

$a_{2i}=n+1, \dots, a_{n-1}, n=n(n-1)/2$ . Далее, пусть  $a_{ij} > n(n-1)/2$  при  $i > j$ . Тогда при  $k$ -м повторении шага 3 нового алгоритма будем иметь  $m:=k$ , где  $k=1, \dots, n(n-1)/2$ .

В заключение автор выражает признательность В. П. Козыреву за весьма полезное обсуждение результатов данной работы.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Баранов Э. Ф. О последовательности народнохозяйственного производственного процесса.— В кн. Проблемы планирования и прогнозирования. М.: Наука, 1974.
2. Бурдюк В. Я. Регулярные  $g$ -упорядочения и функции Смита.— Кибернетика, 1975, № 2.

Поступила в редакцию  
9 I 1978

## О ПОВЕДЕНИИ НАСЕЛЕНИЯ В СОЦИАЛЬНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ МОДЕЛИ

Бородкин Ф. М.

(Новосибирск)

В [1] приведена некоторая задача линейного программирования, решение которой эквивалентно решению дифференциальных уравнений

$$\sum_{i=1}^3 \alpha_i F_i = K, \quad (1)$$

$$\sum_{i=1}^3 s_i F_i = \dot{F}_3, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^3 \mu_i F_i = hP, \quad (3)$$

$$\dot{P} = -\eta(K_1 - K_2), \quad (4)$$

$$K_1 = \alpha_1 F_1 + \alpha_3 F_3, \quad (5)$$

$$K_1 + K_2 = K, \quad (6)$$

где  $F_i$ ,  $i=1, 2, 3$  — основные фонды сельскохозяйственного производства, строительства и непроизводственной сферы соответственно;  $K$ ,  $K_1$ ,  $K_2$  — инвестиции;  $P$  — численность населения сельской части региона;  $\alpha_i$ ,  $s_i$ ,  $\mu_i$ ,  $\eta$  — положительные коэффициенты. В общем случае все переменные и коэффициенты зависят от времени. Точка над переменной означает производную по времени. Если первые три уравнения не вызывают особых сомнений, поскольку они являются традиционно балансовыми, то (4) было подвергнуто резкой критике за форму, обоснование и интерпретацию. Эта критика стимулировала размышления по поводу данного уравнения и привела к интересным, на наш взгляд, результатам, которыми я и хотел поделиться с читателями. Это тем более необходимо, что данная система уравнений используется в прогнозировании развития сибирского села. Отмечу сразу же, что критика по существу своему была верной.

Рассмотрим некоторый регион с двумя сферами (множествами отраслей) — производственной и непроизводственной, основные фонды которых обозначим соответственно через  $F_1$  и  $F_2$ , а инвестиции  $K_1 = \alpha_1 F_1$ ,  $K_2 = \alpha_2 F_2$ ;  $K = K_1 + K_2$ . Уравнение (3) тогда запишется в виде

$$\mu_1 F_1 + \mu_2 F_2 = hP. \quad (7)$$

Обозначим численность рабочей силы, используемой в производственной сфере и измеренной в каких-либо подходящих единицах, через  $L = \mu_1 F_1$ .



Предположим, что

$$\frac{dL}{dt} = \beta \frac{dF_1}{dt}. \quad (8)$$

Это условие слабее, чем условие постоянства предельной нормы замещения труда основными фондами, используемое обычно при построении и анализе производственных функций.

Из (7) и (8) следует

$$\frac{d(hP - \mu_2 F_2)}{dt} = \beta \frac{dF_1}{dt} \quad (9)$$

и

$$\dot{P} = \frac{1}{h} (\beta \dot{F}_1 + \mu_2 \dot{F}_2 - \dot{h}P + \dot{\mu}_2 F_2).$$

Поскольку  $\dot{F}_1 = \frac{1}{\alpha_1} K_1$ ,  $\dot{F}_2 = \frac{1}{\alpha_2} K_2$ , окончательно

$$\dot{P} = \frac{1}{h} \left( \frac{\beta}{\alpha_1} K_1 + \frac{\mu_2}{\alpha_2} K_2 - \dot{h}P + \dot{\mu}_2 F_2 \right).$$

Что касается современного села, очевидно,  $\beta < 0$ , поскольку  $L < 0$ , а  $\dot{F}_1 > 0$ . В этом случае

$$\dot{P} = \frac{1}{h} (\gamma_2 K_2 - \gamma_1 K_1 + \dot{\mu}_2 F_2 - \dot{h}P). \quad (10)$$

Если либо  $\dot{\mu}_2 = \dot{h} = 0$ , либо  $\dot{h}/\dot{\mu}_2 = F_2/P$  и  $\gamma_1 = \gamma_2$ , получим (4). При равенстве  $\dot{\mu}_2 F_2 = \dot{h}P$  коэффициенты  $\gamma_1$  и  $\gamma_2$  имеют очевидную интерпретацию. Для  $\beta < 0$   $\gamma_1$  — экономия рабочей силы, обеспечиваемая единицей инвестиций в производство,  $\gamma_2$  — прирост рабочей силы, необходимой для функционирования прироста основных фондов в непроизводственной сфере. Уравнение (10) и его простейшая форма (4) должны интерпретироваться вместе с (3) как отражающие взаимную балансировку фондов, рабочей силы, занятости и численности населения. Они не содержат описания механизма миграции, но лишь указывают на возможное его сальдо (при известном естественном приросте) в сбалансированном случае. Этот результат, очевидно, верен для произвольно выделенного региона или поселения.

Считаю своим долгом выразить благодарность Т. И. Заславской; именно ее критика в первую очередь способствовала уточнению рассмотренных соотношений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Алферов В. М., Бородкин Ф. М., Поляк Л. Х., Фаградян Т. А. Система моделей «производство — население» для прогнозирования социально-экономического развития села. — Экономика и матем. методы, 1979, т. XV, вып. 5.

Поступила в редакцию  
16 I 1981