ЭКОНОМИКА 1973
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ том IX, вып. 3

ЛОКАЛЬНЫЙ КРИТЕРИЙ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЕМЫ ПОСТРОЕНИЯ ЕГО НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ

Г. В. МАРТЫНОВ

(Москва)

Построение и использование локального критерия оптимальности — одна из важнейших проблем экономической науки. Изучение этой проблемы целесообразно проводить на экономико-математических моделях многоступенчатого типа с механизмом вертикальных и горизонтальных связей. Этот механизм должен предусматривать последовательную оптимизацию хозяйственных объектов различных уровней планирования в виде единого итеративного процесса [1]. Необходимость построения локального критерия существует уже в двухступенчатой системе оптимального планирования. Нижнюю ступень этой системы могут образовывать отраслевые блоки, оптимизирующие отраслевые планы в первичной номенклатуре по тому или иному локальному критерию, верхнюю ступень образует блок межотраслевой оптимизации. Более сложной задачей является оптимизация трехступенчатой системы. Здесь проблема построения локального критерия возникает не только на уровне отрасли, но и на уровне предприятий.

Как в двухступенчатой, так и в трехступенчатой системах оптимального планирования локальный критерий может рассматриваться как важный инструмент по согласованию решений, принимаемых на разных уровнях оптимизации экономики и оценки этих решений с точки зрения их народнохозяйственной эффективности.

В данной работе основное внимание будет уделено рассмотрению некоторых практических приемов построения начального приближения квадратичного локального критерия в реальных условиях планирования народного хозяйства.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Сложность экономико-математических задач оптимизации и использования вычислительных машин для их решения требует знания конкретной формы локального критерия. В настоящее время имеется ряд работ, посвященных описанию различных критериев деятельности хозяйственных объектов. Наиболее часто упоминаются такие показатели, как объем реализованной продукции, прибыль, полные приведенные затраты, рентабельность и др. Однако ни для одного из этих показателей не дается обоснование того, что он наиболее полно соответствует народнохозяйственному оптимуму.

Теоретические исследования показали целесообразность использования в многоступенчатых процессах оптимизации локального критерия народнохозяйственной эффективности [1]. Статическая форма этого критерия имеет вид

$$W = \int\limits_{(x)} p(x)\,dx, \tag{1}$$

где x — вектор выпуска-затрат; p — соответствующий вектор оптимальных цен. Для построения (1) требуется знание зависимости оптимальных цен от объемов выпуска и затрат. При отсутствии информации о такого рода зависимостях в существующей практике планирования возникает необходимость высказать ряд предположений относительно их вида.

Понятно, что, принимая ту или иную гипотезу о зависимости $p(x)$, мы будем получать различные модификации критерия (1). А всякая такая гипотеза будет оказывать существенное влияние на весь дальнейший процесс оптимизации с участием выбранного локального критерия.

Каждый из перечисленных выше упрощенных линейных показателей может рассматриваться как частная модификация критерия (1), полученная при предположении о постоянстве цен на различные объемы выпускаемой продукции и затрачиваемые ресурсы ($p(x) = \text{const}$) и при некоторых других предположениях [2]. Однако все линейные конструкции локального критерия обладают весьма существенными недостатками. Основной недостаток — неспособность линейного критерия осуществлять управление хозяйственными объектами одновременно не только с помощью цен, но и с помощью натуральных показателей. Это объясняется искусственностью предположений, при которых осуществляется переход от общей формы локального критерия (1) к его упрощенным линейным модификациям. Например, прибыль, объем реализации, различные «затратные» показатели в качестве управляющих параметров используют только лишь цены на продукты и ресурсы. Показатель выпуска в заданных пропорциях, наоборот,— только пропорции объемов производства.

