ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1990
Том 26, вып. 3

ЭФФЕКТИВНОСТЬ УПРАВЛЕНИЯ ЭКОНОМИКОЙ С ПОМОЩЬЮ ПЛАНОВ, ЦЕН, НОРМАТИВОВ, ПРЯМЫХ НАЛОГОВ

Пресман Л. С.

(Москва)

В статье показывается, что управление планами производства и потребления из центра не может обеспечить оптимум государства при его реальной информированности. Неэффективно также управление нормативами образования фондов предприятий. В то же время управление абсолютной величиной прямых налогов в условиях экономического равновесия и полной самостоятельности предприятий обеспечивает эффективность всех состояний и достижение оптимума центра и общества.

1. МОДЕЛЬ ЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ ЭКОНОМИКОЙ

Рассмотрим экономическую систему, состоящую из центрального органа управления (который представляет совокупность всех управляющих звеньев в реальной экономике) и предприятий $j\in J$. На них сосредоточено производство продукции $y_j=(y_{ji})$, $i\in I$ (I — список благ), а также личное потребление работников (с иждивенцами) $x_j=(x_{ji})\geqslant 0$, $i\in I$. При этом собственно производство составляет $y_j^+=\max(0, y_j)\geqslant 0$, а производственное потребление $y_j^-=\max(0, -y_j)\geqslant 0$, так что $y_j=y_j^+-y_j^-$. Будем считать, что в начале очередного периода времени центр выбирает управляющие воздействия на предприятия с учетом всей доступной ему информации, а затем они определяют и реализуют объемы своего производства y_j^+ при полученных в прошлом периоде производственных ресурсах (которые явно в модели не фигурируют). Далее центр, зная общее фактическое производство, может уточнить свои решения о распределении имеющихся благ (для производственного, личного и общественного потребления). Наконец, предприятия устанавливают объемы личного потребления x_j и закупок производственных ресурсов y_j^- для следующего периода в пределах таких лимитов.

Каждое предприятие имеет функцию предпочтений $s_j(x_j, y_j)$ различных сочетаний (x_j, y_j). Например, может быть задано $s_j(x_j, y_j)\geqslant m_j$ для $y_j\in Y_j$ и $s_j(x_j, y_j)<m_j$ — для остальных y_j независимо от x_j, где Y_j — множество технологически возможных y_j, а m_j — некоторое число. Предполагаются непрерывность и неубывание s_j по x_{ji}, y_{ji}^- и убывание по y_{ji}^+, что связано с ростом трудозатрат при увеличении производства. Состояние $x_j=0$, $y_j=0$ означает увольнение работников и остановку производства, $s_j(0, 0)$ представляет собой оценку предприятием этого состояния. При этом $s_j(0, y_j)<s_j(0, 0)$, если $y_j\leqslant 0$ и $y_j\neq 0$.

Управление предприятием со стороны государства (центра) осуществляется путем задания системы стимулирования $w_j=f_j(y_j)$, где w_j — фонд оплаты труда (ФОТ) его работников. Вид функции f_j определяет различные способы управления, директивные и экономические. В частности, $f_j(y_j)=\varphi_j(y_j, \bar{y}_j)$ — зависимость ФОТ от выполнения заданного центром плана $\bar{y}_j$. При ценах $p\geqslant 0$ положительная разница $py_j-f_j(y_j)=t_j(y_j)$ поступает в бюджет государства, а отрицательная является субсидией из него. Для упрощения будем относить к ФОТ все источники оплаты благ личного потребления краткосрочного и длительного пользования, в том числе фонд социального развития. Производственные ресурсы длительного пользования (здания, оборудование и т. п.) тоже не станем выделять из всех производственных ресурсов.

Модель позволяет учесть любые ограничения государства на производственную и финансовую деятельность предприятия с помощью условия $f_j(y_j)=0$ при $y_j \notin H_j$, где H_j — множество разрешенных значений производственных показателей. Так, например, можно учесть ограничения $\underline{y}_j \leqslant y_j \leqslant \bar{y}_j$ и, в частности, лимиты ресурсов $y_j^- \geqslant \bar{y}_j^-$. Ограничения личного потребления дефицитных благ могут задаваться в явном виде по предприятиям: $x_j \leqslant \bar{x}_j \leqslant \infty$. Итак, модель выбора (x_j, y_j) предприятием при ценах $p \geqslant 0$

$$\max_{x_j, y_j} s_j(x_j, y_j) = \max_{y_j} u_j(p, f_j(y_j), y_j, \bar{x}_j), \tag{1}$$

$$px_j \leqslant f_j(y_j), \tag{2}$$

$$0 \leqslant x_j \leqslant \bar{x}_j, \tag{3}$$

где $u_j(p, w_j, y_j, \bar{x}_j) = \max_{x_j} s_j(x_j, y_j), \; px_j \leqslant w_j, \; 0 \leqslant x_j \leqslant \bar{x}_j.$ (4)

Допустим, что центр знает функции $s_j(x_j, y_j)$ или $u_j(p, f_j(y_j), y_j, \bar{x}_j)$ и выбирает объемы общественного потребления z, воздействия $f_j(y_j)$ и $\bar{x}_j$ на предприятия и цены p так, чтобы максимизировать гарантированное значение своей функции цели $u(z, q)$, которая зависит от общественного потребления z и благосостояния населения q

$$\sup_{\substack{f, \bar{x} \geqslant 0 \\ p \geqslant 0, z \geqslant 0}} \; \inf_{\hat{y} \in \hat{Y}(f)} u(z, q) = u^0, \tag{5}$$

при условиях, что: а) предприятия ведут себя в соответствии с моделью (1)—(3), т. е.

$$q = (q_j), \; q_j = \max_{y_j} u_j(p, f_j(y_j), y_j, \bar{x}_j) = u_j(p, f_j(\hat{y}_j), \hat{y}_j, \bar{x}_j) = s_j(\hat{x}_j, \hat{y}_j), \; j \in J, \tag{6}$$

б) возможна неединственность их ожидаемых рациональных действий

$$\{\hat{y}_j\} = \hat{Y}_j(f_j), \; \hat{y} = (\hat{y}_j), \; \hat{Y}(f) = \prod_j \hat{Y}_j(f_j), \tag{7}$$

в) при ожидаемых действиях предприятий $\hat{y}$ система стимулирования должна обеспечивать неотрицательность фондов оплаты труда и сбалансированность их суммы со стоимостью чистой продукции всех предприятий и расходами государства

$$f = (f_j), \; f_j(\hat{y}_j) \geqslant 0, \; \sum_j f_j(\hat{y}_j) \leqslant p \sum_j \hat{y}_j - pz, \tag{8}$$

г) ожидаемое личное потребление по системе в целом не должно превышать ожидаемого конечного выпуска за вычетом общественного потребления

$$\sum_j \hat{x}_j \leqslant \sum_j \hat{y}_j - z. \tag{9}$$

Функция $u(z, q)$ предполагается непрерывной и неубывающей по z и q; z включает все непроизводственные государственные расходы в натуральном выражении.

