

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ВАРИАНТНЫЙ АНАЛИЗ СТРУКТУРНЫХ СДВИГОВ В НАРОДНОМ ХОЗЯЙСТВЕ В ПЕРИОД СМЕНЫ ТЕХНОЛОГИЙ

Беленький В. З., Арушанян И. И., Австрийская Т. П.

(Москва)

Описана модель стационарного управления в период перехода от одной гейловской технологии к другой, на основе которой построена крупноагрегированная межотраслевая модель для анализа структурных сдвигов при различных вариантах технологической перестройки народного хозяйства.

При анализе перспектив развития экономической системы такого уровня, как народное хозяйство, основным теоретическим аппаратом послужит теория экономической динамики, опирающаяся на модель Неймана — Гейла (см., например, [1, 2]), центральным является понятие магистрали — луча в пространстве продуктов, вдоль которого достигается равновесный сбалансированный рост с максимальным темпом. Закрытая управляемая экономическая система, достаточно долго функционирующая в рамках фиксированной технологии, выходит на магистральный луч и далее развивается в режиме стационарного расширения. Несмотря на очевидную условность такого подхода, он тем не менее может служить не только абстрактной схемой для чисто теоретических рассуждений. Реальный экономический смысл имеют количественные оценки вариаций выходных показателей перспективного народнохозяйственного плана, получаемые с помощью стационарной модели при варьировании закладываемых в нее гипотез о возможных структурных изменениях технологии.

Применительно к народному хозяйству СССР исследования такого рода проводились, например, в [3—5].

Отметим две их взаимосвязанные особенности. Первая — оценки «отклика» системы получались методом малых вариаций, когда закладываемые в модель гипотезы сводились к достаточно незначительным возмущениям исходной базовой технологии. Вторая — ввиду такого их характера не возникал вопрос о режиме перехода от базовой технологии к модифицированной (фактически неявно подразумевалось, что он совершается мгновенно).

Для данной работы центральным является как раз вопрос об оптимальном режиме перехода от базовой технологии к новой, которая может от нее существенно отличаться, и поэтому указанный переход представляет собой процесс, растянутый во времени. В основу положена модель оптимизации переходного режима смены технологий (т. е. процесса технологической перестройки), предложенная в [6, 7]. Объектом исследования является структура народнохозяйственных пропорций переходного периода как функция направления и темпа смены технологии, которые могут задаваться вариантно. Базовой принята технологическая структура народного хозяйства СССР по состоянию на 1985 г.

1. ОПТИМИЗАЦИЯ УПРАВЛЕНИЯ ЭКОНОМИКОЙ В ПЕРИОД СМЕНЫ ТЕХНОЛОГИИ

1. Гейловская технология. Отправным понятием модели является гейловская технология, которая задается точечно-множественным отображением ω фазового пространства состояний экономической системы в себя. Фазовая точка интерпретируется как вектор x в пространстве продуктов R_+^n , понимаемом в широком смысле: n -мерная номенклатура включает в себя все виды продуктов и ресурсов, необходимых для расширенного воспроизводства, в том числе *трудовые ресурсы*. Множество $\omega(x)$ интерпретируется как множество векторов $y \in R_+^n$, достижимых из состояния x за производственный цикл, т. е. один шаг по времени, для определенной стоимости — год. Самая существенная черта данного понятия — экономическая система считается замкнутой в том смысле, что возможные траектории ее развития определяются технологией ω полностью. Каждая траектория понимается как последовательность $\{x_t, t=0, 1, \dots\}$, связанная соотношением $x_{t+1} \in \omega(x_t)$, а технология ω предполагается линейной (модель Неймана — Гейла): множество $Z := \{(x, y) : y \in \omega(x)\}$ — замкнутый выпуклый конус в R_+^{2n} .

При этих условиях ω обладает равновесием — тройкой (α, x^*, π) , связанной соотношениями

$$\alpha x^* \in \omega(x^*), \quad \pi y \leq \alpha \pi x \quad \forall (x \in R_+^n, y \in \omega(x)).$$

Здесь $\alpha > 0$ — максимально возможный в модели темп роста; $x^* \in R_+^n$ — неймановский вектор стационарного расширения с темпом α ; $\pi \in R_+^n$ — вектор равновесных цен (более строго: векторы продуктов $x, y \in R_+^n$ надо считать столбцами, вектор цен π — строкой).

Предполагается, кроме того, что модель регулярна: вектор x^* строго положителен и с точностью до множителя единствен; вектор π строго положителен (единственность не предполагается). Нормируя вектор x^* , будем считать

$$x^* \in \sigma := \{x \in R_+^n : \pi x = 1\}. \quad (1)$$

В регулярной модели неймановский луч $l := \{\lambda x^* : \lambda \geq 0\}$ является магистралью: всякая траектория $\{x_t\}$ сходится к магистрали. Через W обозначается класс линейно-однородных (первого порядка) монотонных функций Φ , непрерывных на R_+^n . В частности, через $\pi \in W$ будет обозначаться равновесный функционал $\Phi(x) = \pi x, x \in R_+^n$. Упорядочение в классе W понимается в естественном смысле

$$\Phi_1 \leq \Phi_2 \Leftrightarrow \Phi_1(x) \leq \Phi_2(x) \quad \forall x \in R_+^n.$$

Лемма 1. В регулярной технологии ω существует и единственная функция $G = G_\omega \in W$, удовлетворяющая уравнению Беллмана

$$\alpha G(x) = \max_{y \in \omega(x)} G(y), \quad x \in R_+^n, \quad G(x^*) = 1,$$

при этом G выпукла вверх на R_+^n и $G \leq \pi$.

Функция G называется потенциалом технологии ω . Величина $G(x)$ имеет смысл обобщающей экономической оценки состояния $x \in R_+^n$. С точки зрения управления потенциал $G = G_\omega$ является важнейшей характеристикой технологии ω . Он определяет оптимальную стратегию управления

$$x \rightarrow Y(x) := \text{Arg max}_{y \in \omega(x)} G(y), \quad x \in R_+^n. \quad (2)$$

В этом смысле G выступает как генератор оптимальных траекторий $\{x_t\}$, формируемых по правилу $x_{t+1} \in Y(x_t)$.

Величина $G(x)$ дает экономическую оценку состояния x , т. е. характеризует те потенциальные возможности, которые в будущем могут быть реализованы системой, находящейся в момент $t=0$ в данном состоянии. Второй важнейшей характеристикой технологии является функция стои-

мости g . Стоимость $g(y)$ отражает состояние y с точки зрения затрат, которые необходимы для того, чтобы система достигла данного состояния. Функция стоимости удовлетворяет обратному уравнению Беллмана

$$g(y) = \alpha \inf_{x \in \omega^{-1}(y)} g(x), \quad y \in R_+^n, \quad g(x^*) = 1, \quad (3)$$

где

$$\omega^{-1}(y) := \{x \in R_+^n: \omega(x) \ni y\}, \quad y \in R_+^n.$$

В (3) приходится употреблять \inf , а не \min , поскольку множества $\omega^{-1}(y)$ неограниченны.

Лемма 2. В регулярной технологии ω решение $g \in W$ уравнения (3) существует и единственно, при этом функция g выпукла вниз и $g \geq \pi$.

