

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ НАХОЖДЕНИЯ НЕОТРИЦАТЕЛЬНОГО РЕШЕНИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МЕЖОТРАСЛЕВОЙ МОДЕЛИ С УЧЕТОМ ЛАГА КАПИТАЛЬНЫХ ВЛОЖЕНИЙ

А. НАНИАШВИЛИ Ю. Ш.

(Тбилиси)

Динамическая модель межотраслевого баланса [1], основанная на предположении полного использования основных производственных фондов, относится к классу открытых моделей. В ней экзогенно задается чистый конечный продукт на все годы планового периода, а валовой выпуск и ввод в действие основных производственных фондов определяются эндогенно. В экономической литературе (см., например, [2–5]) неоднократно отмечалось, что неотрицательное решение модели [1] — показатели объемов производства и ввода в действие основных фондов — может быть получено лишь для некоторой области экзогенно задаваемых векторов чистого конечного продукта. Это в значительной степени затрудняет эффективное использование динамической модели [1] при планово-экономических расчетах.

Чтобы упростить получение экономически приемлемых решений и практическое использование модели [1], необходимо либо разработать специальные методы для определения допустимого множества векторов чистого конечного продукта (т. е. таких, для которых модель имеет неотрицательное решение) и, следовательно, хотя бы частично отказаться от предположений об открытом характере модели, либо ввести предположение о неполном использовании основных фондов (например, аналогично [6]), либо, кроме того, одновременно в результате решения модели определить векторы чистого конечного продукта. В статье предлагается один из возможных способов нахождения неотрицательного решения модели [1], основанный на эндогенном определении векторов чистого конечного продукта. Предлагаемый метод отличается от аналогичного подхода, предложенного Н. А. Демиденко [3, стр. 234–241]: если в [3] для нахождения допустимого множества векторов чистого конечного продукта требуется

решить систему $\sum_{j=1}^n (T - \theta_j)$ неравенств, где T — номер последнего года планового периода; θ_j — продолжительность лага капитальных вложений в отрасли j ; n — число отраслей материального производства, то в нашем случае количество одновременно решаемых неравенств не превышает n .

Основные соотношения рассматриваемой модели имеют вид

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) x_j(t) + \sum_{\tau=t}^{t+\theta_j} \sum_{j=1}^n b_{ij}(\tau) v_j(\tau) \Delta \Phi_j(\tau) + y_i(t), \quad (1)$$

$$f_j(t)x_j(t) - \sum_{\tau=1}^{t-1} g_j(t, \tau) \Delta \Phi_j(\tau) - \lambda_j(t) \Delta \Phi_j(t) = \Phi_j(1, t), \quad (2)$$

$$i, j=1, \dots, n, \quad t=1, \dots, T.$$

Здесь $x_j(t)$ — валовой выпуск продукции отрасли j в году t ; $\Delta \Phi_j(t)$ — ввод в действие основных производственных фондов в отрасли j в году t ; $y_i(t)$ — чистый конечный продукт отрасли i в году t ; $\Phi_j(1, t)$ — характеристика состояния в году t основных производственных фондов, имевшихся на начало планового периода в отрасли j ; $g_j(t, \tau)$ — коэффициент сохранения в году t фондов, введенных в действие в отрасли j в году τ ; $a_{ij}(t)$ — коэффициент прямых материальных затрат отрасли i на единицу валового выпуска отрасли j в году t ; $b_{ij}(t)$ — коэффициент технологической структуры капитальных вложений; $v_j(t, \tau)$ — коэффициент временной структуры капитальных вложений, характеризующий удельный вес капитальных вложений года t в общей стоимости основных фондов отрасли j , введенных в действие в году τ ; $f_j(t)$ — коэффициент среднегодовой фондоемкости продукции отрасли j в году t ; $\lambda_j(t)$ — коэффициент перевода фактического ввода в действие основных фондов в отрасли j в году t в среднегодовой ввод.

