

ОЦЕНКА НАДЕЖНОСТИ РАСЧЕТОВ ЧИСЛЕННОСТЕЙ ГРУПП НАСЕЛЕНИЯ ПРИ РЕГИОНАЛЬНОМ ПРОГНОЗИРОВАНИИ

Орлов В. И.

(Москва)

Рассматривается стохастическая модель миграции населения с учетом возраста. Обсуждаются вопросы оценки надежности методов расчетов численностей групп населения и построения доверительных областей при региональном прогнозировании.

В системе планирования социально-экономического развития страны важную роль играет прогнозирование процессов движения населения, оказывающих заметное влияние на изменение социальной, половозрастной, профессионально-образовательной структуры населения и трудовых ресурсов регионов и республик СССР. При анализе этих процессов все более широко используются модели, отображающие непрерывную взаимосвязь статических и динамических характеристик населения. Благодаря матричной записи основных соотношений такие модели охватывают одновременно различные формы движения населения (естественное, социальное, территориальное и т. д.), что помогает глубже раскрыть механизм взаимодействия экономических, социальных и демографических факторов. Важнейшее значение для прогнозирования мобильности населения имеет учет возрастного движения, так как другие разновидности индивидуальных перемещений происходят как бы на его фоне. «Время есть пространство человеческого развития», — писал К. Маркс [Маркс К., Энгельс Ф. Соч. Т. 16. С. 147], подчеркивая особый характер этого вида движения населения.

При прогнозировании мобильности особое значение приобретает анализ вопросов, связанных с оценкой прогнозирующей способности моделей, проведенный на ретроспективных данных. Эта оценка на практике служит своеобразным залогом определенной степени достоверности прогнозных расчетов и «близости» их результатов к ожидаемым в будущем значениям численностей различных групп населения. Исследовать данный круг вопросов наиболее естественно с помощью стохастических моделей, учитывающих неопределенность, присущую поведению людей. Оценка прогнозирующей способности моделей и надежности методов расчетов численностей разных групп индивидов связана с нахождением доверительных областей для векторов ожидаемых численностей за ряд лет и определением соответствующих доверительных вероятностей. Ниже рассматривается модель территориального движения населения с учетом возраста, синтезирующая идеи [1, 2]; выявляются ограничения, при которых возможно аналитическое исследование вопросов надежности методов расчетов численностей индивидов в системе групп и оценки степени правдоподобности результатов. Изложение иллюстрируется ретроспективными прогнозами численностей отдельных возрастно-половых групп городского и сельского населения союзных республик.

1. ПРОСТЕЙШАЯ МАРКОВСКАЯ МОДЕЛЬ И МЕТОД ПЕРЕДВИЖКИ ВОЗРАСТОВ

При изучении движения населения широко применяются модели марковского типа [3, 4]. Они позволяют естественным образом учитывать главную особенность этих процессов: стохастический характер по-

ведения отдельных индивидов. Считается, что все население можно разбить на однородные по поведению группы, образующие некоторую систему. На ее базе описываются основные события, которые могут произойти с каждым человеком и являются наиболее существенными в зависимости от цели исследования. Всякому событию для любой стратификационной группы придается количественная мера неопределенности (вероятность). Одинаковость поведения членов такой группы понимается следующим образом: каждый ведет себя как некий среднестатистический индивид этой группы, все перемещения которого за некоторый единичный промежуток времени описываются соответствующим распределением вероятностей.

Наряду с предположением об однородности стратификационных групп важнейшим в моделях марковского типа является допущение о независимости действий отдельных людей*. Получить соотношения для первых и вторых моментов численностей индивидов в группах системы в моменты времени n , $n=1, \dots$, позволяет предпосылка о неизменности во времени (стационарности) вероятностных характеристик, описывающих поведение людей.

Рассмотрим замкнутую марковскую модель, пренебрегая миграцией населения. Будем учитывать возраст людей и считать, что выбытия из системы в результате смерти «регистрируются» с помощью введения дополнительных, так называемых поглощающих состояний, каждое из которых соответствует конкретной однолетней градации.