2. Обобщающая бюджетная факторизация. Потенциал G и функция стоимости g несут в себе настолько полную информацию о технологии ω , что вместе с темпом роста α тройка (α, G, g) позволяет приблизительно восстановить саму технологию; в этом смысле указанную тройку назовем базисом технологии ω — $B(\omega) := (\alpha, G, g)_\omega$. Пусть тройка (α, G, g) задана. Определим с ее помощью новую технологию $\tilde{\omega}$ соотношением

$$\tilde{\omega}(x) := \{y \in R_+^n: g(y) \leq \alpha G(x)\}, \quad x \in R_+^n. \quad (4)$$

Лемма 3. Технология $\tilde{\omega}$ регулярна, при этом равновесие (α, x^*, π) исходной технологии ω является таковым и для технологии $\tilde{\omega}$; то же справедливо и для базиса — $B(\tilde{\omega}) = B(\omega)$.

Это означает, что «дочерняя» технология $\tilde{\omega}$ сохраняет все важнейшие черты «родительской» ω . Основное отличие между ними в том, что если в технологии ω оптимальные траектории приближаются к магистральному лучу l постепенно, с течением времени, то в технологии $\tilde{\omega}$ выход на луч l происходит сразу, за один шаг по времени и далее идет движение по магистрали с темпом α (такую стратегию управления будем называть жесткой). Жесткость стратегии \tilde{Y} следует из соотношения (см. (2))

$$\tilde{Y}(x) = \underset{g(y) \leq \alpha G(x)}{\text{Arg max}} G(y) = \alpha G(x) \underset{g(y) \leq 1}{\text{Arg max}} G(y) = \alpha G(x) x^*, \quad \forall x \in R_+^n. \quad (5)$$

Технология $\tilde{\omega}$ может интерпретироваться как бюджетная факторизация исходной технологии ω , так как базисные функции G, g имеют смысл обобщающих бюджетных (финансовых) функционалов технологии. В практических приложениях факторизованная дочерняя модель может использоваться как аппроксимация родительской технологии. Именно такой подход использован далее в разд. 3. Подробному анализу введенных здесь понятий посвящена работа [7].

3. Пример — леонтьевская технология. Модель Леонтьева задается неотрицательной матрицей прямых затрат $A (n \times n)$, так что

$$\omega(x) := \{y \in R_+^n: Ay \leq x\}, \quad x \in R_+^n. \quad (6)$$

В предположении, что матрица A неразложима, технология (6) регулярна. При этом равновесием в модели является $\alpha = r^{-1}(A)$, где $r(A)$ — спектральный радиус матрицы A ; x^*, π — правый и левый собственные векторы, отвечающие числу r (условия $x^*, \pi > 0$ следуют из неразложимости матрицы A , см. [1, с. 298]). Потенциалом модели Леонтьева является функция $G = \Lambda$, где

$$\Lambda(x) := \min_{1 \leq i \leq n} \frac{x_i}{x_i} = \max_{\lambda x^* \leq x} \lambda, \quad x \in R_+^n, \quad (7)$$

(здесь i — номер компоненты), а функция стоимости совпадает с равновесным функционалом $g = \pi$. Поэтому бюджетной аппроксимацией тех-

нологии (6) является технология

$$\tilde{\omega}(x) := \{\pi y \leq \alpha \Lambda(x)\}, \quad x \in R_+^n, \quad (8)$$

которая полностью определяется только равновесием (α, x^*, π) исходной технологии.

Наконец, отметим, что оптимальная стратегия (2) в модели Леонтьева — жесткая. Это следует из соотношения

$$\begin{aligned} Y(x) &= \operatorname{Argmax}_{y: Ay \leq x} \Lambda(y) = \operatorname{Argmax}_{y: Ay \leq x} \max_{\lambda x^* \leq y} \lambda = \\ &= \operatorname{Argmax}_{y \leq \lambda x^*: Ay \leq x} \lambda = \alpha \Lambda(x) x^*, \quad \forall x \in R_+^n. \end{aligned} \quad (9)$$

Совпадение (5) и (9) показывает, что в данном случае (в отличие от общего) бюджетная аппроксимация сохраняет и оптимальные траектории также.

Рис. 1 дает геометрическую иллюстрацию к двумерной модели ($n=2$) Леонтьева. Штриховкой, параллельной магистральному лучу l , показано множество $\omega(x)$ для некоторого состояния $x \in \sigma$. Когда x пробегает симплекс σ , вершина Парето многогранника $\omega(x)$ (в невырожденном случае точка $y = A^{-1}x$) пробегает симплекс $\pi = \alpha$. При этом множество $\omega(x)$ смещается (границы его границы Парето претерпевают параллельный перенос), оставаясь «накрытым» симплексом $\pi = \alpha$. Перпендикулярной штриховкой на рис. 1 показано множество $\tilde{\omega}(x)$. Точка $E = \alpha \Lambda(x) x^*$ тройная: она принадлежит лучу и границам Парето множеств $\omega(x)$ и $\tilde{\omega}(x)$.

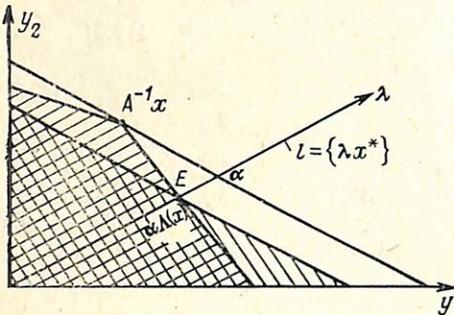


Рис. 1

Модель Леонтьева с крупноагрегированной матрицей прямых затрат использована для расчетов в разд. 3.

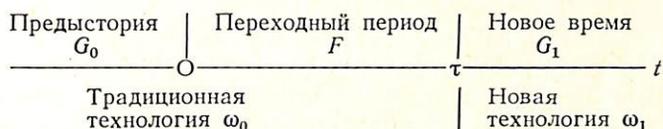
4. Оптимизация управления в период смены технологии — постановка задачи о переходной магистрали. Пусть традиционная технология, в которой система «живет» в исходный момент

времени $t=0$, задана отображением $\omega = \omega_0$. Если бы все оставалось прежним, то траектории системы определялись стратегией (2) с генератором $G = G_0$. Предположим, однако, что к моменту $t=0$ сформировалась концепция, согласно которой в относительно недалеком будущем технология изменится (например, как результат научнотехнического прогресса или, наоборот, ввиду исчерпания традиционных ресурсов). В дальнейшем она будет определяться новым отображением $\omega = \omega_1$, прогноз которого достаточно надежен и достоверен. Принимая эту концепцию, необходимо, оставаясь еще в рамках традиционной технологии ω_0 , изменить тем не менее стратегию управления с учетом прогнозных данных. Какова должна быть стратегия управления в переходном периоде — вот главный вопрос.

