ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ 1990 Том 26, вып. 4

СОГЛАСОВАННАЯ СИСТЕМА ДЕЗАГРЕГИРОВАННЫХ И УКРУПНЕННЫХ ОТЧЕТНЫХ МЕЖОТРАСЛЕВЫХ БАЛАНСОВ

Цирлин М. Б.

(Москва)

В статье изложен метод согласования системы дезагрегированных региональных межотраслевых балансов (МОБ), формируемых на основе ограниченной информации, с показателями союзной таблицы и укрупненных отчетных МОБ для соответствующих регионов.

Отчетные межотраслевые балансы (МОБ) с детализированной отраслевой структурой из-за высокой трудоемкости статистического обследования затрат разрабатываются Госкомстатом СССР и комитетами по статистике союзных республик раз в пять лет. В [1] предложен ряд методов приближенного построения дезагрегированных МОБ для тех лет, когда балансы составлялись по укрупненной схеме, включающей 18 агрегированных отраслей народного хозяйства. Эти методы используют ограниченную исходную информацию с двухэтапным построением межотраслевых таблиц. Сформированные на первом этапе оценки межотраслевых потоков корректируются на втором для согласования с показателями укрупненного баланса данного года и объемов валовой продукции в разрезе отраслей детализированного МОБ. Проведение всех расчетов на ЭВМ обеспечивает разработку дезагрегированных МОБ в сжатые сроки при незначительных затратах.

Для внутренних точек завершенного шестилетнего цикла, в течение которого были построены два детализированных и четыре укрупненных отчетных баланса, достаточно высокая точность оценок показателей межотраслевых связей обеспечивается при формировании начального приближения дезагрегированных МОБ путем интерполяции данных детализированных отчетных балансов. Построение дезагрегированных МОБ для каждого года за пределами последнего шестилетнего цикла возможно методом последовательной корректировки показателей последнего детализированного отчетного баланса. Однако такой подход, так же как и основанный на методах статистической экстраполяции, чреват некоторым снижением точности оценок при удалении от базисного года.

Наиболее эффективно строить начальное приближение с помощью статистической оценки коэффициентов прямых затрат как параметров линейной регрессионной модели, используя данные об общих затратах (без выделения затрат на профильную продукцию) и объемах продукции отдельных предприятий в разрезе отраслей детализированного МОБ [2, 3]. Тогда формирование $N_1 \times N_1$ матрицы A коэффициентов прямых затрат происходит в результате статистической оценки по совокупности предприятий народного хозяйства или рассматриваемого региона N_1 векторов $\bar{a}_i = (a_{i1}, \ldots, a_{iN_1})^T$ для каждого вида затрат, а показатели межотраслевых потоков x_{ij} определяются на основе линейной модели МОБ как $a_{ij}x_j$, где x_j — объем валовой продукции отрасли j. Этот метод обеспечивает высокую точность оценок и независимость от временно́го интервала между последним отчетным, составленным по традиционной методологии, и формируемым балансами.

Методы приближенного построения детализированных МОБ на основе ограниченной информации могут быть применены и на союзном, и на республиканском уровнях. В последнем случае возникает задача согласования их показателей не только с показателями укрупненных балансов для соответствующих регионов (она решалась в [1]), но и с данными дезагрегированного союзного баланса.

Задача согласования показателей союзного и региональных отчетных МОБ рассматривалась в [4], где был предложен релаксационный метод пространственного уравнивания системы показателей. Здесь наряду с аналогичными показателями внешних итогов должны быть учтены и данные укрупненных региональных балансов, т. е. необходимо одновременное решение задач из [1 и 4].

Подобная проблема возникает при согласовании системы укрупненных и детализированных региональных балансов для планового периода *.

Для отчетного периода объемы валовой продукции в разрезе отраслей детализированного МОБ могут быть определены наиболее точно (вопросы их ежегодного исчисления рассматриваются в [6]). А показатели межотраслевых потоков даже в отчетных балансах формируются на основе приближенной оценки (обследование затрат лишь на профильную продукцию предприятий), тем более при использовании упрощенных методов, таких, как интерполяция, корректировка или метод статистической оценки. Поэтому в данном случае значения объемов валовой продукции регионов в разрезе отраслей детализированного МОБ могут рассматриваться как фиксированные итоги.

При решении задачи согласования системы укрупненных и детализированных МОБ показатели союзной таблицы используются в качестве итоговых, что обусловлено их большей достоверностью, достигаемой за счет относительной стабильности суммарных показателей союзного МОБ.

Наиболее очевидно это при формировании начального приближения методом статистической оценки коэффициентов прямых затрат, где надежность оценки непосредственно определяется объемом совокупности — числом предприятий рассматриваемого региона. Дисперсии оценок, получаемых с использованием специального пошагового алгоритма взвешенного метода наименьших квадратов при ограничениях на знаки оцениваемых параметров, обратно пропорциональны разности числа наблюдений и числа компонент оцениваемого $N_1 \times 1$ вектора $\bar{a}_i$, $i=1, \ldots, N_1$, коэффициентов прямых затрат.

