

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОЦЕССОВ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДОСТОВЕРНОСТИ ПРИ ОБРАБОТКЕ ИНФОРМАЦИИ В АСУ

А. Г. МАМИКОНОВ, В. В. КУЛЬБА, А. Д. ЦВИРКУН

(Москва)

Основой функционирования сложных управляющих систем являются процессы сбора и обработки информации, реализующие математические модели с помощью средств вычислительной техники. Качество функционирования таких систем существенно зависит от достоверности исходной и получаемой в результате обработки информации. Необходимая достоверность должна быть обеспечена при выполнении ограничений на материальные и временные затраты.

Исходные данные в сложных системах управления обычно проходят следующие стадии обработки: запись исходных данных на первичный документ; передача первичных документов в центр подготовки данных; преобразование и перезапись информации в случае необходимости на промежуточные документы; перезапись информации на машинный носитель и ввод ее в ЭВМ; машинная обработка информации по алгоритмам, реализующим математические модели, включая сортировку и редактирование, а также вывод результатов обработки на машинные носители, на печать, в канал или на табло.

На каждом из этих этапов возникают ошибки, на количество и характер которых влияют несовершенство структуры обработки, недостатки в алгоритмах и программах, ненадежная работа оборудования, ошибки операторов. Оптимизация достоверности обработки информации в сложных системах включает в себя системные и программные методы.

Ниже рассматриваются в основном системные методы повышения достоверности: выбор оптимальных структур первичной обработки информации, оптимальное резервирование информационных массивов, оптимизация размера пакетов обрабатываемой информации и др.

ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ СТРУКТУР ПЕРВИЧНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

Анализ различных схем обработки информации позволяет для любого из этапов выделить стандартную схему обработки, состоящую из операций непосредственно обработки, контроля и исправления обнаруженных ошибок. На некоторых этапах обработки операции контроля и исправления недостоверных данных могут отсутствовать, либо могут осуществляться для группы из нескольких этапов, на каждом из которых, в свою очередь, осуществляется локальный контроль и исправление ошибок. После исправления ошибочных данных они вновь обрабатываются с последующим контролем и исправлением ошибок. Контроль и исправление могут повторяться несколько раз.

Задача оптимизации структуры обработки информации в системах управления состоит в выборе такой структуры, т. е. в определении этапов

контроля и исправления информации и выборе методов контроля и обнаружения ошибок, которая обеспечивает максимизацию достоверности обрабатываемой информации при заданных ограничениях на время и материальные затраты. Возможна постановка задачи выбора оптимальной структуры обработки информации, минимизирующей время или материальные затраты при ограничениях на достоверность обрабатываемых данных.

Рассмотрим решение поставленных задач для некоторых типичных процедур использования информации в процессе управления. Введем следующие обозначения: $i = 1, \dots, m$ — этапы первичной обработки информации; $j = 1, \dots, n$ — этапы контроля и исправления ошибок; q_i — вероятность искажения единицы объема информации на i -м этапе обработки; f_j — вероятность обнаружения ошибки для единицы объема информации на j -м этапе контроля; $e_j = 1 - f_j$ — вероятность пропуска ошибки (вероятность принятия правильно обработанного единичного объема информации за ошибку будем считать равную нулю); τ_i — время обработки единицы объема информации на i -м этапе обработки; θ_j и t_j — соответственно, время контроля, исправления единицы информации на j -м этапе контроля; T — заданное время обработки и контроля информации; w_i — затраты на обработку единицы объема на i -м этапе обработки; v_j и u_j — затраты на контроль и исправление единицы объема информации на j -м этапе; $\bar{W}$ — затраты на обработку и контроль информации; N — объем обрабатываемой информации; σ — вероятность достоверной обработки информации в системе; y_j — число циклов контроля и исправления информации на j -м этапе.

В принятых обозначениях задача максимизации вероятности достоверности обработки информации при заданных ограничениях на время и затраты на обработку и при условии независимости вероятностей искажения и обнаружения ошибок информационных элементов будет иметь вид

$$\begin{aligned} \max_{\{v_i\}} \sigma, \\ W(Nw_i, v_j, u_j, p_i, f_j, m, n, \sigma) \leq \bar{W}, \\ T(N\tau_i, \theta_j, t_j, p_i, f_j, m, n, \sigma) \leq T. \end{aligned} \quad (1)$$

Величина σ определяется структурой обработки информации и техническими параметрами устройств обработки на каждом этапе.

