

НАУЧНАЯ ЖИЗНЬ

50 ЛЕТ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

С 25 по 28 апреля 1989 г. в Ленинграде проходил всесоюзный семинар «50 лет линейного программирования». Он организован по инициативе ЛГУ. В нем участвовали более 150 представителей вузов, НИИ, предприятий. Обсуждались вопросы, связанные с развитием методов линейного программирования (ЛП), его приложениями, связями с другими областями математики. Было сделано около 40 докладов и сообщений, из них 8 часовых (В. М. Тихомиров, А. М. Вершик, А. Г. Хованский, И. И. Еремин, Б. Т. Поляк, Э. Б. Ершов и Е. С. Левитин, Б. В. Черкасский, Ю. Е. Нестеров и А. С. Немировский), остальные — полчасовые.

Семинар открыл ректор ЛГУ С. М. Меркурьев на совместном заседании с Ленинградским математическим обществом (ЛМО). Он напомнил, что 50 лет назад профессор ЛГУ Л. В. Канторович основал новую область математики и ее приложений — линейное программирование. С воспоминаниями о Л. В. Канторовиче выступили президент ЛМО Д. К. Фаддеев, профессора Г. Ш. Рубинштейн и Д. Б. Юдин.

В пленарном докладе А. М. Вершика и В. Л. Канторовича (ЛГУ, ЦЭМИ) на известных и на найденных в архиве Л. В. Канторовича материалах прослежена история ЛП в нашей стране: открытие Л. В. Канторовича, первые доклады и публикации, последующая тяжелая и порой опасная борьба за признание этих идей экономистами, временный отказ от их распространения и, наконец, после 1956 г. новый цикл, завершившийся мировым признанием идей Л. В. Канторовича. Собственно ЛП как чисто математический метод решения класса задач рационального планирования сводится с математической точки зрения к решению систем линейных неравенств. Однако Л. В. Канторович сразу осознал его экономическое значение и положил в основу одной из наиболее глубоких математико-экономических теорий XX в. Сердцевина этой теории — возможность рационального планирования с помощью оптимальных внутренних цен, позволяющих учитывать ограниченность ресурсов. Именно эта идея вызвала активное неприятие теории Канторовича официальной экономической наукой.

Докладчики подчеркнули, что серьезные ученые, такие, как В. В. Новожилов, Т. Купманс (США) сразу оценили важность этой теории. Впоследствии, в 1965 г., Л. В. Канторович вместе с В. В. Новожиловым и В. С. Немчиновым получили Ленинскую премию, а в 1975 г. Нобелевская премия по экономике была присуж-

дена Т. Купмансу и Л. В. Канторовичу.

И. В. Романовский (ЛГУ) проанализировал трудности, возникающие при применении ЛП в практических задачах. Среди них помимо незаинтересованности предприятий и ведомств в рациональном хозяйствовании — неадекватность моделей ЛП некоторым экономическим ситуациям, отсутствие методов оптимального оперативного управления на базе интегральных характеристик, полученных из решения более крупной задачи ЛП; неумение строить достаточно простые модели, учитывающие главные экономические факторы.

А. А. Белых (ЛГУ) отметил, что восприятие идей Л. В. Канторовича зарубежными учеными определялось их традиционными представлениями о противопоставлении догматической идеологизированной марксистской экономической теории западной, основным предметом которой было исследование проблем рационального использования ограниченных ресурсов. Взгляды Л. В. Канторовича интерпретировались как важный шаг к созданию экономической науки в СССР. Была прослежена динамика взглядов на работы Л. В. Канторовича в иностранной литературе.

Работа семинара проходила в двух секциях. На одной из них в основном рассматривались математические аспекты ЛП (связь ЛП с общей теорией оптимизации, выпуклый анализ, теория сложности), алгебраические аспекты (экономика и экономические модели, алгоритмы и программное обеспечение). Это разбиение по тематике не было жестким.