Попытки сохранить линейную форму локального критерия производственной деятельности объектов неизбежно обедняют содержательность и резко сужают область использования получаемых оптимальных решений. В связи с этим вполне естествен вывод о том, что нельзя оставаться в рамках линейных форм локального критерия. Нужно переходить к тем или иным нелинейным конструкциям и прежде всего научиться строить и использовать в процессах оптимизации квадратичный локальный критерий [3—5].

Принимая гипотезу о линейности функциональных зависимостей цен от объемов выпуска и затрат

$$p_i = a_i + \sum_{j=1}^{m} b_{ij}x_j, \qquad i = 1, 2, \ldots, m, \tag{2}$$

где a_i и b_{ij} — параметры этой зависимости, приходим к квадратичной модификации критерия (1)

$$W = \sum_{i=1}^{m} a_i x_i + \sum_{i,j=1}^{m} \frac{1}{2} b_{ij} x_i x_j. \tag{3}$$

В векторно-матричной форме (2) и (3) соответственно можно записать

$$p = a + Bx, \tag{4}$$

$$W = (a, x) + \frac{1}{2}(Bx, x). \tag{5}$$

Если помимо гипотезы о линейности предположить отсутствие в (2) перекрестных зависимостей цен от объемов выпуска и затрат

$$p_i = a_i + b_i x_i,\ i = 1, 2, \ldots, m, \tag{6}$$

то приходим к наиболее простому, «каноническому», виду квадратичного критерия

$$W = \sum_{i=1}^{m} \left(a_i x_i + \frac{1}{2} b_i x_i^2 \right). \qquad (7)$$

Как показали исследования [4], использование более сложных, чем (2) и (6), зависимостей цен от объемов выпуска и затрат вряд ли будет представлять практический интерес. Следовательно, квадратичный критерий (7) — самая простая нелинейная форма локального критерия (1). При такой нелинейности локального критерия сразу же появляется возможность избавиться от недостатков, присущих линейным критериям оптимальности. Благодаря зависимостям (6), квадратичный критерий способен непосредственно влиять на хозяйственный объект не только через цены p, но и через натуральные показатели x. Причем соотношение между влиянием цен и натуральных показателей может регулироваться в сколь угодно широких пределах.

Квадратичный критерий хорошо зарекомендовал себя при оптимизации частных задач отраслевого планирования [1, 3] и при проведении экспериментов по многоступенчатой модели оптимизации [4, 5].

Практическая ценность квадратичного локального критерия зависит не только от его конкретной математической формы, но и от простоты и эффективности построения его начального приближения. Выбор реально обоснованного начального приближения квадратичного критерия становится особенно важным в условиях, когда эффективность самих процессов оптимизации существенно зависит от начальных значений параметров локального критерия. Основные трудности, которые при этом возникают, заключаются в том, что параметры квадратичного критерия до начала функционирования многоступенчатой системы оптимизации не известны. Нужно, следовательно, перед тем как непосредственно начать процесс поиска глобального оптимума, научиться решать задачу построения начальных значений параметров квадратичного локального критерия. Решение этой задачи может осуществляться лишь для отдельно взятых локальных объектов, что неизбежно заставляет проводить априорное изучение связей этих объектов с другими объектами многоступенчатой системы, высказывать ряд предположений и допущений о характере ряда действующих функциональных зависимостей. Однако не всякое предположение может оказаться практически пригодным. Так, если в качестве начальных параметров квадратичного локального критерия взять произвольные их значения, то, как можно ожидать, потребуется достаточно большое число вертикальных итераций при дальнейшей оптимизации многоступенчатой модели. Следовательно, задача состоит в том, чтобы найти такие начальные значения параметров квадратичного локального критерия, которые способствовали бы успешному проведению последующих оптимизационных расчетов.

