

теоретический анализ с изучением возможности построения практических моделей экономики в целом, а также отдельных ее частей. Он знакомит читателя с техникой математического моделирования экономических процессов.

Вопросы оптимального планирования не исчерпываются, естественно, постановкой и решением соответствующих задач. Это только одна сторона. Для того, чтобы план (в том числе и оптимальный) мог быть выполнен, необходимо предусмотреть систему экономических рычагов, обеспечивающих заинтересованность хозяйственных объектов в реализации полученного задания. К таким рычагам относятся прежде всего цены, которым в работе отведено достаточно много места. Н. Е. Кобринский, во-первых, дает определение и раскрывает основные свойства цен оптимального плана; во-вторых, показывает их главное отличие от цен, исчисленных иными методами; цены оптимального плана стимулируют хозяйственные ячейки к наиболее эффективному использованию имеющихся ресурсов.

Рецензируемая работа не лишена определенных недостатков. Так, не вполне ясным остаются функции абстрактных моделей. На наш взгляд, следовало бы подчеркнуть, что абстрактные модели еще долго будут служить науке в качестве инструмента дальнейшего углубления наших знаний о качественных свойствах экономической системы в целом и отдельных ее сторон.

Касаясь норматива эффективности капитальных вложений, Н. Е. Кобринский не рассматривает, в каком отношении находится этот показатель с общей моделью оптимизации экономики. Между тем данному вопросу посвящено много

исследований и прежде всего работы А. Л. Лурье.

Существенным недостатком в изложении конкретных моделей оптимизации является отсутствие взаимосвязей между ними. Народное хозяйство представляет собой единое целое. Следовательно, процессы управления всеми его частями должны быть теснейшим образом взаимосвязаны, а решения, принимаемые на различных уровнях управления и в различных объектах — согласованы. В частности, поиск оптимального плана развития экономики в целом естественно представить в виде единого процесса, в котором планы составных частей хозяйства отыскиваются совместно.

Из единства экономики как системы вытекает определенная согласованность, взаимосвязанность различных методов управления экономическими процессами: балансового, сетевого, метода оптимизации и др., тем более, что все они направлены по существу на решение одной и той же задачи обеспечения наиболее эффективного функционирования всей экономической системы. Эти принципиальные вопросы не нашли должного отражения. Кроме того, в книге много опечаток. Однако автор сделал большое и полезное дело — написал, по существу, первую в нашей стране работу, вводящую широкий круг читателей в сущность экономической кибернетики.

Ясность языка, четкость мысли, простота изложения сложных вопросов — все это делает рецензируемую книгу весьма ценным пособием для тех, кто хочет приобщиться к «тайнам» экономической кибернетики.

Е. З. Майминас, Ю. В. Овсиенко

О теории дисперсии. Составил Н. С. Четвериков

М., «Статистика», 1968, 239 стр.

Книга представляет собою сборник пяти статей: В. Лексиса, Н. С. Четверикова, В. И. Борткевича, А. А. Чупрова и Р. К. Бауера, предметом обсуждения которых является вопрос современной математической статистики о так называемом «статистическом выводе», т. е. о том, как из наблюдаемых нами подверженных колебаниям (дисперсии) статистических данных сделать вывод о лежащих в их основании вероятностях, математических ожиданиях и их функциях — о законах, которые управляют ходом того или иного процесса.

Проблема дисперсии (или устойчивости) статистических рядов возникла в

связи с появлением трудов А. Кетле, исследовавшего в 30-х годах XIX в. закономерности общественной жизни, обращая при этом особое внимание на нравственные явления, т. е. на действия человека, в которых проявляется его воля. В 70-е годы ряд немецких ученых, представителей реакционной исторической школы политической экономии, подвергли резкой критике учение А. Кетле, и в особенности «кетлетистов», причем центром нападения была устойчивость статистических рядов.

В. Лексис, считая, что в нападениях на Кетле было много ненаучного и произвольного и что оценка устойчивости (или

дисперсии) производилась субъективно, желая сделать ряды сравнимыми между собой, предложил вычисление особого критерия Q .

Критерий Q представляет собой дробь, числителем которой служит фактическая колеблемость ряда, измеряемая квадратическим отклонением от общей средней для всего ряда σ_{ϕ} , а знаменателем — «комбинаторная» колеблемость σ_{κ} , которую ряд имел бы, если бы его члены вычислялись из наблюдений, подчиненных условиям теоремы Я. Бернулли: эти наблюдения должны быть взаимно независимы и иметь в основе постоянную вероятность, т. е. неизменный общий средний уровень.