Показатели согласованной системы укрупненных и детализированных МОБ должны удовлетворять условиям

$$\sum_{l \in Q_{ij}} x_{ijl} = x_{ij0}, \; i = 1, \ldots, M, \; j = 1, \ldots, N, \; Q_{ij} \neq \varnothing, \tag{1}$$

$$\sum_{j \in G_{il}} x_{ijl} = x_{i0l}, \; i = 1, \ldots, M, \; l = 0, \ldots, L, \; G_{il} \neq \varnothing, \tag{2}$$

$$\sum_{i \in H_{jl}} x_{ijl} = x_{0jl}, \; j = 1, \ldots, N, \; l = 0, \ldots, L, \; H_{jl} \neq \varnothing, \tag{3}$$

$$\sum_{(i,j) \in U_{IJl}} x_{ijl} = r_{IJl}, \quad \begin{array}{l} I = 1, \ldots, m, \; l = 0, \ldots, L, \\ J = 1, \ldots, n, \; U_{IJl} \neq \varnothing, \end{array} \tag{4}$$

где L — число регионов (в случае союзных республик $L=15$); x_{ijl} — элементы $M \times N$ матрицы X_l детализированного МОБ для региона l (для показателей союзного МОБ $l=0$); $\tilde{x}_{ijl}$ — элементы матрицы начального приближения $\tilde{X}_l$; x_{i0l} и x_{0jl} — итоговые показатели строки i и столбца j

* В результате ее решения корректируются планируемые объемы валовой продукции отраслей, а система технологических коэффициентов, полученная на основе последнего отчетного баланса, выступает, как правило, в качестве нормативной базы. При согласовании показателей детализированных балансов межотраслевых связей с агрегированными данными, рассчитанными по динамическим межотраслевым моделям, корректировке могут подвергаться как объемы продукции отраслей, так и исходные значения коэффициентов прямых затрат [5].

матрицы X_l, при $i,\ j\leqslant N_1$ (где N_1 — число отраслей детализированного МОБ) x_{i0l} и x_{0jl} — объемы валовой продукции отраслей i и j; r_{IJl} — элементы $m\times n$-матрицы R_l укрупненного МОБ для региона l; $G_{il}=\{j\in\{1,\ldots,N\}\,|\,\tilde{x}_{ijl}\neq 0\}$; $H_{jl}=\{i\in\{1,\ldots,M\}\,|\,\tilde{x}_{ijl}\neq 0\}$; $Q_{ij}=\{l\in\{1,\ldots,L\}\,|\,\tilde{x}_{ijl}\neq 0\}$; P_I и T_J — множества индексов строк и столбцов матрицы X_l, соответствующих строке I и столбцу J матрицы R_l такие, что $P_{I_1}\bigcap P_{I_2}=\varnothing$ при $I_1\neq I_2$ и $T_{J_1}\bigcap T_{J_2}=\varnothing$ при $J_1\neq J_2$, $\bigcup\limits_{I=1}^{m} P_I=\{1,\ldots,M\}$ и $\bigcup\limits_{J=1}^{n} T_J=\{1,\ldots,N\}$, $U_{IJl}=\{(i,\ j)\in P_I\times T_J\,|\,\tilde{x}_{ijl}\neq 0\}$. Предполагается, что отраслевая структура всех таблиц совпадает, т. е. $P_I=P_{Il}$, $l=0,\ldots,L$ и $T_J=T_{Jl}$, $l=0,\ldots,L$.

Матрицы $X_1,\ldots,X_L$ образуют трехмерную $M\times N\times L$-матрицу X, а таблицы укрупненных МОБ $R_1,\ldots,R_L$ трехмерную $m\times n\times L$-матрицу R.

Решение задачи согласования системы межотраслевых балансов в соответствии с (1) — (4) разделяется на четыре этапа.

Сначала обеспечивается согласование показателей укрупненных МОБ $R_1,\ldots,R_L$ с показателями союзной таблицы R_0 путем такой балансировки трехмерной $m\times n\times L$-матрицы R по внешним итогам, при которой выполняются условия, аналогичные (1) — (3) для матрицы X. Для этого может быть использован метод пространственной балансировки [4].

На втором этапе происходит согласование показателей объемов валовой продукции отраслей. Если дезагрегированные балансы строились без использования дополнительной информации, которая позволяла расшифровать виды выпускаемой продукции по номенклатуре МОБ, а объемы валовой продукции определялись путем пересчета валовой продукции хозяйственных отраслей или иным приближенным методом, то они должны быть согласованы с итоговыми показателями укрупненных МОБ и союзного баланса. Это согласование возможно в результате балансировки m матриц строчных итогов

$$\sum_{i\in P_I} x_{i0l}=r_{I0l},\ l=1,\ \ldots,\ L, \tag{5}$$

$$\sum_{l=1}^{L} x_{i0l}=x_{i00},\ i\in P_I, \tag{6}$$

и n матриц столбцовых

$$\sum_{j\in T_J} x_{0jl}=r_{0Jl},\ l=1,\ \ldots,\ L, \tag{7}$$

$$\sum_{l=1}^{L} x_{0jl}=x_{0j0},\ j\in T_J. \tag{8}$$

Решать задачи (5) — (6) и (7) — (8) можно методом шаговой балансировки [7].

