ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ
1981 том XVII, вып. 2

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ РЕДУКЦИИ КВАЛИФИЦИРОВАННОГО ТРУДА К ПРОСТОМУ

ХЕНКИН Г. М.

(Москва)

1. О ПРОБЛЕМЕ РЕДУКЦИИ ТРУДА

В 1897 г. Бем-Баверк [1, с. 85] высказал такое утверждение: наличие разнородного труда создает неразрешимую задачу трудовой теории стоимости, поскольку единственный путь редукции сложного труда к простому состоит в предположении, что ценности, создаваемые рабочими различной квалификации, пропорциональны зарплате, которую они получают. Поэтому стоимости товаров, подлежащих распределению, зависят от того, как оно осуществляется, а отсюда, якобы, вытекает несостоятельность трудовой теории стоимости.

Хотя К. Маркс и ограничивался лишь краткими замечаниями по проблеме редукции труда, путь решения проблемы он видел достаточно ясно: «Труд, который имеет значение более высокого, более сложного труда по сравнению со средним общественным трудом, есть проявление такой рабочей силы, образование которой требует более высоких издержек, производство которой стоит большего рабочего времени и которая имеет поэтому более высокую стоимость, чем простая рабочая сила. Если стоимость этой силы выше, то и проявляется она зато в более высоком труде и овеществляется поэтому за равные промежутки времени в сравнительно более высоких стоимостях» [Маркс К. и Энгельс Ф. Соч., т. 23, с. 208—209].

Ниже будут рассмотрены две математические модели, в которых предпринята попытка формализации идеи К. Маркса. Простейшая из них, лишь частично реализующая подход Маркса, восходит к работам Р. Гильфердинга и В. К. Дмитриева [2—4]. Более совершенные модели появились лишь недавно [5, 6]. Экономико-математический анализ модели Гильфердинга — Дмитриева был проведен в [4, 7, 8] и особенно в [5]. Что касается более сложных моделей, то их экономико-математический анализ выполнен только при очень специальных предположениях [6].

Трудно надеяться на достижение народнохозяйственного оптимума без использования трудовой теории стоимости. «По уничтожении капиталистического способа производства... определение стоимости остается господствующим в том смысле, что регулирование рабочего времени и распределение общественного труда между различными группами производства, наконец, охватывающая все это бухгалтерия становятся важнее, чем когда бы то ни было» [Маркс К. и Энгельс Ф. Соч., т. 25, ч. II, с. 421].

На наш взгляд, проблема редукции труда относится к числу тех проблем ценообразования, которые могут быть принципиально решены лишь на основе теории стоимости Маркса. Дело здесь не только в осуществлении при социализме принципов распределения по труду, но и в необходимости соизмерять, во что обходится государству подготовка работников высокой квалификации и какова их отдача в народном хозяйстве.

Рассогласование между эффектом использования квалифицированных кадров и затратами на их подготовку указывает на диспропорции в экономике. Оценку же этих диспропорций можно получить лишь благодаря одновременному вычислению как коэффициентов редукции сложного труда к простому, так и «объективно обусловленных оценок» различных видов труда.

В [9] и ряде других работ обсуждается важная проблема — стимулирование предприятий к эффективному использованию трудовых ресурсов. В частности, обосновывается введение таких дополнительных платежей предприятий, которые включают затраты, понесенные обществом на обучение соответствующих работников. Подобные платежи определили бы, например, экономическую нецелесообразность использования инженера на должности неквалифицированного работника. Разработка необходимой для этой цели шкалы платежей, как нетрудно видеть, тесно связана с решением проблемы редукции труда.

2. МОДЕЛЬ ГИЛЬФЕРДИНГА — ДМИТРИЕВА — ОКИШИО

Р. Гильфердинг [2], показывая несостоятельность критики Бем-Баверком теории К. Маркса, формализовал приведенное выше высказывание К. Маркса следующим образом: дополнительная стоимость, которая создается трудом квалифицированного рабочего сверх труда неквалифицированного рабочего, р а в н а стоимости его квалификации, т. е. стоимости продуктов и труда, потребленных в процессе обучения. Другими словами, расходование сложной рабочей силы есть одновременные затраты тех простых форм труда, которые заключаются в ней в концентрированном виде.