Если эти условия соблюдены в фактических данных, то показатель Q должен быть близок к 1; такую дисперсию В. Лексис назвал «нормальной»; если $Q > 1$, то колеблемость ряда сильнее нормальной, и дисперсия называется «сверхнормальной»; если $Q < 1$, то — «поднормальной».

Многочисленные расчеты В. Лексиса и его учеников показали, что ряды с нормальной дисперсией, т. е. с постоянным уровнем, почти не встречаются: обычной оказалась сверхнормальная дисперсия ($Q > 1$). Это свидетельствовало о том, что фактические ряды заключали в себе «существенную компоненту» (эволюторную) и что колебания чисел происходят около изменяющейся вероятности*.

Таков фундаментальный вывод из исследований В. Лексиса и его школы. В. Лексис не признал эту особенность рядов аномальностью, наоборот, он писал: «Интересным в морально-статистических числах и числовых отношениях вообще надо считать не их стабильность, а изменчивость», ибо такие изменения являются симптомами изменений в причинных комплексах, а показать причинные отношения в их изменениях «без сомнения, важнее для общественной науки, чем установление того, что колебания определенных статистических отношений соответствуют закону чисто случайных отклонений от средней величины»**.

В своих исследованиях В. Лексис допустил, однако, явную ошибку. Он не исключал предварительно эволюторную тенденцию в рядах чтобы искусственно сделать средний уровень рядов постоянным, а предпочел возможным отказаться от этого в тех случаях, когда тенденция

незначительна. Это повлекло за собой неправильное понимание его теории. Неисключенная эволюторная динамика повышала величину Q , создавая видимость сверхнормальной дисперсии. И разность $\sigma_{\phi}^2 - \sigma_{\kappa}^2$, которую В. Лексис рекомендовал вычислять как показатель нарушения условий «нормальной» дисперсии, не имела теоретического смысла (как это показано в статье Н. С. Четверикова): она обусловлена неисключенной эволюторной тенденцией.

В. Лексис показал возможность разложения общей колеблемости рядов на колеблемость уровней и членов ряда около присущих им уровней.

Исследуя ряды относительных чисел, он связал свою теорию с понятием вероятности и тем положил основание для построения стохастической теории статистики. В этом большая его заслуга.

В «Замечаниях к работе В. Лексиса» Н. С. Четвериков дал шесть урновых схем, важных для осмысливания разных форм выборочного исследования. Он отметил также некоторые ошибки и неточности В. Лексиса и Б. С. Ястремского, послужившие последнему основанием к обвинению В. Лексиса в «желании доказать устойчивость „среднего уровня“ рядов и вместе с тем прочность социально-экономического строя, характеризуемого этими устойчивыми уровнями» (стр. 53). Б. С. Ястремский писал о «клеветнических нападениях» В. Лексиса на «Капитал» К. Маркса (Избранные труды, 1964, стр. 141). Однако Ф. Энгельс признал в общем правильными суждения В. Лексиса о «Капитале».

Поставленная В. Лексисом задача измерения дисперсии статистических рядов разрабатывалась в дальнейшем в работе В. И. Борткевича «Критическое рассмотрение некоторых вопросов теоретической статистики», где: 1) подробнее рассматривалась связь лексисовых категорий нормальной, сверхнормальной и поднормальной дисперсий с условиями происхождения членов ряда из отдельных наблюдений, причем этот анализ связывался с урновыми схемами, что сделало его более точным и наглядным; 2) обобщались построения В. Лексиса с относительных чисел на тот случай, когда членами ряда являются средние величины.

Имея в виду первую задачу, В. И. Борткевич построил схемы урновых экспериментов, сохраняя условие отсутствия связи между отдельными извлечениями. В первом эксперименте предполагался некоторый набор урн с разными содержаниями белых и черных шаров. Из наудачу взятой урны извлекается шар и записывается его цвет, и второй раз урна снова берется наугад, извлекается шар, и таким путем набирается серия, в которой процент белых шаров составляет член ряда. Так создаются другие члены

* Примеры таких исследований см. в кн. А. А. Чупров. Очерки по теории статистики. М., Госстатиздат, 1959, стр. 238—248.