На третьем этапе происходит согласование показателей дезагрегированного и укрупненного союзных МОБ путем балансировки матрицы X_0 по внутренним и внешним итогам методом [1], т. е. решается задача (2) — (4) при $l=0$.

Такое же согласование возможно и для региональных балансов, что ускоряет и в некоторых случаях упрощает работу алгоритма, используемого на последнем этапе. В результате выполнения этапов 1—3 обеспечивается согласование итоговых показателей системы (1) — (4).

На последнем этапе показатели системы дезагрегированных региональных МОБ согласуются с показателями союзной таблицы и системой региональных отчетных МОБ, разработанных по укрупненной схеме. С математической точки зрения это — задача балансировки трехмерной матрицы X по внутренним и внешним итогам. Ее элементами являются показатели детализированных региональных балансов, внешними окаймляющими итогами — объемы валовой продукции регионов (союзных республик) в разрезе отраслей детализированного МОБ, а также показатели союзного баланса; внутренними — показатели укрупненных региональных балансов.

Однако, как будет видно, такая балансировка не всегда выполнима из-за высокой разреженности таблиц $X_1, \ldots, X_L$ и использования приближенных методов при построении союзного баланса. Невозможность балансировки свидетельствует о недостоверности отдельных показателей союзного МОБ, которые следует откорректировать.

Общее количество уравнений (1)—(4) может достигать $M\times N+(M+$ $+N+m\times n)L$ (некоторые итоговые показатели x_{ij0}, x_{0jl}, x_{i0l}, r_{IJl} могут быть равны нулю, а множества Q_{ij}, H_{jl}, G_{il} и U_{IJl} пусты и соответствующие уравнения исключаются). При числе отраслей детализированного МОБ $N_1=120$, укрупненного $n_1=18$ и $L=15$ оно составит около 30 000. Поэтому для решения системы целесообразно применить декомпозиционный подход, позволяющий свести его к ряду балансировок трехмерных матриц ограниченной размерности по внешним итогам. Предлагаемый алгоритм является обобщением на трехмерный случай метода, изложенного в [1].

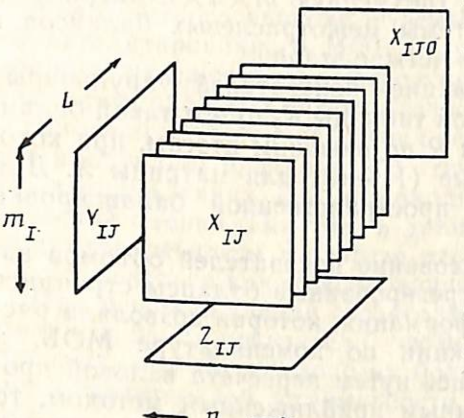

Рис. 1. Матрицы окаймляющих итогов трехмерного блока X_{IJ}

При его реализации используются трехмерные блоки X_{IJ}, образованные из элементов x_{ijl}, $i\in P_I$, $j\in T_j$, $l\in\Lambda=$ $=\{1, \ldots, L\}$ следующим образом. Элементы x_{ijl}, $i\in P_I$, $j\in T_J$, таблицы X_l формируют $m_I\times n_J$-подматрицу X_{IJl}, соответствующую элементу r_{IJl} укрупненного баланса для региона l, где m_I и n_J — числа строк и столбцов детализированного МОБ, соответствующих строке I и столбцу J укрупненного. Из совокупности клеток X_{IJl}, $l=1, \ldots, L$, для всех региональных балансов получается трехмерный $m_I\times n_J\times L$-блок X_{IJ}.

Показатели итогов по индексу j трехмерного блока X_{IJ} образуют $m_I\times L$-матрицу Y_{IJ} (рис. 1), а совокупность таких матриц Y_{IJ}, $J=1, \ldots$ $\ldots, n$, для строки блоков X_{IJ}, $J=1, \ldots, n$,— трехмерный $m_I\times n\times L$ блок Y_I. Аналогично, показатели итогов по индексу i блока X_{IJ} формируют $n_J\times L$-матрицу Z_{IJ} (рис. 1), а совокупность таких матриц Z_{IJ}, $I=1, \ldots$ $\ldots, m$, для столбца блоков X_{IJ}, $I=1, \ldots, m$ — трехмерный $m\times n_J\times L$-блок Z_J. Элементами блоков Y_I и Z_J являются показатели y_{iJl} — затраты продукции отрасли i в отраслях $j\in T_J$ в таблице l ($y_{iJl}=0$ при $G_{il}\cap$ $\cap T_J=\varnothing$) и z_{Ijl} — затраты продукции отраслей $i\in P_I$ в отрасли j в таблице l ($z_{Ijl}=0$ при $H_{jl}\cap P_I=\varnothing$). Трехмерные блоки строчных итогов Y_I, $I=1, \ldots, m$, и столбцовых итогов Z_J, $J=1, \ldots, n$, формируются для каждой строки I и каждого столбца J трехмерных блоков X_{IJ} (рис. 2).