Примем следующие предположения:

все отрасли, не производящие средства труда, в модели (1), (2) имеют номера от 1 до m , а фондосоздающие — от $m+1$ до n ;

множество $\{\theta_1, \dots, \theta_n\}$ показателей продолжительности лага капитальных вложений можно разделить на q подмножеств, каждое из которых содержит одинаковые элементы: $\theta_j = h_s$, если $j \in \{m_{s-1}+1, \dots, m_s, n_{s-1}+1, \dots, n_s\} = J_s$, причем $m_0=1$, $n_0=m+1$, $s=1, \dots, q$. Будем считать, что $h_1 < \dots < h_q$, $J=J_1 \cup \dots \cup J_q$. В результате (1) примет вид

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) x_j(t) + y_i(t), \quad i=1, \dots, m, \quad (3)$$

$$x_i(t) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(t) x_j(t) + \sum_{s=1}^q \sum_{\tau=t}^{t+h_s} \sum_{j \in J_s} b_{ij}(t) v_j(t, \tau) \Delta \Phi_j(\tau) + y_i(t),$$

$$i=m+1, \dots, n. \quad (4)$$

В (1), (2) величины $\Delta \Phi_j(\tau)$, $j=1, \dots, n$, являются известными для $\tau=1, \dots, \theta_j$ (см., например, [5, стр. 273–284]). В силу принятых предположений известными для $j \in J_s$ являются $\Delta \Phi_j(1), \dots, \Delta \Phi_j(h_s)$ *. Теперь из баланса основных производственных фондов (2) можно определить для каждого $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$, значения $x_j(1), \dots, x_j(h_s)$ **. Следова-

* В дальнейшем будем предполагать, что эти величины неотрицательны.

** В дальнейшем (2) перепишем в виде

$$f_j(t)x_j(t) - \lambda_j(t)\Delta\Phi_j(t) = \Phi_j(t), \quad j=1, \dots, n,$$

где

$$\Phi_j(t) = \Phi_j(1, t) + \sum_{\tau=1}^{t-1} g_j(t, \tau) \Delta \Phi_j(\tau).$$

Отметим, что предлагаемый метод решения динамической модели позволяет определить искомые показатели $\Delta \Phi_j(t)$ поэтапно, начиная с определенного года, т. е. вначале рассматривается $\Delta \Phi_j(t-1)$, затем $\Delta \Phi_j(t)$ и т. д. Это дает возможность после нахождения $\Delta \Phi_j(t-1)$ формировать показатель $\Phi_j(t)$. Поэтому в дальнейшем при рассмотрении балансов основных производственных фондов года t будем считать, что $\Phi_j(t)$ — известные величины, полученные на основе расчета предыдущих этапов.

тельно, в системе (1), (2) эндогенно определяемыми являются для $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$,

$$x_j(h_s+1), \dots, x_j(T), \Delta\phi_j(h_s+1), \dots, \Delta\phi_j(T).$$

Существующие методы расчетов основаны на одновременном решении системы уравнений модели (1), (2) для всех лет планового периода. Ниже предлагается алгоритм, требующий одновременного решения $2n$ уравнений, так что вместо одной высокоразмерной задачи достаточно решить несколько задач сравнительно низкой размерности. Подобный подход, на наш взгляд, дает возможность практической реализации модели большой размерности, охватывающей несколько десятков отраслей материального производства.

Предлагаемый метод, следуя [7], основывается на том, что уравнения производства и распределения продукции нефондосоздающих отраслей не содержат неизвестных более чем за один год, в то время как для фондосоздающих отраслей имеются неизвестные разных лет. Эта особенность динамической модели (1), (2) позволяет сгруппировать уравнения фондосоздающих и нефондосоздающих отраслей разных лет таким образом, чтобы получить системы, содержащие одинаковое количество неизвестных и уравнений.