Эта формулировка, значительно упрощающая идею К. Маркса, была взята за основу в многочисленных приближенных расчетах коэффициентов редукции (подробный критический обзор см. в [7]). Математически корректная модель одновременного определения стоимостей товаров и коэффициентов редукции квалифицированного труда к простому может быть получена из предложений Р. Гильфердинга [2] и формул для межотраслевого баланса труда В. К. Дмитриева [3].

Опишем, следуя [4, 5], эту модель более подробно. Пусть имеется m предприятий, производящих m различных товаров, и n учебных заведений, выпускающих n типов работников. При этом как изготовление товаров, так и обучение работников осуществляются посредством подходящего использования этих же товаров и работников. Предполагается, что имеется линейная зависимость выпуска товаров и обученных работников от масштаба затрат. Введем обозначения: a_{ij} — количество товара j, идущего на производство единицы товара i, $i, j=1,\ldots, m$; $A=[a_{ij}]$; x_{ir} — количество труда квалификации r (измеряемого в рабочем времени) в производстве единицы товара i, $r=1,\ldots, n$; $i=1,\ldots, m$; $X=[x_{ir}]$; b_{qj} — количество товара j, применяемого для обучения одного работника квалификации q, $B=[b_{qj}]$; y_{qr} — количество труда квалификации r, требуемого для обучения одного работника квалификации q, $Y=[y_{qr}]$; λ_i — трудовая стоимость единицы товара i; μ_q — трудовая стоимость обучения одного работника квалификации q.

Пусть $b_{0j}=0$, $j=1,\ldots, m$, и $y_{0r}=0$, $r=1,\ldots, n$, т. е. труд н у л е в о й квалификации не требует расходов на обучение, и γ_q — коэффициент редукции труда квалификации q к труду нулевой, т. е. отношение стоимости товара, произведенного в единицу времени трудом квалификации q, к стоимости товара, созданного в единицу времени трудом нулевой квалификации; t_q — общее время работы работника квалификации q.

Будем считать, что трудовая стоимость продукта, изготовленного в единицу времени трудом нулевой квалификации, равна 1. Тогда предположение Гильфердинга о стоимости товара, произведенного в единицу времени трудом квалификации k, можно записать

$$\gamma_k=1+\frac{\mu_k}{t_k},\quad k=0,1,\ldots,n, \tag{1}$$

где $\mu_0=0$, $\gamma_0=1$.

Следуя [3], определим стоимости $\{\lambda_i\}$ товаров и стоимости $\{\mu_q\}$ «квалификации» с помощью межотраслевого баланса труда на предприятиях и учебных заведениях. Имеем

$$\mu_q=\sum_{j=1}^{m} b_{qj}\lambda_j+\sum_{r=0}^{n} y_{qr}\gamma_r, \tag{2}$$

$$\lambda_i=\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\lambda_j+\sum_{r=0}^{n} x_{ir}\gamma_r. \tag{3}$$

Подставим в (2), (3) выражение для γ_r из (1)

$$\frac{\mu_q}{t_q}=\sum_{j=1}^{m}\frac{b_{qj}}{t_q}\lambda_j+\sum_{r=1}^{n}\frac{y_{qr}}{t_q}\frac{\mu_r}{t_r}+\sum_{r=1}^{n}\frac{y_{qr}}{t_q}, \tag{4}$$

$$\lambda_i=\sum_{j=1}^{m} a_{ij}\lambda_j+\sum_{r=1}^{n} x_{ir}\frac{\mu_r}{t_r}+\sum_{r=0}^{n} x_{ir}. \tag{5}$$

Положим

$$\tilde{\mu}=\left[\frac{\mu_q}{t_q}\right],\quad \tilde{B}=\left[\frac{b_{qj}}{t_q}\right],\quad Y=\left[\frac{y_{qr}}{t_q}\right],$$

$$\bar{x}=\left[\sum_{r=0}^{n} x_{ir}\right],\quad \bar{y}=\left[\sum_{r=0}^{n}\frac{y_{qr}}{t_q}\right].$$