Подсистема (1)—(3) задает совокупность внешних, а подсистема (4) — внутренних итогов для трехмерной матрицы X. При решении задачи исходная матрица X разлагается на $m\times n$-трехмерных блоков X_{IJ}. На первом этапе решения задачи формируются показатели строчных y_{iJl}, $i\in P_I$, $l=1, \ldots, L$, и столбцовых — z_{Ijl}, $j\in T_J$, $l=1, \ldots, L$, итогов для каждого блока X_{IJ}, согласованные с условиями (1)—(4). На втором происходит балансировка отдельных трехмерных блоков X_{IJ} по внешним итогам. Итогами по индексу l для блока X_{IJ} являются показатели x_{ij0} клетки X_{IJ0} союзного МОБ.

Строчные и столбцовые итоги для каждого блока X_{IJ}, т. е. матрицы Y_{IJ} и Z_{IJ} формируются в результате балансировки по внешним итогам m трехмерных блоков Y_I, $I=1, \ldots, m$, и n трехмерных блоков Z_J, $J=$ $=1, \ldots, n$.

Из (1)—(4) для элементов блока Y_I следуют условия

$$\sum_{J\in D_{il}} y_{iJl}=x_{i0l},\ i\in P_I,\ l=1, \ldots, L,\ G_{il}\neq\varnothing, \tag{9}$$

$$\sum_{i \in P_I \cap E_{Jl}} y_{iJl} = r_{IJl},\ J=1, \ldots, n,\ l=1, \ldots, L,\ U_{IJl} \neq \varnothing, \tag{10}$$

$$\sum_{l \in F_{iJ}} y_{iJl} = y_{iJ0},\ i \in P_I,\ J=1, \ldots, n,\ G_{i0} \cap T_J \neq \varnothing, \tag{11}$$

где $D_{il} = \{J \in \{1, \ldots, n\} \mid G_{il} \cap T_J \neq \varnothing\}$; $E_{Jl} = \{i \in \{1, \ldots, M\} \mid G_{il} \cap T_J \neq \varnothing\}$; $F_{iJ} = \{l \in \{1, \ldots, L\} \mid G_{il} \cap T_J \neq \varnothing\}$; а для блока Z_J

$$\sum_{I \in C_{jl}} z_{Ijl} = x_{0jl},\ j \in T_J,\ l=1, \ldots, L,\ H_{jl} \neq \varnothing, \tag{12}$$

$$\sum_{j \in T_J \cap S_{Il}} z_{Ijl} = r_{IJl},\ I=1, \ldots, m,\ l=1, \ldots, L,\ U_{IJl} \neq \varnothing, \tag{13}$$

$$\sum_{l \in W_{Ij}} z_{Ijl} = z_{Ij0},\ j \in T_J,\ I=1, \ldots, m,\ H_{j0} \cap P_I \neq \varnothing, \tag{14}$$

где $C_{jl} = \{I \in \{1, \ldots, m\} \mid P_I \cap H_{jl} \neq \varnothing\}$; $S_{Il} = \{j \in \{1, \ldots, N\} \mid P_I \cap H_{jl} \neq \varnothing\}$; $W_{Ij} = \{l \in \{1, \ldots, L\} \mid P_I \cap H_{jl} \neq \varnothing\}$.

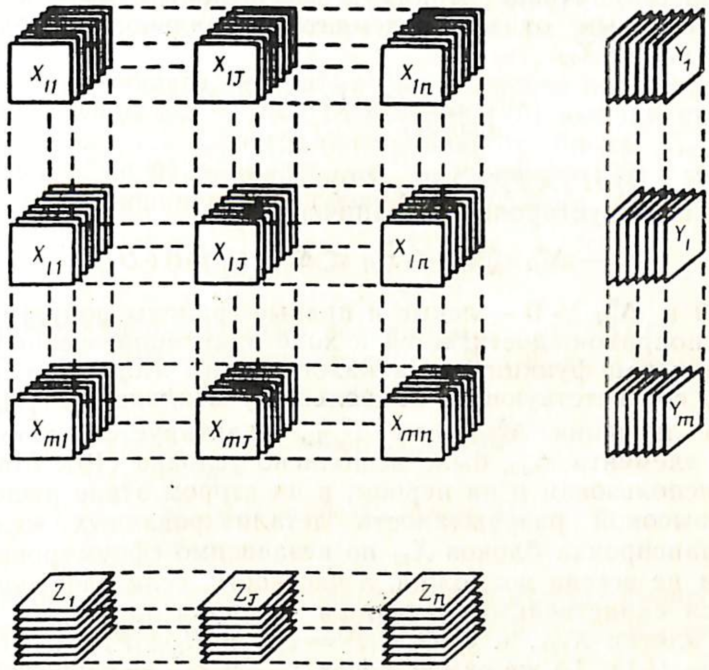

Рис. 2. Трехмерные блоки данных, образованные из исходных и агрегированных показателей региональных МОБ

