эффективным оказывается перебор по допустимым (12) — (14) значениям z_{mn} (при фиксированном m) при условии $\sum_{n=1}^{N} f(z_{mn}) \to \min$. Затем покрывается часть потребности в продукции отдельных отраслей (16) за счет мощностей предприятий (15) наиболее эффективного промышленного узла с учетом дополнительных слагаемых $\varphi_m(R_m)$ в соответствии с (11). Оставшаяся часть потребности покрывается предприятиями второго по эффективности промышленного узла, затем третьего и т. д.

На некотором шаге этого процесса остающаяся непокрытой потребность в продукции какой-то отрасли может оказаться меньше мощности предприятия этой отрасли, входящего в состав очередного по эффективности промышленного узла. В этом случае для всех последующих промузлов, включая упомянутый, интервал допустимых значений для соответствующих y_{mn} сокращается: $0 \leqslant y_{mn} \leqslant d$, где d соответствует непокрытой потребности в продукции рассматриваемой отрасли.

Описанная процедура составляет содержание одной итерации вычислительного процесса. В каждой из них после решения задач оптимального распределения ресурсов в промузлах за счет мощностей предприятий наиболее эффективных комплексов потребность в продукции соответствующих отраслей покрывается до тех пор, пока не встречается ситуация, приведенная выше. Затем устанавливаются новые границы изменения ресурсов y_{mn}, размеры потребностей B_n соответственно уменьшаются, и снова рассматриваются задачи оптимального распределения ресурсов в промузлах. После каждой итерации выдаются на печать номера промузлов, за счет которых покрывается часть потребностей B_n, мощности входящих в них предприятий и размеры потребляемых ими ресурсов, а также значение критерия эффективности $\sum_{n=}^{N} f(z_{mn}) + \varphi_m(R_m)$. Названные узлы в последующих итерациях не участвуют и образуют элементы решения.

Отметим некоторые возможные модификации постановок рассматриваемой задачи, связанные с недоиспользованием части ресурса R_m с целью получения максимального эффекта в промузлах. В этом случае (14) и (16) должны быть заменены на неравенства. Недоиспользование части ресурса в некоторых промузлах, а также недообеспечение некоторых потребителей рассматриваемой системой промышленных комплексов может оказаться реальной необходимостью, если при этом значение суммарного критерия эффективности перекрывает дополнительные затраты, связанные с изменением в размещении производительных сил внешней системы.

Возможность недоиспользования ресурса R_m имеет принципиальное значение: в случае, если район окажется «перенасыщенным» предприятиями союзной специализации (на основе изолированного решения отдельных отраслевых задач), допустим отказ от размещения в районе части таких предприятий. Естественно, точное решение такой задачи может быть получено лишь при одновременном рассмотрении всех отраслей и всех районов, что реально лишь в отдаленной перспективе.

Легко видеть, что описанный выше вычислительный процесс состоит из конечного числа итераций (порядка M). В одном случае расчеты заканчиваются, если оказывается покрытой вся потребность в продукции отраслей. При этом часть комплексов может оказаться пустой (все предприятия входят на нулевую мощность). В другом случае все элементы решения будут получены в результате последовательного выхода из задачи комплексов, покрывающих потребности B_n. При этом остающаяся необеспеченной производством часть потребности покрывается предприятиями внешней по отношению к рассматриваемой системе.

Выше предполагалось, что все промышленные комплексы включают предприятия всех отраслей N. Как правило, при общем большом числе участвующих в задаче отраслей, которое может выражаться трехзначной цифрой, количество предприятий, образующих тот или иной комплекс,— существенно меньшая величина. Формально это не имеет значения, так как к проектируемым в узлах предприятиям можно добавить любые другие предприятия нулевой мощности. Однако такой подход ведет к непроизводительным затратам в части подготовки исходных данных и размещению больших массивов «лишней» информации в памяти ЭВМ.

Введем обозначения i_{mk} для фактических номеров предприятий, ассоциированных с номерами соответствующих отраслей, где $k = 1, 2, \ldots$ $\ldots, K_m$ — порядковые номера предприятий в промузлах. Ограничения типа (16) примут вид

$$\sum_{m=1}^{M} \sum_{k=1}^{K_m} x_{mk} [1 - |\operatorname{sgn}(n - i_{mk})|] = B_n, \quad n = 1, 2, \ldots, N. \tag{17}$$

Элементарно переписываются и другие условия задачи (11) — (16).

Эффективность выполняемых расчетов в значительной степени связана с выбором единиц измерения ресурсов. Графики прироста отраслевых затрат в зависимости от мощности предприятия x_{mk} удобно связать со шкалой $0, 1, 2, \ldots, r_{mk}$ для условных единиц ресурса y_{mk}. Такая шкала с единичным интервалом между соседними делениями выбирается независимо в каждом промузле m. При этом выдача оптимальных параметров y_{mk} может быть произведена сразу в натуральных единицах с помощью введения в программу масштабных коэффициентов.

Предлагаемая схема расчетов оказывается достаточно эффективной и удобной при реализации на ЭВМ. Это подтверждают практически выполненные расчеты при различных постановках задач, рассмотренных выше, а также ранее в [1]. В Совете по изучению производительных сил при Госплане СССР по схеме (11) — (16) были проведены расчеты для задачи оптимизации развития системы промышленных комплексов БССР, объединяющих до 100 отраслей и размещающихся в 50 городах. Время решения на ЭВМ «Эллиот-503» составило 1 час 10 минут. Проведенный расчет позволил наметить некоторые контуры методики оптимизации внутрирайонного размещения производства и получить имеющие практическое значение выводы.

ЛИТЕРАТУРА

1. М. М. Албегов, Ю. И. Солодилов. Метод увязки отраслевых и районных планов. Экономика и матем. методы, 1968, т. IV, вып. 3.
2. A. N. Arianin, S. A. Nikolaev. Choosing of the Proper Sites for Industrial Plant Location within an Economic Region. A Report at the Congress of World Association of Regional Science. Budapest, 1968, M., 1968. (Soviet Association of Regional Science.)
3. Оптимальное территориально-производственное планирование. Новосибирск, «Наука», 1969.
4. Р. Беллман. Динамическое программирование. М., Изд-во иностр. лит., 1960.

Поступила в редакцию
6 V 1970