Предполагая теперь, что матрица $\begin{bmatrix} A & X \\ \tilde{B} & \tilde{Y}\end{bmatrix}$ продуктивна, т.е. $\begin{bmatrix} A & X \\ \tilde{B} & \tilde{Y}\end{bmatrix}^N\to 0$ при $N\to\infty$, получаем решение системы (4) – (5) в виде

$$\begin{bmatrix}\lambda \\ \tilde{\mu}\end{bmatrix}=\left[I-\begin{pmatrix} A & X \\ \tilde{B} & \tilde{Y}\end{pmatrix}\right]^{-1}\begin{bmatrix}\bar{x} \\ \bar{y}\end{bmatrix}. \tag{6}$$

Равенства (1) и (6) одновременно определяют трудовые стоимости товаров $\{\lambda_i\}$ и коэффициенты редукции $\{\gamma_k\}$.

Заметим, что если учебное заведение, готовящее работников квалификации k, именовать «предприятием, выпускающим товар квалификации k», то необходимость использования в модели понятия квалифицированного труда исчезает, и (4) – (6) являются лишь специализацией формул В. К. Дмитриева, вычисляющих трудовые стоимости всех товаров методом межотраслевого баланса труда. Видоизменение (1) – (3) уравнений В. К. Дмитриева (4) – (5) отмечено, быть может впервые в [4].

Изложенная модель Гильфердинга – Дмитриева вызывает ряд существенных возражений. Прежде всего весьма нереалистично предположение В. К. Дмитриева о независимости матриц производственных коэффициентов A, B, X, Y от цен λ, μ. Еще бо́льшие возражения вызывает предположение Гильфердинга (1). Действительно, рассмотрим платы работникам различной квалификации за работы, выполненные в единицу времени.

Положим, следуя К. Марксу, что плата v_q работнику квалификации q состоит из стоимости: средств существования v_0 и обучения μ_q/t_q, т. е.

$$v_q=v_0+\mu_q/t_q, \quad q=0,\ldots, n. \tag{7}$$

При этом будем считать, что $\mu_0=0$, а минимально необходимое потребление в единицу времени как для квалифицированного, так и для неквалифицированного работника одинаково и определяется некоторым набором производимых в обществе товаров $c_1,\ldots, c_m$ стоимостью v_0. Таким образом,

$$v_0=\sum_{k=1}^{m} c_k\lambda_k. \tag{8}$$

Вычислим теперь нормы $\{e_q\}$ прибавочной стоимости, создаваемой работниками разных квалификаций. По К. Марксу

$$1+e_q=\gamma_q/v_q, \quad q=0,\ldots, n. \tag{9}$$

Подставляя в (9) равенства (1) и (7), получаем

$$1+e_q=\left(1+\frac{\mu_q}{t_q}\right)\Big/\left(v_0+\frac{\mu_q}{t_q}\right). \tag{10}$$

Из (10) следует, что норма прибавочной стоимости более квалифицированного работника м е н ь ш е нормы прибавочной стоимости менее квалифицированного работника. Это противоречит одному из основных положений марксистской политической экономии о том, что норма прибавочной стоимости имеет тенденцию быть одинаковой во всех отраслях общественного производства. В рамках рассматриваемой модели единственный выход из данного противоречия состоит [5] в последовательной трактовке квалификаций как товаров, выпускаемых и используемых в системе. С этой точки зрения стоимость образования μ_q/t_q, т. е. часть стоимости v_q квалифицированного труда, можно рассматривать как постоянный капитал, поскольку она не создает стоимости большей, чем сама обладает; стоимость же потребления v_0 можно считать переменным капиталом.

Такой подход, подробно развиваемый в [5], фактически исключает из исследования квалифицированный труд как самостоятельную экономическую категорию и по существу лишает возможности (чтобы не войти в противоречие с К. Марксом) произвести анализ нормы прибавочной стоимости, создаваемой квалифицированным работником. Иначе говоря, в приведенной модели квалифицированного труда просто нет, а есть лишь неквалифицированный, который используется при изготовлении нескольких товаров, среди которых имеется товар «квалификация».