На втором этапе происходит балансировка $m \times n$ трехмерных блоков $\tilde{X}_{IJ}$, при которой для каждого блока обеспечивается выполнение условий

$$\sum_{j \in G_{il} \cap T_J} x_{ijl} = y_{iJl},\ i \in P_I,\ l=1, \ldots, L,\ T_J \cap G_{il} \neq \varnothing. \tag{15}$$

$$\sum_{i \in H_{jl} \cap P_I} x_{ijl} = z_{Ijl},\ j \in T_J,\ l=1, \ldots, L,\ P_I \cap H_{jl} \neq \varnothing, \tag{16}$$

$$\sum_{l \in Q_{ij}} x_{ijl} = x_{ij0},\ (i, j) \in U_{IJ0}, \tag{17}$$

где y_{iIl} и z_{Ijl} — строчные и столбцовые итоги клеток X_{IJl}, $l=1, \ldots, L$, скорректированные на первом этапе. Уравнения, соответствующие нулевым показателям y_{iJl}, z_{Ijl} и x_{ij0} ($T_J \cap G_{il} = \varnothing$, $P_I \cap H_{jl} = \varnothing$ и $Q_{ij} = \varnothing$), не включаются в систему (15)—(17). Она содержит лишь уравнения, отвечающие отличным от нуля показателям окаймляющих итогов, число которых может достигать $(m_I+n_J)L+m_I\times n_J$. Однако количество линейно независимых уравнений для рассматриваемой балансировочной задачи не превышает $(m_I-1)(n_J-1)+(m_I+n_J-1)L$ и при решении избыточные уравнения должны быть исключены. При принятой в настоящее время отраслевой структуре укрупненных и детализированных МОБ максимальная размерность отдельных блоков $35\times35\times15$, а число линейно независимых уравнений рассматриваемой системы не более 2191. Избыточные уравнения исключаются также при решении систем (9)—(11) и (12)—(14).

Таким образом, решение исходной задачи (1)—(4) сводится к решению $m+n+m\times n$-задач балансировки трехмерных блоков по внешним итогам. Это может быть выполнено с использованием метода пространственного уравнивания системы показателей [4], трехмерного аналога метода RAS [8] или иных методов. Преимуществом метода [4] является возможность задания двусторонних ограничений для всех элементов корректируемых таблиц. При его использовании в качестве решения системы (15)—(17) выбирается такая совокупность показателей x_{ijl}, которая обеспечивает минимум взвешенной суммы квадратов поправок к отличным от нуля элементам начального приближения $\tilde{x}_{ijl}$, $(i, j, l)\in U_{IJ}$ блока X_{IJ}

$$\sum_{(i,j,l)\in U_{IJ}} v_{ijl}\,(x_{ijl}-\tilde{x}_{ijl})^2, \tag{18}$$

где $U_{IJ}=\{(i, j, l)\in P_I\times T_J\times\Lambda\,|\,\tilde{x}_{ijl}\neq0\}$.

Выполнение двусторонних ограничений

$$-\Delta^{\text{л}}_{ijl}\leqslant x_{ijl}-\tilde{x}_{ijl}\leqslant\Delta^{\text{п}}_{ijl},\ (i, j, l)\in U_{IJ}, \tag{19}$$

где $\Delta^{\text{л}}_{ijl}>0$ и $\Delta^{\text{п}}_{ijl}>0$ — левые и правые границы допустимых корректирующих поправок, достигается в ходе адаптации весовых коэффициентов v_{ijl} целевой функции. На каждом шаге этого процесса коэффициент $v_{i_0j_0l_0}$, соответствующий наибольшему отклонению $|x_{i_0j_0l_0}-\tilde{x}_{i_0j_0l_0}|$ от граничного значения $\Delta^{\text{л}}_{i_0j_0l_0}$ или $\Delta^{\text{п}}_{i_0j_0l_0}$, адаптируется таким образом, чтобы для элемента $x_{i_0j_0l_0}$ было выполнено условие (19). Метод [4] может быть использован и на первом, и на втором этапе решения задачи.

Из-за высокой разреженности детализированных межотраслевых таблиц балансировка блоков X_{IJ} по независимо сформированным внешним итогам не всегда возможна, в частности, если блок содержит $x_{i_0j_0l_0}$, являющийся единственным отличным от нуля элементом строки i_0 и столбца j_0 клетки X_{IJl_0}, т. е. $G_{i_0l_0}\cap T_J=\{j_0\}$ и $H_{j_0l_0}\cap P_I=\{i_0\}$ (тем более, если и $Q_{i_0j_0}=\{l_0\}$). То же самое, когда $x_{i_0j_1l_0}$ и $x_{i_0j_2l_0}$ — единственные отличные от нуля элементы строки i_0 и столбцов j_1 и j_2 клетки X_{IJl_0}, т. е. $G_{i_0l_0}\cap T_J=\{j_1, j_2\}$, а $H_{j_1}\cap P_I=H_{j_2}\cap P_I=\{i_0\}$ и во всех иных случаях, когда число условий превышает количество подлежащих корректировке элементов. Если в трехмерной матрице X остались несбалансированные блоки X_{IJ}, то пары индексов (I, J) таких блоков образуют непустое множество Ω.