Следует добавить, что речь идет о стационарной стратегии. Более точно, необходимо построить стратегию управления в переходном периоде такую, чтобы оптимальный ход в произвольном состоянии $x \in R_+^n$ определялся только самим этим состоянием и не зависел (явным образом) от текущего момента времени t . Простейшая (и, по-видимому, единственная) возможность добиться этого состоит в том, чтобы реально растянутый во времени процесс перестройки технологии моделировать как мгновенный акт, момент свершения которого является пуассоновской случайной величиной. Это означает, что если ожидаемый срок смены технологий оценивается в $d \geq 1$ лет, то переход $\omega_0 \rightarrow \omega_1$ моделируется случайным моментом переключения τ , имеющим показательное распределение

$$P(\tau > t) = \exp(-t/(d-1)), \quad t \geq 0. \quad (10)$$

Стационарность модели обеспечивается тем свойством распределения (10), что до тех пор, пока переключения еще не произошло, срок его ожидания в любой текущий момент времени не зависит от того, как долго это ожидание уже длится, и имеет то же самое распределение (10). Это свойство позволяет ввести потенциал перестройки $F = F_{\omega_0 \omega_1}$, который по своему смыслу вполне аналогичен потенциалу G_{ω} обычной модели Гейла (описанной в разд. 1, п. 1). При этом F не зависит от t . Схематически временную ось модели можно представить в следующем виде



Если искомым потенциал перестройки $F \in W$ существует, то он обязан подчиняться уравнению оптимальности Беллмана. Именно, если μ — коэффициент дисконтирования в переходном периоде, то должно выполняться уравнение

$$F(x) = \mu \max_{y \in \omega_0(x)} [(1 - \beta) F(y) + \beta G_1(y)], \quad x \in R_+^n, \quad (11)$$

где G_1 — потенциал технологии ω_1 (предполагаемый известным), а β — вероятность переключения в течение единицы времени (предстоящего года), т. е.

$$\beta := 1 - \exp(-\Delta t / (d - 1)), \quad \Delta t := 1 \text{ год}. \quad (12)$$

В самом деле, в течение переходного периода в состоянии x множество выбора есть $\omega_0(x)$. Планируя ход $y \in \omega_0(x)$, надо иметь в виду, что через единицу времени реализуется одна из двух возможностей: 1) с вероятностью $(1 - \beta)$ ничего не произойдет, и тогда в точке y потенциал будет равен $F(y)$; 2) с вероятностью β система перейдет на новую технологию ω_1 , и тогда потенциал будет равен $G_1(y)$.

В явной форме потенциал F представим в виде

$$F(x) = \max_{\tau} M(\mu^{\tau} G_1(x_{\tau})), \quad x \in R_+^n, \quad (13)$$

где максимум берется по траекториям технологии ω_0 , начинающимся в точке $x_0 = x$; M_{τ} — математическое ожидание по распределению (10), более точно, в дискретном времени

$$Mf(\tau) := \sum_{t=1}^{\infty} P(t - 1 < \tau \leq t) f(t) = \beta \sum_{t=1}^{\infty} (1 - \beta)^{t-1} f(t).$$

Предложение 1. Если

$$\mu \in [0, \alpha_{\min}^{-1}], \quad \alpha_{\min} := \alpha_0 (1 - \beta), \quad (14)$$

где α_0 — темп роста технологии ω_0 , то функция (13) конечна при каждом $x \in R_+^n$, входит в класс W , выпукла вверх на R_+^n и является решением уравнения (11). Других решений это уравнение не имеет.

Как обычно, беллмановское уравнение (11) наряду с функцией F определяет и стратегию управления — искомую стратегию перестройки

$$x \rightarrow y \in Y_F(x) := \underset{y \in \omega_0(x)}{\text{Argmax}} [(1 - \beta) F(y) + \beta G_1(y)], \quad x \in R_+^n. \quad (15)$$

Таким образом, задача о стратегии перестройки поставлена, если только задано значение μ из интервала (14).

Из каких же дополнительных соображений можно выбрать значение μ ? В [6] предложен следующий подход. Стратегия перестройки (15) допускает некоторый максимальный темп стационарного расширения: всегда существует число $\gamma > 0$ и вектор $z \in R_+^n$ такие, что $\gamma z \in Y_F(z)$; если

при этом γ — максимально, то это и есть тот темп, о котором идет речь, а луч $\{\lambda z, \lambda \geq 0\}$ имеет смысл магистрали переходного периода. Но в стационарных моделях экономической динамики, опирающихся на понятие гейловской технологии, естественным (внутренне присущим модели) коэффициентом дисконтирования является величина, обратная темпу роста. На этом основании приходим окончательно к следующей задаче.

Основная задача. Найти максимальное значение γ такое, что для потенциала F , отвечающего $\mu := \gamma^{-1}$, существует вектор z стационарного расширения с темпом γ (т. е. $\gamma z \in Y_F(z)$, $F := F_\gamma$).

Величину $\hat{\alpha} := \gamma_{\max}$ назовем переходным темпом, а луч $\{\lambda z\}$ — переходной магистралью. Особенностью предложенного подхода является то, что $\hat{\alpha}$ зависит от новой технологии только через ее потенциал G_1 и не зависит от остальных элементов ее базиса, т. е. от g_1 , а главное — от α_1 *

Предложение 2. Решение основной задачи существует, при этом $\hat{\alpha} \in [\alpha_{\min}, \alpha_0]$, где α_{\min} определено в (14).

5. Решение основной задачи в бюджетной аппроксимации. В общем случае получить решение основной задачи в аналитической форме не удастся. Однако, если технология ω_0 имеет факторизованную форму (4), это сделать можно. В этом случае решение имеет вид

$$z = \operatorname{argmax}_{g_0(x)=1} [(1 - \beta) \ln G_0(x) + \beta \ln G_1(x)],$$

$$\hat{\alpha} = \theta_{\max} = \alpha_0 G_0(z), \quad F = \frac{G_1(z)}{G_0(z)} G_0, \quad (16)$$

где (α_0, G_0, g_0) — базис $B(\omega_0)$.

В общем случае (16) можно рассматривать как приближенное решение основной задачи, соответствующее тому, что в уравнении (11) технология ω_0 заменена ее бюджетной аппроксимацией ω_0 . Стратегия перестройки (15), отвечающая решению (16), жесткая и сразу выводит на луч стационарного расширения: $Y_F(x) = \alpha_0 G_0(x) z \quad \forall x \in R_+^n$.

Математически решение (16) можно назвать законом логарифмической интерполяции. Прокомментируем его с экономической точки зрения. Исходя из экономического смысла базисных функций G, g (см. п. 1), величина $\ln \frac{G(x)}{g(x)}$ интерпретируется как норматив эффективности состояния $x \in R_+^n$. Записав z из (16) в виде

$$z \in \operatorname{Argmax}_{x \in R_+^n} \left[(1 - \beta) \ln \frac{G_0(x)}{g_0(x)} + \beta \ln \frac{G_1(x)}{g_0(x)} \right] \quad (17)$$

с условием нормировки $g_0(z) = 1$, видим, что имеет место следующее предложение.

Предложение 3. Магистралью переходного периода является луч (17), на котором достигается максимум ожидаемого норматива эффективности (напомним, что β — вероятность смены технологии в течение предстоящего года).

Кроме того справедливо такое утверждение.

Предложение 4. В решении (16) темп расширения $\hat{\alpha}$ убывает, а потенциал F возрастает с ростом вероятности переключения $\beta \in [0, 1]$.

Поясним экономический смысл этого: чем больше вероятность переключения β (т. е. короче срок перестройки d , см. п. 4), тем резче надо ее проводить и, следовательно, резче сворачивать с традиционного неймановского луча x_0^* , что и приводит к замедлению темпа стационарного расширения.

* В [8] построение потенциала F проведено, исходя из понятия эффективных траекторий при большом горизонте планирования.

2. АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ПЕРЕХОДНОЙ МАГИСТРАЛИ В МОДЕЛИ ЛЕОНТЬЕВА

1. Задача разложения. В [6] показано, что включение (17) эквивалентно включению

$$(1 - \beta) \overline{\log} G_0(z) + \beta \overline{\log} G_1(z) - \underline{\log} g_0(z) \ni 0, \quad (18)$$

где для выпуклой вверх функции $\Phi \in W$

$$\overline{\log} \Phi(x_0) := \left\{ p \in R_+^n: px_0 = 1, px \geq \frac{\Phi(x)}{\Phi(x_0)} \forall x \in R_+^n, \right. \\ \left. x_0 > 0, \right. \quad (19)$$

есть множество обобщенных «логарифмических градиентов» в точке x_0 . Через $\overline{\log} \Phi(x_0)$ обозначено аналогичное множество для функции $\Phi \in W$, выпуклой вниз. При этом неравенство в (19) имеет противоположный знак.

В расчетах разд. 3 в качестве исходной (ω_0) и модифицированной (ω_1) используются леонтьевские технологии, описанные в п. 3, разд. 1. В этом случае $g_0(x) = \pi x$, где π — вектор равновесных цен технологии ω_0 ; это дифференцируемая функция, обладающая единственным логарифмическим градиентом.

$$\underline{\log} (\pi x)|_{x=z} = \pi \quad \text{для } z \in \sigma, \quad (20)$$

где σ — симплекс, определенный в (1). В (20) включено условие нормировки $z \in \sigma$, чтобы конкретизировать выбор точки на луче (17), удобный для дальнейших расчетов.

Выясним вид множества (19), когда $\Phi = \Lambda$ — леонтьевский потенциал (7). Условия (19) можно записать в форме

$$px_0 = 1, \Psi(p) := \inf_{x \in R_+^n} \frac{px}{\Phi(x)} = \inf_{\Phi(x) \geq 1} px = \frac{1}{\Phi(x_0)}.$$

При $\Phi = \Lambda$ находим

$$\Psi(p) = \inf_{\Lambda(x) \geq 1} px = \inf_{x \geq x^*} px = px^*.$$

Поэтому

$$\overline{\log} \Lambda(z) = \left\{ p \in R_+^n: pz = 1, px^* \geq \frac{1}{\Lambda(z)} \right\} = \\ = \{ p \in R_+^n: pz = 1, p(z - \Lambda(z)x^*) = 0 \}, z > 0. \quad (21)$$

Если трактовать входящий сюда неотрицательный вектор p как вектор оценок, то условия, записанные справа, означают, что $p \in \overline{\log} \Lambda(z)$ тогда и только тогда, когда в ценах p стоимость «комплекта продуктов» z равна единице и, кроме того, вектор p имеет отличные от нуля компоненты p_i лишь на тех индексах i , на которых достигается минимум в (7) (т. е. на тех компонентах, на которых в неравенстве $z - \Lambda(z)x^* \geq 0$ достигается равенство).

Обратимся теперь к решению включения (18) для двух леонтьевских потенциалов G_0, G_1 , каждый из которых определяется, согласно (7), своим собственным вектором. Во избежание громоздкой индексации положим $u := x_0^*, v := x_1^*$. Тогда с учетом (20) задача решения включения (17) может быть представлена в следующей форме.

Задача разложения. Найти скаляры λ_0, λ_1 , вектор продуктов $z \in R_+^n$ и векторы цен $p, q \in R_+^n$, удовлетворяющие соотношениям

$$\begin{aligned} & \text{а) } (1 - \beta)p + \beta q = \pi, \quad \text{б) } \pi z = 1, \\ & \text{в) } p(z - \lambda_0 u) = 0, \quad \text{г) } z \geq \lambda_0 u, \quad \text{д) } pz = 1, \\ & \text{е) } q(z - \lambda_1 v) = 0, \quad \text{ж) } z \geq \lambda_1 v, \quad \text{з) } qz = 1. \end{aligned} \quad (22)$$

Поясним соотношения (22). Условия а), б) выражают уравнение (18), дополненное соотношением (20), включающим условие нормировки; в), г) означают, что $\lambda_0 = G_0(z)$ и вместе с д) определяют включение $p \in \overline{\log} G_0(z)$ в форме (21). Аналогичным образом $\lambda_1 = G_1(z)$ и $q \in \overline{\log} G_1(z)$ — это условия е) — з). Содержательно задача (22) означает, что вектор цен π необходимо разложить в соответствии с а) на две составляющие p, q , подчиненные условиям в) — з). Отметим, что задача (22) полностью определяется тройкой векторов (π, u, v) и скаляром β , $0 < \beta < 1$. Напомним, что, поскольку рассматриваемые технологии предполагаются регулярными, векторы π, u, v строго положительны. Кроме того, равновесные векторы u, v технологий ω_0, ω_1 (определяемые с точностью до множителя) будем считать подчиненными условиям

$$\text{а) } \pi u = 1, \quad \text{б) } \pi v = 1. \quad (23)$$

2. Построение решения. Прежде всего искомым вектор прямо выражается через скаляры λ_0, λ_1

$$z_i = \max(\lambda_0 u_i, \lambda_1 v_i), \quad i = 1, \dots, n.$$

В самом деле, в силу условий (22 г), ж)) z_i не меньше правой части, причем если z_i больше ее, то, согласно (22 в), е)), $p_i = q_i = 0$, а в силу (22 а)) $\pi_i = 0$, что противоречит условию строгой положительности вектора π . Поэтому здесь имеет место равенство. Таким образом, по существу задача сводится к вычислению двух скаляров λ_0, λ_1 или, что эквивалентно, скаляров $\theta := \lambda_0 / \lambda_1$ и λ_1 , при этом

$$z = \max[\lambda_0 u, \lambda_1 v] = \lambda_1 \max[\theta u, v]. \quad (24)$$

В дальнейшем построении параметр θ выступает как основная переменная. Условие (22 б)) дает

$$1 = \pi z = \lambda_1 \langle \pi, \max[\theta u, v] \rangle$$

(для ясности скалярное произведение записано с помощью угловых скобок $\langle \cdot \rangle$). Отсюда

$$\lambda_1 = \lambda(\theta) := \frac{1}{\langle \pi, \max[\theta u, v] \rangle}. \quad (25)$$

Отметим, что $\lambda(\cdot)$ — известная (вычислимая) непрерывно убывающая функция на полуоси $\theta \geq 0$. Подставляя (25) в (24), получим однопараметрический вектор

$$z = z(\theta) = \lambda(\theta) \max[\theta u, v], \quad \theta \geq 0. \quad (26)$$

Таким образом, формулы (26), (25), дополненные равенством $\lambda_0 = \theta \lambda(\theta)$, дают явные выражения через параметр θ трех из пяти неизвестных величин задачи (22) с выполнением условий (22 б), г), ж)).

