ПО ПОВОДУ СТАТЬИ «ТЕОРЕМЫ О МАГИСТРАЛИ В МОДЕЛЯХ НЕЙМАНА—ГЕЙЛА»

С. М. МОВШОВИЧ

(Москва)

В [1] в доказательствах леммы 1 и теоремы 1 ошибочно принято, что конус K^l замкнутый. Лемма и теорема 1, а также дальнейшие результаты работы в случае $k:\alpha_k < \max\limits_{1\leqslant i\leqslant n} \alpha_i$ (для $k:\alpha_k = \max\limits_i \alpha_i$ конструкция K^l не используется) справедливы при следующем предположении.

Конус K называется S-замкнутым, если для каждой последовательности экстремальных процессов $(x_k, y_k) \in K$, $k = 1, \ldots,$ удовлетворяющей условию

$$\|(x_k, y_k)\| > c > 0,\ x_k^i \to 0,\ y_k^i \to 0,\ \ i \in I, \tag{1}$$

по заданному $\varepsilon > 0$ найдутся такой номер S и такая последовательность процессов $(\tilde{x}_k, \tilde{y}_k) \in K$, что для $k \geqslant S$

$$\tilde{x}_k^i = \tilde{y}_k^i = 0,\ \forall i \in I,\ \ \|(\tilde{x}_k, \tilde{y}_k) - (x_k, y_k)\| < \varepsilon. \tag{2}$$

Мы дополнительно потребуем, чтобы

I′. Конус K был S-замкнут.

Экономическое содержание предположения I′ заключается в следующем. Если относительное участие некоторого набора продуктов в технологическом процессе меньше заданной величины, которую можно выбрать сколько угодно близкой к нулю, то существует близкий к данному технологический процесс, в котором соответствующие продукты не используются и не производятся.

Отметим некоторые свойства S-замкнутых конусов.

1) Всякий замкнутый выпуклый многогранный конус S-замкнут.

2) Если конус K S-замкнут, то и K^l S-замкнутый конус.

3) Если конус K S-замкнут, то для произвольной последовательности процессов (быть может, неэкстремальных), удовлетворяющей условиям (1), существует соответствующая последовательность, удовлетворяющая (2).

Докажем третье свойство. Имеет место представление $(x_k, y_k) = \sum\limits_{\tau=1}^{n} \lambda_k^\tau (x_k(\tau), y_k(\tau))$, где $(x_k(\tau), y_k(\tau))$ — набор последовательностей, экстремальных процессов $\|(x_k(\tau), y_k(\tau))\| = 1$, $\lambda_k^\tau \geqslant 0$. Если $x_k^i \to 0$, $y_k^i \to 0$, то возможно следующее представление: $(x_k, y_k) = \sum\limits_{\tau\in T_1} \lambda_k^\tau (x_k(\tau), y_k(\tau)) + \sum\limits_{\tau\in T_2} \lambda_k^\tau (x_k(\tau), y_k(\tau))$, причем $x_k^i(\tau) \to 0$, $y_k^i(\tau) \to 0$ для $\tau \in T_1$ и $\lambda_k^\tau \to 0$ для $\tau \in T_2$.

Очевидно, можно выбрать такое S, что при $k \geqslant S$ процессы $(\tilde{x}_k, \tilde{y}_k) = \sum\limits_{\tau\in T_1} \lambda_k^\tau (\tilde{x}_k(\tau), \tilde{y}_k(\tau))$ будут удовлетворять (2).

Наряду с конусом K^l рассмотрим его замыкание $\overline{K}^l$, и задачу $\overline{M}^l$ (11) — (13) определим на конусе $\overline{K}^l$. При доказательстве леммы 1 установлено, что $\sup\limits_{K^l} \alpha(\bar{x}, \bar{y}) = \alpha_l$, а функция $\alpha(\bar{x}, \bar{y})$ полунепрерывна сверху.

Для завершения доказательства остается установить, что $\max\limits_{\overline{K}^l} \alpha(\bar{x}, \bar{y}) = \sup\limits_{K^l} \alpha(\bar{x}, \bar{y})$.

Пусть $(x', y') \in \overline{K}^l$ и $\alpha(x', y') = \alpha_l + \sigma$, $\sigma > 0$. Рассмотрим последовательность процессов $(\bar{x}_k, \bar{y}_k) \in K^l$, $(\bar{x}_k, \bar{y}_k) \to (x', y')$. Из определения $\alpha(\bar{x}, \bar{y})$ следует, что либо $\bar{y}_k^i / \bar{x}_k^i \to r(i) \geqslant \alpha_l + \sigma$, $i \in I_1$, либо $\bar{y}_k^i \to 0$, $\bar{x}_k^i \to 0$, $i \in I_2$. Так как $\alpha_l \geqslant \alpha(\bar{x}_k, \bar{y}_k)$ и $(x', y') \neq 0$, то множества I_1 и I_2 непусты. Таким образом, последовательность $(\bar{x}_k, \bar{y}_k)$ удовлетворяет (1). Из условия I' для произвольного $\varepsilon > 0$ следует существование процесса $(\tilde{x}_s, \tilde{y}_s) \in K^l$, для которого $\alpha(\tilde{x}_s, \tilde{y}_s) \geqslant \alpha_l + \sigma - \varepsilon$.

Полученное противоречие завершает доказательство леммы. Для доказательства теоремы 1 достаточно вместо конуса K^k рассматривать его замыкание.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. М. Мовшович. Теоремы о магистрали в моделях Неймана — Гейла. Экономика и матем. методы, 1969, т. V, вып. 6.

Поступило в редакцию 26.III.1970