Выполнение (15)—(16) для X_{IJ} диктуется логикой работы алгоритма, но не является необходимым для выполнения (1)—(4) исходной задачи, которые для элементов X_{IJ} имеют вид

$$\sum_{(i,j)\in U_{IJl}} x_{ijl}=r_{IJl},\ l=1, \ldots, L,\ U_{IJl}\neq\varnothing, \tag{20}$$

$$\sum_{l\in Q_{ij}} x_{ijl}=x_{ij0},\ (i, j)\in U_{IJ0}. \tag{21}$$

Система (20)—(21) задает условия балансировки $n_{IJ0}\times L_{IJ}$-матрицы по внешним окаймляющим итогам (где n_{IJ0} — число элементов множества U_{IJ0}; L_{IJ} — число отличных от нуля элементов множества $\{r_{IJ1}, \ldots$

$\ldots, r_{IJL}\}$). Для решения данной задачи может быть использован шаговый алгоритм [7] или, при отсутствии двусторонних ограничений на поправки, метод *RAS*. Однако балансировка может быть и невыполнима. Например, когда $x_{i_0j_0l_0}$ является единственным отличным от нуля элементом клетки X_{IJl_0} и строки $x_{i_0j_0l}$, $l \in Q_{i_0j_0}$, т. е. $U_{IJl_0} = \{(i_0, j_0)\}$ и $Q_{i_0j_0} = \{l_0\}$, поскольку равенство итоговых показателей r_{IJl_0} и $x_{i_0j_00}$ не гарантировано условиями формирования межотраслевых таблиц R_{l_0} и X_0. Множество пар индексов (I, J) блоков X_{IJ}, которые не могут быть сбалансированы в соответствии с (20)—(21), обозначим через Ω_1.

Невозможность выполнения условий (20)—(21) не связана с использованием блочного метода балансировки, а свидетельствует о том, что нельзя построить систему таблиц $X_1, \ldots, X_L$ заданной структуры, удовлетворяющих (1)—(4) при имеющихся значениях показателей таблиц $R_1, \ldots, R_L$ и X_0. Но в постановке задачи предполагалось, что показатели укрупненных балансов определяются на основе статистического обследования прямых затрат, а таблицы детализированных МОБ, включая союзный, строятся с помощью упрощенной методологии. Поэтому в подобных случаях оправдана такая корректировка элементов клеток $X_{IJ1}, \ldots, X_{IJL}$ региональных МОБ, чтобы они удовлетворяли условию (20), с определением значений показателей x_{ij_0}, $(i, j) \in U_{IJ0}$, итоговой таблицы на основе (21) как сумм скорректированных региональных потоков.

Если на этапе 3 общего алгоритма балансировке по методу [1] подвергались все таблицы $X_1, \ldots, X_L$, то условия (20) выполнены для каждой клетки X_{IJl}, $l = 1, \ldots, L$, несбалансированного блока X_{IJ}. Если такая балансировка не проводилась, то выполнение (20) может быть обеспечено с использованием следующего алгоритма. Невязки

$$\Delta_{IJl} = r_{IJl} - \sum_{(i,j)\in U_{IJl}} \widetilde{x}_{ijl} \tag{22}$$

распределяются пропорционально величинам $\widetilde{x}_{ijl}$, $(i, j) \in U_{IJl}$, но в пределах ограничений (19), если они заданы. Это всегда возможно, если границы поправок $\Delta^{\text{п}}_{ijl}$ и $\Delta^{\text{л}}_{ijl}$ удовлетворяют

$$\sum_{(i,j)\in U_{IJl}} \Delta^{\text{п}}_{ijl} \geqslant \Delta_{IJl}, \ \Delta_{IJl} > 0, \tag{23}$$

$$\sum_{(i,j)\in U_{IJl}} \Delta^{\text{л}}_{ijl} \geqslant |\Delta_{IJl}|, \ \Delta_{IJl} < 0. \tag{24}$$

Распределение невязок Δ_{IJl} проводится с помощью процесса, на k-й итерации которого элементы $x^{(k)}_{ijl}$, $(i, j) \in U^{(k)}_{IJl}$ при $\Delta_{IJl} > 0$ определяются по формуле

$$x^{(k)}_{ijl} = x^{(k-1)}_{ijl} + \min\left\{\Delta^{\text{п}(k)}_{ijl}, \ \Delta^{(k)}_{IJl} x^{(k-1)}_{ijl} \Big/ \sum_{(i,j)\in U^{(k)}_{IJl}} x^{(k-1)}_{ijl}\right\}, \tag{25}$$

а при $\Delta_{IJl} < 0$

$$x^{(k)}_{ijl} = x^{(k-1)}_{ijl} + \max\left\{-\Delta^{\text{л}(k)}_{ijl}, \ \Delta^{(k)}_{IJl} x^{(k-1)}_{ijl} \Big/ \sum_{(i,j)\in U^{(k)}_{IJl}} x^{(k-1)}_{ijl}\right\}, \tag{26}$$

где $U^{(k)}_{IJl}$ — множество пар индексов (i, j) отличных от нуля элементов клетки X_{IJl}, не выставленных на границу до k-й итерации $(U^{(k)}_{IJ} \subseteq U_{IJl})$; $\Delta^{(k)}_{IJl} = r_{IJl} - \sum_{(i,j)\in U_{IJl}} x^{(k-1)}_{ijl}$ — невязка, сохранившаяся после k-й итерации; $\Delta^{\text{п}(k)}_{ijl} = \Delta^{\text{п}}_{ijl} + \widetilde{x}_{ijl} - x^{(k-1)}_{ijl}$; $\Delta^{\text{л}(k)}_{ijl} = \Delta^{\text{л}}_{ijl} + x^{(k-1)}_{ijl} - \widetilde{x}_{ijl}$.