Перейдем к векторам цен p, q . Будем считать, что компоненты векторов u, v упорядочены по отношению $\theta_i := \frac{v_i}{u_i}, i = 1, \dots, n$, т. е.

$$\theta_1 < \theta_2 < \dots < \theta_n.$$

Здесь и далее i — номер компоненты (для простоты считаем ситуацию невырожденной: среди чисел θ_i нет одинаковых). Отрезок $\Omega := [\theta_1, \theta_n]$ будет служить областью значений параметра θ . Его можно представить в виде объединения интервалов $\Lambda_k := [\theta_{k-1}, \theta_k], k = 2, \dots, n$, полуоткрытых слева, и точки θ_1 , которую для единообразия формул отождествим с интервалом Λ_1 . Через $K(\theta)$ будет обозначаться номер интервала, в котором лежит значение $\theta \in \Omega$. При такой договоренности согласно (26) имеем

$$z_i = \lambda(\theta) \begin{cases} \theta u_i, & i < k, \\ v_i, & i \geq k, \end{cases} \quad k = K(\theta), \theta \in \Omega, i = 1, \dots, n. \quad (27)$$

Это значит, что вектор $z(\theta)$ составлен из двух «кусков» с индексом переключения $k = K(\theta)$. Если $\theta \neq \theta_k$, то условия (22 а), в), е)) опреде-

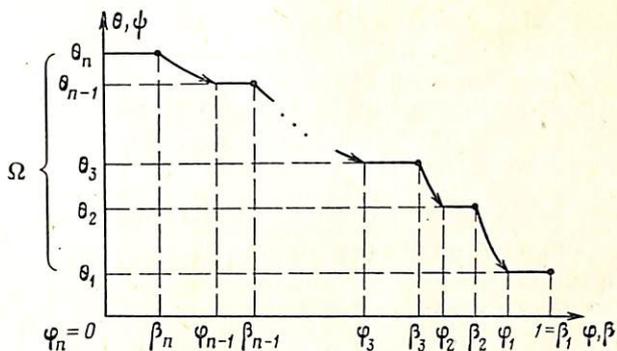


Рис. 2

ляют векторы p, q однозначно

$$p_i = \frac{\pi_i}{1-\beta}, \quad q_i = 0 \quad \text{для } i < k,$$

$$p_i = 0, \quad q_i = \frac{\pi_i}{\beta} \quad \text{для } i \geq k, \quad k = K(\theta). \quad (28)$$

Если же $\theta = \theta_k$, то при $i \neq k$ по-прежнему действуют формулы (28), а при $i = k$ условия (22 а), в), е)) допускают произвол в выборе значений p_k, q_k , ограниченный лишь требованиями

$$(1-\beta)p_k + \beta q_k = \pi_k, \quad p_k, q_k \geq 0, \quad (29)$$

которые равносильны условиям

$$0 \leq \beta q_k \leq \pi_k. \quad (30)$$

Итак, все пять неизвестных задачи разложения выражены как функции параметра θ при $\theta \neq \theta_k, k=1, \dots, n$, — однозначные, а при $\theta = \theta_k$ — с точностью до соотношения (29), и для каждого $\theta \in \Omega$ выполнены шесть из восьми условий (22). Из оставшихся двух (22 д), з)) независимым является только одно. Таковым будем считать условие з), а д) следует из а), б) и з). Запишем для вектора (27) условие (22 з)). Учитывая (28), имеем

$$1 = qz = \sum_{i \geq k} q_i z_i = \lambda(\theta) \left(q_k v_k + \frac{1}{\beta} S_{k+1} \right) =$$

$$= \begin{cases} \frac{1}{\beta} \varphi(\theta), & \theta \neq \theta_k \text{ а)} \\ \lambda(\theta_k) \left(q_k v_k + \frac{1}{\beta} S_{k+1} \right), & \theta = \theta_k \text{ б)} \end{cases} \quad k = K(\theta), \quad (31)$$

где

$$S_k := \begin{cases} \sum_{i=k}^n \pi_i v_i, & k = 1, \dots, n, \\ 0, & k = n+1, \end{cases}$$

$$\varphi(\theta) := \lambda(\theta) S_k, \quad k = K(\theta).$$

Проанализируем (31) и покажем, что оно однозначным и вычислимым образом определяет θ (а тем самым и $k = K(\theta)$) и q_k как функции от исходного параметра задачи $\beta \in [0, 1]$. С этой целью рассмотрим график функции $\varphi(\cdot)$, причем, поскольку фактически нам нужен график обратной функции, будем откладывать аргумент $\theta \in \Omega$ по вертикальной оси, а значения функции φ — по горизонтали. В такой форме этот график представлен на рис. 2. Для пояснения графика достаточно сделать следующие замечания:

1) при $\theta = \theta_1$ имеем $\lambda(\theta_1) = 1/\pi v$, $K(\theta_1) = 1$, $S_k = S_1 = \pi v$ и поэтому $\varphi(\theta_1) = 1 = \beta_1$;

2) с ростом θ при переходе через точку деления θ_k , $k = 1, \dots, n - 1$, значение $K(\theta)$ (постоянное в интервале Δ_k) меняется с k на $k + 1$, соответственно сумма $S_{K(\theta)}$ теряет слагаемое $\pi_k v_k$. Поэтому функция $\varphi(\cdot)$ в точке $\theta = \theta_k$ претерпевает скачок

$$\beta_k := \varphi(\theta_k) = \lambda(\theta_k) S_k, \quad \varphi_k := \varphi(\theta_k + 0) = \lambda(\theta_k) S_{k+1}, \quad k = 1, \dots, n - 1,$$

и (так как $\varphi(\cdot)$ — строго убывающая функция) далее с ростом θ ($\theta \in \Delta_{k+1}$) непрерывно убывает от значения φ_k к β_{k+1} . Положив дополнительно $\varphi_n := 0$, получим убывающий ряд чисел

$$1 = \beta_1 > \varphi_1 > \beta_2 > \varphi_2 > \dots > \varphi_{n-1} > \beta_n > \varphi_n = 0,$$

показанный на оси φ на рис. 2. Исходя из рис. 2, определим функцию $\psi(\beta)$, $\beta \in [0, 1]$ обратную к функции $\varphi(\theta)$, $\theta \in \Omega$, соотношением

$$\psi(\beta) = \begin{cases} \{\theta: \varphi(\theta) = \beta\}, & \beta \in \delta_k := (\beta_k, \varphi_{k-1}), \quad k = n, \dots, 2 \mid \text{а)} \\ \theta_k, & \beta \in \delta^k := [\varphi_k, \beta_k], \quad k = n, \dots, 1 \mid \text{б)} \end{cases} \quad (32)$$

В координатах (β, θ) ступенчатая ломаная линия на рис. 2 является как раз графиком функции $\psi(\cdot)$. Подчеркнем, что в (32) интервалы δ_k открытые, δ^k — закрытые. Отметим также, что $\psi: [0, 1] \rightarrow \Omega$ — однозначная, непрерывная, монотонно убывающая функция.

Обратимся теперь к соотношению (31). Возможны два случая.

1. Если β принадлежит одному из открытых интервалов δ_k , то условия (31 а) и (32 а) совпадают, т. е. из (31) следует, что $\theta = \psi(\beta)$, причем в этом случае все неизвестные задачи (22) однозначно выражаются через θ .

2. Если же β принадлежит одному из замкнутых отрезков δ^k , то $\theta = \psi(\beta) = \theta_k$ и все переменные, кроме p_k, q_k находятся однозначно — в точности так же, как и в первом случае. Значение q_k может быть найдено из (31 б))

$$q_k = \frac{\beta - \lambda(\theta_k) S_{k+1}}{\beta v_k \lambda(\theta_k)} = \frac{\beta - \varphi_k}{\beta v_k \lambda(\theta_k)}, \quad \beta \in \delta^k = [\varphi_k, \beta_k].$$

При этом

$$0 \leq \beta q_k = \frac{\beta - \varphi_k}{v_k \lambda(\theta_k)} \leq \frac{\beta_k - \varphi_k}{v_k \lambda(\theta_k)} = \frac{\lambda(\theta_k) (S_k - S_{k+1})}{v_k \lambda(\theta_k)} = \pi_k,$$

т. е. выполнены необходимые условия (30). Поэтому p_k может быть найдено из (29): $p_k = \frac{\beta_k - \beta}{(1 - \beta) v_k \lambda(\theta_k)}$. Таким образом, и в этом случае все

неизвестные задачи (22) определяются значением β однозначно.