Характер алгоритма во многом определяется соотношением чисел m и k_1 , где m — число нефондосоздающих отраслей, $k_1 = |J_1|$, т. е. число отраслей, в которых продолжительность лага капитальных вложений составляет h_1 . В зависимости от $m \leq k_1$ или $m > k_1$ следует проанализировать два случая.

Первый случай: $m \leq k_1$. Метод имеет рекуррентный характер, на каждом его этапе решается система уравнений с $2n$ неизвестными и полученные результаты используются на следующем этапе. Решение системы уравнений первого этапа позволяет определить неизвестные $x_j(h_s+1)$, $\Delta\phi_j(h_s+1)$, $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$; система уравнений этапа l используется для определения неизвестных $x_j(h_s+l)$, $\Delta\phi_j(h_s+l)$, $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$, и т. д.

Для получения системы уравнений первого этапа необходимо рассмотреть в совокупности:

уравнения производства и распределения продукции нефондосоздающих отраслей для года h_1+1

$$x_i(h_1+1) = \sum_{j=1}^n a_{ij}(h_1+1)x_j(h_1+1) + y_i(h_1+1), \quad i=1, \dots, m; \quad (5)$$

уравнения производства и распределения продукции фондосоздающих отраслей для первого года

$$\begin{aligned} x_i(1) = & \sum_{j=1}^n a_{ij}(1)x_j(1) + \sum_{\tau=1}^{1+h_1} \sum_{j \in J_1} b_{ij}(1, \tau) \Delta\phi_j(\tau) + \\ & + \sum_{\tau=1}^{1+h_2} \sum_{j \in J_2} b_{ij}(1, \tau) \Delta\phi_j(\tau) + \dots + \sum_{\tau=1}^{1+h_q} \sum_{j \in J_q} b_{ij}(1, \tau) \times \\ & \times \Delta\phi_j(\tau) + y_i(1), \quad i=m+1, \dots, n, \end{aligned} \quad (6)$$

где $b_{ij}(1, \tau) = b_{ij}(1) v_j(1, \tau)^*$;

балансы основных производственных фондов

$$f_j(h_s+1)x_j(h_s+1) - \lambda_j(h_s+1)\Delta\phi_j(h_s+1) = \phi_j(h_s+1), \quad j \in J_s, \quad s=1, \dots, q. \quad (7)$$

Покажем, что система (5)–(7) содержит одинаковое количество $(2n)$ неизвестных и уравнений. В (5), согласно предположению, неизвестными являются $x_j(h_1+1)$, $j \in J_1$, а все остальные $x_j(h_1+1)$, $j \in J \setminus J_1$, — известные величины. Для дальнейшего изложения полезно (5) записать в виде

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in J_1} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_1+1)) x_j(h_1+1) = y_i(h_1+1) - \\ & - \sum_{j \in J \setminus J_1} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_1+1)) x_j(h_1+1), \quad i=1, \dots, m, \end{aligned} \quad (8)$$

где δ_{ij} — символ Кронекера.

В (6) величины $x_j(1)$, $j=1, \dots, n$, являются известными, а также для $j \in J_s$ известны $\Delta\phi_j(\tau)$, $\tau=1, \dots, h_s$, $s=1, \dots, q$. Выделим известные величины из (6) отдельно и обозначим

$$\begin{aligned} x_i(1) - \sum_{j=1}^n a_{ij}(1)x_j(1) - \sum_{\tau=1}^{h_1} \sum_{j \in J_1} b_{ij}(1, \tau) \Delta\phi_j(\tau) - \dots - \\ - \sum_{\tau=1}^{h_q} \sum_{j \in J_q} b_{ij}(1, \tau) \Delta\phi_j(\tau) = d_i(1), \quad i=m+1, \dots, n. \end{aligned}$$

Тогда (6) примет вид

$$\begin{aligned} & - \sum_{j \in J_1} b_{ij}(1, 1+h_1) \Delta\phi_j(1+h_1) - \dots - \sum_{j \in J_q} b_{ij}(1, 1+ \\ & + h_q) \Delta\phi_j(1+h_q) = y_i(1) - d_i(1), \quad i=m+1, \dots, n. \end{aligned} \quad (9)$$