2. ПОСТРОЕНИЕ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ КВАДРАТИЧНОГО КРИТЕРИЯ КАНОНИЧЕСКОГО ВИДА

Начальные приближения квадратичного критерия (7) следует строить для различных уровней оптимизации экономики. Наиболее важное значение имеют сейчас отраслевой и заводской уровни планирования. Говоря об отраслевом уровне планирования, полагаем, что это понятие должно охватывать не только отраслевые хозяйственные объекты с наиболее простой структурой, но и возможные отраслевые комплексы, отраслевые объединения и т. д. В дальнейшем будем рассматривать отрасли, номенклатура выпускаемой продукции которых не пересекается.

Предлагается использовать единый по форме квадратичный критерий как для моделей отраслей, так и для моделей предприятий. Конкретная же отраслевая или заводская специфика должна учитываться при определении численных значений параметров квадратичного критерия соответственно для отрасли и предприятия. Такой подход к определению начальных значений параметров квадратичного критерия базируется на специфических условиях функционирования отраслевых моделей и моделей предприятий в общем многоступенчатом комплексе моделей.

Рассмотрим приемы построения начальных значений параметров критерия (7) для отраслевого уровня хозяйственного руководства.

Для построения критерия (7) необходимо знать зависимости оптимальных цен p от объёмов выпуска и затрат x. Поскольку в настоящее время оптимальные цены, а тем более их зависимости от объемов выпуска и затрат не могут быть получены, то необходимо попытаться использовать информацию о существующих ценах и построить их приближенные зависимости от величины натуральных показателей.

Исследуем сначала ряд способов нахождения первоначальных значений параметров a_i и b_i зависимости (6) цен только от продуктов выпуска отрасли. Введем в рассмотрение величину эластичности цен p_i по объемам выпускаемой продукции x_i

$$\eta_i = \frac{\partial \ln p_i}{\partial \ln x_i} = \frac{\partial p_i}{\partial x_i} \frac{x_i}{p_i}.$$

В случае линейной зависимости (6) существует однозначная связь между ее параметром b_i и коэффициентом эластичности η_i

$$b_i = \frac{p_i}{x_i} \eta_i. \tag{8}$$

Следовательно, для построения начального значения параметра b_i необходимо знать приближенное значение коэффициента η_i.

Проблеме практического построения соответствующих коэффициентов эластичности посвящен ряд работ [6—9]. Здесь не описываются все возможные методы определения коэффициентов η_i. Основная цель статьи состоит в том, чтобы показать одно из возможных направлений использования существующей информации, в частности информации о значениях величин p и x для построения начального приближения параметров квадратичного критерия.

Предположим, что значение коэффициента эластичности $\mathring{\eta}_i$ известно. Тогда нахождение приближенных значений b_i, как видно из (8), связано с априорным определением величин объемов производства x_i и цен p_i. Практический интерес представляет диапазон изменения отраслевого выпуска $\mathring{x}_i$ в пределах от фактически существующего объема выпуска до некоторой заявленной потребности. В этих пределах и целесообразно строить линейную зависимость (6). Действующие цены реализации $\mathring{p}_i$ можно принять за цены, соответствующие объему отраслевого выпуска $\mathring{x}_i$ *. В данном случае отрасль выступает как производитель продукции $\mathring{x}_i$ и оценивать

---

* Оптово-отпускные цены в настоящее время могут принимать несколько значений соответственно тем географическим поясам, в которых происходит реализация продукта. Поэтому под величиной p_i целесообразно понимать некоторую средневзве-

выпуск этой продукции необходимо с точки зрения ее потребителей. Естественно поэтому существующие цены реализации принять за приближенную потребительскую оценку продуктов отраслевого выпуска.