** W. Lexis. Abhandlungen zur Theorie der Bevölkerungs- und Moralstatistik, Jena, 1903, S. 98—99.

ряда. Эта схема соответствует теореме Пуассона. В. И. Борткевич назвал ее схемой средних частостей *в собственном смысле слова*. В другой постановке взятая урна используется для ряда извлечений, к ним прибавляются извлечения из другой урны и т. д., пока не наберется положенное для серии общее число опытов. Для новой серии используются те же урны и с таким же числом извлечений из каждой. Средние величины, найденные по такой схеме, носят название *средних постоянного состава*.

Первая схема приводит к нормальной дисперсии, вторая — к поднормальной.

Далее рассматривается случай, когда между отдельными извлечениями существует взаимосвязь (положительного характера), обусловленная наличием солидарно действующих причин. При этом дисперсия всего ряда из подобных средних получает дисперсию выше нормальной (стр. 94—95). Переходя затем к конкретным условиям, В. И. Борткевич выделяет: 1) факторы, действующие раздельно как независимые, и 2) факторы, действующие «солидарно, захватывая каждый раз целый ряд отдельных испытаний, осуществляющихся одновременно» (стр. 95).

Наконец, он рассматривает средние величины случайных переменных. Подобно тому, как частоты событий рассматриваются в качестве приближенных значений соответственных вероятностей, так и средние величины представляются приближенными значениями «теоретической средней». (Под последней В. И. Борткевич имел в виду «математическое ожидание».) Средние величины могут при разных сочетаниях причин отклоняться от теоретической средней (стр. 106). Имея по двум совокупностям средние величины X_1 и X_2 , он ставит вопрос, можно ли разницу $X_1 - X_2$ приписать действию случайных причин или она является существенной, т. е. вызывается разницей теоретических средних по совокупностям. Если имеется несколько средних X_1, X_2, \dots, X_n , то возникает вопрос, совместимы ли колебания их с допущением одной общей для ряда теоретической средней или нет (стр. 105). По аналогии с исследованием частостей он исчисляет меру эмпирической точности (H_0) и сравнивает ее с гипотетической («комбинаторной») мерой точности (H). Если $H_0 = H$, то налицо нормальная дисперсия, которая вызвана «игрой случайных причин», при $H_0 > H$ дисперсия сверхнормальная, при $H_0 < H$ — поднормальная.

В. И. Борткевич не осветил ряда методологических недостатков теории В. Лексиса и не учел их в своей работе.

В статье А. А. Чупрова «К теории стабильности статистических рядов» дается дальнейшее развитие проблемы, притом в наиболее общей и математически стро-

гой постановке. Эта общность и строгость достигается благодаря принятым автором методологическим принципам: систематически применяется метод математических ожиданий; особое значение придается наличию или отсутствию связи между испытаниями; более строго, чем обычно, определяется независимость (стр. 140). Четко различаются априорные величины (вероятностные) и эмпирические (статистические), и в связи с этим каждый вопрос рассматривается сначала в абстрактной (вероятностной) постановке, а затем в конкретных условиях; исследуются не частоты и вероятности, а средние и математические ожидания, при этом формулы частостей являются частным случаем формул средних величин.

Статья состоит из трех частей. Первая из них начинается с урновой схемы. Над случайными переменными X_1, X_2, \dots, X_n производится n испытаний — по одному над каждой из них; переменные могут подчиняться любым законам распределения и находиться между собой в зависимости любой формы (стр. 141). Для этого весьма общего случая А. А. Чупров выводит формулу (2) математического ожидания квадрата отклонений средних величин от математического ожидания средней, т. е. дисперсию (стр. 142). Принимая те или иные условия (независимость, связность переменных и др.), он делает выводы о характере дисперсий средних при этих условиях (стр. 143—146). В частности, он вывел формулу ошибки средней для случая, когда при извлечении «жребиев» из урны вынутый «жребий» не возвращается в урну перед следующим извлечением. Это — случай зависимых испытаний, широко применяемый в практике выборочного исследования под названием «бесповторный отбор» (стр. 153—154) *.

Во второй части рассматривается коэффициент дисперсии (или дивергенции) Лексиса Q . А. А. Чупров ставит вопрос о справедливости утверждения, что математическое ожидание величины Q^2 равно 1. Из того, что математическое ожидание числителя равно математическому ожиданию знаменателя, нельзя сделать общего вывода, что математическое ожидание дроби равно 1. А. А. Чупров доказывает такое равенство для некоторых случаев испытаний. Далее обсуждается вопрос о средней ошибке коэффициента дивергенции (стр. 160 и далее) и о законе распределения значений Q^2 . Оказывается, что лишь в некото-

* Эта формула впервые опубликована в работе ученика А. А. Чупрова: С. С. Конон. К вопросу о применении выборочного метода при разработке сельскохозяйственных переписей (Корректирный отиск 1-й главы). П., 1917. М. З. Отдел переписи, стр. 22—23.

