

ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА

К ПРОБЛЕМЕ ПОЛНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ МОДЕЛИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ГРАНИЦ ПРОИЗВОДСТВА

Матеров И. С.

(Москва)

Нерешенность задачи о получении достоверных оценок максимальных производственных возможностей предприятия, отрасли или всего народного хозяйства является серьезным препятствием для построения соответствующих экономических моделей. Большинство процедур оценивания параметров производственных функций основано на фактических данных о выпуске и затратах, что в сочетании со стандартным способом минимизации суммы квадратов отклонений превращает модель в инструмент описания истории экономического развития. Значение таким образом специфицированной и идентифицированной модели, применяющейся для прогноза, ограничивается, так как с ее помощью нельзя получить информацию о потенциале экономического роста и факторах, вызывающих недоиспользование этого потенциала.

Анализ деятельности предприятий и отраслей также будет малоэффективен, если отсутствуют оценки действительных возможностей, отличающихся от нормативной мощности учетом не только производительности имеющегося оборудования, но и состояния прочих элементов технологической структуры — рабочей силы, сырья, материалов, и особенно качества управления.

Эти трудности были, на наш взгляд, частично преодолены с появлением моделей стохастических границ производства [1, 2].

1. МОДЕЛЬ СТОХАСТИЧЕСКИХ ГРАНИЦ ПРОИЗВОДСТВА

Производственные взаимосвязи в модели стохастических границ специфицируются в виде

$$P[Y_t] = P[f(X_t, \Theta)] + v_t - u_t, \quad (1)$$

где Y_t — фактический объем выпуска на производственном участке (предприятии) t или в году t ; $f(X_t, \Theta)$ — детерминированная часть максимальных производственных возможностей (потенциала), определяемая вектором затрат факторов производства X_t и вектором структурных параметров Θ ; v_t — стохастическая часть максимальных производственных возможностей, обусловленная внешним воздействием (например, погодными условиями), различиями в качестве ресурсов и прочими факторами, выходящими из сферы контроля системы управления данным производством (сюда же относятся ошибки измерения, которые, как можно полагать, составляют достаточно малую долю); $P[\cdot]$ — оператор преобразования исходных данных, определяемый «техническими» условиями идентификации и соответствующий разновидностям спецификации поведения стохастического отклонения $\varepsilon_t = v_t - u_t$; обычно применяются преобразования: $P[Y_t] \equiv Y_t$ — аддитивное отклонение, когда

$$Y_t = f(X_t, \Theta) + \varepsilon_t, \quad (2)$$

$P[Y_t] \equiv \log Y_t$ — мультипликативное отклонение, например,

$$Y_t = f(X_t, \Theta) \exp(\varepsilon_t), \quad (3)$$

$P[Y_t] \equiv d \ln Y_t / dt$, если t — идентификатор времени — «накопленное» отклонение или переход к темпам прироста, т. е.

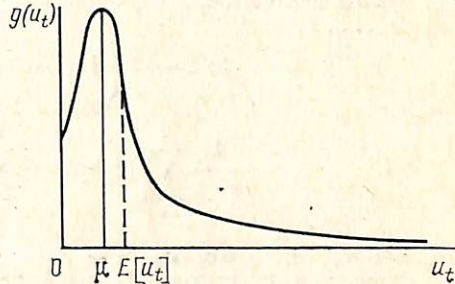
$$Y_t = f(X_t, \Theta) \exp \left(\int_{-\infty}^t \varepsilon_\tau d\tau \right), \quad (4)$$

$0 \leq u_t$ — случайная величина, отражающая отклонения «вниз» от производственного потенциала, в абсолютных единицах для (2), в относительных для (3) и в терминах скорости производства (экономического роста) для (4).

Таким образом, для (3), например, $\exp(u_t) = f(X_t, \theta) \cdot \exp(v_t) / Y_t$ (приблизительно $1 + u_t$, если u_t близка к нулю) — показатель технологической эффективности производства или коэффициент использования производственного потенциала в единицах фактического выпуска; $1 - u_t$ — коэффициент недоиспользования в долях самого потенциала, соответствующий данным затратам X_t , технологии θ и объективным обстоятельствам $\exp(v_t)$.