Запишем критерий оптимизации и ограничения для случая $m = n = 1$. После однократной обработки вероятность правильной обработки единицы информации равна p ; после одного цикла проверки и исправления вероятность правильной обработки единицы информации равна $p(1 + qf)$ и после y циклов — $p(1 + qf + \dots + q^y f^y)$. Таким образом, σ можно записать так

$$\sigma = p \frac{1 - (qf)^{1+y}}{1 - qf}. \quad (2)$$

Интересно отметить, что при данном способе организации обработки информации предельно достижимая вероятность достоверной обработки равна $\sigma = p / (1 - qf)$. При последовательной обработке информации (2) запишется

$$\sigma = \prod_{i=1}^m p_i \prod_{j=1}^n \frac{1 - (q_i f_j)^{1+y_j}}{1 - q_i f_j}. \quad (3)$$

Рассуждая аналогично, получаем выражения для суммарного среднего времени на обработку и контроль информации, а также средних материальных затрат на обработку, т. е. ограничения запишутся

$$N \left\{ \sum_{ij} \left[\frac{1 - (q_{if_j})^{v_j+1}}{1 - q_{if_j}} \right] w_i + \sum_{ij} \left[\frac{1 - (q_{if_j})^{v_j}}{1 - q_{if_j}} \right] v_j + \right. \\ \left. + \sum_{ij} \left[q_{if_j} \frac{1 - (q_{if_j})^{v_j}}{1 - q_{if_j}} \right] u_j \right\} \leq \bar{W}. \quad (4)$$

Так же можно записать выражение на ограничения по времени обработки. При последовательной обработке информации и при $m = n$ (1) будет иметь вид

$$\max_{\{v_i\}} \sigma = \max_{\{v_i\}} \prod_{i=1}^m p_i \frac{1 - (q_{if_i})^{1+v_i}}{1 - q_{if_i}}, \quad (5)$$

$$N \sum_{i=1}^m \frac{1 - (q_{if_i})^{v_i}}{1 - q_{if_i}} (q_{if_i} \tau_i + \theta_i + q_{if_i} t_i) \leq \bar{T} - N \sum_{i=1}^m \tau_i, \quad (6)$$

$$N \sum_{i=1}^m \frac{1 - (q_{if_i})^{v_i}}{1 - q_{if_i}} (q_{if_i} w_i + v_i + q_{if_i} u_i) \leq \bar{W} - N \sum_{i=1}^m w_i. \quad (7)$$

Необходимо найти значения y_i , $i = 1, \dots, m$, максимизирующие (5) при выполнении неравенств (6), (7). Из двух неравенств (6), (7) обычно существенным является только одно. Каждое из неравенств (6), (7) можно заменить равенством, так как максимум целевой функции достигается на границе области допустимых решений. Решение может быть получено методом множителей Лагранжа.

Учитывая, что целевая функция записана в виде произведения, целесообразно представить ее так

$$\max_{\{v_i\}} \sigma = \max_{\{v_i\}} \left\{ - \sum_{i=1}^m \ln p_i \frac{1 - (q_{if_i})^{1+v_i}}{1 - q_{if_i}} \right\}. \quad (8)$$

Функция Лагранжа в этом случае имеет вид

$$f(y_i, \lambda) = - \sum_{i=1}^m \ln [p_i a_i (1 - b_i^{1+v_i})] + \\ + \lambda \left\{ \sum_{i=1}^m [a_i (1 - b_i^{v_i}) (b_i \tau_i + \theta_i + b_i t_i)] - \frac{\bar{T} - N \sum_{i=1}^m \tau_i}{N} \right\}, \quad (9)$$

где

$$a_i = \frac{1}{1 - q_{if_i}}, \quad b_i = q_{if_i}. \quad (10)$$

Отсюда

$$\lambda = \frac{b_i}{a_i (1 - b_i^{1+v_i}) (b_i \tau_i + \theta_i + b_i t_i)}. \quad (11)$$

Из (9) и (11) следует

$$y_i = \frac{\ln \left[1 - \frac{q_{if_i}(1 - q_{if_i}) \left(\bar{T} - N \sum_{i=1}^m \tau_i \right)}{N(q_{if_i}\tau_i + \theta_i + q_{if_i}t_i) \sum_{i=1}^m q_{if_i}} \right]}{\ln q_{if_i}} - 1. \quad (12)$$