В настоящее время круг математических идей, связанных с ЛП и теорией экстремальных задач все глубже вращается в общематематическую ткань. Впрочем, этот процесс наметился уже в первых классических работах Л. В. Канторовича — «О перемещении масс» (1942) и «Об одной проблеме Монжа» (1947). Множество внутриматематических приложений связано с пространством Канторовича — Рубинштейна, порожденного транспортной задачей ЛП. Свидетельством широты внутриматематических связей ЛП явилось разнообразие тематики докладов на математической секции.

А. М. Вершик показал ключевую роль структуры подмножества разрешимых задач в пространстве всех задач в изучении сложности задач комбинаторного или аналитического характера. Сложность задачи о разрешимости системы неравенств и других задач подобного типа может рассматриваться с точки зрения теории особенностей. Предлагаемый подход позво-

ляет расширить круг средств и понятий, привлекаемых к анализу задач оптимизации, равно как охватить и новые. Алгебраическая геометрия, теория представлений, теория особенностей становятся инструментами в таком изучении. Особенно следует отметить концепцию аппроксимации задач распознавания образов, которая позволяет с единой точки зрения рассматривать метод эллипсоидов и симплекс-метод.

Общие вопросы теории экстремальных задач исследовал В. М. Тихомиров (МГУ). Он отметил, что основные достижения здесь получены путем соединения идей гладкого и выпуклого анализа. Автор изложил общие концепции, позволяющие строить необходимые условия экстремума, доказывать теоремы существования, разрабатывать численные методы для различных классов экстремальных задач.

В. А. Васильев (ИПМ) дал обзор недавних работ, посвященных вероятностным оценкам в теории симплекс-метода (Смейл, Боргвардт, Вершик — Спорышев, Адлер — Меггидо). Докладчик проиллюстрировал существенную зависимость оценок от характера статистики и, в частности, необходимость рассматривать множество задач, имеющих допустимые планы. А. Г. Хованский (ВНИИСИ) продемонстрировал применение ЛП для построения соотношений, связывающих грани различной размерности в простых многогранниках. Такой подход обобщает классическую теорию Морса и позволяет не только установить известные неравенства, но и получить новые результаты.

Алгебраическую структуру решения экстремальных задач рассматривали А. Г. Черняков (ИСЭП), Н. Е. Мнев (ИСЭП), Г. В. Давыдов и И. М. Давыдова (ЛГУ). Проблемам комбинаторной оптимизации были посвящены доклады А. И. Барвинка (ЛГУ), Н. В. Багоцкой, В. Е. Левита и И. С. Лосева (ИППИ), А. В. Зелевского и В. А. Сергановой (Научный совет АН СССР по кибернетике), В. Н. Шевченко (ГГУ).

Вычислительные аспекты всегда были одними из центральных в ЛП.

Двойственности в несобственных (неразрешимых) задачах ЛП был посвящен доклад И. И. Еремина (ИМ УО АН СССР). Он остановился на методах аппроксимации несобственных задач, привел сведения о программном обеспечении численного анализа таких задач (ППП ДЕЛЬТА-ПЛАН), обсуждал вопросы несобственного программирования как средства моделирования противоречивых ситуаций. Е. Г. Гольштейн (ЦЭМИ) рассказал о задаче ЛП, в которой вектор правых частей и коэффициенты целевой функции заданы неточно. Изучаемые вопросы связаны с алгоритмами решения задач ЛП произвольной блочной структуры. Б. В. Черкасский (ИЭП НТП) напомнил, что транспортной задаче ЛП в экономической постановке А. Н. Толстого также исполняется 50 лет. Он рассказал об истории появления и эволюции различных алгоритмов, привел данные о практической эффективности программ. Сегодня наиболее эффективным является метод потенциалов, ведущий свое происхождение от работы Л. В.

Канторовича и М. К. Гавурина, выполненной в 1940 г. Докладчик отметил, что в последнее время найдены полиномиальные и строго полиномиальные алгоритмы для решения задач транспортного типа.