3. МОДЕЛЬ АКЬЮЗА, ЕЕ ОБОБЩЕНИЕ И АНАЛИЗ

Сохраняя на время предположение о независимости производственных матриц от цен, следуя [5, 6], заменим теперь (1) предположениями, точнее отражающими концепцию К. Маркса. Во-первых, будем считать, что стоимость воспроизводства v_q работника квалификации q в единицу времени (1 год) имеет вид (7), т. е.

$$v_q = v_0 + \mu_q / t_q, \tag{11}$$

где

$$v_0 = \sum_{k=1}^{m} c_k \lambda_k. \tag{12}$$

Во-вторых, пусть стоимость продукции, созданной работником квалификации q в единицу времени, равна $(1+e)v_q$, где e — норма прибавочной стоимости (одна и та же для всех $q=0, \ldots, n$).

С учетом второго предположения стоимостной межотраслевой баланс запишется

$$\mu_q = \sum_{j=1}^{m} b_{qj}\lambda_j + (1+e) \sum_{r=0}^{n} y_{q,r} v_r, \tag{13}$$

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}\lambda_j + (1+e) \sum_{r=0}^{n} x_{i,r} v_r. \tag{14}$$

Проанализируем условия совместного решения системы (13)—(14) относительно неизвестных векторов цен λ, μ, v и нормы прибавочной стоимости e. Близкая задача исследовалась ранее лишь для очень частного случая в [6], где предполагалось, что работник может достигнуть квалификации q только за счет траты q единиц времени на самообразование. Эта предпосылка, записанная в [6] с помощью дифференциального уравнения, здесь означает, что матрица Y имеет вид $Y = [y_{qr}]$, где

$$y_{q,r} = \begin{cases} 0, & r \geqslant q, \\ 1, & r < q. \end{cases}$$

При данном предположении, а также при $m=1$ (производится и потребляется один товар) в [6] намечено доказательство существования неотрицательного решения системы, эквивалентной (11)—(14). Однако даже в описываемом специальном случае вопрос о единственности неотрицательного решения системы такого рода оставлен в [6] открытым.

Прежде чем перейти к изложению наших результатов, касающихся системы уравнений (11)—(14), сравним ее с (1)—(3), рассмотренной в предыдущем разделе. Ввиду однородности (11)—(14) относительно переменных v, μ, λ, можно наложить на v_0 нормировочное требование

$$(1+e) v_0 = 1, \tag{15}$$

т. е., как и в разд. 2, считать, что трудовая стоимость продукта, произведенного в единицу времени трудом нулевой квалификации, равна 1.

С учетом (15) уравнения (11), (13), (14) преобразуются

$$\gamma_q = 1 + (1+e) \mu_q / t_q, \tag{16}$$

$$\mu_q = \sum_{j=1}^{m} b_{qj}\lambda_j + \sum_{r=0}^{n} y_{qr}\gamma_r, \tag{17}$$

$$\lambda_i = \sum_{j=1}^{m} a_{ij}\lambda_j + \sum_{r=0}^{n} x_{ir}\gamma_r. \tag{18}$$

Система (16)—(18) совпадает с (1)—(3) лишь в частном случае, при $e=0$, т. е. когда вся продукция полностью расходуется на воспроизводство работников всех квалификаций.

Отметим, что система (16)—(18) выписана уже в [5], однако никаких указаний о ее разрешимости (помимо замечания, что число уравнений здесь совпадает с числом неизвестных) не сделано.

Теорема 1. *Если товарная матрица A продуктивна, то существует неотрицательное число $1+e$, $0<1+e\leqslant\infty$, и неотрицательные векторы λ, μ, v, удовлетворяющие совместно уравнениям* (11)—(14). *Если при этом $1+e<<\infty$, то с необходимостью $v\neq 0$.*

Доказательство. Из продуктивности A вытекает, что определена и неотрицательная матрица $(I-A)^{-1}=I+A^1+A^2+\ldots$, где I — единичная матрица. Поэтому систему уравнений (14) можно записать

$$\lambda=(1+e)(I-A)^{-1}Xv. \tag{19}$$

Положим далее

$$\tilde{\tilde{b}}_{q,j}=\tilde{b}_{q,j}+c_j=\frac{b_{qj}}{t_q}+c_j, \quad \tilde{y}_{qr}=\frac{y_{qr}}{t_q}, \quad \tilde{\tilde{B}}=[\tilde{\tilde{b}}_{qj}], \quad \tilde{Y}=[\tilde{y}_{qr}]. \tag{20}$$