3. Свойства решения. Построенное решение задачи разложения (22) обладает следующими свойствами.

1. Все пять неизвестных $\lambda_0, \lambda_1, z, p, q$ суть однозначные непрерывные функции исходных переменных u, v, π, β .

2. При фиксированных u, v, π как функции параметра $\beta \in [0, 1]$, $\lambda_0 = G_0(z)$ убывает, а $\lambda_1 = G_1(z)$ возрастает по β . Векторы цен p и q изменяются с ростом β немонотонно. Если рассмотреть компоненты цен с фиксированным индексом k , то, зависимости p_k, q_k от β имеют вид, изображенный на рис. 3, а (на интервале δ^k функции p_k, q_k выпуклы вверх).

3. Характер взаимосвязей между рассмотренными переменными при условиях (23) иллюстрирует рис. 3, б (для случая двумерной фазовой плоскости, $n = 2$). С ростом β точка $z = z(\beta)$ перемещается по симплексу σ от u к v . Можно назвать z «промежуточной» магистралью.

Если обе технологии ω_0 и ω_1 сепарабельны, то процесс перестройки представим в виде схемы, изображенной на рис. 4. Система, находящаяся на магистрали $u = x_0^*$, после получения информации о новой технологии (в момент $t = 0$) переходит за единицу времени на промежуточную магистраль z и движется по ней, пока не наступит момент переключе-

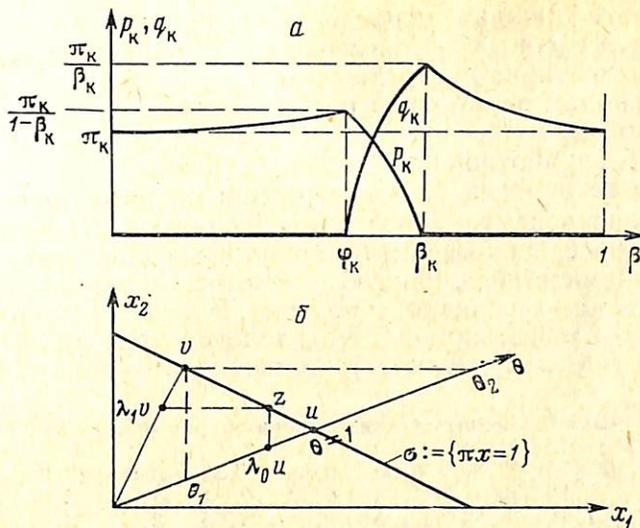


Рис. 3

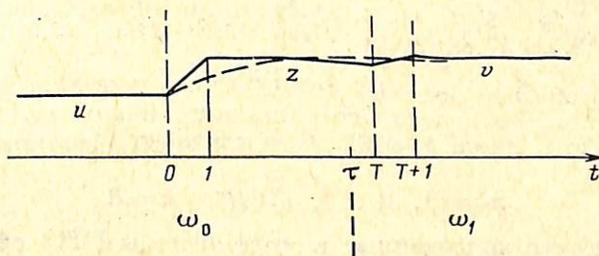


Рис. 4

чения τ , т. е. до (целочисленного) момента времени T такого, что $T - 1 < \tau \leq T$. После этого за единицу времени совершается переход $z \rightarrow v$. Ломаная $u \rightarrow z \rightarrow v$ является идеализацией реальной траектории перестройки, показанной на схеме пунктиром.

3. КРУПНОАГРЕГИРОВАННАЯ МЕЖОТРАСЛЕВАЯ МОДЕЛЬ СТАЦИОНАРНОГО РОСТА

Описанная в разд. 1—2 модель перехода от одной леонтьевской технологии к другой используется в данном разделе для построения модели количественной оценки структурных сдвигов в народном хозяйстве СССР в процессе возможной технологической перестройки, направления которой задаются вариантно. С этой целью народное хозяйство представлено крупноагрегированной моделью типа межотраслевого баланса в составе следующих отраслей:

- 1) ППН — продукция производственного назначения (металлургия; прочие отрасли промышленности);
- 2) ПТКП — продукты и товары конечного потребления (легкая и пищевая промышленность, сельское и лесное хозяйство, лесная, деревообрабатывающая, целлюлозно-бумажная промышленность);
- 3) химия (химическая промышленность);
- 4) энергетика (угольная, нефтяная и газовая промышленность; электроэнергетика; прочие отрасли топливной промышленности);
- 5) транспорт и другие государственные услуги (транспорт и связь; торговля, материально-техническое снабжение и заготовки; прочие отрасли материального производства);
- 6) строительство (строительство; промышленность стройматериалов);
- 7) машиностроение и металлообработка;
- 8) трудовые ресурсы.

Считаем, что каждая отрасль производит единственный продукт (простая модель Леонтьева), измеряемый в денежном выражении (в ценах НПЗ — нормативно-приростных затрат, см. [9]). Трудовые ресурсы измеряются фондом заработной платы; соответственно восьмой столбец конструируемой матрицы представляет собой вектор конечного потребления на 1 руб. заработной платы.

1. Базовая технология. Для построения матрицы, отвечающей равно-весному сбалансированному росту, необходимо к обычной матрице прямых затрат $a(8 \times 8)$ присоединить капитальные затраты — матрицу приростных фондоемкостей b , взятую с некоторым заданным темпом роста ρ . Полагая $A := a + \rho b$, аналогично тому, как это сделано, например, в [4], и используя информацию 18-отраслевой модели 1985 г., получим при $\rho := 4\%$ в год следующую агрегированную матрицу $A(8 \times 8)$ технологии (6).

Базовая леонтьевская матрица затрат (коп/руб.)*

| | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 37,76 | 2,91 | 4,35 | 0,61 | 1,33 | 6,99 | 12,28 | 1,94 |
| | 9,18 | 52,91 | 7,98 | 0,42 | 2,81 | 4,61 | 2,65 | 54,54 |
| | 1,41 | 3,52 | 27,08 | 0,63 | 1,04 | 2,17 | 3,87 | 1,90 |
| $A =$ | 11,52 | 3,19 | 11,51 | 33,01 | 9,94 | 6,08 | 3,33 | 0,97 |
| | 8,15 | 8,50 | 8,50 | 15,11 | 2,79 | 7,75 | 4,64 | 2,65 |
| | 5,90 | 5,35 | 8,95 | 11,32 | 16,70 | 28,19 | 6,96 | 5,78 |
| | 7,55 | 5,74 | 11,76 | 11,56 | 16,31 | 10,68 | 40,78 | 8,49 |
| | 18,53 | 17,88 | 20,07 | 27,34 | 49,08 | 33,53 | 25,52 | 15,73 |

Поскольку заданный базовый темп роста ρ уже заложен в A , то формально матрице A отвечает собственное число $r(A) = 1$. Поэтому $\alpha_0 := r^{-1}(A) = 1$ (см. разд. 1, п. 3), причем вектор равновесных цен единичный

$$\pi = (1, 1, \dots, 1) \in R^n, \quad n = 8. \quad (33)$$

Это означает, что заложенные в модели цены НПЗ сбалансированы: себестоимость рубля каждого продукта (сумма элементов A_{ij} по столбцу j) в точности равна 100 коп. = 1 руб. Равновесный вектор выпусков $u = x_0^*$, нормированный условием

$$\pi u = \sum u_i = 100\%,$$

характеризуется следующей структурой (в %)

$$u = (6,2; 30,3; 3,3; 8,6; 6,8; 9,2; 12,8; 22,8). \quad (34)$$

Ему соответствует вектор фактического выпуска $\bar{x} := Vu/100\% \cong \bar{x}_{1985}$

$$\bar{x} = (155,0; 757,5; 82,5; 215,0; 170,0; 230,0; 320,0; 570,0), \quad (35)$$

который отвечает валовой величине

$$V := \pi \bar{x} = \sum \bar{x}_i = 2500 \text{ млрд. руб.} \cong V_{1985}.$$

Итак, построена базовая леонтьевская технология ω_0 вида (6). Тройка (α, u, π) , в которой $\alpha = 1$, а векторы u, π определены в (33), (34), образуют ее равновесие, удовлетворяющее условию (23).