Известные эластичности $\mathring{\eta}_i$ и цены $\mathring{p}_i$, а также выбор величин $\mathring{x}_i$ из априорно построенного реального диапазона их изменений дают возможность строить практически обоснованные *первоначальные* значения параметров искомой зависимости (6)

$$b_i = \frac{\mathring{p}_i \mathring{\eta}_i}{\mathring{x}_i} < 0, \qquad (9)$$

$$a_i = \mathring{p}_i - b_i \mathring{x}_i.$$

В табл. 1 описывается пример построения начальных значений параметров a_i и b_i линейных зависимостей цен от объемов выпуска продукции консервной промышленностью Молдавской ССР. В качестве начальных

Таблица 1

Продукция	Заявленные потребности x, туб *	Цены промышленности p, руб.	Коэффициенты эластичности η	a	b
Томат-паста	110 287	107	3,704	503,328	—0,00359
Томатный сок	75 780	161	0,571	252,931	—0,00121
Зеленый горошек	107 180	197	2,703	729,491	—0,00497
Овощные закуски	44 580	262	0,781	466,622	—0,00459
Овощи консервированные	7 143	139	0,862	258,818	—0,01677
Овощи маринованные	24 270	139	0,862	24389,818	—0,00494
Компоты	63 900	245	1,000	490,000	—0,00383
Варенье	10 233	515	1,299	1183,985	—0,06537
Повидло	90 090	267	1,190	584,730	—0,00353
Сок виноградный	59 896	331	0,571	520,001	—0,00315
Сок фруктовый с мякотью	83 206	338	0,781	601,978	—0,00317
Сок фруктовый без мякоти	180 658	208	0,775	369,200	—0,00089
Сок яблочный консервированный	1 042	170	0,775	301,750	—0,12644
Яблоки маринованные	44	160	0,847	295,520	—3,08000
Яблоки протертые	21 726	158	1,299	363,242	—0,00945
Острый томатный соус	12 627	344	3,704	1618,176	—0,10091

* Туб — тысяча условных банок.

значений $\mathring{x}_i$ принимаются потребности в продуктах, выпущенных в 1970 г., а в качестве $\mathring{p}_i$ — средневзвешенные оптовые цены промышленности этих продуктов. Коэффициенты эластичности для данных продуктов полагаются известными [10].

Аналогично описанному выше способу можно построить первоначальные величины параметров a_i и b_i зависимостей цен от объемов используе-

шенную величину, например

$$\mathring{p}_i = \sum_{r=1}^{R} \mathring{p}_i^r \mathring{x}_i^r \Big/ \sum_{r=1}^{R} \mathring{x}_i^r, \qquad (10)$$

где $\mathring{p}_i^r$ — оптово-отпускная цена i-го продукта в r-м географическом поясе; $\mathring{x}_i^r$ — количество i-го продукта, реализованного в r-м географическом поясе, причем $\mathring{x}_i = \sum_{r=1}^{R} \mathring{x}_i^r$.

мых отраслью ресурсов. Обозначим затратные компоненты вектора x через z_i, а соответствующие им компоненты вектора p — через q_i. В качестве возможных изменений величин ресурсов целесообразно рассматривать диапазон от фактически поставляемых объемов до некоторой реальной потребности отрасли в рассматриваемых ресурсах. В этом случае отрасль выступает как потребитель ресурсов, а отрасли-поставщики — как производители этих ресурсов. Естественно поэтому оценивать ресурсы, поставляемые отраслями-производителями, с точки зрения отрасли-потребителя.

Один из возможных путей получения приближенных оценок ресурсов с позиций отрасли-потребителя состоит в решении экономико-математической модели отрасли с использованием упрощенной линейной формы локального критерия. В качестве потребительских оценок $\mathring{q}_i$ используемых ресурсов примем о.о оценки ограничений на запасы отраслевых ресурсов. Пусть отрасль определила приближенное значение вектора потребностей в ресурсах $\mathring{z}$ и соответствующее ему значение вектора оценок $\mathring{q}$. Тогда, используя коэффициенты эластичностей цен от объемов используемых ресурсов $\bar{\eta}_i$, всегда можно найти начальное приближение параметров линейной зависимости цен от объемов затрачиваемых ресурсов

$$\bar{b}_i = \frac{\mathring{q}_i \bar{\eta}_i}{\mathring{z}_i} > 0, \tag{11}$$

$$\bar{a}_i = \mathring{q} - \bar{b}_i \mathring{z}_i.$$

Рассмотрим теперь практические приемы построения начальных значений параметров зависимости (6) для предприятий.