Ю. Н. Нестеров и А. С. Немировский (ЦЭМИ) предложили общую схему построения полиномиальных алгоритмов нелинейного программирования, базирующуюся на понятии самосогласованной функции. Они подчеркнули, что с помощью общей техники удастся строить полиномиальные алгоритмы для широкого спектра оптимизационных задач: ЛП, задач с квадратичными ограничениями, задач минимизации функций от матриц и др. Л. М. Брегман (ЛГУ) рассмотрел полиномиальный алгоритм решения систем неравенства, являющийся комбинацией метода типа Кармаркара и симплекс-метода.

Несколько сообщений было посвящено разработке программного обеспечения ЛП и технологии работы с разреженными матрицами, обычными в задачах ЛП. А. Б. Ядыкин (ВНИИСИ) дал обзор современного состояния теории и технологии разреженных матриц и их применений в системах линейной и нелинейной оптимизации большой размерности. И. В. Романовский изложил способ построения программных систем ЛП на ПЭВМ, основанный на разделении отдельных частей алгоритма и позволяющий приспосабливать программные системы для различных классов задач, форм входных данных и т. п. М. И. Тамм, И. В. Леппик, М. Рейго и Э. Рооба (ИК АН ЭССР) рассказали об экспериментальной эксплуатации различных программ ЛП. А. И. Смирнова (ИМ УО АН СССР) рассмотрела различные подходы к формированию двойственных задач в распознавании образов.

Особое внимание было уделено различным приложениям ЛП в экономике, технике, управлении. Первым приложением ЛП была задача о рациональном раскрое. В. А. Залгаллер и Э. А. Мухачева (ЛОМИ, Уфимский авиационный ин-т), отметив заслуги Л. В. Канторовича в исследовании этой задачи, говорили о современном состоянии и вопросах практического использования методов рационального раскроя.

В. А. Даугавет (ЛГУ) обсуждала различные применения ЛП в задачах чебышевской аппроксимации. В нелинейной чебышевской аппроксимации задача ЛП используется как вспомогательная подзадача, например, для нахождения направления спуска. Этот подход применяется для равномерного приближения прямоугольной матрицы произведением матриц меньшего порядка. А. Р. Баранцев (ЛГУ) сформулировал задачу глобально оптимальной кластеризации как задачу билинейного программирования и развил метод ее решения. А. А. Первозванский (ЛПИ) остановился на теории возмущений в линейном и квазилинейном программировании. Э. Б. Ершов и Е. С. Левитин (ИЭП НТП) доложили о выборе параметров оптимизационной модели, значения которых не могут быть определены вне процесса анализа оптимального решения и его характеристик. Н. Н. Воробьев (ИСЭП) отметил, что в задаче

максимизации выпускаемой продукции при ограниченных ресурсах оптимальные значения двойственных переменных можно интерпретировать как хозрасчетные цены на ресурсы. Б. Т. Поляк (ИПУ) дал систематический обзор методов обработки результатов наблюдений как оптимизационной задачи. О вероятностных моделях экономического роста, в которых асимптотическое поведение оптимальных траекторий существенно отлично от обычного «магистрального» типа, рассказали Э. Л. Пресман и А. Д. Сластников (ЦЭМИ). Интересные приложения ЛП были рассмотрены в докладах Е. В. Левне-

ра (ЦЭМИ), В. И. Андрияша, Э. Г. Ланген и И. Д. Степаненко (ИМ АН КиргССР).

На заключительном заседании принята резолюция о развитии математического программирования в стране, содержащая, в частности, и предложения по увековечению памяти Л. В. Канторовича. Было высказано пожелание о факсимильном юбилейном издании его брошюры 1939 г. «Математические методы организации и планирования производства».

*Брэгман Л. М., Вершик А. М.,
Грибов А. В., Романовский И. В.*