Подставляя (12) и (3) в (11) и учитывая обозначения (20), получаем

$$v=\tilde{\tilde{B}}\lambda+(1+e)\tilde{Y}v. \tag{21}$$

Подставим теперь в (21) выражение для λ из (19)

$$v=(1+e)\tilde{\tilde{B}}(I-A)^{-1}Xv+(1+e)\tilde{Y}v=(1+e)[\tilde{\tilde{B}}(I-A)^{-1}X+\tilde{Y}]v. \tag{22}$$

Таким образом, задача сведена к отысканию неотрицательного собственного вектора v и неотрицательного собственного значения $1/(1+e)$ матрицы $Z=\tilde{\tilde{B}}(I-A)^{-1}X+\tilde{Y}$. Поскольку эта матрица неотрицательна, то существование неотрицательного числа $(1+e)$, $0<1+e\leqslant\infty$, и неотрицательного вектора v, удовлетворяющего системе (22), вытекает из классической теоремы Перрона — Фробениуса. Тогда величину $\rho=1/(1+e)$ можно искать как корень уравнения степени n относительно ρ

$$\det[Z-\rho I]=0.$$

Найдя e и v, удовлетворяющие (22), и полагая далее $\lambda=(1+e)(I-A)^{-1}Xv$ и $\mu=B\lambda+(1+e)Yv$, получаем искомое решение системы (11)—(14). Если при этом $1+e<\infty$, то из (14) и продуктивности матрицы A следует, что для любого решения уравнений (11)—(14) с необходимостью $v\neq 0$. Теорема доказана.

В условиях теоремы 1 норма e прибавочной стоимости находится в интервале $-1<e\leqslant\infty$, однако при естественных предположениях о производственных матрицах величина e заключена в экономически разумном интервале $(0\leqslant e<\infty)$. Укажем эти предположения.

Дополнение 1 (к теореме 1). *Если в условиях теоремы 1 матрица* $\begin{bmatrix} A & X \\ \tilde{\tilde{B}} & \tilde{Y} \end{bmatrix}$ *продуктивна, то для любого e, удовлетворяющего этой теореме, имеем* $e \geqslant 0$.

Доказательство. Если величина e соответствует утверждению теоремы 1 и $e<\infty$, то для неотрицательных векторов λ и $v \neq 0$, удовлетворяющих этой же теореме, справедливы равенства: $\lambda = A\lambda + (1+e)Xv$ и $v = \tilde{\tilde{B}}\lambda + (1+e)\tilde{Y}v$. Отсюда

$$\begin{bmatrix} \lambda \\ v \end{bmatrix} = e\left[I - \begin{pmatrix} A & X \\ \tilde{\tilde{B}} & \tilde{Y} \end{pmatrix}\right]^{-1} \begin{bmatrix} Xv \\ \tilde{Y}v \end{bmatrix}.$$

Учитывая теперь неотрицательность матриц X, $\tilde{Y}$, $\left[I - \begin{pmatrix} A & X \\ \tilde{\tilde{B}} & \tilde{Y} \end{pmatrix}\right]^{-1}$ и неравенства $v \geqslant 0$, $v \neq 0$, получаем $e \geqslant 0$.

Дополнение 2 (к теореме 1). *Если в условиях теоремы 1 все виды труда действительно используются (прямо или косвенно) для воспроизводства работников, то* $e<\infty$.

Доказательство. Равенство $e=\infty$ в силу (22) означает, что вектор $v \neq 0$, удовлетворяющий теореме 1, подчиняется соотношению $[\tilde{\tilde{B}}(I-A)^{-1}X+\tilde{Y}]v=0$, т. е. все виды труда с ненулевой заработной платой совсем не участвуют в воспроизводстве работников. Это противоречит сделанному предположению, следовательно, $e<\infty$.

Наряду с теоремой существования сбалансированных величин (λ, v) и нормы прибавочной стоимости e можно доказать также при экономически естественных предположениях теорему единственности.

Теорема 2. *Пусть в условиях теоремы 1 для производства товаров, минимально необходимых для потребления, используются (прямо или косвенно) работники* в с е х *квалификаций. Тогда существуют и единственны неотрицательные норма прибавочной стоимости* $e<\infty$ *и нормированный вектор* (λ, v), *удовлетворяющие совместно уравнениям* (11)—(14); *при этом* $v>0$.