По существу $f(X_t, \theta) + v_t$ для (2), $f(X_t, \theta) \exp(v_t)$ для (3) и $f(X_t, \theta) \exp\left(\int_{-\infty}^t v_\tau d\tau\right)$

для (4) — производственные функции, выражающие максимум выпуска при фиксированных затратах и в данной ситуации. Геометрически они представляют собой «ломаные поверхности», причем их детерминированная и «гладкая» часть $f(X_t, \theta)$ обладает всеми свойствами, характеризующими обычно производственную функцию (положительность первых частных производных по всем переменным, квазивогнутость и т. д.). Выбор конкретного аналитического вида $f(X_t, \theta)$ определяется предположениями экономического исследования, его целями и задачами [3]. В частности, можно использовать функцию Кобба — Дугласа, однородные функции с постоянной эластичностью замещения (см., например, [4]) или другие специфические виды зависимостей [5]. Преобразование $P[\cdot]$ вызвано «техническими» условиями спецификации и идентификации модели. Рекомендации по выбору конкретной аналитической зависимости $f(X_t, \theta)$ и преобразования $P[\cdot]$ не входят в нашу задачу, поэтому в дальнейшем будем считать, что такой выбор сделан.



Исследуем подробнее проблему поведения отклонений v_t и u_t . Первый показатель представляет собой суммарное воздействие «внешних сил» на процесс производства, и логично рассматривать его как нормально распределенную случайную величину, что связано с положениями центральной предельной теоремы теории вероятностей. Это, однако, не исключает проверки других законов распределения v_t . Распределение u_t также может быть аппроксимировано различными законами (усеченное в нуле нормальное, показательное, гамма-распределение и т. п.). Наилучшая спецификация определяется в результате проверки выдвигаемых гипотез, например, с помощью отношения правдоподобия. С точки зрения идентификации модели (1), выбор тех или иных законов распределения вероятностей случайных величин v_t и u_t в качестве очередной гипотезы изменит лишь вид приводимых ниже уравнений, но не суть дела.

Некоторые гипотезы о поведении v_t и u_t могут быть тем не менее предложены как наиболее вероятные. В дальнейшем, следуя [1, 2], для упрощения примем следующие допущения, имея в виду возможность их изменения и обобщения:

1) v_t аппроксимируются нормальным распределением с нулевым средним и дисперсией $\sigma_v^2 = \text{const} < \infty$, $t = 1, \dots, T$;

2) u_t подчинены усеченному в нуле ($u_t \geq 0$) нормальному распределению, причем характеристиками исходного — «неусеченного» — являются среднее μ (в [1, 2] заранее полагалось, что $\mu = 0$) и дисперсия $\sigma_u^2 = \text{const} < \infty$, $t = 1, \dots, T$;

3) $\text{cov}(v_t, v_\tau) = \text{cov}(u_t, u_\tau) = \text{cov}(v_t, u_\tau) = 0$, $\tau, t = 1, \dots, T$, $\tau \neq t$.

Плотность распределения вероятностей u_t имеет вид (см. рисунок)

$$g(u_t) = \frac{g^*((u_t - \mu)/\sigma_u)}{\sigma_u[1 - G^*(-v)]}.$$

Здесь и далее $g^*(\cdot)$ и $G^*(\cdot)$ — соответственно функции плотности и распределения стандартизованной нормально распределенной случайной величины; $v = \mu/\sigma_u$. Легко проверить, что

$$\int_0^{\infty} g(u_t) du_t = 1.$$

Гипотеза об усеченном в нуле нормальном распределении (см. рисунок) достаточно хорошо аппроксимирует все варианты поведения u_i ; ее отклонение представляется наименее вероятным. Таким образом, она должна быть верифицирована, вообще говоря, в первую очередь.