Число итераций не превосходит числа элементов множества U_{IJl}. Такой алгоритм можно применить для балансировки любого одномерного массива с заданными границами.

Таким образом, при балансировке блоков X_{IJ} на четвертом этапе работы алгоритма возможны три исхода: 1) все блоки X_{IJ}, $I=1, \ldots, m$, $J=1, \ldots, n$, сбалансированы ($\Omega=\varnothing$); 2) все несбалансированные блоки X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega\neq\varnothing$, были сбалансированы как двумерные матрицы по условиям (20)—(21), т. е. $\Omega_1=\varnothing$; 3) в трехмерной матрице X имеются блоки X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega_1\neq\varnothing$, которые не могут быть сбалансированы в соответствии с (20)—(21), но удовлетворяют условиям (20) для отдельных клеток X_{IJl}, $l=1, \ldots, L$.

В первом случае решение задачи согласования системы укрупненных и дезагрегированных МОБ завершено. Во втором — элементы блоков X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega$, удовлетворяют (1) и (4), но не (15)—(16), а следовательно, и (2)—(3) исходной задачи. Для их выполнения проводится повторное решение задачи четвертого этапа. В третьем случае элементы клеток X_{IJ0}, $(I, J)\in\Omega_1$, итоговой таблицы, полученные суммированием региональных потоков, удовлетворяют условиям $\sum\limits_{(i,j)\in U_{IJ0}} x_{ij0}=r_{IJ0}$, но изменяются строчные y_{iJ0}, $i\in P_I$ и столбцовые z_{Ij0}, $j\in T_J$, суммы этих клеток, а значит, и соответствующие итоговые показатели x_{i00}, $i\in P_I$ и x_{0j0}, $j\in T_J$. Поэтому после корректировки элементов блоков X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega_1$, по (25)—(26) возвращаемся к этапу 3 общего алгоритма и повторно балансируем матрицу X_0 по внутренним и внешним итогам с обходом клеток X_{IJ0}, $(I, J)\in\Omega_1$. Такая возможность предусмотрена алгоритмом [1]. После этого повторяется решение задачи четвертого этапа. Оно, т. е. балансировка трехмерной матрицы X по внутренним и внешним итогам, проводится по модифицированному алгоритму с обходом несбалансированных блоков. Как было показано ранее, элементы блоков X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega$, объективно не могут удовлетворять совокупности независимо полученных внешних итогов (15)—(17). Поэтому значения элементов этих блоков, полученные после балансировки по (20)—(21), корректировки по (25)—(26) или при балансировке таблиц $X_1, \ldots, X_L$ по методу [1] принимаются как окончательные, и блоки X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega$, повторно не балансируются.

На первом этапе модифицированного алгоритма проводится балансировка блоков строчных и столбцовых сумм Y_I и Z_J. Если $\Omega\neq\varnothing$, а $\Omega_1=\varnothing$, то балансируются блоки Y_I, $I\in I^-$ и Z_J, $J\in J^-$, где I^- и J^- — множества индексов строк и столбцов, содержащих несбалансированные блоки X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega$. Если $\Omega_1\neq\varnothing$, то при повторной балансировке изменяются все показатели x_{ij0} итоговой таблицы X_0. Поэтому необходимо полное повторение решения задачи четвертого этапа с балансировкой всех блоков Y_I, $I=1, \ldots, m$, и Z_J, $J=1, \ldots, n$.

Балансировка блоков Y_I, $I\notin I^-$ и Z_J, $J\notin J^-$, проводится так же, как и в основном алгоритме по (9)—(11) и (12)—(14), а блоков Y_I, $I\in I^-$, и Z_J, $J\in J^-$,— по следующим правилам. Если в строке I_0 осталось ν_{I_0} несбалансированных блоков X_{I_0J}, то балансируется усеченный трехмерный $m_{I_0}\times(n-\nu_{I_0})\times L$ блок Y_{I_0}, из которого исключены $m_{I_0}\times L$-матрицы Y_{I_0J}, соответствующие несбалансированным блокам X_{I_0J}, $J\in J^-(I_0)$. При этом обеспечивается выполнение условий

$$\sum_{J\in D_{il}\cap J^+(I_0)} y_{iJl}=x_{i0l}-\sum_{J\in D_{il}\cap J^-(I_0)} y_{iJl},$$

$$i\in P_{I_0},\ l=1,\ldots, L,\ G_{il}\neq\varnothing, \tag{27}$$

$$\sum_{i\in P_{I_0}\cap E_{Jl}} y_{iJl}=r_{I_0Jl},\ J\in J^+(I_0),\ l=1,\ldots, L,\ U_{I_0Jl}\neq\varnothing, \tag{28}$$

$$\sum_{l\in F_{iJ}} y_{iJl}=y_{iJ0},\ i\in P_{I_0},\ J\in J^+(I_0),\ G_{i0}\cap T_J=\varnothing, \tag{29}$$

где $J^-(I_0)$ — множество индексов J несбалансированных блоков X_{I_0J} строки I_0; $J^+(I_0)$ — множество индексов J сбалансированных блоков X_{I_0J} строки I_0.