Для (6) выражение для определения y_i аналогично. При минимизации среднего времени обработки или затрат на обработку при $i = j = m$ и при ограничении на вероятность достоверной обработки данных получаем

$$y_i = \frac{\ln \left\{ 1 - \frac{q_{if_i}(1 - q_{if_i})}{N(q_{if_i}\tau_i + \theta_i + q_{if_i}t_i)} \left[\frac{\bar{\sigma}}{\prod_{i=1}^m \frac{p_i q_{if_i}}{N(q_{if_i}\tau_i + \theta_i + q_{if_i}t_i)}} \right]^{\frac{1}{m}} \right\}}{\ln q_{if_i}} - 1. \quad (13)$$

Округление значений y_i до ближайшего целого числа может внести значительную погрешность. Поэтому рассмотрим возможность целочисленного решения сформулированных выше задач.

Для получения целочисленного решения поставленной задачи может быть использована модификация метода динамического программирования — метод доминирующих последовательностей. Понятие доминирования в данном случае определяется следующим образом. Пусть структура обработки данных характеризуется вектором $B = (y_1, y_2, \dots, y_m)$. Будем утверждать, что вектор структуры обработки B' доминирует над B^2 , если $T(B') \leq T(B^2)$, $W(B') \leq W(B^2)$, в то время как $\sigma(B') \geq \sigma(B^2)$. Если хотя бы одно неравенство строгое, то B' строго доминирует над B^2 . Последовательность размещений B^v , $v = 1, 2, \dots$, с соответствующими уровнями вероятности достоверной обработки $\sigma(B^v)$, удовлетворяющими ограничениям (6), (7), называется доминирующей, если ни для одного из B^v нельзя найти строго доминирующего над ним вектора из этой последовательности.

Алгоритм получения доминирующих последовательностей запрограммирован на ЭВМ. При практическом использовании метода для уменьшения объема вычислений следует ввести ряд допущений. При сравнении двух вариантов структуры можно ввести допустимую погрешность ε_j по ограничению j -го типа, $j = 1, \dots, K$, а также допустимую погрешность по вероятности достоверной обработки данных ε_σ . Если какие-либо два варианта системы обработки данных отличаются друг от друга по ограничениям j -го типа или по вероятности σ на величину не больше, чем ε_j и ε_σ , они считаются идентичными.

В рассматриваемых моделях обработки данных при $\varepsilon_0 = 1 \times 10^{-4}$ в практических случаях величина $y_{\max} = 4-5$. Для стандартной схемы обработки данных получено решение задачи определения оптимальной величины пакетов информации $\hat{k}$ и оптимальной скорости обработки. Оптимальная величина пакета, например, находится из выражения

$$\hat{k} = \frac{(w + v) \ln p + p^{\hat{k}} (v + uq) - (w + v + qu)}{(w + v + qu) \ln p}.$$

ЗАДАЧИ ОПТИМАЛЬНОГО РЕЗЕРВИРОВАНИЯ ИНФОРМАЦИОННЫХ МАССИВОВ

С целью уменьшения вероятности разрушения массивов при проектировании сложных систем управления приходится вводить резервирование информационных массивов, используя некоторые дополнительные ресурсы. Особенности обновления и использования массивов постоянных данных и текущих данных позволяют выделить следующие стратегии резервирования информационных массивов.

1. **Стратегия I.** Хранится некоторое число копий используемых информационных массивов. Если основной массив разрушился, то используется первая его копия, если и она разрушилась, то берется следующая копия и т. д.

2. **Стратегия II.** В качестве копий текущего массива применяются его предыстории (предыдущие массивы). Если текущий массив разрушился, то он восстанавливается программой обновления из предыдущего. Если и этот массив разрушился, то его можно восстановить из предыдущего для него массива и т. д.

3. **Стратегия III** — смешанная, т. е. для текущего массива создаются его копии и хранится заданное число предысторий. Использование и восстановление массивов происходит аналогично предыдущим стратегиям, причем вначале берутся копии, а в случае их разрушения массив восстанавливается из его предысторий.