В начальный момент времени выделено $k-1$ территориальных групп, каждая из которых объединяет индивидов одинакового возраста l . Численность группы i в начальный момент времени задается компонентой k -мерного вектора $X^l(0)$; последней компоненте, соответствующей поглощающему состоянию, приписывается нулевое значение, т. е. $X_k^l(0) = 0$. Вероятность попасть в поглощающую группу для индивидов из стратификационной группы i , имеющих возраст l , обозначим $w_i(l)$, $0 < w_i(l) < 1$, $i=1, \dots, k-1$, $l \leq L$, где L — заданное число, например 100.

Обратимся к задаче прогноза численностей тех индивидов возраста l , $1 \leq l \leq L$, из исходной совокупности, которые будут живы спустя N лет. Для первого шага имеем

$$\underline{MX}^{l+1}(1) = X^l(0) S(l), \quad 1 \leq l \leq L-2,$$

где $\underline{MX}^{l+1}(1)$ — ожидаемое число индивидов в стратификационных группах в зависимости от места проживания с учетом их выбытия; $S(l)$ — $k \times k$ -матрица, не зависящая от времени

$$S(l) = \begin{pmatrix} I - W(l) & w_1(l) \\ & w_2(l) \\ & \vdots \\ & w_{k-1}(l) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix},$$

где $W(l)$ — диагональная $(k-1) \times (k-1)$ -матрица, элемент i которой равен $w_i(l)$.

Аналогично, для периода N получаем

$$\underline{MX}^{l+N}(N) = X^l(0) S(l, N),$$

где $S(l, N) = \prod_{j=1}^N S(j)$. Эти соотношения эквивалентны тем, с помощью

которых осуществляются расчеты по методу передвижки возрастов, когда коэффициенты $w_i(l)$, $l=1, \dots, L$, не зависят от времени.

Легко проверить, что вектор, описывающий распределение всей исходной совокупности индивидов возраста l в системе стратификацион-

* Отметим, что в некоторых работах используется предположение о попарной независимости, что представляется более ограничительным, так как затрудняет вычисления дисперсий и ковариаций численностей групп индивидов в будущем.

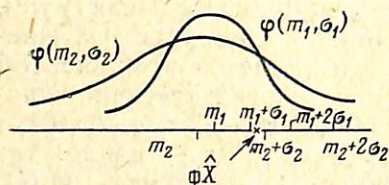
ных групп в момент времени N , имеет в силу независимости их поведения и воспроизводящего свойства нормального распределения [5, с. 469] k -мерное асимптотически нормальное распределение с вектором средних

$$\left\{ m, \sum_{i=1}^{k-1} X_i^l(0) (1 - s_i(l, N)) \right\}$$

где $k-1$ -мерный вектор $m = \{X_1^l(0)s_1(l, N), X_2^l(0)s_2(l, N), \dots, X_{k-1}^l(0)s_{k-1}(l, N)\}$, и с матрицей ковариаций

$$\Sigma(l, N) = \begin{pmatrix} \sigma_1^2(l, N) & 0 & \dots & -\sigma_1^2(l, N) \\ & \sigma_2^2(l, N) & \dots & -\sigma_2^2(l, N) \\ & & \ddots & \vdots \\ 0 & & & \sigma_{k-1}^2(l, N) & -\sigma_{k-1}^2(l, N) \\ -\sigma_1^2(l, N) & -\sigma_2^2(l, N) & \dots & -\sigma_{k-1}^2(l, N) & \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i^2(l, N) \end{pmatrix}.$$

Оценка прогнозирующей способности модели движения населения опирается на интерпретацию результатов ретроспективных расчетов. Но суждения, основанные на ней, соотносятся уже с ожидаемым качеством перспективных прогнозов. Поэтому при сравнении этих расчетов с реальными данными необходимо иметь в виду важнейшую особенность прогнозирования: исследователь «не может сделать больше, чем выбрать свою модель так, чтобы максимизировать вероятность того, что ее прогнозы будут хорошими» [6, с. 160].



Оценка надежности региональных демографических прогнозов

Оценку прогнозирующей способности модели естественно считать тем лучшей, чем большее число раз в выбранном промежутке времени значения реальных, фактических численностей попадут в доверительные области, построенные при выбранном уровне правдоподобия. При выходе некоторых значений показателей численностей за доверительные границы можно перейти к новой системе более широких областей, соответствующих меньшему доверительному уровню.