Способы определения этих параметров несколько другие. Основное отличие в том, что цены одноименных продуктов, выпускаемых предприятиями одной и той же отрасли, должны быть равны и находиться на уровне цен этой отрасли. Поэтому нахождение приближенных значений параметров a_i^l и b_i^l (l — номер предприятия данной отрасли) осуществляется относительно заданной отраслевой цены реализации $\mathring{p}_i$.

Реальный диапазон изменения объемов выпускаемой предприятием продукции $\mathring{x}_i^l$ целесообразно изучать в промежутке между существующим плановым заданием по выпуску продукции и величиной заявленной потребности в них. Например, оптимальный план, полученный с использованием одного из упрощенных критериев оптимальности (например, максимум выпуска в заданных пропорциях), очевидно будет являться достаточно хорошим начальным приближением вектора $\mathring{x}^l$. Полагая для предприятий величину параметра $b_i^l = \mathring{b}_i$, находим приближенное значение коэффициента

$$a_i^l = \mathring{p}_i - b_i^l \mathring{x}_i^l. \tag{12}$$

В табл. 2 приводится пример построения начального приближения параметров линейной зависимости цен от объемов выпуска продукции Григориопольским консервным заводом Молдавской ССР *.

Нахождение приближенных значений параметров линейной зависимости цен от объемов ресурсов, используемых предприятием, можно представить следующим образом. Диапазон изменения объемов потребляемых ресурсов изучается в пределах от фактически поставляемых объемов до некоторой реальной потребности предприятия в ресурсах. Тогда любое значение век-

* Информация о соответствующих величинах, представленных в табл. 2, собрана и обработана сотрудницей Института математики с ВЦ АН МССР А. Г. Горчинской.

тора ресурсов, лежащего в данном диапазоне, можно считать достаточно хорошим начальным приближением. Например, в качестве такого вектора целесообразно использовать оптимальный план предприятия по ресурсам $\overset{\circ}{z}{}^l$, рассчитанный по экономико-математической модели этого предприятия с использованием того или иного линейного локального критерия. В данном случае предприятие выступает в роли потребителя ресурсов. Поэтому естественно, что оно участвует в процессе формирования оценок тех ресурсов, которые им используются. Конечно, оптимальная величина оценки

Таблица 2

Продукция	Заявленные потребности x^l, *туб*	Цены промышленности p, руб.	a^l	$b^l = b$
Томат-паста	5 600	107	127,104	—0,00359
Томатный сок	7 080	161	169,567	—0,00121
Зеленый горошек	2 630	197	210,071	—0,00497
Овощные закуски	7 070	262	294,451	—0,00459
Овощи консервированные	1 040	139	140,744	—0,01677
Овощи маринованные	1 040	139	144,138	—0,00494
Компоты	3 810	245	259,592	—0,00383
Варенье	680	515	559,452	—0,06537
Повидло	4 448	267	282,560	—0,00353
Сок виноградный	5 550	331	448,482	—0,00315
Сок фруктовый с мякотью	11 094	338	373,168	—0,00317
Сок фруктовый без мякоти	7 396	208	214,582	—0,00089
Сок яблочный консервированный	1 000	170	296,440	—0,12644
Яблоки протертые	718	158	164,785	—0,00945
Острый томатный соус	750	344	419,682	—0,10091