Для решения любой задачи обычно создается несколько информационных массивов, имеющих различные характеристики. Поэтому возникает задача выбора оптимального числа копий и оптимальной стратегии резервирования, которые бы обеспечили минимальную вероятность разрушения массивов (либо максимальную вероятность решения задачи) при заданных ограничениях. Возможна постановка задачи, когда требуется минимизировать затраты или число информационных носителей при заданной вероятности разрушения массивов.

Следует отметить аналогию между задачами обеспечения надежности технической системы при выходе из строя отдельных ее элементов и обеспечением возможности решения задачи при разрушении массивов. Если, например, считать, что разрушение любого массива приводит к невозможности решения задачи, то максимизация вероятности ее решения будет аналогична максимизации надежности технической схемы при последовательном соединении ее элементов. Для этого случая при применении первой стратегии резервирования задача состоит в максимизации вероятности решения задачи σ

$$\max \sigma = \max_{\{k_i, k_j\}} \prod_{i=1}^n (1 - q_i^{k_i+1}) \prod_{j=1}^m (1 - q_j^{k_j+1}) \quad (14)$$

при

$$W_l(k_i, k_j) \leq \bar{W}_l, \quad l = 1, \dots, L, \quad i = 1, \dots, n, \quad j = 1, \dots, m, \quad (15)$$

где $W_l(k_i, k_j)$ — затраты ресурсов l -го типа; $\bar{W}_l$ — ресурсы l -го типа; k_i , $i = 1, \dots, n$ — число копий i -го массива постоянных данных; k_j , $j = 1, \dots, m$ — число копий j -го текущего массива; q_i — вероятность разрушения i -го массива постоянных данных за фиксированный промежуток времени; q_j — вероятность разрушения j -го массива текущих данных. Все q_i и q_j — независимые. В дальнейшем считается, что во время хранения разрушения массивов не происходит. Критерий и ограничения для остальных стратегий резервирования рассматриваются ниже. Основными ограничениями для данных задач обычно являются временные.

Определим вначале временные ограничения, такие, как средняя продолжительность работы ЭВМ до обновления массива, а также до разрушения k_j его копий для первой стратегии. Будем считать, что на одну попытку обновления тратится фиксированный (единичный) промежуток времени. Среднее время обновления массива T_0 при наличии k_j его копий с учетом времени на их создание при условии, что обновление произошло, можно записать в виде

$$T_0' = k_j \tau_j + \frac{1 - q_j^{k_j+1} [1 - (k_j + 1)p_j]}{p_j},$$

где первое слагаемое учитывает время на создание k_j копий, (τ_j — время создания одной копии), а второе — среднее время обновления, которое легко получается из рассмотрения возможных исходов обновления. Средняя продолжительность функционирования ЭВМ — D' до обновления массива или до разрушения всех его копий с учетом времени на их создание равна

$$D' = k_j \tau_j + \frac{1 - q_j^{k_j+1}}{p_j}.$$

Определим критерий и ограничения для второй стратегии резервирования массивов.

В качестве модели рассматриваемой стратегии резервирования используем модель, применяемую при решении классической задачи о разорении [1]. В приложении к задаче резервирования массивов она будет формулироваться следующим образом. Пусть в начальный момент в системе имеется k предысторий некоторого массива и требуется создать обновленный массив. За фиксированное (единичное) время с вероятностью p обновленный массив может быть создан; с вероятностью q — массив может быть разрушен. Работа системы продолжается до тех пор, пока либо массив и k его предыстории не будут разрушены, либо не будет создан обновленный массив.

Определим следующие характеристики системы при данной стратегии резервирования: вероятность обновления массива; вероятность разрушения массива и k его предыстории; продолжительность работы ЭВМ до обновления массива, до разрушения всех предысторий, а также среднее время функционирования ЭВМ.

Будем интерпретировать исходы обновления массивов как перемещения точки по оси x . В момент $t = 0$ точка находится в положении $x = k + 1$, а в момент $t = 1, 2, \dots$ она перемещается на один шаг влево или вправо в зависимости от успеха или неудачи соответствующего обновления, т. е. совершает случайное блуждание. Таким образом, положение точки в произвольный момент ξ определяет количество неразрушенных предысторий после окончания ξ -й попытки обновления. Работа заканчивается, когда точка попадает в одно из поглощающих состояний ($x = 0$ или $x = k + 2$).

