ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОЦЕНКИ КАЧЕСТВА РАБОТЫ ПРОМЫШЛЕННЫХ ПРЕДПРИЯТИЙ

Ломовацкий Г. И., Кишко В. А., Ломовацкий Е. Г.

(Астрахань)

Критерием качества работы промышленных предприятий является выполнение плана по основным технико-экономическим параметрам. В заметке предлагается метод количественной оценки их работы исходя из любого набора показателей, описывающих производственно-хозяйственную деятельность.

Рассматривается m предприятий, которые характеризуются n показателями (признаками) $x_1, \ldots, x_n$ за N промежутков времени, т. е. информационный массив $\{x_{ijk}\}$, где x_{ijk} — фактическое значение j-го показателя за промежуток времени k для предприятия (объекта) i. Аналогично определяется массив $\{\overset{\text{п}}{x}_{ijk}\}$, где $\{\overset{\text{п}}{x}_{ijk}\}$ — плановое значение j-го показателя за промежуток времени k для предприятия i.

Каждому предприятию ставятся в соответствие два вектора его положений в многомерном пространстве

$$\alpha_i=(x_{ijk}),\qquad \alpha_i{}^{\text{п}}=(\overset{\text{п}}{x}_{ijk}),\qquad j=1,\ldots,n,\qquad k=1,\ldots,N.$$

Алгоритм таксономии в пространстве фактических и плановых значений позволяет разбить множество объектов на таксоны и при этом получить два, вообще говоря, различных разбиения [1].

Объекты, находящиеся в таксоне любого разбиения, имеют близкие характеристики функционирования, средние показатели таксона являются его референтным показателем. Поэтому, имея определенную композицию таксонов, можно любой вновь изучаемый объект отнести к тому или иному таксону: достаточно найти совокупность расстояний от него до центра каждого таксона и наименьшее из них определит принадлежность объекта к такому таксону.

После таксономии объектов в пространстве фактических и плановых значений устанавливается сопряженность между таксонами двух разбиений, т. е. соответствие между таксонами первого и второго разбиения. Сопряженность таксонов двух разбиений легко интерпретируется экономически. Так, если два таксона первого и второго разбиения сопряжены, то имеется соответствие между их плановыми и фактическими показателями, т. е. объекты второго разбиения наиболее близки к уровню выполнения плановых заданий тех, которые находятся в таксоне первого. Значимость связи между сопряженными таксонами можно оценить с помощью коэффициента Чуприна.

Пусть имеются два разбиения промышленных предприятий на таксоны: первое — по плановым значениям $\pi_1, \ldots, \pi_\xi, \ldots$, второе — по фактическим $\varphi_1, \ldots, \varphi_\eta, \ldots$, причем таксоны занумерованы так, что у представителя их с меньшим номером меньший резерв выпуска продукции, и наоборот. Тогда возможны три варианта: 1) $a_i\in\pi_\xi$, $a_i\in\varphi_\eta$ и при этом $\xi=\eta$, т. е. качество работы предприятия на среднем уровне; 2) $a_i\in\pi_\xi$, $a_i\in\varphi_\eta$ и $\xi<\eta$ — на низком уровне; 3) $a_i\in\pi_\xi$, $a_i\in\varphi_\eta$ и $\xi>\eta$ — на высоком уровне.

Таким образом, если объект принадлежит таксону первого разбиения с таким же номером, как у содержащего его таксона второго, то предприятие работает нормально. Несовпадение номеров таксонов двух разбиений говорит о высоком или же низком качестве работы, и здесь существенно, сколько единиц «перешагнул» изучаемый объект при переходе от одного разбиения к другому.