Доказательство. Докажем сначала, что в условиях теоремы 2 вектор v, соответствующий утверждению теоремы 1, строго положителен. Для этого в силу (11) достаточно $v_0>0$. Допустим противное: $v_0=\sum c_k\lambda_k=0$. Тогда равны нулю цены на товары для минимально требующегося потребления, а согласно (13)—(14) и зарплаты работников тех квалификаций, которые используются (прямо или косвенно) для производства жизненно необходимых товаров. Отсюда и из предположений теоремы 2 следует, что $v=0$. Это противоречит утверждению теоремы 1 о том, что $v \neq 0$, если $1+e<\infty$. Итак, $v_0>0$. Допустим теперь, что возможны две различные нормы прибавочной стоимости $e'<e''<\infty$ и соответственно два вектора (λ', v') и (λ'', v''), удовлетворяющие одновременно уравнениям (11)—(14). Имеем

$$v'=(1+e')Zv', \quad v''=(1+e'')Zv'', \tag{23}$$

где $Z=[\tilde{B}(I-A)^{-1}X+\tilde{Y}]$. Пусть индекс i таков, что

$$v_i''/v_i' = \min_k v_k''/v_k'. \tag{24}$$

Через z_i обозначим i-ю строку матрицы Z. Из (23), (24) и неравенства $e'<e''$ следует: $1=(1+e')z_i(v'/v_i')<(1+e'')z_i(v''/v_i'')=1$. Получается противоречие. Значит, $e'=e''$. Покажем теперь, что векторы (λ', v') и (λ'', v'')

пропорциональны. Для этого в силу (19) достаточно доказать, что векторы зарплат v' и v'' пропорциональны. Допустим противное

$$\frac{v_i''}{v_i'}=\min_k \frac{v_k''}{v_k'}<\max_k \frac{v_k''}{v_k'}=\frac{v_j''}{v_j'}. \tag{25}$$

Из (23) и (25) $z_i(v'/v_i')=z_i(v''/v_i'')$ и $(v_j'/v_i')<(v_j''/v_i'')$. Из этих соотношений вытекает, что труд квалификации j не используется для воспроизводства труда квалификации i, но это противоречит условию теоремы 2. Тем самым теорема 2 доказана.

Основные результаты этого раздела справедливы и в предположении экономически разумной зависимости производственных матриц от цен.

4. СРАВНЕНИЕ МОДЕЛЕЙ РЕДУКЦИИ ТРУДА НА ЧИСЛЕННОМ ПРИМЕРЕ А. А. КОНЮСА

А. А. Конюс [8] предложил следующий условный пример для иллюстрации расчетов коэффициентов редукции квалифицированного труда к простому.

Пусть простой труд соответствует пятилетнему образованию. Допустим далее, что подготовка рабочего продолжается 3 года под руководством техника, а подготовка техника — 3 года в восьмилетней школе под руководством окончившего педагогическое училище и 4 года в техникуме под руководством инженера или преподавателя с высшим образованием. Подготовка инженера (или преподавателя) продолжается в средней школе 5 лет под руководством преподавателя и в высшей школе 5 лет под руководством доцента. Подготовка доцента проводится так же, как и инженера, и, кроме того, в аспирантуре 3 года под руководством доцента. Каждый из перечисленных преподавателей, за исключением руководителя аспирантуры, имеет 20 учеников, а доцент — 5 аспирантов. При обучении рабочего тратится материалов на 100 руб., техника — 150 руб., работника без специального образования (окончившего 10 классов) — 150 руб., инженера (или преподавателя) — 150+250 руб., доцента — 150+250+250 руб. Предполагается, что продолжительность работы после окончания учебы работников всех квалификаций — 25 лет.

Пусть, наконец, известны прямые расходы на производство продукции на 1000 руб. Требуется: материалов — на 500 руб., простого труда — 0,075 человеко-года, труда рабочего — 0,1 человеко-года, труда техника — 0,025 человеко-года, труда окончившего среднюю школу — 0,015 человеко-года, труда инженера — 0,01 человеко-года.