2. Варианты перестройки. Модель разд. 1, п. 4, описывает переход от данной базовой технологии ω_0 к другой, произвольной гейловской технологии ω_1 . В качестве новой технологии ω_1 рассмотрим три варианта возможной перестройки базовой технологии. Во всех вариантах технология ω_1 , как и базовая, является леонтьевской вида (6) с матрицей, получающейся из A соответствующей вариацией.

Вариант 1: удорожание энергии. Все элементы столбца $j=4$, отражающего затраты на получение энергии, умножаются на коэффициент 1,25 (т. е. возрастают на 25%).

Вариант 2: удорожание транспорта. Элементы столбца $j=5$ (транспорт) умножаются на 1,25.

* Матрица получена при участии А. П. Вавилова на основе работы [9]; авторы благодарны ему за помощь.

Характеристики равновесия технологии ω_1

| № п.п. | Отрасли | Вариант 1 $\rho_1=1,65$ | | Вариант 2 $\rho_1=2,37$ | | Вариант 3 $\rho_1=8,88$ | |
|--------|------------------|----------------------------|--------------|----------------------------|--------------|----------------------------|--------------|
| | | δu | $\delta \pi$ | δu | $\delta \pi$ | δu | $\delta \pi$ |
| 1 | ППН | -3,47 | -0,01 | -1,69 | -1,12 | 11,65 | 0,72 |
| 2 | ПТКП | -3,81 | -4,61 | -1,56 | -1,17 | -1,64 | 1,51 |
| 3 | Химия | -3,56 | -0,30 | -1,67 | -1,15 | 6,68 | 0 |
| 4 | Энергетика | 9,29 | 33,47 | 0,52 | 0,58 | 6,14 | -2,59 |
| 5 | Транспорт | 3,16 | -1,58 | -1,27 | 21,37 | 7,20 | -5,58 |
| 6 | Строительство | 1,62 | -2,68 | 1,64 | -1,65 | 7,96 | -3,03 |
| 7 | Машиностроение | 0,49 | -3,79 | 0,76 | -2,61 | 8,44 | -0,80 |
| 8 | Трудовые ресурсы | 1,14 | -2,75 | 1,87 | -2,38 | -14,32 | 2,09 |

Вариант 3: повышение эффективности труда. Элементы строки $i=8$ (трудовые ресурсы) умножаются на 0,8, что можно интерпретировать как повышение производительности труда в $1/0,8=1,25$ раза, т. е. на 25%.

Охарактеризуем здесь сами эти варианты технологии ω_1 в терминах их равновесий $(\alpha_i, v:=x_i^*, \pi_i)$, где вектор v нормирован условием $\pi v=100\%$, а вектор равновесных цен π_i — условием $\pi_i u=100\%$. В табл. 1 вместо векторов v и π_i даются (покомпонентно) их относительные отклонения $\delta u, \delta \pi$ в процентах от базовых значений u и π

$$\delta u_i = \left(\frac{v_i}{u_i} - 1 \right) 100\%, \quad \delta \pi_i = \left(\frac{\pi_{1i}}{\pi_i} - 1 \right) 100\%.$$

Там же приводится значение «истинного» темпа роста

$$\rho_1 := \rho + (\alpha_1 - 1) 100\%,$$

где $\rho=4\%$ — базовое значение.

Естественно, что в вариантах 1, 2 темп роста ρ_1 снизился в сравнении с базовым $\rho_0=4\%$, а в варианте 3 повысился. Отметим, что «энергетический» вариант гораздо сильнее модифицирует картину, нежели «транспортный». В варианте 1 цена энергии выросла на 33,47%, что существенно больше, чем заложенное 25%-ное ее удорожание. При этом доля энергетики увеличилась на 9,29%. Напротив, в варианте 2 цена транспорта повысилась меньше, чем его удорожание (21,37 против 25%), причем доля транспорта снизилась на 1,27%. «Трудовой» вариант 3 характеризуется более равномерным изменением структуры δu и $\delta \pi$ и соответственно большим изменением темпа $\Delta \rho = \rho_1 - \rho = 4,88\%$ (против $-2,35$ и $-1,63\%$ в вариантах 1, 2).

3. Вариантный анализ переходного режима. В каждом из трех описанных вариантов переходный режим рассматривается далее как функция от параметра β , входящего в основное уравнение (11) и связанного с ожидаемым сроком перестройки d соотношением (12) или в табличной форме

| | | | | | | |
|-----------|----------|-----|-----|-----|-----|-----|
| β | 0 | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |
| d (лет) | ∞ | 5,5 | 3,0 | 2,1 | 0,8 | 1,0 |

(36)

Из (16) следует, что при $\beta=0$ имеем, очевидно, $z=u$, $\hat{\alpha}=\alpha_0$, а при $\beta=1$ $z=v=x_i^*$.

Для каждого значения β из (36) в табл. 2 приведены данные о решении, найденном по формулам (16), (24):

- 1) значения исходного $\lambda_0=G_0(z)$ и нового $\lambda_1=G_1(z)$ потенциалов;
- 2) значение истинного темпа роста в переходном периоде $\hat{\rho}:=\rho + (\hat{\alpha} - 1) \cdot 100\%$, $\rho=4\%$;
- 3) компоненты относительного отклонения

$$\delta z_i = \left(\frac{z_i}{u_i} - 1 \right) 100\%, \quad i = 1, \dots, 8,$$

вектора переходной магистрали z от базового уровня u . При этом ком-

Изменение равновесной структуры в переходном периоде в зависимости от параметра β