Основные показатели — математическое ожидание $E[\cdot]$ и дисперсия $\text{var}[\cdot]$ определяются обычным путем: $E[u_i] = \mu + \sigma_u H_v = -E[v_i - u_i]$, $\text{var}[u_i] = \sigma_u^2(1 - \nu H_v - H_v^2)$ и $\text{var}[e_i] = \sigma_v^2 + \text{var}[u_i]$, где $H_v = g^*(\nu) / (1 - G^*(-\nu))$. В частности, если $\mu = 0$, как ранее предполагалось в [1, 2], то $\nu = 0$, $H_v = \sqrt{2/\pi}$ и соответственно

$$E[u] = \sigma_u \sqrt{2/\pi} \approx 0,7979 \sigma_u, \quad (5)$$

$$\text{var}[u] = \sigma_u^2 \frac{\pi-2}{\pi} \approx 0,3634 \sigma_u^2. \quad (6)$$

Мода или наиболее вероятный вариант недоиспользования производственного потенциала характеризуется в общем случае величинами $u_i = 0$, если $\mu \leq 0$ и $u_i = \mu$, если $\mu > 0$. Следовательно, если в первом случае отсутствует систематическое недоиспользование производственных возможностей, так как скорее всего они будут действовать полностью, то это имеет место во втором.

Построение функций распределения и плотности для общего отклонения $e_i = v_i - u_i$ представляет собой обычную процедуру определения данных показателей для сумм независимых случайных величин. Логарифм функции правдоподобия для e_i , $i = 1, \dots, T$,

$$\begin{aligned} \ln L = & -T \left\{ \ln[1 - G^*(-\nu)] + \frac{1}{2} \ln 2\pi + \ln \sigma_s \right\} - \\ & - \frac{1}{2\sigma_s^2} \sum_{i=1}^T (e_i + \mu)^2 + \sum_{i=1}^T \ln \left[1 - G^* \left(\frac{e_i \lambda}{\sigma_s} - \frac{\mu}{\lambda \sigma_s} \right) \right], \end{aligned}$$

где $\sigma_s^2 = \sigma_u^2 + \sigma_v^2$; $\lambda = \sigma_u / \sigma_v$.

Структурные (вектор θ) и распределительные (μ , σ_u^2 , σ_v^2) параметры модели (1) могут быть получены, таким образом, в результате решения системы, составленной из уравнений правдоподобия

$$\frac{\partial \ln L}{\partial \beta} = 0, \quad (7)$$

где (и далее) $\beta = (\theta, \mu, \sigma_u^2, \sigma_v^2)$, например, численными методами, как в [1, 2]. Важным достоинством метода максимального правдоподобия, если сравнивать его с другими, основанными на решении задач математического программирования, является возможность вычисления стандартных ошибок и «асимптотических» t -статистик для оценок структурных и распределительных параметров, поскольку в этом случае матрица

$$\left[-\frac{\partial^2 \ln L}{\partial \beta \partial \beta^T} \right]^{-1},$$

исчисленная в точке сходимости алгоритма оценивания параметров, представляет собой «асимптотическую» ковариационную матрицу для элементов вектора β .

Модель стохастических границ производства имеет большое практическое значение для экономического анализа, особенно для прогнозных разработок. Однако выводы, сделанные на основе ее реализации, ограничены (с точки зрения роста трудоемкости реализации алгоритмов оценивания — даже «нерентабельны»), если общие стохастические отклонения $e_i = v_i - u_i = P[Y_i] - P[f(X_i, \theta)]$ (см. (1)), определенные вследствие решения системы (7) на первом этапе идентификации, не удастся разделить на составляющие v_i и u_i , экономическое содержание которых в корне различно.

К сожалению, в [1, 2] такого разделения проведение не было. В [2], например, описаны очень интересные результаты, полученные на базе использования трехфакторной производственной функции Кобба — Дугласа в модификации (3) и при априорном предположении, что $\mu = 0$ для анализа технологического потенциала и его использования в электроэнергетике США. Однако авторы [2] не смогли оценить структуру отклонения e_i для всякого i (в данном случае — предприятия). Они поневоле ограничились показателями $E[u]$ и $\text{var}[u]$ из (5), (6) и закончили статью следующими словами: «Было бы желательно получить оценки масштабов и цены технической неэффективности для каждого предприятия. В настоящее время мы не представляем себе, как можно решить эту проблему» [2, с. 366].

Далее предложен метод установления наиболее вероятной структуры всякого отклонения $\varepsilon_t = v_t - u_t$, что позволит, как отмечалось выше, сопоставить уровень использования потенциала предприятия, отрасли или всей производственной сферы с показателями управления производством, повышения качества ресурсов или его снижения, погодных условий и т. п.