Модель (5)—(9) близка к сформулированной В. Л. Макаровым в [1, с. 60—63]. Однако цены p и стимулы $f_j \in F_j$ в [1] выбираются так, чтобы соблюдалось равновесие $\sum_j (y_j - x_j) = z$ без помощи лимитов $\bar{x}$, $\bar{y}$. (Там же показано, что такой выбор возможен не для любого класса F_j стимулов f_j.) В отличие от этого в (5)—(9) равновесие (8), (9) регулируется лимитами $\bar{x}$, $\bar{y}$, а выбор стимулов $f_j(y_j)$ не ограничен.

2. ЭФФЕКТИВНОСТЬ ОПТИМАЛЬНОГО ПЛАНИРОВАНИЯ И СТИМУЛИРОВАНИЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ПЛАНА

Модель централизованного управления предприятиями (5)—(9) представляет на первый взгляд очень сложную для анализа задачу поиска оптимальных функций f_j (помимо векторов $\bar{x}$, $\hat{x}$, p, $\hat{y}$, z). Однако Ю. Б. Гермейер [2] нашел способ сводить такие двухуровневые игры с позиционными стратегиями (функциями) к задачам нелинейного программирования. Используя его, В. А. Горелик и А. Ф. Кононенко [3] установили, что если иерархическая «веерная» система (центр — предприятия) является «правильной», то исходная игра эквивалентна одной сравнительно простой задаче. В наших обозначениях последняя имеет вид

$$\sup_{w\geqslant 0,\ \bar{x}\geqslant 0,\ p\geqslant 0,\ y,\ z\geqslant 0} u(z, g) = u^0, \tag{10}$$

$$g_j = u_j(p, w_j, y_j, \bar{x}_j) \geqslant m_j, \tag{11}$$

$$\sum_j w_j \leqslant p\left(\sum_j y_j - z\right), \tag{12}$$

$$\sum_j x_j \leqslant \sum_j y_j - z, \tag{13}$$

$$g = (g_j),\ w = (w_j),\ j \in J,$$

где $m_j = \max\limits_{y_j} \min\limits_{w_j \geqslant 0} \max\limits_{px_j \leqslant w_j} s_j(x_j, y_j) = s_j(0, 0)$, $0 \leqslant x_j \leqslant \bar{x}_j$ в соответствии с предположениями о свойствах $s_j(x_j, y_j)$ в разд. 1.

«Правильность» системы, согласно [3], подразумевает, что введение строгого неравенства в (11) не меняет значения (10). В нашем случае u_j, по определению (4), непрерывны. Поэтому равенство в (11) несущественно для (10), и правильность имеет место. Кроме того, естественно считать функции s_j такими, что при условиях (11)—(13) бесконечное производство и потребление невозможно, в связи с чем sup в (10) достигается и может быть заменен на max.

Если же (10) заменить на

$$\max u(z, r),\ r = (r_j), \tag{14}$$

то, используя (4) и неубывание $u(z, g)$ по g, нетрудно показать, что вместо условий (11) можно записать три более простых

$$r_j = s_j(x_j, y_j) \geqslant m_j,\ px_j \leqslant w_j,\ x_j \leqslant \bar{x}_j. \tag{15}$$

Заметим теперь, что из модели (12)—(15) можно изъять (12), $px_j \leqslant w_j$ и $x_j \leqslant \bar{x}_j$ — из (15), а с ними и переменные p, w_j и $\bar{x}_j$. Действительно, если (x^0, y^0, z^0) — решение (13)—(15) без этих условий, то для любых $p^0 \geqslant 0$ можно взять $w^0 = p^0 x_j^0$ и положить $\bar{x}_j^0 = x^0$. Тогда (12) следует из (13) и (15). В итоге получаем модель оптимального централизованного планирования производства и потребления

$$\max u(z, r) = u^0, \tag{16}$$

$$r_j = s_j(x_j, y_j) \geqslant m_j,\ j \in J, \tag{17}$$

$$\sum_j y_j - \sum_j x_j - z \geqslant 0,\ x \geqslant 0,\ z \geqslant 0. \tag{18}$$

Ее решение (значит, и (5)—(9)) существует, если возможности предприятий (17) совместимы с балансом благ (18).

Пусть (r^0, x^0, y^0, z^0) — одно из решений (16)—(18), $p^0 \geqslant 0$ — некоторые цены, $w_j^0 = p^0 x_j^0$, $\bar{x}^0 = x^0$. Если $r_j^0 > m_j$ для всех j, то функции $f_j^0(y_j)$, удовлетворяющие условиям

$$f_j^0(y_j^0) = w_j^0,\ f_j^0(y_j) \geqslant 0 \quad \forall y_j, \tag{19}$$

$$u_j(p^0, f_j^0(y_j), y_j, \bar{x}_j^0) < u_j(p^0, w_j^0, y_j^0, \bar{x}_j^0),\ y_j \neq y_j^0, \tag{20}$$

являются оптимальными стимулами для всех предприятий, т. е. обеспечивают достижение (5) при условиях (6)—(9). В самом деле, (20) обеспечивает выбор предприятиями y_j^0 (для $y_j=0$ (20) возможно в силу предположения $r_j^0>m_j$). Набор $(x^0, y^0, z^0, \bar{x}^0, f^0, p^0)$ удовлетворяет (6) при $\hat{y}=y^0$ вследствие (20); (7) имеет вид $\hat{Y}_j(f_j^0)=\{y_j^0\}$; (8) следует из (18), умноженного на p^0, (19) и равенства $\omega_j^0=p^0x_j^0$; (9) получается из (18). Кроме того, $u(z^0, q^0)=u(z^0, r^0)=u^0$, поскольку из (6) следует

$$q_j = u_j(p^0, f_j^0(y_j^0), y_j^0, \bar{x}_j^0) = \max_{\substack{x \\ p^0x_j\leqslant\omega_j^0=p^0x_j^0,\ x_j\leqslant\bar{x}_j^0=x_j^0}} s_j(x_j, y_j^0) = s_j(x_j^0, y_j^0) = r_j^0,$$

так как s_j не убывает по x_j. Значит, стимулы f_j^0 оптимальны.