рых случаях это распределение приближается к закону Гаусса (стр. 174).

В третьей части исследуется средняя ошибка «существенной компоненты» статистических рядов, возникающей вследствие действия постоянных причин, лежащих в основании серий наблюдений и обуславливающих сверхнормальную дисперсию. А. А. Чупров пишет: «Представляя собой квадратическую среднюю ошибку тех априорных величин..., которые лежат в основании чисел, устанавливаемых наблюдением, величина M [т. е. величина существенной компоненты] сама по себе непосредственно представляет значительную научную ценность» (стр. 207). Это положение автор иллюстрирует примерами.

Большое внимание А. А. Чупров уделил критике коэффициента дисперсии Q^2 . Он показал, что в случае выполнения предпосылок нормальной дисперсии, математическое ожидание Q^2 равно 1. Но этим не оправдывается использование обратного положения. Если $Q^2 = 1$, то дисперсия нормальна: Q^2 получается равным 1 и тогда, когда ни одна из существенных предпосылок нормальной дисперсии не выполняется: вероятности различны и испытания не независимы друг от друга (стр. 213).

Ныне вычисление Q^2 представляется устаревшим приемом.

В заключение А. А. Чупров анализирует различия в подходах к решению теоретических вопросов статистики у представителей школы В. Лексиса и К. Пирсона и находит, что отказ последних от пользования в своих построениях понятиями вероятности и математического ожидания обусловил эмпиризм этих построений, от которого свободны построения школы Лексиса. Поэтому А. А. Чупров считает, что надо стремиться к объединению принципов этих двух школ. Он выдвигает лозунг: «Не „Лексис против Пирсона“, „Пирсон в свете Лексиса, Лексис, обогащенный Пирсоном“».

В статье «Теория дисперсии Лексиса в ее отношении к новым течениям статистической методологии в особенности к анализу рассеяния» Р. К. Бауэр, перечислив тех ученых, которые признавали, что основная идея всех методов анализа рассеяния (дисперсии) восходит к теории дисперсии В. Лексиса (стр. 225), дает конкретный анализ этих методов. Прежде всего он указывает, что открытие В. Лексисом существенной компоненты показало наличие в рядах влияния стохастических взаимозависимостей и этим — «существование тесного сродства между анализом рассеяния и статистической корреляцией, что в настоящее время ставится в заслугу Р. А. Фишера, как его научное достижение» (стр. 228).

Автор далее показывает, что пирсоновский метод χ^2 есть не что иное, как разновидность лексисовского Q^2 (стр. 229), и

что в обобщенном В. И. Борткевичем виде Q^2 представляет собой корреляционное отношение, которое особенно охотно применял К. Пирсон для анализа рассеяния совокупностей, не подчиняющихся нормальному закону распределения (стр. 231). Автор рассматривает также ряд аналогичных критериев (Фишера, Уэлкса и др.). Наконец, он отмечает последующие совершенствования теории В. Лексиса в трудах В. И. Борткевича, и особенно А. А. Чупрова, и приходит к выводу, что последний «построил ту теорию дисперсии, которую мы должны признать подлинной отправной точкой для анализа рассеяния» (стр. 235). Но он же был первым, кто усмотрел слабые места этой теории: автор указывает четыре слабых пункта (стр. 236).

Английская школа устранила некоторые из этих затруднений, приняв предпосылки независимости испытаний, нормальности распределения или применив преобразования переменных. Эти предпосылки, по словам автора, имеют тот недостаток, что «сильно ограничивают область применения анализа рассеяния» (стр. 236).

А. А. Чупров считал, что мы не можем уйти от реальных условий течения явлений (зависимость, разные формы распределения), признал некоторые пункты непреодолимыми, а в отношении других показал способы как справиться с затруднениями. Бауэр напоминает в связи с этим о методе разностей, предложенном одновременно Стьюдентом и О. Н. Андерсоном (с дополнениями Г. Тинтнера и Н. Джонсона). Этот метод позволяет исключить из ряда плавную компоненту и анализировать отклонения от нее. «Здесь, — пишет автор, — речь идет о проблеме, которая уже с первого взгляда обнаруживает сходство с задачей анализа рассеяния» (стр. 237).