Легко подсчитать, что число как неизвестных, так и уравнений в системе (7)–(9) равно $2n$. Аналогично получаются системы уравнений последующих этапов. Так, систему уравнений l -го этапа можно получить, если сгруппировать систему уравнений нефондосоздающих отраслей года h_1+l , систему уравнений фондосоздающих отраслей года l и балансы основных фондов за годы $h_1+l, \dots, h_q+l$ для отраслей $j \in J_1, \dots, j \in J_q$ соответственно

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in J_1} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_1+l)) x_j(h_1+l) = y_i(h_1+l) - \sum_{j \in J \setminus J_1} (\delta_{ij} - \\ & - a_{ij}(h_1+l)) x_j(h_1+l), \quad i=1, \dots, m, \\ & - \sum_{j \in J_1} b_{ij}(l, h_1+l) \Delta\phi_j(h_1+l) - \dots - \sum_{j \in J_q} b_{ij}(l, h_q+l) \Delta\phi_j(h_q+l) = \\ & = y_i(l) - d_i(l), \quad i=m+1, \dots, n, \end{aligned} \quad (10)$$

* Это обозначение используется и в дальнейшем.

$$f_j(h_s+l)x_j(h_s+l)-\lambda_j(h_s+l)\Delta\phi_j(h_s+l)=\phi_j(h_s+l), \\ j \in J_s, \quad s=1, \dots, q. \quad (12)$$

Неизвестные, рассчитанные из системы (10)–(12) * для $l-1, l-2, \dots$, поступают в такую же систему этапа l либо непосредственно в качестве экзогенных, либо для формирования экзогенно задаваемых величин

$$d_i(l)=x_i(l)-\sum_{j=1}^n a_{ij}(l)x_j(l)-\sum_{\tau=l}^{l+h_1-1} \sum_{j \in J_1} b_{ij}(l, \tau) \times \\ \times \Delta\phi_j(\tau) - \dots - \sum_{\tau=l}^{l+h_q-1} \sum_{j \in J_q} b_{ij}(1, \tau) \Delta\phi_j(\tau), \quad i=m+1, \dots, n,$$

$$\phi_j(h_s+l)=\phi_j(1, h_s+l) + \sum_{\tau=1}^{hs+l-1} g_j(h_s+l, \tau) \Delta\phi_j(\tau), \\ j \in J_s, \quad s=1, \dots, q.$$

Система (10)–(12) не гарантирует неотрицательность искомых величин при любых неотрицательных $y_i(h_1+l)$, $i=1, \dots, m$, и $y_i(l)$, $i=m+1, \dots, n$. Поэтому прежде чем решить ее для очередного l , $l=1, 2, \dots$, необходимо установить допустимые значения $y_i(h_1+l)$, $i=1, \dots, m$, $y_i(l)$, $i=m+1, \dots, n$, для которых $\Delta\phi_j(h_s+l) \geq 0$, $j \in J_s$, $s=1, 2, \dots, q$ **. С этой целью определим из (12) $x_j(h_1+l)$, $j \in J_1$, и подставим в (10). Одновременно преобразованную таким путем систему (10) совместно с (11) запишем в векторно-матричном виде