Пусть q_{k+1} — вероятность того, что массив и k его предыстории будут разрушены, а p_{k+1} — вероятность того, что массив будет обновлен. В терминах случайных блужданий q_{k+1} и p_{k+1} означают вероятность того, что точка, выходящая из состояния $k + 1$, попадает в $x = 0$ или $x = k + 2$ соответственно. Поэтому в соответствии с [1] получим, что вероятность обновления массива равна

$$p_{k+1} = p \frac{p^{k+1} - q^{k+1}}{p^{k+2} - q^{k+2}}.$$

Вероятность разрушения массива и k его предысторий равна

$$q_{k+1} = \frac{q^{k+1}(q-p)}{q^{k+2} - q^{k+2}}.$$

С учетом этого критерий (14) при использовании второй стратегии резервирования можно записать в виде

$$\max \sigma = \max_{\{k_i, k_j\}} \prod_{i=1}^n [1 - q_i^{k_i+1}] \prod_{j=1}^m \left[1 - \frac{q_j^{k_j+1}(q_j - p_j)}{q_j^{k_j+2} - p_j^{k_j+2}} \right]. \quad (16)$$

Для третьей стратегии резервирования, при которой для массива создается x_j копий и, кроме того, хранится y_j предысторий (при этом $k_j = x_j + y_j$), критерий (16) запишется

$$\max \sigma = \max_{\{k_i, k_j, y_j\}} \prod_{i=1}^n [1 - q_i^{k_i+1}] \prod_{j=1}^m \left[1 - \frac{q_j^{k_j+1}(q_j - p_j)}{q_j^{y_j+2} - p_j^{y_j+2}} \right]. \quad (17)$$

Определим продолжительность работы ЭВМ до обновления массива, а также до разрушения этого массива и k его предысторий. Среднее время функционирования ЭВМ T_p до разрушения массива и k его предысторий может быть получено из рассмотрения производящей функции для вероятностей разорения при условии, что в начальный момент система находится в положении $k+1$, что соответствует производящей функции вероятности разрушения массива и k его предысторий

$$T_p'' = \left. \frac{du_{k+1}(s)}{ds} \right|_{s \rightarrow 1} = \left(\frac{q}{p} \right)^{k+1} C \frac{(k+2)(A^{k+2} + B^{k+2})(A-B) - (A^{k+2} - B^{k+2})(A+B)}{(A^{k+2} - B^{k+2})^2}, \quad (18)$$

где

$$A = \frac{1 + \sqrt{1 - 4pq}}{2p}, \quad B = \frac{1 - \sqrt{1 - 4pq}}{2p}, \quad C = \frac{1}{\sqrt{1 - 4pq}}.$$

Математическое ожидание времени обновления массива T_0 можно получить аналогично. Выражение для T_0 имеет вид

$$T_0'' = \frac{p}{q} C \times \frac{(k+2)(A^{k+2} + B^{k+2})(A^{k+1} - B^{k+1}) - (k+1)(A^{k+2} - B^{k+2})(A^{k+1} + B^{k+1})}{(A^{k+2} - B^{k+2})^2}. \quad (19)$$

Среднее время функционирования ЭВМ при применении второй стратегии равно

$$D'' = \frac{k+1}{q-p} - \frac{k+2}{q-p} \frac{1 - (q/p)^{k+1}}{1 - (q/p)^{k+2}}. \quad (20)$$

Сравнение рассмотренных стратегий резервирования для одного информационного массива дает возможность сформулировать следующее утверждение: при фиксированном числе копий и предысторий использование стратегии I при отсутствии ограничений (15) всегда выгоднее в смысле

критерия (14), чем использование стратегий II и III. Использование стратегий III выгоднее стратегии II. Применение модели случайных блужданий для анализа второй и третьей стратегий резервирования позволяет также утверждать, что долгосрочное резервирование неэффективно.

Выпуклость критериев и ограничений некоторых из рассмотренных выше задач (14)–(17) позволяет свести их к задачам выпуклого программирования.

При решении практических задач для обеспечения вероятности разрушения массивов, равной 10^{-6} , оказалось необходимым создавать или хранить до пяти копий или предысторий.

Рассмотренные задачи возникли при разработке информационного обеспечения сложных систем управления и использовались для получения рекомендаций при их проектировании и внедрении.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Феллер. Введение в теорию вероятностей и ее приложения. М., «Мир», 1967.

Поступила в редакцию
12 I 1972