Рассмотрим многомерный анализ технико-экономических показателей представителя таксона (промышленное предприятие). Пусть $[0, T]$ — промежуток времени, который точками t_k, $k=0, \ldots, N$, разбит на N равных отрезков, и x_{jk} — значение j-го показателя за период k. Для оценки имеющихся резервов необходимо учитывать динамику каждого показателя и взаимосвязь между ними. Задача значительно упрощается, если с помощью факторного анализа (метода главных компонент) перейти к ортогональным факторам $F_1, \ldots, F_n$, которые описывают внутренние явления, лежащие в основе любого экономического процесса, и определяют значения исходного множества признаков [2, 3]. Предположим, что признак x_j линейно связан с факторами, тогда

$$x_j=\gamma_{j1}F_1+\ldots+\gamma_{jn}F_n+\bar{x}_j, \tag{1}$$

где $\bar{x}_j$ — среднее значение j-го признака; $\gamma_{jp}=\sigma_j a_{jp}$; σ_j — среднеквадратическое отклонение; a_{jp} — факторная нагрузка. Уравнение связи факторов с признаками

$$F_p=\sum_{j=1}^{n}\alpha_{jp}(x_j-\bar{x}_j),$$

где $\alpha_{jp}=a_{jp}/(\lambda_p\sigma_j)$, λ_p—p—е — собственное значение матрицы парных коэффициентов корреляции.

Пусть x_1 — объем выпуска, а признаки $x_{n-s},\ldots,x_n$ характеризуют материальные, трудовые и другие ресурсы предприятия. Тогда расчет выпуска при имеющихся в наличии ресурсах за промежуток $[t_{N-1},t_N]$ сводится к задаче линейного программирования

$$\begin{gathered}\gamma_{11}F_1+\ldots+\gamma_{1n}F_n+\bar{x}_1=\max,\\ \gamma_{(n-s)1}F_1+\ldots+\gamma_{(n-s)n}F_n=x_{(n-s)N}-\bar{x}_{n-s},\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\\ \gamma_{n1}F_1+\ldots+\gamma_{nn}F_n=x_{nN}-\bar{x}_n,\\ F_1^{\min}\leqslant F_1\leqslant F_1^{\max},\\ \cdots\cdots\cdots\cdots\\ F_n^{\min}\leqslant F_n\leqslant F_n^{\max}.\end{gathered}\tag{2}$$

Решая ее, можно определить оптимальные значения факторов $F_1^0,\ldots,F_n^0$. Подставляя их в (1), получаем оптимальные значения всех технико-экономических показателей, которые соответствуют максимальному выпуску продукции.

Чтобы определить максимальные и минимальные значения факторов, рассмотрим множество значений p-го фактора $\{F_{pk}\}$ — некоторый временной ряд. Методом наименьших квадратов находим временной тренд этого ряда $F_p(t)$, тогда

$$F_p^{\min}=F_p(t_N)+\min_k\{F_{pk}-F_p(t_k)\},$$

$$F_p^{\max}=F_p(t_N)+\max_k\{F_{pk}-F_p(t_k)\},\qquad k=1,\ldots,N.$$

Как следует из факторной модели показателей $x_1,\ldots,x_n$, задача (2) всегда имеет решение, поскольку заведомо существует допустимый план

$$F_{pN}=\sum_{j=1}^{n}\alpha_{jp}(x_{jN}-\bar{x}_j),\qquad p=1,\ldots,n.$$

Отклонение фактических значений факторов от оптимальных

$$d_{pN}=F_{pN}{}^0-F_{pN}=\sum_{j=1}^{n}\alpha_{jp}[x_{jN}{}^0-x_{jN}].$$

Если фактические значения $x_1,\ldots,x_n$ совпадают с оптимальными, то $d_{pN}=0$. При $d_{pN}\neq0$ необходимо определить, за счет каких показателей (признаков) произошло отклонение факторов от оптимальных значений. Величина $\alpha_{jp}[x_{jN}{}^0-x_{jN}]$ характеризует влияние j-го показателя на p-й фактор и может быть как положительной, так и отрицательной. Если ее знак противоположен знаку d_{pN}, то отклонение j-го показателя от оптимального значения оказывает положительное воздействие на p-й фактор (т. е. приближает его значение к оптимальному), в противном случае отклонение j-го показателя от оптимального значения влияет на данный фактор отрицательно.