Если $r_j^0=m_j$ для некоторых $j\in J$, то оптимальной системы стимулов построить нельзя, поскольку (20) не выполняется, например, для $y_j=0$, т. е. не обеспечивается выбор $\hat{y}_j=y_j^0$. Но можно построить приближенно-оптимальные стимулы, аналогичные (19), (20) и обеспечивающие центру результат, сколь угодно близкий $u(z^0, r^0)$.

Таким образом, если бы центр знал $s_j(x_j, y_j)$, то его эффективное управление сводилось бы к составлению оптимального «натурального» плана и последующему стимулированию его выбора предприятиями. При этом их реальный выбор в точности совпадал бы с плановым, у центра не было бы необходимости в пересмотре лимитов $\bar{x}_j$, $\bar{y}_j$ и государственного потребления z, и реальная эффективность экономики совпадала бы с максимальной $u(z^0, r^0)$. Однако в действительности интересы предприятий $s_j(x_j, y_j)$ или их возможности $s_j(x_j, y_j)\geqslant m_j$ не могут быть известны центру в принципе, поскольку определяются не только номинальными характеристиками оборудования, но и предпочтениями коллектива.

Поэтому в чистом виде указанная схема не может быть реализована. Центральные органы, составляя план, практически могут воспользоваться только представлениями $\hat{s}_j(x_j, y_j)$ об $s_j(x_j, y_j)$, сложившимися у них к данному периоду из опыта прошлых лет, на основании информации от предприятий, проектной информации и т. п. Будем считать s_j, как и s_j, детерминированной функцией производства y_j и потребления x_j. Ясно, что такие s_j могут сильно отличаться от истинных s_j. Допустим, центр, используя представления s_j вместо s_j, осуществляет планирование согласно (16)—(18). Тогда при естественных предположениях об s_j и u можно показать, что полученный им субъективный план $\hat{v}=$ $=(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ не может быть оптимальным в смысле (16)—(18) (с истинными s_j). Эти предположения состоят в следующем: 1) функции u, s_j, $\hat{s}_j$ дифференцируемы, и в любой точке оптимума $v^0=(x^0, y^0, z^0)$ выполняются условия

$$\operatorname{grad} u(z^0, q^0)\neq 0;\quad \operatorname{grad} s_j(x_j^0, y_j^0)\neq 0,\quad \operatorname{grad}\hat{s}_j(x_j^0, y_j^0)\neq 0;$$

2) предельная полезность благ в государственном потреблении не зависит от искажения уровня благосостояния предприятий в точке оптимума

$$u'_{zi}(z^0, q^0) = u'_{zi}(z^0, \hat{q}^0),\ q_j^0 = s_j(x_j^0, y_j^0),\ \hat{q}_j^0 = \hat{s}_j^0(x_j^0, y_j^0);$$

3) найдется предприятие j и блага i, l, для которых

$$\frac{s'_{yji}}{s'_{yjl}} \neq \frac{\hat{s}'_{yji}}{\hat{s}'_{yjl}} \text{ или } \frac{s'_{xji}}{s'_{xjl}} \neq \frac{\hat{s}'_{xji}}{\hat{s}'_{xjl}},$$

т. е. не все истинные и предполагаемые центром нормы замещения благ на предприятиях в точке v^0 одинаковы. Возможны и другие наборы условий, дающие тот же результат.

Реальное состояние экономики $\tilde{v}=(\tilde{x}, \tilde{y}, \tilde{z})$ получается после выбора предприятиями $\tilde{y}_j^+$ в ответ на стимулирование (19)—(20) выполнения плана $\hat{y}_j$, определения центром $\tilde{z}$, корректировки лимитов $\tilde{x}_j$, $\tilde{y}_j^-$ и выбора предприятиями $\tilde{x}_j$, $\tilde{y}_j^-$ (см. разд. 1). Если $\tilde{v}$ совпадает с планом $\hat{v}$, то, как утверждалось выше, оно не является оптимумом. В то же время нетрудно убедиться, что реальное состояние $\tilde{v}$ (и соответственно $\hat{v}$) является допустимым в смысле (17), (18), принимая во внимание, что предприятия выбирают с учетом (17), а центр корректирует $\bar{x}$ и z, имея в виду баланс (9). Значит, $u(\tilde{z}, s_j(\tilde{x}_j, \tilde{y}_j)) < u(z^0, r^0)$, т. е. $\tilde{v}$ неэффективно (хуже оптимального). Если же $\tilde{v}$ не совпадает с $\hat{v}$ только по потреблению ($\tilde{x} \neq \hat{x}$, $\tilde{y}^- \neq \hat{y}^-$), то, поскольку $\tilde{x}_j \leqslant \bar{x}_j = \hat{x}_j$, $\tilde{y}_j^- \leqslant \bar{y}_j^- = \hat{y}_j^-$ и s_j не убывает по x_j, y_j^-, получаем, что $\tilde{v}$ не лучше $\hat{v}$, который не оптимален, но и тогда допустим.