Таблица 3

Ресурс	Потребности в ресурсах z^l, *т*	Оценки ресурсов q^l, руб.	$\bar{\eta}$	$\bar{a}^l$	$\bar{b}^l$
Зеленый горошек	2 260	16,7	+1	—0,024	0,0074
Кабачки	870	0,01	+1	0,000082	0,0000114
Огурцы	293	395,4	+1	—0,15	1,35
Перец сладкий	687	0,01	+1	0,000382	0,000014
Баклажаны	1 030	0,01	+1	0,000009	0,0000097
Томаты	17 500	267,5	+1	5,0000	0,015
Гогошары	61	0,01	+1	—0,000065	0,000165
Капуста	334	127,6	+1	0,68000	0,38
Черешня	52	909,2	+1	—0,28000	17,49
Вишня	1 191	835,8	+1	2,1000	0,70
Абрикосы	642	706,5	+1	0,30000	1,10
Слива	2 699	367,5	+1	0,43600	0,136
Яблоки	5 600	375,2	+1	0,0000	0,067
Виноград европейский	563	0,01	+1	0,000429	0,000017
Виноград гибридный	837	1,80	+1	0,04230	0,0021
Айва	213	811,4	+1	0,083000	3,809

того или иного ресурса должна быть единой для всех предприятий и она может быть получена только лишь в результате реализации единого процесса многоступенчатой оптимизации всей экономики. Однако таких оценок в настоящее время нет. Поэтому практический интерес в качестве начального приближения оценки ресурса могут представлять о.о оценки $\overset{\circ}{q}{}_i^l$ используемых на предприятии ресурсов $\overset{\circ}{z}{}_i^l$.

По найденным величинам $\bar{\eta}_i$, $\overset{\circ}{z}_i^l$, $\overset{\circ}{q}_i^l$ строим начальные приближения

$$\bar{b}_i^l = \frac{\overset{\circ}{q}_i^l \bar{\eta}_i}{\overset{\circ}{z}_i^l} > 0, \tag{13}$$

$$\bar{a}_i^l = \overset{\circ}{q}_i^l - \bar{b}_i^l \overset{\circ}{z}_i^l.$$

Описанный выше метод построения иллюстрируется примером, представленным в табл. 3. По экономико-математической модели Григориопольского консервного завода Молдавской ССР был рассчитан оптимальный план по ресурсам и соответствующие ему оценки на 1970 г. В качестве целевой функции в модели использовался критерий максимума выпуска в заданных пропорциях. Из-за отсутствия необходимой информации для всех видов ресурсов эластичность цен по объемам этих ресурсов принималась равной $+1$.

Таковы основные практические приемы построения начального приближения квадратичного критерия канонического вида как для отраслей, так и для предприятий.

3. ПОСТРОЕНИЕ НАЧАЛЬНОГО ПРИБЛИЖЕНИЯ КВАДРАТИЧНОГО ЛОКАЛЬНОГО КРИТЕРИЯ ОБЩЕГО ВИДА

Задача практического построения начального приближения квадратичного локального критерия общего вида состоит в нахождении приближенных значений матрицы параметров B и вектора параметров a линейной функциональной зависимости (4) на базе существующей информации о ценах и натуральных показателях.

Вообще говоря, в качестве начальных приближений матрицы B и вектора a можно брать их произвольные значения. Однако в силу произвольного выбора a и B процесс их корректировки в ходе дальнейшей оптимизации потребует значительных затрат времени, что делает такой выбор практически мало пригодным. Более реально, конечно, проводить построение начального приближения матрицы B и вектора a путем предварительного изучения практически пригодных зависимостей цен от натуральных показателей.

Один из возможных способов построения начальных значений параметров a_i и b_{ij} зависимости (2) для *продуктов выпуска* хозяйственного объекта следующий.