Факторная модель системы технико-экономических показателей обладает важным свойством: если оптимальная величина выпуска достигается при некотором наборе факторов $\{F_{pN}{}^0\}$, которому соответствует набор показателей $\{x_{jN}{}^0\}$, то последний является единственным. Таким образом, когда величина выпуска оптимальна, факторы принимают оптимальные значения, и наоборот. Следовательно, весь ход производственного процесса можно контролировать по одному показателю — величине выпуска продукции.

Определим резерв роста x_j

$$R_{jN}=\frac{x_{jN}{}^0-x_{jN}}{x_{jN}}100\%,$$

который показывает, на сколько процентов может быть увеличен выпуск в сравнении с достигнутым значением. Найдем минимально возможный выпуск $\tilde{x}_{1N}$ (например, решением задачи линейного программирования на минимум).

Минимальное значение выпуска $\tilde{x}_{1N}$, его фактическое значение x_{1N}, плановое $x_{1N}^{п}$, максимально возможное x_{1N}^{0} и резерв роста R_{1N} образуют для промежутка времени $[t_{N-1}, t_N]$ своеобразный индикатор показателя x_1: вектор $I_{1N}=(\tilde{x}_{1N}, x_{1N}, x_{1N}^{п}, x_{1N}^{0}, R_{1N})$.

Таблица 1

Характеристика групп, полученных методом таксономии всех изучаемых признаков

Таксоны	1	2	3	4
Состав	a_1, a_2 a_{12}, a_{17}	a_3, a_4, a_7 a_8, a_{13}, a_{15} a_{18}, a_{19}, a_{20}	a_5, a_6 a_{16}	a_9, a_{10} a_{11}, a_{14}
Представитель	a_{12}	a_8	a_{16}	a_{10}

Аналогично может быть получен индикатор I_1 для $[t_N, t_{N+1}]$. Если $R_{1N}\geqslant R_{1(N+1)}$ то предприятие использует имеющиеся резервы роста выпуска продукции, при $R_{1N}<R_{1(N+1)}$ необходимо управляющее воздействие для стабилизации производственного процесса, так как в этом случае наблюдается удаление от оптимума.

Экспериментальная реализация метода производилась для рыбообрабатывающей отрасли Каспийского бассейна. Исходная совокупность состояла из 20 объектов Всесоюзного рыбопромышленного производственного объединения «Каспрыба»; применялась информация за 10 лет (1966–1976 гг.). Были взяты основные технико-экономические показатели, оказывающие существенное влияние на качество функционирования рыбообрабатывающего предприятия (существующая форма отчетности позволяет получить для них все нужные данные): y_1 – выработка валовой продукции на одного работающего; y_2 – фондоотдача; y_3 – себестоимость товарной продукции; y_4 – рентабельность; x_1 – объем валовой продукции; x_2 – численность промышленно-производственного персонала (ППП); x_3 – фонд заработной платы ППП; x_4 – удельный вес заработной платы в себестоимости; x_5 – стоимость основных производственных фондов; x_6 — электропроизводительность *; x_7, x_8 — величины нормируемых и ненормируемых оборотных фондов.

Таблица 2

Мера близости между элементами таксонов и таксонами

Таксоны	1	2	3	4
1	12	48	38	46
2	48	8	41	71
3	38	41	7	45
4	46	71	45	11

Таким образом, в терминах таксономии мы получили 120-мерное признаковое пространство, в котором необходимо выделить таксоны. В каждом из них можно найти объект, ближе всего расположенный к центру. Такие объекты считают типовыми, т. е. установленные для типового представителя закономерности можно распространить и на все остальные элементы таксона.