$$A_{h_1 h_q}^l \Delta\phi_{h_1 h_q}^l = Y_{0 h_1}^l - P_{0 h_1}^l, \quad (13)$$

где $A_{h_1 h_q}^l$ – матрица, элементами которой являются: $\delta_{ij} - a_{ij}(h_1+l)f_j^{-1}(h_1+l)\lambda_j(h_1+l)$, если $i=1, \dots, m$, $j \in J_1$; 0 если $i=1, \dots, m$, $j \in J \setminus J_1$; $-b_{ij}(l, h_1+l)$, если $i=m+1, \dots, n$, $j \in J_2 \dots$; $-b_{ij}(l, h_q+l)$, если $i=m+1, \dots, n$, $j \in J_q$; $\Delta\phi_{h_1 h_q}^l$ – вектор-столбец элементов $\Delta\phi_j(h_s+l)$, $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$; вектор-столбец $Y_{0 \setminus h_1}^l = (y_1(h_1+l), \dots, y_m(h_1+l), y_{m+1}(l), \dots, y_n(l))'$; $P_{0 h_1}^l$ – вектор-столбец элементов $p_i(h_1+l, l)$

$$p_i(h_1+l, l) = \sum_{j \in J \setminus J_1} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_1+l)) x_j(h_1+l) +$$

* Предполагается, что система уравнений каждого этапа имеет решение для любого $y_i(h_1+l)$, $i=1, \dots, m$; $y_i(l)$, $i=m+1, \dots, n$. Случай, когда система уравнений какого-нибудь этапа неразрешима, рассмотрен ниже.

** Из (12) следует, что всякому неотрицательному $\Delta\phi_j(h_s+l)$ соответствует неотрицательное решение $x_j(h_s+l)$. Следовательно, нахождение области значений $y_i(h_1+l)$, $i=1, \dots, m$, $y_i(l)$, $i=m+1, \dots, n$, обеспечивающих неотрицательность $x_j(h_s+l)$, $\Delta\phi_j(h_s+l)$, $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$, сводится к нахождению области значений $y_i(h_1+l)$, $i=1, \dots, m$, $y_i(l)$, $i=m+1, \dots, n$, обеспечивающих неотрицательность лишь $\Delta\phi_j(h_s+l)$, $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$.

$$+ \sum_{j \in J_1} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_1 + l)) f_j^{-1}(h_1 + l) \phi_j(h_1 + l),$$

если $i=1, \dots, m$; $p_i(h_1 + l, l) = d_i(l)$, если $i=m+1, \dots, n$.

Из (13) следует, что необходимым и достаточным условием неотрицательности величин ввода в действие основных фондов $\Delta \phi_j(h_s + l)$, $j \in J_s$, $s=1, \dots, q$, является

$$(A_{h_1, h_q}^l)^{-1} Y_{0h_1}^l \geq (A_{h_1, h_q}^l)^{-1} P_{0h_1}^l. \quad (14)$$

Предполагается, что определители матриц, полученные после группировки систем уравнений фондосоздающих и нефондосоздающих отраслей разных лет, отличаются от нуля. Правомерность такого предположения дают структура и вид матрицы A_{h_1, h_q}^l , а также других матриц, требующих обращения. Забегая вперед, отметим, что на основе предлагаемого метода была решена 16-отраслевая динамическая модель для Грузинской ССР. При проведении расчетов не была замечена вырожденность матриц, требующих в процессе решения модели обращения. Однако если все же окажется, что матрица A_{h_1, h_q}^l вырожденная, тогда, на наш взгляд, целесообразно осуществить некоторые упрощения: в системе (13) одну или несколько неизвестных величин ввода в действие основных фондов задавать экзогенно, а вместо них в качестве эндогенных величин рассмотреть конечные продукты. При выборе экзогенно задаваемой $\Delta \phi_j$ и эндогенно определяемой y_i следует исходить из того, чтобы полученная таким путем новая система имела единственное решение и, следовательно, определитель ее основной матрицы отличался от нуля. В данном случае систему, аналогичную (14), следует построить относительно лишь тех значений элементов вектора $\Delta \phi$, которые в (13) задаются экзогенно.

Второй случай: $m > k_1$. Условие $m > k_1$ означает, что в системе уравнений нефондосоздающих отраслей любого года число уравнений m превосходит число неизвестных, относящихся к отраслям $j \in J_1$. Это обстоятельство обуславливает необходимость некоторого изменения последовательности нахождения неизвестных модели (1), (2).