Пусть теперь $\tilde{v}$ не совпадает с планом $\hat{v}$ по производству $\tilde{y}_j^+ \neq \hat{y}_j^+$. Возможны два случая. В первом центр уверен в истинности своих представлений $\hat{s}_j$ об интересах предприятий s_j. В этом случае логично с его точки зрения назначать управление $f_j^0(y_j)$ в (20) достаточно «жестким», так чтобы это неравенство заставляло предприятие выбирать либо $y_j = \hat{y}_j$, либо $y_j = 0$ (например, $f_j^0(y_j) = 0$ при $y_j \neq \hat{y}_j$). Но при допущении о невыполнении планов $\tilde{y}_j \neq \hat{y}_j$ для некоторых j это означает их закрытие ($\tilde{y}_j = 0$) вследствие невозможности выполнить $\tilde{y}_j = \hat{y}_j \neq 0$ из-за отличий s_j от $\hat{s}_j$. Поскольку последние не связаны с убыточностью предприятий для центра и могут иметь место для любых j, то такое состояние производства $\tilde{y}$ не является оптимальным. В другом случае центр не считает свои представления $\hat{s}_j$ истинными и вытекающие из них планы $\hat{y}_j$ оптимальными. Тогда ему нет смысла настаивать на выполнении $\hat{y}_j$ с помощью $f_j(y_j)$. Но это означает отказ от управления планом и переход к другим способам управления, которые рассматриваются в следующих разделах.

Таким образом, при неточных детерминированных представлениях $\hat{s}_j(x_j, y_j) \neq s_j(x_j, y_j)$ управление планом приводит к потерям для центра. (Это может показаться очевидным для иерархических организационных систем вообще, но, например, в [4] показано, что иногда ошибочная информация приносит центру даже дополнительный выигрыш.) Из [5—7] следует аналогичное заключение для вероятностных или интервальных представлений $\hat{s}_j$. Впрочем, существование и использование таких представлений в органах управления сомнительно, поскольку это требует более сложной информации и методов принятия решений.

3. НОРМАТИВНОЕ СТИМУЛИРОВАНИЕ

Рассмотрим возможность достижения оптимума в модели (5)—(9) с помощью стимулов $f_j^d(y_j) = d_j p y_j$, где $d_j \geqslant 0$ — управляемый центром норматив; $py = py_j^+ - py_j^-$ — чистый доход предприятия; py_j^+ — объем реализации; py_j^- — сумма расходов предприятия на производственные ресурсы.

Нормативное стимулирование чистого дохода можно рассматривать как остаточный метод образования ФОТ при заданной центром ставке прямого налога $f_j^d(y_j) = py_j - t_j(y_j)$, где $t_j(y_j) = (1-d_j)py_j$. Ставки налогов $1-d_j$ служат параметрами централизованного управления наряду с ценами p и лимитами $\bar{x}_j$. Можно ли подобрать такие d_j, p, $\bar{x}_j$ и государственное потребление z^d, чтобы ответы предприятий $(x_j^d) = x^d$, $(y_j^d) = y^d$ вместе с z^d составили оптимум в смысле (16)—(18), который одновременно является оптимальным результатом управления в (5)—(9)? Оказывается, нет. Точнее, если для любого оптимального $v^0 = (x^0, y^0, z^0)$, $\operatorname{grad} u(z^0, q^0) \neq 0$, $\operatorname{grad} s_j(x_j^0, y_j^0) \neq 0$, $j \in J$, $z^0 \neq 0$, то ни при каких $d_j \geqslant 0$, $\bar{x}_j \geqslant 0$, $p \geqslant 0$, $z^d \geqslant 0$ набор $(x^d, y^d, z^d) = v^d$ не может быть оптимумом (16)—(18).

Для доказательства потребуются необходимые условия оптимальности v^0 — решения задачи (16)—(18) (см., например, [15, с. 382, 383]) в предположении дифференцируемости функций s_j и u, а именно — существуют такие векторы $\lambda=(\lambda_i,\ i\in I)$ и $\mu=(\mu_j,\ j\in J)$, $\lambda\geqslant0$, $\mu\geqslant0$, что

$$\mu_j(q_j^0-m_j)=0, \tag{21}$$

$$\lambda_i\Big(\sum_j(y_{ji}^0-x_{ji}^0)-z_i^0\Big)=0, \tag{22}$$

$$[\mu_j+u'_{qj}(z^0,q^0)]\,s'_{xji}(x_j^0,y_j^0)-\lambda_i\leqslant0, \tag{23}$$

$$[\mu_j+u'_{qj}(z^0,q^0)]\,s'_{yji}(x_j^0,y_j^0)+\lambda_i=0, \tag{24}$$

$$u'_{zi}(z^0,q^0)-\lambda_i\leqslant0, \tag{25}$$

где $q^0\doteq(s_j(x_j^0,y_j^0),\ j\in J)$.

Если $x_{ji}^0>0$ и $z_i^0>0$, то в неравенствах (23) и (25) имеют место равенства.

Выбор предприятий x_j^d, y_j^d, происходящий в соответствии с (1)—(3) при $f_j(y_j)=f_j^d(y_j)=d_jpy_j$, должен удовлетворять условиям

$$s'_{xji}(x_j^d,y_j^d)-p_i\beta_j-\gamma_{ji}\leqslant0, \tag{26}$$

$$s'_{yji}(x_j^d,y_j^d)+d_jp_i\beta_j=0, \tag{27}$$

где $\beta_j\geqslant0$ и $\gamma_{ji}\geqslant0$ — оценки неравенств (2) и (3), причем если $x_{ji}^d>0$, то (26) выполняется как строгое равенство. Предположим, что $v^d=(x^d,y^d,z^d)$ является оптимумом (16)—(18). Тогда для него справедливы (23) и (24). Отсюда при $x_{ji}^d>0$ $s'_{xji}(x_j^d,y_j^d)=-s'_{yji}(x_j^d,y_j^d)$ и, согласно (26), (27), для любого $j\in J$ имеет место

$$p_i\beta_j+\gamma_{ji}=d_jp_i\beta_j. \tag{28}$$

Найдется также $k\in J$, для которого $py_k^d>0$ и $d_k<1$. Иначе из (8) при $\hat y_j=y_j^d$ и $f_j^d(y_j^d)=d_jpy_j^d$ получается $pz^d\leqslant0$, а это противоречит предположению $z^0\neq0$ для любого оптимума. Из (28) следует $\gamma_{ki}=0$. Поскольку $py_k^d>0$, то для некоторого $i\in I$ должно быть $x_{ki}^d>0$, чтобы выполнялись (1)—(3). В таком случае, согласно (18), найдется $l\in J:y_{li}^d>0$. Но из (1)—(3) для $j=l$ видно, что это возможно только при $p_i>0$ ввиду убывания s_l по $y_{li}\geqslant0$. Из (26), (27) получаем $\beta_k>0$, иначе $\operatorname{grad}s_k(x_k^d,y_k^d)=0$. Значит, (28) невозможно, поскольку $p_i>0$, $\beta_k>0$, $\gamma_{ki}=0$, $d_k<1$, $x_{ki}^d>0$. Стало быть, (x^d,y^d,z^d) не может быть оптимумом, т. е. нормативный принцип распределения чистого дохода между предприятием и государством не оптимален с точки зрения центра.