Как и А. А. Чупров, он находит возможным объединение двух научных статистических школ. Автор, однако, не отметил тех особенностей английской школы, которые резко отделяют ее от континентальной, в частности от русской и советской школы: это — отказ англичан от строгого различия категорий вероятностных и статистических и от метода математических ожиданий в исследовательских работах, что обуславливает эмпирический характер построений английской школы; следовательно, объединение школ должно идти главным образом по пути принятия английской школой более совершенной русской методологии исследования. Р. К. Бауэр не касается важнейшего вопроса, имеющего прямое отношение к его теме.

Одним из серьезных пунктов в теории В. Лексиса и В. И. Борткевича был вопрос об *обратных положениях*: если дисперсия нормальна, то $Q^2 = 1$; но это не значит, что если $Q^2 = 1$, то дисперсия

обязательно должна быть нормальной. Вопрос, выдвинутый А. А. Чупровым, поставлен был в 1920 г. К. Пирсоном как основной вопрос математической статистики. В Англии он был предметом оживленной дискуссии на протяжении десятилетий, но свелся там главным образом к применимости или неприменимости теоремы Байеса, против которой возражал Р. А. Фишер.

Между тем проблема «обращения» научных положений должна ставиться шире. Она имеет коренное значение для решения многих статистических вопросов, например, для выводов по данным выборочного исследования, когда по «выборочным» показателям заключают о показателях «генеральной» совокупности, для практики принятия «статистических решений», когда о законе, кото-

рому подчинено данное явление, приходится судить по эмпирическим конкретным данным о состоянии «природы» этого явления, и, вообще, для разыскания закономерных соотношений по эмпирическим данным.

Поэтому в СССР эта проблема рассматривалась рядом математиков. Из них С. Н. Бернштейн разработал *обратные теоремы* Бернулли, Чебышева и Лапласа, указав, при каких условиях можно заключать о вероятностных величинах по наблюдаемым величинам.

В заключение следует отметить, что написанная выдающимися деятелями науки книга «О теории дисперсии» ярко показывает развитие идеи стохастической теории статистики на протяжении столетия.

Б. И. Карпенко

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ В ЭКОНОМИКЕ (НОВЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ)

А. В. Алешин. Оптимизация много-стадийных производственных комплексов. Канд. дисс. М., Центральный экономико-математический институт АН СССР, 1969.

В работе дан анализ современного состояния исследований по оптимизации отрасли и производственно-транспортного комплекса и методики экономико-математического моделирования различных объектов народного хозяйства, а также описан алгоритм решения задачи, некоторые его модификации, позволяющие ускорить получение достаточно хорошего приближения к оптимуму, и экономическая интерпретация алгоритма.

В. Г. Гребенников. Проблемы взаимосвязи динамики основных макроэкономических переменных (на примере односекторных моделей с производственной функцией типа Кобба-Дугласа). Канд. дисс. М., Центральный экономико-математический институт АН СССР, 1969.

Диссертант исследует проблему причинно-аналитического обоснования ввода функции Кобба-Дугласа и ее модификации в макроэкономическую модель. Он рассматривает зависимость, связывающую долю инвестиций в национальном доходе с темпом роста последнего, и движение фондоотдачи как динамического момента, определяющего эту зависимость. Излагает результаты применения моделей к анализу зависимости между долей производственного накопления

(постоянной на исследуемом отрезке времени) и динамикой фонда потребления.

Г. Л. Гинзбург. Выравнивание статистических рядов модифицированным методом при анализе конкретных экономических процессов. Канд. дисс. М., Московский институт народного хозяйства им. Г. В. Плеханова, 1969.

Основная идея работы — использование свойств сумм последовательных степеней натурального ряда чисел при решении систем нормальных уравнений с равноотстоящими узлами, получающимися при применении способа наименьших квадратов в экспериментальных исследованиях. В диссертации используется система формул, позволяющая определять элементы обратных матриц, находить и оценивать параметры регрессионных уравнений однофакторных корреляционных моделей для составления таблиц, максимально облегчающих труд экономистов-исследователей при аппроксимации функций и определении параметров полиномов, связывающих результаты опытных исследований.

Л. Ф. Ежов. Некоторые вопросы моделирования топливного баланса УССР. Канд. дисс. Киев, Киевский институт народного хозяйства, 1969.

Автор имел цель всесторонне проанализировать топливные ресурсы на территории Украины, дать полную классификацию установок на основе анализа требований, предъявляемых к топливу, построить алгоритм и предложить