Решение модели в данном случае следует начать с рассмотрения системы уравнений производства и распределения продукции нефондосоздающих отраслей года $h_1 + 1$ и уравнений баланса основных фондов отраслей $j \in J_1$ года $h_1 + 1$

$$\sum_{j \in J_1} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_1 + 1)) x_j(h_1 + 1) = y_i(h_1 + 1) - \sum_{j \in J \setminus J_1} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_1 + 1)) x_j(h_1 + 1), \quad i=1, \dots, m,$$

$$f_j(h_1 + 1) x_j(h_1 + 1) - \lambda_j(h_1 + 1) \Delta \phi_j(h_1 + 1) = \phi_j(h_1 + 1), \quad j \in J_1.$$

Поскольку в этой системе число уравнений $(m + k_1)$ превосходит число неизвестных $x_j(h_1 + 1)$, $\Delta \phi_j(h_1 + 1)$, $j \in J_1$, принимается, что конечные продукты отдельных нефондосоздающих отраслей, например $y_{h_1+1}, \dots, y_m$, года $h_1 + 1$ — неизвестные величины*. Это позволяет в результате решения

* При выборе эндогенно определяемых величин конечного продукта и, следовательно, соответствующих уравнений для их расчета надо руководствоваться тем, чтобы оставшиеся k_1 уравнений нефондосоздающих отраслей имели единственное решение, т. е. определитель основной матрицы отличался от нуля.

приведенной системы определить наряду с $x_j(h_1+1)$, $\Delta\phi_j(h_1+1)$, $j \in J_1$, часть величин конечного продукта года h_1+1 . Кроме того, экзогенно задаваемые конечные продукты остальных нефондосоздающих отраслей, т. е. конечные продукты $y_1, \dots, y_{k_1}$ выбираются таким образом, чтобы обеспечить неотрицательность $\Delta\phi_j(h_1+1)$, $j \in J_1$. Для этого предварительно строится система неравенств относительно элементов $y_1(h_1+1), \dots, y_{k_1}(h_1+1)$ и на ее основе устанавливается допустимое значение экзогенно задаваемых конечных продуктов*.

Следующий шаг зависит от того, имеет ли место $h_1+2=h_2+1$ или $h_1+2 < h_2+1$. Если $h_1+2 < h_2+1$, то система уравнений производства и распределения продукции года h_1+2 содержит лишь неизвестные, относящиеся к отраслям $j \in J_1$ ($m > k_1$), поэтому для этой системы наряду с уравнениями баланса основных фондов отраслей $j \in J_1$ года h_1+2 используются такие же схемы вычисления, что и для аналогичных систем года h_1+1 ; в результате определяются $x_j(h_1+2)$, $\Delta\phi_j(h_1+2)$, $j \in J_1$, и часть величин конечного продукта года h_1+2 .

Пусть $h_1+2=h_2+1$. Тогда система уравнений нефондосоздающих отраслей года h_2+1 , которую следует записать в виде

$$\sum_{j \in J_1 \cup J_2} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_2+1)) x_j(h_2+1) = y_i(h_2+1) -$$

$$- \sum_{j \in J \setminus J_1 \cup J_2} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_2+1)) x_j(h_2+1), \quad i = m+1, \dots, n,$$

содержит уже неизвестные $x_j(h_2+1)$, $j \in J_1 \cup J_2$, т. е. число неизвестных в системе составляет k_1+k_2 , где k_2 — количество элементов множества J_2 . Необходимо проанализировать два возможных варианта в условиях схемы, рассмотренной при $m < k_1$. Разница в том, что теперь наряду с уравнениями производства и распределения продукции нефондосоздающих отраслей (15) года h_2+1 решается уравнение балансов основных фондов года h_2+1 отраслей $j \in J_1 \cup J_2$ и определяются $x_j(h_2+1)$, $\Delta\phi_j(h_2+1)$, $j \in J_1 \cup J_2$. Если $k_1+k_2 \geq m$, то вычисление остальных неизвестных модели сводится к схеме, рассмотренной при $k_1 \geq m$, однако неизвестные модели рассчитываются в такой последовательности**.