Аналогично можно показать, что набор v^d не может быть точкой Парето для предприятий при фиксированном z^d. Точка Парето в данном случае есть такое состояние участников, которое нельзя улучшить для одного, не ухудшая его для другого и не нарушая баланса благ.

Для предприятий это состояние v^0 можно определить условиями для всех $j\in J$

$$s_j(x_j^0,y_j^0)=\max_{x\geqslant0,y_j}s_j(x_j,y_j), \tag{29}$$

$$s_k(x_k,y_k)\geqslant s_k(x_k^0,y_k^0),\ k\neq j, \tag{30}$$

$$\sum_j(y_j-x_j)-z^0\geqslant0. \tag{31}$$

Для доказательства неоптимальности v^d по Парето достаточно убедиться, что, согласно необходимым условиям оптимального выбора участников, в задачах (29)—(31) при $x_{ji}^0>0$ $s'_{xji}(x_j^0,y_j^0)=-s'_{yji}(x_j^0,y_j^0)$, $j\in J$, после чего повторяется предыдущее доказательство. Таким образом, результат нормативного стимулирования не обладает никакими известными оптимальными свойствами. Этот вывод справедлив также для широкого класса стимулов $f_j(y_j)$, дифференцируемых в точке ответа предприятия y_j^d и таких, что

$$f'_{ji}(y_j^d) \begin{cases} < p_i, \text{ если } \bar{x}_{ji} \geqslant x_{ji}^d > 0, & (32) \\ \neq p_i, \text{ если } \bar{x}_{ji} > x_{ji}^d > 0. & (33) \end{cases}$$

Действительно, (28) для этого случая будет иметь вид

$$p_i\beta_j + \gamma_{ji} = f'_{ji}(y_j^d)\,\beta_j, \text{ если } x_{ji}^d > 0. \tag{34}$$

Далее, как и выше, доказывается, что найдутся такие $k \in J$ и $i \in I$, что $\beta_k > 0$, $x_{ki}^d > 0$ и $p_i > 0$. Тогда, если выполняется (33), то $\gamma_{ji} = 0$ и (34) невозможно, а если — (32), то (34) невозможно при любом $\gamma_{ji} \geqslant 0$.

К этому классу стимулов, в частности, относятся формы образования ФОТ при хозрасчете, получившие распространение в 1988—1989 гг. Условия (32) или (33) могут иметь место и при «прогрессивной» шкале нормативов ФОТ и при «прогрессивном» налогообложении. Они означают, что прирост ФОТ на единицу прироста объема производства (снижения затрат) блага i меньше его цены или не равен ей. Даже если $f'_{ji}(y_j^d) = p_i$, то этого еще не достаточно для оптимальности v^d.

4. ФИКСИРОВАННЫЕ ПЛАТЕЖИ ГОСУДАРСТВУ ПРИ РАВНОВЕСНЫХ ЦЕНАХ

Задача центра в условиях его слабой информированности об $s_j(x_j, y_j)$ значительно облегчается, если в экономике устанавливается конкурентное равновесие, которым он управляет с помощью фиксированных прямых налогов t_j на предприятия. В этом случае ФОТ предприятия образуется из чистого дохода py_j после уплаты государству налога t_j, не зависящего от $y_j \neq 0$: $f_j^t(y_j) = \max(0, py_j - t_j)$. Равновесные цены p устанавливаются в результате заключения договоров между участниками.

Равновесием в централизованной экономике при стимулах $f_j^t(y_j)$ будем называть набор цен $p^0 \geqslant 0$ производства и потребления $v^0 = (x^0, y^0, z^0)$, $x^0 \geqslant 0$, $z^0 \geqslant 0$, для которого:

потребление и производство x_j^0, y_j^0 самостоятельно выбраны предприятием $j \in J$ при данных стимулах $f_j^t(y_j)$ и ценах p^0 (без ограничений на потребление)

$$q_j^0 = s_j(x_j^0, y_j^0) = \max s_j(x_j, y_j), \tag{35}$$

$$p^0 x_j \leqslant f_j^t(y_j),\ x_j \geqslant 0; \tag{36}$$

общественное потребление $z^0 \geqslant 0$ выбрано центром при одном только ограничении государственных расходов объемом бюджета, образующегося как сумма всех отчислений предприятий государству

$$u(z^0, q^0) = \max u(z, q^0), \tag{37}$$

$$p^0 z \leqslant \sum_j t_j,\ z \geqslant 0; \tag{38}$$

потребление обеспечено производством, а по стоимости равно ему

$$\sum_j (y_j^0 - x_j^0) - z^0 \geqslant 0, \tag{39}$$

$$p^0 \left[\sum_j (y_j^0 - x_j^0) - z^0\right] = 0. \tag{40}$$

Определение (35)—(40) является частным случаем упоминавшейся модели Макарова [1, с. 60—63], в которой центр в отличие от (37), (38) одновременно выбирает государственное потребление z и стимулы f_j из некоторого множества F. В [1] показано, что в такой общей модели равновесие может не существовать или не порождать оптимума Парето.