Рассмотрим процесс старения населения возраста l , обозначая $\tilde{X}^{l+N}(N)$ общую численность доживших до возраста $l+N$ лет, которая равна $\sum_{i=1}^{k-1} X_i^{l+N}(N)$. Эта случайная величина в силу предположения о независимости поведения индивидов из отдельных групп имеет асимптотически нормальное распределение со средним $\sum_{i=1}^{k-1} X_i^l(0)s_i(l, N)$ и дис-

персией $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{k-1} X_i^l(0)s_i(l, N)(1-s_i(l, N))$. Допустим, что есть два ва-

рианты ретроспективных расчетов, отвечающих различным предположениям о возможных значениях вероятностей $s_i(l, N)$, $i=1, \dots, k-1$. Пусть m_1, σ_1^2 и m_2, σ_2^2 — параметры нормальных распределений, причем $m_2 < m_1, \sigma_2 > \sigma_1$. Области допустимых значений фактической численности для каждого варианта задаются интервалами $(m-2\sigma, m+2\sigma)$ с уровнем доверия $\approx 0,05$ и $(m-\sigma, m+\sigma)$, где этот уровень $\approx 0,32$. Последнее следует понимать так, что в 32 случаях из 100 можно ожидать, что фактическая численность доживших до возраста $l+N$ окажется вне этого интервала. Будем предполагать, что значение фактической численности ϕX расположено на оси абсцисс согласно рисунку ($\phi(m, \sigma)$ — функция плотности нормального распределения).

В первом варианте ретроспективные расчеты точнее, и их относительная ошибка, т. е. величина $(m_1 - \hat{X}) / \hat{X}$, меньше, чем во втором. Но результат другого лучше согласуется (в смысле достоверности) с теоретическими предположениями модели. Действительно, в этом варианте не отвергается гипотеза, что $\hat{X}$ в 95 случаях из 100 принадлежит интервалу $(m_2 - 2\sigma_2, m_2 + 2\sigma_2)$, тогда как в предыдущем такая гипотеза не отвергается лишь в 68 случаях. Важно отметить эту возможность аналитической оценки достоверности метода расчетов.

Что касается перспективы, то об ожидаемой точности результатов можно говорить только в связи с определенной степенью достоверности. Поэтому на стадии ретроспективных расчетов актуальна задача выбора моделей движения населения, сочетающих хорошую прогнозирующую способность с точностью итогов их применения. Для оценки надежности расчетов методом передвижки возрастов необходимо указать формулы для нахождения доверительных областей и соответствующих вероятностей.

В многомерном статистическом анализе при исследовании этих вопросов используется то обстоятельство, что в k -мерном евклидовом пространстве плотность k -мерного нормального распределения с параметрами $(\bar{m}, \Sigma)$ постоянна на эллипсоидах

$$({}_\Phi X - \bar{m})' \Sigma^{-1} ({}_ \Phi X - \bar{m}) = c,$$

где ${}_ \Phi X$ — наблюдаемые численности; $\bar{m}$ — центр эллипсоида; Σ — матрица, определяющая форму и положение эллипсоида; c — любое положительное число; ' — символ транспонирования.

В нашем случае матрица $\Sigma(l, n)$, $n = 1, \dots$, вырождена, поэтому воспользуемся результатом [5, с. 469]. Для того чтобы квадратичная форма

$$({}_\Phi X^{l+n}(n) - \underline{M}X^{l+n}(n))' D(l, n) ({}_ \Phi X^{l+n}(n) - \underline{M}X^{l+n}(n)), \quad n = 1, \dots,$$

имела χ^2 распределение с h степенями свободы, необходимо и достаточно

$$\Sigma(l, n) (D(l, n) \Sigma(l, n) D(l, n) - \Sigma(l, n)) \Sigma(l, n) = 0.$$

Здесь h — след матрицы $D(l, n) \Sigma(l, n)$; ${}_ \Phi X^{l+n}(n)$ — вектор фактических численностей людей возраста $l+n$ в момент времени n . С учетом этого легко обнаружить, что матрица $D(l, n)$ имеет вид

$$\begin{pmatrix} \Sigma_{11}^{-1}(l, n) & 0 \\ & 0 \\ & \vdots \\ 0 & 0 \dots 0 & 0 \end{pmatrix},$$