на первом этапе

$$\begin{array}{lll} x_j(h_2+1), & \Delta\phi_j(h_2+1), & j \in J_1 \cup J_2, \\ x_j(h_3+1), & \Delta\phi_j(h_3+1), & j \in J_3, \\ x_j(h_q+1), & \Delta\phi_j(h_q+1), & j \in J_q, \end{array}$$

на втором этапе

$$\begin{array}{lll} x_j(h_2+2), & \Delta\phi_j(h_2+2), & j \in J_1 \cup J_2, \\ x_j(h_3+2), & \Delta\phi_j(h_3+2), & j \in J_3, \\ x_j(h_q+2), & \Delta\phi_j(h_q+2), & j \in J_q, \end{array}$$

и т. д.

* Система неравенств относительно $y_1(h_1+1), \dots, y_{k_1}(h_1+1)$ строится следующим образом: из первых k_1 уравнений производства и распределения продукции определяются величины $x_j(h_1+1)$, $j \in J_1$, их значения подставляются в уравнения балансов основных фондов и принимаются при нумерации этапов не принимаются во внимание

** Для простоты изложения при нахождении неизвестных предыдущие шаги нахождения неизвестных.

Соответствующая система для нахождения неизвестных этапа l получается в результате объединения уравнений производства и распределения продукции нефондосоздающих отраслей года h_2+l , уравнений фондосоздающих отраслей года l и балансов основных фондов соответствующих отраслей и лет, т. е.

$$\begin{aligned} & \sum_{j \in J_1 \cup J_2} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_2+l)) x_j(h_2+l) = y_i(h_2+l) - \\ & - \sum_{j \in J \setminus J_1 \cup J_2} (\delta_{ij} - a_{ij}(h_2+l)) x_j(h_2+l), \quad i=1, \dots, m, \\ & - \sum_{j \in J_2} b_{ij}(l, h_2+l) \Delta \phi_j(h_2+l) - \sum_{j \in J_3} b_{ij}(l, h_3+l) \Delta \phi_j(h_3+l) - \\ & - \dots - \sum_{j \in J_q} b_{ij}(l, h_q+l) \Delta \phi_j(h_q+l) = \\ & = y_i(l) - \bar{d}_i(l), \quad i=m+1, \dots, n, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} & f_j(h_2+l) x_j(h_2+l) - \lambda_j(h_2+l) \Delta \phi_j(h_2+l) = \phi_j(h_2+l), \quad j \in J_1 \cup J_2, \\ & f_j(h_s+l) x_j(h_s+l) - \lambda_j(h_s+l) \Delta \phi_j(h_s+l) = \phi_j(h_s+l), \quad j \in J_s, \quad s=3, \dots, q, \end{aligned} \quad (17)$$

где $\bar{d}_i(l)$ отличается от $d_i(l)$ тем, что содержит дополнительное слагаемое $\sum_{j \in J_1} b_{ij}(l, h_1+l) \Delta \phi_j(h_1+l)$. С целью обеспечения неотрицательности иско-

мых величин процессу решения системы (16) — (18) для каждого l предшествует процедура установления допустимых значений конечных продуктов $y_i(h_2+l)$, $i=1, \dots, m$, и $y_i(l)$, $i=m+1, \dots, n$, для чего строится система неравенств, аналогичная (14).