В нашем случае множество F_j содержит один стимул f_j^t, и цель состоит в исследовании его оптимальности. Близкая к f_j^t схема прямых налогов на потребителей рассмотрена в [8] в связи с проблемой оплаты общественных благ. Но остальные элементы модели отличаются от (35)—(40): центр отсутствует; потребление отделено от производства, максимизирующего прибыль; равновесие помимо соотношений типа (35), (36), (39), (40) требует очень сильного и трудно проверяемого условия, что не существует такой системы налогов t_j на потребителей, при которой они могли бы выбрать сбалансированный и допустимый набор благ лучше равновесного. Изучается связь с моделью Линдаля и принадлежность этого равновесия ядру экономики.

Известны и другие исследования равновесия с прямыми и косвенными налогами, в том числе в виде заданных функций от производства, потребления и цен (например, [9—13]), но в них не рассматриваются обсуждаемые здесь вопросы оптимальности управления прямыми налогами.

Определение (35)—(40) отличается от модели Эрроу — Дебре [14] и близких к ней [1, 15], где потребители получают доход от продажи «начальной собственности», труда и участия в прибылях предприятий, предприятия максимизируют прибыль, а центр и налоги отсутствуют. Тем не менее изучение равновесия (35)—(40) приводит к выводам того же характера, что и в [14, 15].

Прежде всего, существуют значения налогов t_j^0, при которых равновесное состояние v^0 совпадает с любым заданным оптимумом Парето или центра. Эти значения $t_j^0=p^0(y_j^0-x_j^0)$, где (x_j^0, y_j^0) — составляющие оптимума, а $p^0\geqslant 0$ — некоторый вектор, который всегда существует, если $s_j(x_j, y_j)$ и $u(z, q^0)$ строго квазивогнуты, возрастают по x_j и z и выбор $x_j\geqslant 0$, y_j, $z\geqslant 0$ осуществляется из сколь угодно широких, но ограниченных, замкнутых и выпуклых множеств X_j, Y_j, Z. Если рассматривать p^0 как цены, то (p^0, v^0) представляет собой равновесие при налогах t_j^0. Доказательство отличается от [14, с. 362—364] только конструкцией отделяемого множества.

Следующий важный вопрос: при каких условиях равновесие (p^0, v^0), порожденное некоторыми налогами t_j^0, имеет оптимальное состояние v^0? Ответ на него дают следующие утверждения.

Утверждение 1. Пусть (p^0, x^0, y^0) — равновесие для предприятий (35), (36), (39), (40) при стимулах f_j^t с налогами t_j^0 и при заданном государственном потреблении z^0; все предприятия не насыщаемы как потребители, т. е. для любых $x_j^1\geqslant 0$, $x_j\geqslant 0$, y_j, таких, что $x_{ji}^1>x_{ji}$, $i\in I$, имеет место $s_j(x_j^1, y_j)>s_j(x_j, y_j)$, $p^0y_j^0\geqslant t_j^0$ для всех $j\in J$. Тогда $v^0=(x^0, y^0, z^0)$ является оптимумом Парето для предприятий (29)—(31).

Доказательство аналогично [15, с. 95], но условие $p^0y_j^0\geqslant t_j^0$ является существенным, т. е. можно построить примеры, опровергающие утверждение 1 при наличии предприятий $k\in J$, у которых $p^0y_k-t_k^0<0$. Это условие означает, что каждое предприятие в состоянии платить налог $t_j^0\geqslant 0$ или довольствуется субсидией $t_j^0<0$. Оно всегда может быть выполнено при $t_j^0=0$, $j\in J$, поскольку тогда для равновесия x_j^0, y_j^0 из (36) получаем $p^0x_j^0\leqslant \max(0, p^0, y_j^0)$. При этом $p^0y_j^0\geqslant 0$, так как иначе $p^0x_j^0=0$, т. е. $x_{ji}^0=0$, если $p_i^0>0$. Если $p_i^0=0$, то $x_{ji}^0=0$, так как ни одному предприятию $k\in J$ не выгодно производить продукт i из-за убывания s_k по $y_{ki}\geqslant 0$. Значит, $x_j^0=0$. Но тогда по свойствам функции $s_j(x_j, y_j)$ и $y_j^0=0$. Отсюда $p^0y^0<0$ не может быть. Значит, ограничение (36) получает вид $p^0x_j^0\leqslant p^0y_j^0$, т. е. $p^0(y_j^0-x_j^0)\geqslant 0=t_j^0$. Разумеется, это не единственная возможность выполнения условия $p^0y_j^0\geqslant t_j^0$. Другие оптимумы Парето центр может получить, например, повышая налоги t_j в пределах $s_j^0(x_j^0, y_j^0)\geqslant m_j$, поскольку иначе $x_j^0=y_j^0=0$ и условие $p^0y_j^0\geqslant t_j^0>0$ будет нарушено.

Утверждение 2. Пусть функции $s_j(x_j, y_j)$ и $u(z, q)$ дифференцируемы и квазивогнуты: $\operatorname{grad} s_j(x_j, y_j)\neq 0$, (p^0, v^0) — равновесие (35)—(40) при стимулах $f_j^t(y_j)$ с налогами t_j^0; $p^0y_j^0\geqslant t_j^0$, $j\in J$, $p^0z^0>0$; предельные трудоемкости производства с точки зрения центра и предельные полезности государственного потребления в точке v^0 меньше или равны ценам

$$-u'_{qj}s'_{yji} \leqslant p_i^0, \ (u'_{qj}s'_{yji} + p_i^0)(q_j - m_j) = 0, \tag{41}$$

$$u'_{zi} \leqslant p_i^0, \ (u'_{zi} - p_i^0) z_i^0 = 0. \tag{42}$$

Тогда v^0 является оптимальным состоянием экономики (16)—(18).

Доказательство состоит в получении соотношений оптимума (21)—(25) из необходимых условий равновесного выбора (35)—(40) для предприятий и центра в точке равновесия v^0

$$s'_{xji} \leqslant \alpha_j p_i^0, \ (s'_{xji} - \alpha_j p_i^0) x_{ji}^0 = 0, \ i \in I, \tag{43}$$

$$s'_{yji} = -\alpha_j p_i^0, \ i \in I, \tag{44}$$

$$\alpha_j [p^0 (y_j^0 - x_j^0) - t_j^0] = 0, \ \alpha_j \geqslant 0, \ j \in J, \tag{45}$$

$$u'_{zi} \leqslant \beta p_i^0, \ (u'_{zi} - \beta p_i^0) z_i^0 = 0, \ \ i \in I, \tag{46}$$

$$\beta \left[p^0 z - \sum_j t_j^0 \right] = 0, \ \beta \geqslant 0 \tag{47}$$

и проверке достаточности (21)—(25) при исходных предположениях.