2. ПОЛУЧЕНИЕ ОЦЕНОК ИНТЕНСИВНОСТИ ВНЕШНЕГО ВОЗДЕЙСТВИЯ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЭФФЕКТИВНОСТИ ПРОИЗВОДСТВА

Решение задачи разделения общего отклонения $\varepsilon_t = v_t - u_t$, оцененного на первом этапе идентификации, может быть осуществлено путем поиска наиболее вероятной структуры этого показателя. Функция плотности совместного распределения v_t и u_t имеет вид

$$D(v_t, u_t) = \frac{g^* \left(\frac{v_t}{\sigma_v} \right) g^* \left(\frac{u_t - \mu}{\sigma_u} \right)}{\sigma_u \sigma_v \left[1 - G^* \left(\frac{-\mu}{\sigma_u} \right) \right]},$$

т. е. нахождение v_t и u_t — следствие решения задачи

$$\min_{v_t, u_t} \left[S^2 = \frac{v_t^2}{\sigma_v^2} + \frac{(u_t - \mu)^2}{\sigma_u^2} \right]$$

при ограничениях $v_t - u_t = \varepsilon_t$, $u_t \geq 0$.

Таким образом *,

$$[\hat{v}_t, \hat{u}_t] = \begin{cases} [\hat{\varepsilon}_t, 0], & \text{если } \hat{\varepsilon}_t > \hat{\mu} \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_u^2}, \\ \left[\frac{\hat{\varepsilon}_t + \hat{\mu}}{\hat{\sigma}_v^2 + \hat{\sigma}_u^2} \hat{\sigma}_v^2, \hat{\mu} - \frac{\hat{\varepsilon}_t + \hat{\mu}}{\hat{\sigma}_v^2 + \hat{\sigma}_u^2} \hat{\sigma}_u^2 \right], & \text{если } \hat{\varepsilon}_t \leq \hat{\mu} \frac{\hat{\sigma}_v^2}{\hat{\sigma}_u^2} \end{cases} \quad (8)$$

Понятно, что когда ε_t достаточно велико ($\varepsilon_t > \mu(\sigma_v^2/\sigma_u^2)$), то эллипс S^2 будет касаться прямой $v_t = \varepsilon_t + u_t$ в отрицательной области оси u_t , где случайная величина u_t не определена. Тогда решение задачи достигается при $u_t = 0$. Это имеет вполне конкретное экономическое объяснение: маловероятно, чтобы значительный скачок в производстве продукции «вверх» от детерминированной части потенциала, зависящей от затрат ресурсов, мог произойти при технологически неэффективном функционировании предприятия, отрасли и т. п. В [2], например, кроме всего прочего исследовался технологический потенциал 111 частных электростанций, построенных за период 1947—1965 гг. Спецификация и первый этап идентификации привели к следующим результатам: $\ln Y_t = -12,8077 + 0,1675 \ln x_{1,t} + 0,1179 \ln x_{2,t} + 0,9649 \ln x_{3,t} + \varepsilon_t$; $\mu = 0$; $\hat{\sigma}_u^2 = 0,03897$; $\hat{\sigma}_v^2 = 0,002024$; где Y_t — производство электроэнергии на электростанции t , квт-час; $x_{1,t}$ — капитальные ресурсы в фактических ценах предприятия; $x_{2,t}$ — фактическая занятость, человеко-часы; $x_{3,t}$ — фактические затраты топлива, единицы условного топлива. Согласно (5), средний уровень недоиспользования производственных возможностей $E[u] = 0,1575$, или почти 16% средней выработки электроэнергии (14,6% самого потенциала), что, если учесть уровень цен на соответствующие ресурсы, означает завышение себестоимости продукции благодаря технологической неэффективности в среднем на 12,6%. Последняя величина составляет «цену» недоиспользования.