Итак, в рассматриваемой модели $m=1$, $n=6$. Кроме того, приведенные данные позволяют полностью восстановить затратные матрицы. Имеем: $A=0{,}5$, $X=(0{,}075;\ 0{,}1;\ 0{,}025;\ 0{,}015;\ 0{,}01;\ 0)$, $B'=(0;\ 0{,}004;\ 0{,}006;\ 0{,}006;\ 0{,}016;\ 0{,}024)$ *,

$$\tilde{Y}=\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}12 & 0 & 0{,}006 & 0 & 0 & 0 \\ 0{,}12 & 0{,}16 & 0 & 0 & 0{,}008 & 0 \\ 0{,}12 & 0 & 0 & 0 & 0{,}01 & 0 \\ 0{,}2 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0{,}01 & 0{,}1 \\ 0{,}2 & 0 & 0 & 0{,}2 & 0{,}13 & 0{,}034 \end{bmatrix}.$$

Используя эти затратные матрицы в модели Гильфердинга — Дмитриева — Окишио, получаем по формулам (6) вслед за А. А. Конюсом: $\lambda=0{,}503$,

* Штрих — знак транспонирования.

$\mu/25=(0;\ 0,13;\ 0,31;\ 0,31;\ 0,22;\ 0,48;\ 0,071)$. Подставляя эти числа в (1), А. А. Конюс получил для рассматриваемого примера $\gamma_0=1$, $\gamma_1=1,13$, $\gamma_2==1,31$, $\gamma_3=1,22$, $\gamma_4=1,48$, $\gamma_5=1,71$. Далее А. А. Конюс замечает: «Полученные коэффициенты редукции показывают сравнительно небольшой разрыв между максимальным и минимальным их значениями, не соответствующий обычным представлениям о различиях в заработной плате по квалификации. Это связано, по-видимому, с тем, что, во-первых, в приведенных коэффициентах редукции не учтены повышенные затраты труда в первые годы труда квалифицированного работника и, во-вторых, (с прогрессом техники) в развивающемся народном хозяйстве заработная плата содержит стимулы к повышению квалификации, а не только возмещает затраты» [8, с. 933].

Нам кажется, что нереалистичность полученных А. А. Конюсом коэффициентов редукции имеет существенно другое объяснение.

Именно согласно модели разд. 2, найденный для примера А. А. Конюса вектор коэффициентов редукции $\gamma=(\gamma_0,\dots,\gamma_5)$ указывает не на пропорции в зарплатах $v=(v_0,\dots,v_5)$ работников разных квалификаций, а только на пропорции в с т о и м о с т я х, создаваемых в единицу времени соответствующими работниками. Напомним, что вектора γ и v в модели разд. 2 пропорциональны лишь в частном случае, когда норма e прибавочной стоимости, создаваемой простым трудом, равна нулю.

Чтобы найти вектор v в рамках модели разд. 2, нужно знать стоимость минимально необходимого потребления $v_0=c\lambda$. Пополним поэтому пример А. А. Конюса предположением, что для жизнедеятельности одного работника в течение года требуется продукции на 500 руб., т. е. положим $c=0,5$. Тогда, согласно (7),

$$v_0=c\lambda=0,5\times0,503=0,25 \text{ человеко-года}=500 \text{ руб./год},$$

$$v_1=v_0+\frac{\mu_1}{25}=0,25+0,13=0,38 \quad \text{»} \quad =760 \quad \text{»},$$

$$v_2=v_0+\frac{\mu_2}{25}=0,25+0,31=0,56 \quad \text{»} \quad =1120 \quad \text{»},$$

$$v_3=v_0+\frac{\mu_3}{25}=0,25+0,22=0,47 \quad \text{»} \quad =940 \quad \text{»},$$

$$v_4=v_0+\frac{\mu_4}{25}=0,25+0,48=0,73 \quad \text{»} \quad =1460 \quad \text{»},$$

$$v_5=v_0+\frac{\mu_5}{25}=0,25+0,71=0,96 \quad \text{»} \quad =1920 \quad \text{»}.$$

Хотя эти вычисления и дают больший разброс зарплат $(v_0,\dots,v_5)$ по квалификациям, чем указанный А. А. Конюсом, он все еще очень незначителен, а полученная величина e нормы прибавочной стоимости сильно завышена. Наибольшие же возражения вызывает, конечно, резкая непропорциональность между векторами γ и v.