Отметим, что при условиях утверждения 2 равновесные цены p^0 равны оценкам оптимального плана λ в (21)—(25) (т. е. «общественно необходимым затратам»), а стимулы $f_j^t(y_j)$ с налогами t_j^0 обеспечивают добровольный выбор предприятиями оптимальных планов (16)—(18) без каких-либо ограничений на потребление или производство со стороны центра.

Оптимальные налоги t_j^0, как и планы v^0 при плановом управлении (см. разд. 2), точно рассчитать нельзя. Они могут быть установлены (приближенно) только с помощью «нащупывания», т. е. целенаправленного отклика центра на реакцию предприятий. Поэтому важным доводом в пользу той или иной системы управления экономикой является возможность организовать регулирование с меньшей информацией и с меньшим числом шагов, которое зависит от числа искомых параметров (v^0 или t^0).

Сравним требования к информированности центра, предъявляемые управлением планом и фиксированными платежами t_j.

Требуется ли центру при управлении налогами t_j знание возможностей и интересов предприятий $s_j(x_j, y_j)$, как при плановом управлении? Выбор государственного потребления z^0 по (34), (35) требует знания $q_j^0 = s_j(x_j^0, y_j^0)$ в точке равновесия (x^0, y^0), если это значение влияет на выбор z^0. Такого влияния нет, если можно представить $u(z, q) = \varphi(b(z), q)$, где $b(z)$ — известная центру функция, а $\varphi(b, q)$ возрастает по b, например, $u(z, q) = b(z) c(q)$ или $u(z, q) = b(z) + c(q)$. Тогда в (34) можно заменить $u(z, q^0)$ на $b(z)$, и для выбора z^0 не нужно знать q^0.

Для проверки оптимальности точки равновесия v^0 по Парето не требуется знания $s_j(x_j, y_j)$, ибо, согласно утверждению 1, она сводится к проверке неравенств $p^0 y_j^0 \geqslant t_j^0$, $j \in J$, в которых все элементы известны центру. Впрочем, и этого не нужно. Согласно (35), (36), $p^0 x_j^0 \leqslant \max(0, p^0 y_j^0 - t_j^0)$. Отсюда если $p^0 y_j^0 \leqslant t_j^0$, то $x_j = y_j^0 = 0$, т. е. предприятие не работает. При этом $p^0 y_j^0 < t_j^0$ может быть только при $y_j^0 = 0$ и $t_j^0 > 0$. Значит, если в точке равновесия все предприятия, обложенные положительными налогами, работают, то v^0 является оптимумом Парето.

Вспомним, что при плановом управлении по критерию Парето при проверке оптимальности любого плана v^0, согласно (29)—(31), должны быть известны все функции $s_j(x_j, y_j)$. То же требуется при проверке v^0 на оптимум центра согласно (16)—(18). Для проверки центральной оптимальности v^0 по (41), (42) в условиях равновесия необходимо знание производных функций $s_j(x_j, y_j)$ только в точке равновесия v^0, причем не всегда. Действительно, (41) с учетом (44) можно представить как

$$u'_{qj}\alpha_j \leqslant 1,\ (u'_{qj}\alpha_j - 1)(q_j^0 - m_j) = 0. \tag{48}$$

Если $q_j^0 > m_j$ и $q_k^0 > m_k$, $k, j \in J$, то

$$\alpha_j/\alpha_k = u'_{qk}/u'_{qj}. \tag{49}$$

Величина α_j является предельной оценкой (36) или $p^0(y_j - x_j) \geqslant t_j^0$, т. е. производной (с минусом) значения $q_j^0 = s_j(x_j^0, y_j^0)$ по налогу t_j в точке t_j^0. Другими словами, α_j оценивает предельную «тяжесть» налога t_j^0 для предприятия. Условие (49) означает, что для оптимального равновесия эти величины должны быть обратно пропорциональны важности предприятий для центра, а если последние одинаковы, то $\alpha_j = \alpha_k$, т. е. предприятия должны быть равнопривлекательными для работников. Центр может приближенно это проверить, не зная s_j, s_k, по спросу предприятий на труд и его предложению.

Рассмотрим другой, вполне реальный случай, когда $u(z, q)$ зависит только от z, т. е. $u'_{qj}(v^0) = 0$, $j \in J$. Если $q_j^0 = m_j$, $j \in J$, то точка равновесия v^0 является оптимумом центра. Действительно, (41) и (42) выполняются, последнее — при определенном масштабе цен и налогов. Это следует из (46), где можно добиться $\beta' = 1$ изменением масштаба p^0 и t_j^0, от которого не зависит выбор участников и справедливость (41) при $u'_{qj} = 0$.

Отметим, что при плановом управлении, согласно (16)—(18), в данном случае условия $q_j^0 = m_j$, $j \in J$, не являются достаточными для оптимальности v^0.

Приближенное выполнение $q_j^0 = m_j$ можно проверить по реакции предприятия j на повышение налога $(t_j^0 \to t_j^0 + \Delta_j)$, вызывающее снижение благосостояния $(q_j^0 \to q_j^0 - \delta_j)$. Если $q_j^0 - \delta_j < m_j$, то, согласно определению m_j, при увеличении налога на Δ_j должны появиться признаки перенапряжения предприятия: массовый уход работников, резкое снижение производства. Для сохранения предприятия j при $t_j^0 > 0$ надо вернуться к более низкому налогу.

Таким образом, управление налогами t_j требует существенно меньше информации, чем плановое. Количество искомых налогов t^0 также во много раз меньше, чем плановых показателей v^0.