Аналогично, если в столбце J_0 осталось μ_{J_0} несбалансированных блоков X_{IJ_0}, то проводится балансировка усеченного трехмерного $(m-\mu_{J_0})\times\times n_{J_0}\times L$-блока Z_{J_0}, из которого исключены $n_{J_0}\times L$-матрицы Z_{IJ_0}, соответствующие несбалансированным блокам. Если на первом этапе балансировались все блоки Y_I и Z_J, то на втором по (15)—(17) все блоки X_{IJ}, $(I, J)\notin\Omega$. Если на первом этапе балансируются только блоки Y_I, $I\in I^-$, и Z_J, $J\in J^-$, то на втором — X_{IJ}, где $I\in I^-$, $(I, J)\notin\Omega$, либо $J\in J^-$, $(I, J)\notin\Omega$. Укрупненная блок-схема алгоритма приведена на рис. 3.

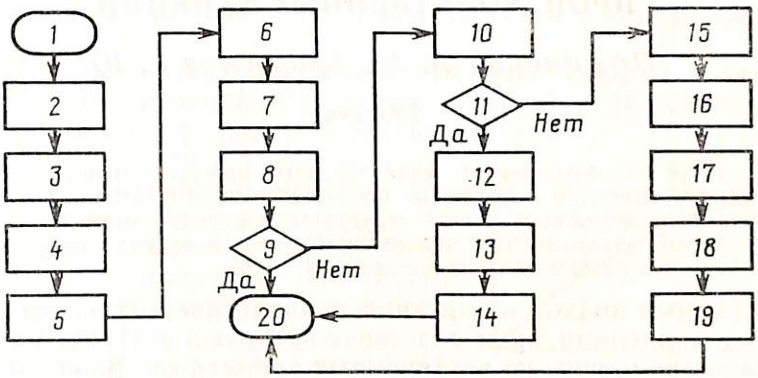

Рис. 3. Блок-схема алгоритма согласования системы дезагрегированных и укрупненных МОБ: *1* — начало; *2* — балансировка трехмерной $m\times n\times L$-матрицы R; *3* — балансировка m матриц строчных итогов x_{i0l}; *4* — балансировка n матриц столбцовых итогов x_{0jl}; *5* — балансировка таблицы X_0 по внутренним и внешним итогам; *6* — балансировка блоков Y_I, $I=1, ..., m$; *7* — балансировка блоков Z_j, $J=1, ..., n$; *8* — балансировка блоков X_{IJ}, $I=1, ..., m$, $J=1, ..., n$; *9* — $\Omega=\varnothing$; *10* — балансировка блоков X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega$, как двумерных матриц; *11* — $\Omega_1=\varnothing$; *12* — балансировка блоков Y_I, $I\in I^-$; *13* — балансировка блоков Z_J, $J\in J^-$; *14* — балансировка блоков X_{IJ}, где $I\in I^-$, $(I, J)\notin\Omega$, или $J\in J^-$, $(I, J)\notin\Omega$, *15* — балансировка блоков X_{IJ}, $(I, J)\in\Omega_1$ по формулам (25)—(26); *16* — балансировка таблицы X_0 с обходом клеток X_{IJ0}, $(I, J)\in\Omega_1$; *17* — балансировка блоков Y_I, $I=1, ..., m$; *18* — балансировка блоков Z_J, $J=1, ..., n$; *19* — балансировка блоков X_{IJ}, $(I, J)\notin\Omega$; *20* — конец

Изложенный алгоритм может быть использован для согласования произвольной совокупности таблиц данных по условиям (1)—(4). При этом дополнительные этапы, соответствующие блокам 9—19 на рис. 3, могут потребоваться только в случае сильно разреженных таблиц.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Цирлин М. Б.* Метод дезагрегации укрупненных межотраслевых балансов//Экономика и мат. методы. 1989. Т. XXV. Вып. 1.
2. *Райх А. Л., Цирлин М. Б., Ефимова Н. В.* Математико-статистические методы определения прямых затрат межотраслевого баланса и их балансировки. М.: НИИ ЦСУ СССР, 1974.
3. *Боярский А. Я., Райх А. Л., Симакова Г. П.* Математико-статистические методы определения прямых затрат для отчетного межотраслевого баланса//Экономика и мат. методы. 1975. Т. XI. Вып. 6.
4. *Райх А. Л.* Релаксационный метод пространственного уравнивания системы показателей//Экономика и мат. методы. 1988. Т. XXIV. Вып. 1.
5. *Журавлев С. Н.* О согласовании агрегированных и детализированных показателей в расчетах по моделям межотраслевого баланса//Экономика и мат. методы. 1985. Т. XXI. Вып. 4.
6. *Фигурнов Э. Б., Фидлер М. Л.* О показателе валового выпуска и проблемах статистической информации для межотраслевых балансовых моделей//Статистика и информационное обеспечение планирования. М.: Наука, 1982.
7. *Райх А. Л.* Шаговый метод балансировки матрицы взаимосвязанных экономических показателей//Экономика и мат. методы. 1977. Т. XIII. Вып. 2.
8. *Murchland J. D.* Applications, History and Properties of Bi- and Multi-Proportional Models. L., 1978.

Поступила в редакцию
13 XI 1989