Мы полагаем, что перечисленные недостатки связаны не столько с большой приблизительностью примера А. А. Конюса, сколько со свойствами использованной в примере модели Гильфердинга — Дмитриева — Окишио. Для доказательства этого покажем, что расчет того же примера А. А. Конюса с помощью модели разд. 3 приводит к значительно более естественным численным результатам.

В обозначениях разд. 3 $A=0,5$, $c=0,5$, $(I-A)^{-1}=2$, $\tilde{\tilde{B}}=\tilde{B}+0,5$. Учитывая эти соотношения в (22), получаем систему уравнений для определения вектора зарплат: $v=(1+e)Zv$, где $Z=2\tilde{B}X+X+\tilde{Y}$. Подставим теперь в выражение для матрицы Z значения X, $\tilde{Y}$ и $\tilde{B}$

$$Z = \begin{bmatrix} 0{,}08 & 0{,}1 & 0{,}03 & 0{,}02 & 0{,}01 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}04 & 0{,}02 & 0{,}01 & 0 \\ 0{,}2 & 1{,}26 & 0{,}03 & 0{,}02 & 0{,}02 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}1 & 0{,}03 & 0{,}02 & 0{,}02 & 0 \\ 0{,}28 & 0{,}1 & 0{,}03 & 0{,}22 & 0{,}02 & 0{,}01 \\ 0{,}28 & 0{,}1 & 0{,}03 & 0{,}22 & 0{,}14 & 0{,}034 \end{bmatrix}.$$

Матрица Z имеет единственное положительное собственное значение: $\rho\approx0{,}3$. Отсюда $1+e=1/\rho\approx3{,}3$, т. е. $e\approx2{,}3$. Положительные собственные вектора Z оказались пропорциональными вектору (1; 1,4; 2,3; 1,5; 3; 4,8). Поскольку, с одной стороны, согласно модели разд. 3, вектор зарплат v пропорционален вектору коэффициентов редукции γ, а с другой — первая координата указанного собственного вектора равна 1, в соответствии с разд. 2, 3 его нужно считать как раз равным γ. Вектор v имеет вид $v=(1/(1+e))\gamma\approx0{,}3\gamma$. Ему соответствуют ставки зарплаты

$v_0=0{,}3$ человеко-года$=500$ руб./год,
$v_1=0{,}42$ » $=700$ » ,
$v_2=0{,}69$ » $=1150$ » ,
$v_3=0{,}45$ » $=750$ » ,
$v_4=0{,}9$ » $=1500$ » ,
$v_5=1{,}44$ » $=2400$ » .

Получение на основании модели разд. 3 более развернутых и более экономически обоснованных численных коэффициентов редукции различных видов труда требует, на наш взгляд, рассмотрения значительно более содержательных примеров, чем достаточно условный пример А. А. Конюса.

В заключение автор приносит глубокую благодарность С. Р. Кириллову и Ю. В. Овсиенко за полезные обсуждения темы настоящей работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бем-Баверк Е.* Теория Карла Маркса. СПб., 1897.
2. *Гильфердинг Р.* Бем-Баверк как критик Маркса. М.: Московский рабочий, 1923.
3. *Дмитриев В. К.* Экономические очерки. М., 1904.
4. *Okishio N.* A Mathematical Note on Marxian Theorems.— Weltwirtschaftliches Archiv, 1963, B. 91, № 2.
5. *Akyüz V.* Heterogeneous Labor and Labor Theory of Value.— In: Memorandum from Institute of Economics, Oslo, 1976.
6. *Chaillou J.* Une théorie mathématique de la valeur — travail. C. R. Acad. Sci., 1976, v. 283, № 1.
7. *Гомберг Я. И.* Квалифицированный труд и методы его измерения. М.: Экономика, 1972.
8. *Конюс А. А.* Редукция труда методом межотраслевого баланса.— Экономика и матем. методы, 1971, т. VII, вып. 6.
9. *Волконский В. А., Павлов Н. В., Ткач В. Б.* Об эффективности трудовых ресурсов и платежах за их использование.— Экономика и матем. методы, 1978, т. XIV, вып. 1.

Поступила в редакцию
10 IV 1978