Определение технологической эффективности производства на каждой электростанции в отдельности в соответствии с (8) осуществляется следующим образом: если ε_t в приведенном выше уравнении положительно, то мощности на электростанции t используются полностью при благоприятном стечении обстоятельств, обусловленных внешним воздействием, причем вклад последнего в производство электроэнергии составит примерно ε_t 100%; в противном случае $v_t = 0,0494 \varepsilon_t \leq 0$ и $u_t = -0,9506 \varepsilon_t \geq 0$. При этом могут быть определены вероятные интервалы для полученных оценок элементов общего отклонения.

* Знаком $\wedge$ помечаются оценки соответствующих величин.

Хотя весь процесс реализации модели стохастических границ производственных возможностей достаточно сложен и трудоемок, описанный подход открывает перспективы для повышения обоснованности экономического анализа и прогнозов и может способствовать увеличению степени их надежности. Получение объективных оценок резервов в любой сфере приложения общественного труда облегчает задачу сравнения интенсивности и целенаправленности действий предприятий, выпускающих сопоставимую продукцию.

ЛИТЕРАТУРА

1. Aigner, D. J., Lovell C. A. K., Schmidt P. J. Formulation and Estimation of Stochastic Frontier Production Function Models.— J. Econometrics, 1977, v. 6, № 1.
2. Schmidt P. J., Lovell C. A. K. Estimating Technical and Allocative Inefficiency Relative to Stochastic Production and Cost Frontiers.— J. Econometrics, 1979, v. 9, № 3.
3. Клейнер Г. Б. Область определения производственной функции.— Экономика и матем. методы, 1978, т. XIV, вып. 5.
4. Браун М. Теория и измерение технического прогресса. М.: Статистика, 1971.
5. Клейнер Г. Б., Сирота Б. Н. Об одном классе производственных функций.— Экономика и матем. методы, 1976, т. XII, вып. 1.

Поступила в редакцию
6 XI 1979

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ ОБОБЩЕННОЙ ОЦЕНКИ ПОТРЕБИТЕЛЬНОЙ СТОИМОСТИ ОСНОВНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ФОНДОВ (на примере авиатранспортных предприятий)

Голубев И. С., Вубнов А. А.

(Москва)

Как и другие продукты труда, машины, оборудование, сооружения и прочие составляющие основных производственных фондов (ОПФ) имеют потребительную стоимость. Ее анализ дает возможность исследовать взаимодействие и взаимосвязь отдельных элементов, найти пути формирования оптимальной структуры и состава фондов. Изучение и оценка потребительной стоимости ОПФ направлены в конечном счете на повышение эффективности производства.

В этом аспекте одна из главных проблем состоит в разработке системы показателей, выражающих общественную полезность ОПФ, их единичную и совокупную потребительную стоимость. Главная трудность разработки такой системы обусловливается ускоренным развитием науки и техники [1, с. 8]; следовательно, искомые характеристики должны быть чувствительны к научно-техническим сдвигам. Поэтому представляется целесообразным оценивать единичную потребительную стоимость элемента ОПФ обобщающим показателем технического уровня данного элемента, а совокупную потребительную стоимость ОПФ — обобщающим показателем технического уровня производства.

Актуальность проблемы оценки технического уровня чрезвычайно велика, и необходимость ее решения отражена в важнейших партийных документах. Вопросы комплексной оценки развития производства, в частности его технического уровня, занимаются научные организации стран — членов СЭВ. Главным разработчиком является Министерство науки и техники ГДР. В СССР эти исследования возглавляет Институт социально-экономических проблем АН СССР. Общее количество методик оценки технического уровня производства в различных отраслях — более 50 [2, с. 49], предложено свыше 600 показателей оценки [3, с. 6], однако в транспортных отраслях еще не создано ни одной приемлемой методики.

Цель данной заметки — изложение одного из подходов к обобщенной оценке потребительной стоимости ОПФ эксплуатационных предприятий гражданской авиации.

Под техническим уровнем элемента ОПФ понимается степень соответствия рассматриваемого элемента определенному эталону. В нем сконцентрированы последние достижения научно-технического прогресса, соответствие требованиям которого — основное свойство любого элемента ОПФ. В этом свойстве отражены технические, технологические, а также экономические, социальные и экологические характеристики рассматриваемого продукта труда. Чем выше технический уровень машин, оборудования, сооружений, тем выше их производительность, экономичность, надежность, долговечность, тем проще и безотказнее они в эксплуатации, тем лучше при-