5. НЕКОТОРЫЕ ПРАКТИЧЕСКИЕ ВЫВОДЫ

В реальной экономике государственные органы (центр) не имеют истинных представлений об интересах и возможностях производителей и потребителей (в нашей модели — предприятий). Поэтому из предшествующего анализа следует странный на первый взгляд вывод: независимо от конкретного содержания интересов центра $u(z, q)$ ему выгодно не вмешиваться в решения предприятий о производстве и потреблении, даже если он имеет на это право, и не навязывать им каких-либо цен на потребляемые блага. Центру выгодно поддерживать конкуренцию среди производителей и потребителей, облегчая возникновение новых предприятий с помощью налоговых и кредитных льгот и упрощения процедуры их оформления. Согласно анализу (разд. 4), предприятия должны (в интересах центра!) иметь полную свободу в покупке и продаже всех благ, в том числе длительного пользования, т. е. основных фондов. В этих условиях решения о расширении, свертывании, открытии и закрытии предприятия и о соответствующих расходах и доходах принимает оно само, а не центр. То же касается и внутренней организации предприятия.

Экономическая роль центра состоит в назначении налогов (субсидий) и определении государственного (непроизводственного) потребления, т. е. в планировании поступлений и расходов государственного бюджета. Все расходы на промышленное строительство, как уже говорилось, несут предприятия. Государство расходует свой бюджет на общественные нужды (оборону, охрану порядка, охрану природы, управление, социальное обеспечение, поддержку науки, культуры и т. п.). Непроизводственные государственные учреждения в рамках выделенных им средств размещают заказы на предприятиях (госзаказ) на общей конкурентной основе, как все остальные потребители, т. е. путем заключения добровольных договоров с оплатой по равновесным рыночным ценам.

Применительно к отношениям собственности из анализа следует, что если определять ее как возможность распоряжаться состоянием объекта (например, основными фондами), то такую возможность должно иметь в основном предприятие (через конкретные решения) и частично центр (через налоги и субсидии). Если же считать собственниками получателей дохода, то ими тоже являются предприятия и центр, получающие соответственно $py_j - t_j$ и t_j. Так что в интересах центра предприятия не должны быть государственными.

Заинтересованность центра в свободном рынке всех благ предполагает в том числе рынок ценных бумаг, т. е. свободную продажу предприятиями акций и облигаций и образование акционерных обществ с распределением прибыли по вложенному капиталу. Как и все предприятия, банки, покупающие и продающие заемные денежные средства (как один из видов благ), должны быть с точки зрения центра самостоятельными и конкурирующими.

Широко распространенная во всех странах относительная форма прямых налогов на доходы, как показывает анализ (разд. 3), не самая выгодная для центра и предприятий. Это касается и прогрессивных ставок налогов. Более предпочтительны с точки зрения теории абсолютные налоги (фиксированные платежи в бюджет). Они напоминают арендную плату, но отличаются от нее тем, что права государства ограничены только взиманием налога, который к тому же не может превосходить доход предприятия. Неудобством абсолютных налогов для практики является их индивидуальность для каждого предприятия, но в этом же одна из причин их эффективности.

Проблематичен также выбор срока действия налога независимо от его формы. При слишком частой его корректировке предприятие, принимая решение, будет ее учитывать, что приведет к нарушению статической оптимальности. При редкой корректировке оптимальность может нарушиться из-за изменения условий производства и потребления.

Все предыдущие выводы исходят из интересов центра, т. е. государственной администрации. Выгодна ли такая экономика обществу, т. е. производителям и потребителям, сгруппированным в нашей модели по предприятиям? Если считать, что интересы предприятий несопоставимы (т. е. их нельзя взвешивать для составления общих интересов), то можно утверждать, что такая система для общества условно выгодна, поскольку обеспечивает некоторый оптимум Парето для любого заданного государственного потребления (см. разд. 4). Если же считать, что интересы предприятий сопоставимы, существует непротиворечивая система предпочтений общества в целом и действует демократический механизм, обеспечивающий соблюдение ее в конкретных решениях центра, то описанная рыночная экономика является безусловно выгодной для общества, поскольку при определенном сочетании налогов достигается оптимум центра (разд. 4), совпадающий в данном случае с общественным оптимумом.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Макаров В. Л.* Модель согласования экономических интересов. Новосибирск: НГУ, 1981.
2. *Гермейер Ю. Б.* Игры с непротивоположными интересами. М.: Наука, 1976.
3. *Горелик В. А., Кононенко А. Ф.* Теоретико-игровые модели принятия решений в эколого-экономических системах. М.: Радио и связь, 1982.
4. *Пресман Л. С.* Анализ управления в многоуровневых организационных системах// Кибернетика. 1986. № 2.
5. *Ватель И. А., Кукушкин Н. С.* Оптимальное поведение игрока, обладающего правом первого хода, при неточном знании интересов партнера//Журн. вычислит. математики и мат. физики. 1973. Т. 13. № 2.

6. *Ватель И. А.* О математических моделях стимулирования в экономике//Планирование и управление экономическими целенаправленными системами. Новосибирск: Наука, 1975.
7. *Пресман Л. С.* Моделирование рационального вознаграждения работников//Экономика и мат. методы. 1982. Т. XVIII. Вып. 2.
8. *Foley D.* Lindahl's Solution and the Core of an Economy with Public Goods//Econometrica. 1970. V. 38. № 1.
9. *Shafter W., Sonnenschein H.* Equilibrium with Externalities, Commodity Taxation and Lump Sum Transfers//Int. Econ. Rev. 1976. V. 17. № 3.
10. *Булонь П., Ефимов Б.* Существование равновесия в модели Фуржо с континуумом потребителей//Моделирование экономических процессов. М.: МГУ, 1977.
11. *Ефимов Б. А., Шаповалов А. С.* Модель равновесия с учетом налога на обмен//Экономика и мат. методы. 1981. Т. XVII. Вып. 2.
12. *Ефимов Б. А., Шаповалов А. С.* Модель равновесия с налогами, общественными благами и общественным выбором//Проблема равновесия и принятие экономических решений. М.: ЦЭМИ АН СССР, 1985.
13. *Сотсков А. И.* О равновесном механизме согласования локальных интересов//Математическая экономика и экстремальные задачи. М.: Наука, 1984.
14. *Никайдо Х.* Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972.
15. *Маленво Э.* Лекции по микроэкономическому анализу. М.: Наука, 1985.

Поступила в редакцию
7 IX 1988