Путем специальных априорных исследований построен диапазон наиболее вероятных изменений цен $\overset{\circ}{p}$ и объемов выпуска продукции $\overset{\circ}{x}$. Допустим также, что удалось априорно определить наиболее вероятные значения коэффициентов $\overset{\circ}{\eta}_{ij}$ всей матрицы эластичностей цен по объемам натуральных показателей. Задаваясь начальными значениями векторов $\overset{\circ}{p}$ и $\overset{\circ}{x}$ из исследуемого диапазона их изменений, всегда можно найти приближенные величины искомых параметров

$$b_{ij} = \frac{\overset{\circ}{p}_i \overset{\circ}{\eta}_{ij}}{\overset{\circ}{x}_i},$$

$$a_i = \overset{\circ}{p}_i - \sum_j b_{ij} \overset{\circ}{x}_j. \tag{14}$$

Определение эластичностей η_{ij} в настоящее время в ряде случаев сопряжено с большими трудностями практического характера. Один из возможных способов нахождения приближенных значений параметров a и B без априорного знания о величинах η_{ij} описывается ниже.

Задача состоит в нахождении (если учесть симметричность матрицы B относительно главной диагонали) не более чем $m(m+3)/2$ отличных друг от друга параметров a_i и b_{ij}, $i, j = 1, 2, \ldots, m$. Следовательно, достаточно иметь по крайней мере $(m+3)/2$ пары векторов $\mathring{p}^k$, $\mathring{x}^k$, где k — номер пары, чтобы путем решения системы линейных уравнений

$$\mathring{p}_i^k = a_i + \sum_{j=1}^{m} b_{ij}\mathring{x}_j^k, \quad i = 1, 2, \ldots, m, \quad k = 1, 2, \ldots, \quad (m+3)/2, \qquad (15)$$

найти искомые приближенные параметры a_i и b_{ij}. Для получения практически пригодного начального приближения параметров целесообразно выбирать пары векторов из некоторого реального диапазона допустимых изменений ценностных и натуральных показателей.

В условиях реальной номенклатуры решение системы (15) на ЭВМ может вызывать трудности. Один из возможных путей понижения размерности системы (15) состоит в агрегировании продуктов выпуска по принципу взаимозаменяемости на стадии потребления. Тогда поиск приближенных значений a_i и b_{ij} возможно осуществить путем дезагрегации параметров соответствующих зависимостей цен от укрупненных продуктов выпуска.

Разобьем все множество продуктов выпуска хозяйственного объекта на R невзаимозаменяемых групп. В пределах каждой группы произведем укрупнение первичной номенклатуры с помощью построенных тем или иным способом коэффициентов агрегирования $\mathring{h}_{j_r}$, $r = 1, 2, \ldots, R$. Тогда величина агрегированного продукта запишется

$$\mathring{X}_r = \sum_{j_r=1}^{m_r} h_{j_r}\mathring{x}_{j_r}, \qquad r = 1, \ldots, R, \qquad m = \sum_{r=1}^{R} m_r. \qquad (16)$$

В качестве величин $\mathring{h}_{j_r}$, например, можно рассматривать коэффициенты взаимозаменяемости продуктов r-й группы на стадии их потребления [3, 5]. Если положить, что цены первичных продуктов $\mathring{p}_{j_r}$ являются ценами равновесия, соответствующими величинам потребностей в этих продуктах $\mathring{x}_{j_r}$, то, используя коэффициенты $\mathring{h}_{j_r}$, можно записать

$$\mathring{p}_{j_r} = \mathring{P}_r\mathring{h}_{j_r},\ r = 1, \ldots, R,\ j_r = 1, \ldots, m_r, \qquad (17)$$

где $\mathring{P}_r$ — равновесная цена r-го агрегированного продукта, соответствующая величине потребности в этом продукте $\mathring{X}_r$.

Допустим нам удалось построить начальное приближение параметров α_r и β_{rs} зависимости цен $\mathring{P}_r$ от величин агрегированных продуктов выпуска $\mathring{X}_r$

$$\mathring{P}_r = \sum_{s=1}^{R} \beta_{rs}\mathring{X}_s + \alpha_r, \qquad r = 1, \ldots, R. \qquad (18)$$

Тогда значение параметров a_{i_r} и $b_{i_r j_s}$ возможно получить дезагрегированием параметров α_r и β_{rs}. На самом деле, умножая правую и левую части