В совокупности исследуемых объектов по фактическим и плановым значениям показателей выделено четыре таксона, для каждого из которых однозначно определен типовой представитель (табл. 1). Хотя средние показатели таксона являются его референтной характеристикой, объекта с такими показателями в таксоне может и не быть. Поэтому важно оценить кучность объектов в таксоне, а также отдаленность таксонов друг от друга. Результаты оценки близости между элементами таксона и таксонами приведены в табл. 2 (диагональные элементы соответствуют среднему расстоянию между элементами таксона).

После таксономии по плановым значениям признаков было получено четыре таксона, а по фактическим – пять. Сопряженность между таксонами двух разбиений позволила установить (неполное) соответствие между ними: 1→3, 2→4, 3→2, 4→1.

В наших исследованиях бóльшая часть предприятий «перешагнула» на соседние

---

* Показатель электропроизводительности (x_6) показывает выход валовой продукции на единицу электроэнергии, т. е. отношение объема валовой продукции к количеству затраченной электроэнергии.

ступени (номера таксонов) и очень редко наблюдался переход сразу через несколько ступеней. Экономически это означает, что у большинства предприятий отсутствуют особо резкие отклонения между уровнями выполнения плановых и фактических показателей. К передовым предприятиям, для которых $\xi>\eta$, были отнесены объекты a_1, a_4, a_{10}, а к отстающим – a_{11}, a_{13}, a_{15}, a_{16}. Остальные работали на среднем уровне.

Резервы роста выпуска продукции представителей таксонов приведены в табл. 3. Анализ динамики объемов производства продукции и возможностей роста для представителя первого таксона показал, что наблюдается тенденция увеличения выпуска при постоянном уровне его резерва, т. е. происходит интенсивное расширение производства. Предприятия второго таксона характеризуются стабильной работой, выпуск и резерв роста находятся на одном уровне; четвертого – экстенсивным расширением производства, т. е. выпуск и резерв роста имеют тенденцию к увеличению. Предприятия третьего таксона увеличивают резерв роста выпуска, что соответствует уменьшению эффективности производства.

Таблица 3

Резервы роста выпуска продукции представителей таксонов

Таксон	1	2	3	4
Представитель	a_{12}	a_8	a_{16}	a_{10}
Резерв роста,%	5,7	16,8	26,3	10,1

Как выявила практическая реализация предложенного подхода, качество моделей значительно улучшается при увеличении перечня используемых технико-экономических показателей с последующим отбором значимых признаков. К сожалению, существующие формы отчетности рыбообрабатывающих предприятий не позволяют получить ряд для исследования признаков.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Айвазян С. А., Бежаева З. И., Староверов О. В.* Классификация многомерных наблюдений. М.: Статистика, 1974.
2. *Харман Г.* Современный факторный анализ. М.: Статистика, 1972.
3. *Френкель А. А.* Обобщенные показатели и их применение в экономике.– В кн.: Экономико-математические исследования затрат и результатов. М.: Наука, 1976.

Поступила в редакцию
22 XI 1977

О ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМАХ НЕЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ, ОСНОВАННЫХ НА АППРОКСИМАЦИИ ФУНКЦИИ ВОЗМУЩЕНИЙ

Сурис Т. Г., Цирлин А. М.

(Москва)

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим задачу нелинейного программирования (НП) *

$$f_0(x)\to \min_{x\in X}/f_i(x)=0, \qquad i=1,\dots,m, \tag{1}$$

где функции f_0, f_i определены на множестве X евклидова пространства E_n. Функцией возмущений для (1) называют функцию

$$f_0^*(c)=\min_{x\in X} f_0(x)/f_i(x)=c_i, \qquad i=1,\dots,m. \tag{2}$$

---

* Все полученные ниже результаты переносятся и на задачи с условиями в форме неравенств $f_i(x)\geqslant 0$, $i=1,\dots,m$.