Предложенный метод нахождения решения динамической модели имеет одну особенность. В системе (1), (2) в качестве неизвестных функционируют показатели ввода в действие основных производственных фондов послепланового периода. Поэтому при ее решении методом обращения матрицы, если это удастся, или итерационным методом (см., например, [5, стр. 281—284]) следует дополнительно использовать систему регрессионных уравнений для определения показателей ввода в действие основных производственных фондов послепланового периода. В описанном выше методе рассмотрение таких уравнений необязательно, однако необходимы соотношения другого характера. В частности, поскольку с помощью этого метода расчет объемов производства и ввода в действие основных фондов производится поэтапно, начиная с определенного года, то очевидно, если требуется определить показатели послепланового периода, для их расчета можно использовать такую же систему соотношений, какая применяется для расчета характеристик планового периода.

Проиллюстрируем это на примере (10) — (12). Нетрудно заметить, что неизвестные послепланового периода начинают фигурировать в этой системе с $l=T-h_q+1$ этапа расчетов. Если последовательно рассмотреть и решить систему (10) — (12) для $l=T-h_q+1, T-h_q+2, \dots, T-h_1+1, \dots, T$ этапов, то наряду с неизвестными планового периода одновременно определяем все неизвестные $(\Delta \phi_j(T+1), \dots, \Delta \phi_j(T+h_1), j \in J_1, \dots, \Delta \phi_j(T+h_1), \dots, \Delta \phi_j(T+h_q))$ послепланового периода, входящие в (1), (2). Сле-

довательно, в данном случае для нахождения всех неизвестных модели (1), (2) вместо уравнений регрессии достаточно дополнительно рассмотреть лишь уравнения производства и распределения продукции нефондо-создающих отраслей за годы $T+1, \dots, T+h_1$ (в этом можно убедиться, если в (10) вместо l подставить его значения $T-h_1+1, \dots, T$) и балансы основных производственных фондов для отраслей $j \in J_1$ — за годы $T+1, \dots, T+h_1$, для отраслей $j \in J_2$ — за годы $T+1, \dots, T+h_2, \dots$, для отраслей $j \in J_q$ — за годы $T+1, \dots, T+h_q$.

Надо отметить, что с помощью такого подхода определяются не только показатели ввода в действие основных фондов, но и гипотетические показатели объема производства послепланового периода. Поскольку в данном случае величины ввода в действие основных фондов послепланового периода рассчитываются в непосредственной зависимости от объемов производства этого же периода, такой способ, на наш взгляд, более приемлем, чем определение этих же неизвестных на основе уравнений регрессии. Необходимо учесть и то, что когда рассматриваются уравнения регрессии и расчет характеристик планового периода происходит одновременно для всех лет (см., например, методы решения модели (1), (2), изложенные в [5, стр. 281—284]), ошибки, допущенные при формировании коэффициентов регрессии, оказывают влияние не только на величины ввода основных фондов послепланового периода, но и на все характеристики планового периода. В описанном подходе такое отрицательное обратное влияние периода. В описанном подходе метод решения носит поэтапный характер. При этом, если будет неверно сформирована экзогенно задаваемая информация послепланового периода, допущенные ошибки отразятся лишь на результатах последних лет планового периода, т. е. на тех характеристиках планового периода, которые определяются одновременно с характеристиками послепланового периода.

ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов Э. Ф. Проблемы разработки схемы динамической модели межотраслевого баланса. — Экономика и матем. методы, 1968, т. IV, вып. 1.
2. Динамические модели территориального планирования. М.: Наука, 1972.
3. Опыт разработки плановых межотраслевых моделей экономического района. М.: Наука, 1978.
4. Проблемы разработки системы моделей оптимального перспективного планирования народного хозяйства. М.: ЦЭМИ АН СССР, 1977.
5. Моделирование народнохозяйственных процессов. М.: Экономика, 1973.
6. Матлин И. С., Шулепникова Т. Ю. Алгоритм решения динамической межотраслевой задачи с распределенными лагами. — Экономика и матем. методы, 1978, т. XIV, вып. 5.
7. Логош Я. М. Исследование и интерпретация структурных соотношений в решении одной динамической народнохозяйственной модели. — Экономика и матем. методы, 1970, т. VI, вып. 1.

Поступила в редакцию
4 I 1979