где $\Sigma_{11}(l, n) — (k-1) \times (k-1)$ -матрица, являющаяся подблоком матрицы $\Sigma(l, n)$ вида

$$\Sigma(l, n) = \begin{pmatrix} \Sigma_{11}(l, n) & & & \sigma_1^2 \\ & & & -\sigma_2^2 \\ & & & \vdots \\ & & & -\sigma_{k-1}^2 \\ -\sigma_1^2 & -\sigma_2^2 & \dots & -\sigma_{k-1}^2 & \sum_{i=1}^{k-1} \sigma_i^2 \end{pmatrix}.$$

2. МОДЕЛЬ ТЕРРИТОРИАЛЬНОГО ДВИЖЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ С УЧЕТОМ ВОЗРАСТА

Важным элементом системы прогнозирования социально-экономического развития страны являются региональные демографические прогнозы. Основная задача здесь — определение численностей однолетних возрастно-половых групп населения, проживающего в городских и сель-

ских поселениях регионов. Для ее решения надо рассматривать процесс естественного воспроизводства населения в комплексе с его территориальным перераспределением. Методологические подходы к этому подробно изложены в [7], где приведены также различные методики перспективных расчетов численностей населения. Но в этой монографии не затрагиваются вопросы оценки надежности результатов их использования. Последнее обусловлено, как представляется, не только сложностью их решения, но и широко распространенным убеждением, будто методическая сторона перспективных демографических расчетов, опирающихся на динамическую систему статистических показателей населения, достаточно хорошо разработана. Однако в современных условиях, когда требуются комплексные прогнозы социально-экономического развития страны, необходимо более тщательно оценивать последствия принятия различных плановых решений, принимая во внимание фактор неопределенности, связанный с разработкой долгосрочных перспектив [8]. Наиболее полно и последовательно это может быть осуществлено с помощью стохастических моделей движения населения.

Модель воспроизводства и территориального движения населения с учетом возраста в современном матричном виде представлена в [2]. В [1] она модифицирована путем параметризации матрицы переходных коэффициентов на основе идеи моделей типа «mover — stayer». Ниже описана модель того же назначения в несколько иной трактовке, предложенной автором в [9]. Ее основное отличие от упомянутых следующее: перемещения каждого индивида рассматриваются лишь при условии, что он не выбывает в поглощающую группу.

Матрица $R(l)$, задающая коэффициенты территориальных перемещений населения возраста l в единицу времени (с учетом его выбытий в результате смертности), имеет вид

$$R(l) = \begin{bmatrix} (I - W(l))(I - A(l)(I - P(l))) & \omega_1(l) \\ & \omega_2(l) \\ & \vdots \\ & \omega_{k-1}(l) \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Здесь $A(l)$ — диагональная $(k-1) \times (k-1)$ -матрица коэффициентов миграционной активности населения возраста l ; $P(l)$ — стохастическая $(k-1) \times (k-1)$ -матрица коэффициентов направленности миграционных перемещений людей, при условии, что они не выбывают из системы и проявляют миграционную активность*.

Используя блочное представление матриц, можно выписать основное соотношение для средних численностей населения в возрастно-территориальном разрезе (ради простоты рассматривается только женское население и предполагается независимость соответствующих коэффициентов от времени)

$$\bar{X}(N) = \bar{X}(0) G^N,$$

где $\bar{X}(n)$ -вектор вида $\{d, X^1(n), \dots, X^L(n)\}$; d — k -мерный нулевой вектор; G — $(k \times (L+1)) \times (k \times (L+1))$ -матрица, описывающая процесс воспроизводства населения с учетом миграции в единичном временном промежутке

$$G = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ 0 & R(1) & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ B(j) & 0 & \dots & \dots & R(j) & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & R(L-1) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & S(L) \end{bmatrix} \times$$

* В данном случае не учитываются преобразования сельских населенных пунктов в городские и, для простоты, миграция лиц старшей возрастной группы.

$$\times \begin{bmatrix} 0 & S(0) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & I \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & I \end{bmatrix},$$

$B(j)$ — $k \times k$ -матрицы, первые $k-1$ элементов диагоналей которых являются коэффициентами плодовитости женщин фертильного возраста j разных регионов, а остальные элементы — нулями (мужчинам соответствуют нулевые матрицы)*; $S(0)$ и $S(l)$ матрицы вероятностей смертности новорожденных и лиц старшей возрастной группы.