| № п.п. | Показатели | β | | | | |
|------------------------|----------------------|---------|--------|--------|--------|--------|
| | | 0,2 | 0,4 | 0,6 | 0,8 | 1,0 |
| Энергетический вариант | | | | | | |
| | $\lambda_0 = G_0(z)$ | 0,9925 | 0,9913 | 0,9882 | 0,9618 | 0,9618 |
| | $\lambda_1 = G_1(z)$ | 0,9776 | 0,9801 | 0,9834 | 1 | 1 |
| | \hat{p} , % | 3,26 | 3,14 | 2,83 | 0,19 | 0,19 |
| 1 | ППН | -0,74 | -0,86 | -1,17 | -3,47 | -3,47 |
| 2 | ПТКП | -0,74 | -0,86 | -1,17 | -3,81 | -3,81 |
| 3 | Химия | -0,74 | -0,86 | -1,17 | -3,56 | -3,56 |
| 4 | Энергетика | 6,74 | 7,12 | 7,48 | 9,29 | 9,29 |
| 5 | Транспорт | 0,75 | 1,11 | 1,45 | 3,16 | 3,16 |
| 6 | Строительство | -0,74 | -0,86 | -0,05 | 1,62 | 1,62 |
| 7 | Машиностроение | -0,74 | -0,86 | -1,17 | 0,49 | 0,49 |
| 8 | Трудовые ресурсы | -0,74 | -0,86 | 0,53 | 1,14 | 1,14 |
| Транспортный вариант | | | | | | |
| | $\lambda_0 = G_0(z)$ | 0 | 0,9966 | 0,9859 | 0,9842 | 0,9830 |
| | $\lambda_1 = G_1(z)$ | 0,9816 | 0,9891 | 0,9987 | 0,9998 | 1 |
| | \hat{p} (%) | 4 | 3,67 | 2,60 | 2,43 | 2,31 |
| 1 | ППН | 0 | -0,33 | -1,40 | -1,57 | -1,69 |
| 2 | ПТКП | 0 | -0,33 | -1,40 | -1,57 | -1,56 |
| 3 | Химия | 0 | -0,33 | -1,40 | -1,57 | -1,67 |
| 4 | Энергетика | 0 | -0,33 | 0,39 | 0,51 | 0,52 |
| 5 | Транспорт | 0 | -0,33 | -1,40 | -1,29 | -1,27 |
| 6 | Строительство | 0 | 0,54 | 1,51 | 1,63 | 1,64 |
| 7 | Машиностроение | 0 | -0,33 | 0,63 | 0,74 | 0,76 |
| 8 | Трудовые ресурсы | 0 | 0,76 | 1,74 | 1,86 | 1,87 |
| Трудовой вариант | | | | | | |
| | $\lambda_0 = G_0(z)$ | 0,9974 | 0,9917 | 0,9559 | 0,8756 | 0,8568 |
| | $\lambda_1 = G_1(z)$ | 0,9237 | 0,9342 | 0,9718 | 0,9946 | 1 |
| | \hat{p} (%) | 3,74 | 3,17 | -0,41 | -8,44 | -10,32 |
| 1 | ППН | 3,14 | 4,32 | 8,51 | 11,06 | 11,65 |
| 2 | ПТКП | -0,26 | -0,83 | -4,41 | -2,16 | -1,64 |
| 3 | Химия | -0,26 | -0,32 | 3,67 | 6,11 | 6,68 |
| 4 | Энергетика | -0,26 | -0,83 | 3,15 | 5,57 | 6,14 |
| 5 | Транспорт | -0,26 | 0,15 | 4,18 | 6,62 | 7,20 |
| 6 | Строительство | -0,26 | 0,87 | 4,92 | 7,39 | 7,96 |
| 7 | Машиностроение | 0,17 | 1,31 | 5,38 | 7,86 | 8,44 |
| 8 | Трудовые ресурсы | -0,26 | -0,83 | -4,41 | -12,44 | -14,32 |

попененты, для которых равенство в (24) достигается на векторе v , выделены полужирным шрифтом (для остальных компонент $\delta z_i = (\lambda_0 - 1) 100\%$).

Выделенный шрифт в табл. 2 наглядно иллюстрирует ход переключения компонент вектора z с u на v в формуле (24). Так, в варианте 1 (табл. 2) при $\beta=0,2$ переключены только две отрасли — энергетика и транспорт, при $\beta=0,8$ уже все отрасли перешли в режим новой технологии: $z=v$. Точная последовательность переключений определяется последовательностью убывания величин δu_i в табл. 1 и в «энергетическом» варианте такова: 1) энергетика, 2) транспорт, 3) строительство, 4) трудовые ресурсы; 5) машиностроение, 6) ППН, 7) химия, 8) ПТКП.

В «транспортном» варианте цепочка переключений иная: 1) трудовые ресурсы, 2) строительство, 3) машиностроение, 4) энергетика, 5) транспорт, 6) ПТКП, 7) химия, 8) ППН.

Наконец, в «трудовом» варианте эта цепочка имеет обратное направление, ибо (в отличие от вариантов 1, 2) новая технология эффективнее старой: 1) ППН, 2) машиностроение, 3) строительство, 4) транспорт, 5) химия, 6) энергетика, 7) ПТКП, 8) трудовые ресурсы.

Содержательно выписанные последовательности указывают приоритетность перестройки различных отраслей. Табл. 2 дает количественные характеристики перестройки в зависимости от параметра β . Напомним, что соотношение между реальным процессом перестройки и идеализированной моделью представлено на рис. 4.

Отметим, расчет подтверждает предложение 4 о том, что с увеличением β темп роста в переходном периоде $\hat{\rho}$ снижается, причем это происходит независимо от того, изменится ли технология в худшую (как в вариантах 1, 2) или в лучшую (вариант 3) сторону. Это вполне согласуется с тем уже осознанным фактом, что перестройка и ускорение — несовместимы. Более того, в хорошем «трудовом» варианте темп $\hat{\rho}$ не просто снижается, а переходит в сильное торможение ($\hat{\rho} = -10,32\%$). Это объясняется тем, что в модели перестройки, описанной в разд. 1, п. 4, функционирование системы до момента переключения τ происходит в рамках исходной традиционной технологии. В этих рамках вектор v приводит к резкому замедлению, так как его «трудовая» компонента существенно снижена в сравнении с требуемым в традиционной технологии оптимальным уровнем u . Когда перестройка завершится и сформируется новая оптимальная v -структура, темп роста возрастет от значения $\hat{\rho} = -10,32\%$ до $\rho_1 = 8,88\%$ в год (табл. 1, вариант 3).

* * *

Авторы сознают неполноту проведенного анализа, но, рассматривая свою работу как методологическую, считают, что возможности предложенной модели технологической перестройки проиллюстрированы достаточно. Представляет интерес провести сравнение с другими подходами, что надеемся сделать в дальнейшем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Карлин С. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М.: Мир, 1963.
2. Макаров В. Л., Рубинов А. М. Математическая теория экономической динамики и равновесия. М.: Наука, 1973.
3. Беленький В. З., Волконский В. А., Павлов Н. В. Динамические межотраслевые модели, их использование для расчетов плана и цен и экономического анализа // Экономика и мат. методы. 1972. Т. VIII. Вып. 4.
4. Ефимов М. Н., Мовшович С. М. Анализ сбалансированного роста в динамической модели народного хозяйства // Экономика и мат. методы. 1973. Т. IX. Вып. 1.
5. Арушанян И. И., Беленький В. З., Бирюкова Е. С. Замкнутая динамическая модель стационарного роста для вариантного анализа взаимосвязей развития энергетики и экономики СССР // Экономика и мат. методы. 1985. Т. XXI. Вып. 5.
6. Беленький В. З. Модель оптимального $\omega_0 \rightarrow \omega_1$ перехода для пары гейловских технологий (промежуточная магистраль) // Исследования по вероятностным проблемам управления экономическими процессами. М.: ЦЭМИ АН СССР, 1988.
7. Беленький В. З. Экономическая динамика: обобщающая «бюджетная» факторизация гейловской технологии // Экономика и мат. методы. 1990. Т. 26. Вып. 1.
8. Сластников А. Д. Модели экономического роста со скачкообразно меняющейся технологией: стационарный подход // Стохастическое управление в экономике. М.: ЦЭМИ АН СССР, 1989.
9. Вавилов А. П., Волконский В. А., Кузовкин А. И. и др. Методы учета ренты в ценах и плановых расчетах // Экономика и мат. методы. 1986. Т. XXII. Вып. 5.

Поступила в редакцию
22 XII 1989