Легко видеть, что если не рассчитывать численностей новорожденных, то вычисления можно проводить по возрастным слоям. Это существенно, например, при прогнозировании на 15—16-летний период, когда можно получить довольно точную оценку общей численности населения в трудоспособном возрасте в разрезе регионов. Такие расчеты важны также при определении матриц ковариаций ожидаемых численностей населения в различных регионах для однолетних возрастно-половых групп.

Используя предположения о независимости и одинаковости поведения индивидов и обращаясь к рассуждениям разд. 1, можно убедиться в справедливости следующего утверждения.

Теорема. Векторы $X^{l+n}(n)$, $n=1, \dots$, имеют асимптотически нормальное распределение со средним $X^l(0)Q(l, n)$ и матрицей ковариаций $\bar{\Sigma}(l, n)$, вид которой определяется по формулам из [10].

Отметим, что при расчетах $Q(l, n)$ можно записать в виде

$$Q(l, n) = \begin{bmatrix} \prod_{j=l}^n (I - W(j)) (I - A(j) + A(j)P(j)) & \bar{w}_1 \\ & \bar{w}_2 \\ & \vdots \\ & \bar{w}_{k-1} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

где $\bar{w}_i$ — разность между единицей и суммой элементов строки i матрицы $\prod_{j=l}^n [(I - W(j)) (I - A(j) (I - P(j)))]$.

Аналогично, на основе рассуждений разд. 1, находим, что квадратичная форма

$$(\Phi X^{l+n}(n) - MX^{l+n}(n))' \bar{D}(l, n) (\Phi X^{l+n}(n) - MX^{l+n}(n))$$

имеет χ^2 -распределение с h степенями свободы, где h — след матрицы $\bar{D}(l, n) \bar{\Sigma}(l, n)$, $\bar{D}(l, n)$ аналогична по виду $D(l, n)$. Такая матрица $\bar{D}(l, n)$, удовлетворяющая условию

$$\bar{\Sigma}(l, n) (\bar{D}(l, n) \bar{\Sigma}(l, n) \bar{D}(l, n) - \bar{D}(l, n)) \bar{\Sigma}(l, n) = 0,$$

существует и единственна, если является обобщенной обратной для матрицы $\bar{\Sigma}(l, n)$ [5, с. 40]. При вычислении вектора средних и матрицы ковариаций формулы будут несколько иными, чем в разд. 1, но это не имеет принципиального значения.

* Расчеты численностей родившихся по регионам являются автономной задачей, которую, как представляется, естественнее решать исходя из семейной структуры населения.

3. ПРИМЕР ОЦЕНКИ ДОСТОВЕРНОСТИ РЕГИОНАЛЬНЫХ ДЕМОГРАФИЧЕСКИХ РАСЧЕТОВ

Практические расчеты связаны с оцениванием модельных параметров, проверкой статистических гипотез и исходных предположений относительно тенденций их изменения во времени. Для иллюстрации ограничимся расчетами на перспективу численности мужчин, имевших в исходный момент времени возраст 1—5 лет. За начало периода взят 1970 г. Это позволило по возможности точнее оценить начальные численности городских и сельских жителей республик СССР в разрезе однолетних половозрастных групп, используя данные Всесоюзной переписи населения 1970 г. [11]. При разбиении численностей пятилетних возрастных групп на однолетние существенную роль играли оценки вероятностей смерти по однолетним возрастно-половым группам городского и сельского населения, которые содержатся в таблицах смертности, построенных на основе Всесоюзной переписи населения 1959 г. [12].

Теперь в предположении, что число родившихся в городах и селах каждой республики известно, пропорционально численности населения и характеризуется общим коэффициентом рождаемости, можно получить грубые оценки численности родившихся в городских и сельских поселениях союзных республик за ряд лет, предшествовавших переписи. Разбиение по полу осуществлялось на основе хорошо известного соотношения между числами рождающихся в течение года мальчиков и девочек (на 1000 родившихся 512 мальчиков). Используя коэффициенты вероятностей смертности по однолетним группам и пренебрегая миграцией детей в возрасте до 6 лет, легко оценить долю каждой однолетней группы в соответствующей пятилетней (для мальчиков 5 лет это доля приравнялась $\frac{1}{5}$ общей численности мальчиков 5—9-летнего

Таблица 1

Расчетные численности мальчиков в СССР (на начало 1970 г., тыс. чел.)

Союзная республика	Возрастные группы городских поселений					Возрастные группы сельских поселений				
	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6	1—2	2—3	3—4	4—5	5—6
РСФСР	536	522	522	539	661	385	389	402	441	560
Украинская	179	177	174	172	211	163	167	171	180	208
Белорусская	32	31	31	30	37	41	43	44	47	56
Узбекская	52	53	48	47	55	139	143	131	129	134
Казахская	63	61	59	59	73	94	93	94	98	104
Грузинская	18	18	18	17	22	25	26	25	27	30
Азербайджанская	28	30	29	30	34	44	46	45	48	49
Литовская	13	13	13	12	14	14	14	12	15	16
Молдавская	9	9	9	8	10	24	25	26	26	30
Латвийская	10	10	9	9	11	6	6	6	7	7
Киргизская	12	11	10	10	13	31	31	29	29	31
Таджикская	15	15	13	13	15	39	40	37	21	34
Армянская	15	15	15	16	19	13	14	14	15	18
Туркменская	14	14	14	14	15	23	23	22	11	20
Эстонская	6	6	6	6	7	4	3	3	3	4
Всего	1002	985	970	982	1197	1045	1063	1061	1097	1301

Таблица 2

Темпы выбытия мигрантов из сел в города [13, с. 83]

Возрастные группы				
0—4	5—9	10—14	15—19	20—24
0,016	0,0097	0,009	0,1116	0,2538

Таблица 3

Численность мужчин в СССР (постоянное население) в возрасте 10—14 лет
(1979 г. [14], тыс. чел.)

Союзная республика	Фактическая	Расчетная				В целом по республикам		
		метод передвижки	относительная ошибка, %	с учетом миграции	относительная ошибка, %	фактическая	метод передвижки	с учетом миграции
РСФСР	2931	2747	-6,3	2962	1,1	4827	4890	4886
	1896	2143	13,0	1924	1,5			
Украинская	987	902	-8,6	990	0,3	1790	1774	1775
	803	872	9,0	785	-2,2			
Белорусская	184	159	-13,5	182	-1,1	387	386	386
	203	227	12,0	204	0,5			
Узбекская	330	252	-23,7	320	-0,3	986	916	916
	656	664	1,4	596	-0,9			
Казахская	324	311	-3,9	359	10,8	771	786	785
	447	475	6,3	426	-4,7			
Грузинская	103	92	-10,8	105	1,9	229	223	222
	126	131	3,9	117	-7,1			
Азербайджанская	167	149	-10,6	172	2,9	393	377	376
	226	228	1,0	204	-9,7			
Литовская	75	64	-14,4	71	-5,3	138	134	134
	63	70	10,9	63	≈0,0			
Молдавская	49	44	-9,3	58	18,4	173	173	174
	124	129	4,0	116	-6,5			
Латвийская	52	48	-6,9	52	≈0,0	83	79	80
	31	31	≈0,0	28	-9,7			
Киргизская	57	55	-2,9	71	24,6	207	203	204
	150	148	-1,0	133	11,3			
Таджикская	68	70	3,2	88	29,4	250	238	239
	182	168	-7,6	151	-17,0			
Армянская	93	79	-15,0	86	-7,5	163	151	150
	70	72	2,7	64	-8,6			
Туркменская	72	69	-3,9	79	9,7	176	166	166
	104	97	-6,4	87	-16,3			
Эстонская	33	30	-7,2	32	-3,0	50	47	47
	17	17	≈0,0	15	-11,8			
Всего	5525	5071						
	5098	5472						

Примечание. Для каждой республики: первая строка — городское население, вторая — сельское.

возраста. В табл. 1 приведены расчетные численности мужчин по одноступенчатым возрастным группам 1—5 лет, которые составили исходную совокупность населения.

При оценке параметров $\psi_i(l)$, $i=1, \dots, 30$, характеризующих смертность городского и сельского населения по отдельным возрастным группам, использовались соответствующие коэффициенты вероятностей смертности (по результатам переписи 1959 г.), а при оценке параметров $a_i(l)$, $i=1, \dots, 30$, характеризующих долю мигрантов возраста l из региона во всем его населении того же возраста — данные о темпах миграционной активности в предположении, что рассматривается только внутриреспубликанская миграция из сел в города (табл. 2).

Результаты расчетов численностей населения на основе ретроспективных данных приведены в табл. 3. Их правдоподобность оценивалась по критерию χ^2 . Для расчетов по методу передвижки возрастов величины статистики χ^2 при 30 степенях свободы оказались очень большими. Некоторое влияние на это могли оказать неточности в определении исходных совокупностей населения и их общей численности. Возможно,

такие неточности усугублялись тем, что сравнивалась численность не однолетних, а пятилетних возрастных групп. Отметим, что при расчете матрицы ковариаций для пятилетних групп используется воспроизводящее свойство многомерного нормального распределения [5, с. 469]. Сравнение общей численности доживших в целом по СССР показывает, что причина больших значений χ^2 кроется и в недоучете внутриреспубликанской миграции детей из сел в города. Это проявляется в значительном расхождении между расчетной и фактической численностями проживающих в различных типах поселений и подтверждается анализом знаков относительных ошибок. Отсюда уменьшение на порядок, т. е. до $7,5 \times 10^5$, статистики χ^2 , которое происходит при переходе к расчетам, учитывающим только внутриреспубликанскую миграцию населения из сел в города.

Весьма существенной представляется гипотеза, в соответствии с которой на результаты влияют неточно выбранные коэффициенты $w_i(l)$ и $a_i(l)$, $i=1, \dots, 30$, $l=1, \dots, 14$. Об этом, например, свидетельствуют дополнительные расчеты с учетом миграции. Проведенные для реальной совокупности однолетних возрастных групп населения 1—5 лет (по информации переписи 1970 г.), они дали $\chi^2 = 2,0 \times 10^5$. Наконец, есть другая гипотеза — не учитывались изменчивость и случайные флуктуации значений параметров модели в каждом единичном временном промежутке. Можно ожидать, что при этом возрастут значения дисперсий и ковариаций. Это будет способствовать расширению границ доверительных областей и большей надежности расчетов численности населения.

Основное направление совершенствования предлагаемого подхода, ориентированного на оценку прогнозирующей способности миграционных моделей марковского типа, связано с учетом возможной изменчивости значений параметров моделей во времени.

ЛИТЕРАТУРА

1. Староверов О. В. Марковские модели мобильности населения // Математический аппарат экономического моделирования. М.: Наука, 1983.
2. Rogers A. Matrix Analysis of Interregional Population Growth and Distribution. Berkeley, 1968.
3. Бартоломью Д. Стохастические модели социальных процессов. М.: Финансы и статистика, 1985.
4. Stewman S. Markov Models of Occupational Mobility: Theoretical Development and Empirical Support. U. 1, 2//J. Math. Social, 1976. V. 4.
5. Rao C. P. Линейные статистические методы и их применения. М.: Наука, 1968.
6. Тейл Г. Экономические прогнозы и принятие решения. М.: Статистика, 1971.
7. Рыбаковский Л. Л. Методологические вопросы прогнозирования населения. М.: Статистика, 1978.
8. Майминас Е. З., Тамбовцев В. Л., Фонов А. Г. К методологии обоснования долгосрочных перспектив экономического и социального развития СССР // Экономика и мат. методы. 1986. Т. XXII. Вып. 3.
9. Орлов В. И. О прогнозировании процессов социальной мобильности // Прикладная статистика. Уч. записки по статистике АН СССР. Т. 45. М.: Наука, 1983.
10. Pollard J. H. The Mathematical Theory of the Growth of Human Populations. Cambridge, 1973.
11. Итоги Всесоюзной переписи населения 1970 года. Т. II. М.: Статистика, 1972.
12. Итоги Всесоюзной переписи населения 1959 года. М.: Госстатиздат, 1962.
13. Soboleva S. Migration and Settlement: Soviet Union, RR-80-36, IIASA, Laxenburg. 1980.
14. Население СССР. 1987. Стат. сб. М.: Финансы и статистика, 1988.

Поступила в редакцию
10 V 1989