

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПЛАНА И ХОЗЯЙСТВЕННОГО МЕХАНИЗМА ПРИ ВЫВЕДЕНИИ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ СИСТЕМЫ В ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ОПТИМУМ (ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ МОДЕЛЬ)

Медницкий В. Г., Авербах И. Л.

(Москва)

В статье с помощью определенного метода разложения единой модели с частично-целочисленными переменными и нелинейной функцией цели изучается взаимодействие механизмов плановых расчетов, свободного рынка и выбора направлений структурной перестройки элементов производства в достижении экономического оптимума. Показано, что последняя задача — выбора оптимальной структуры — не может быть решена методами рыночных взаимодействий.

Большое значение в разработке теоретических основ перестройки хозяйственного механизма приобретают методы экономико-математического моделирования. Особую роль при этом должны сыграть оптимизационные модели, содержащие в своих двойственных условиях правила рационального экономического поведения, нарушение которых приводит к натуральной и финансовой разбалансированности народного хозяйства.

Ниже предпринята попытка такого исследования. Изучается определенная схема разложения модели с частично-целочисленными переменными и нелинейной целевой функцией. Возникающие в результате локальные задачи интерпретируются как плановая, установления краткосрочного равновесия в условиях свободного рынка и т. д. Смысл этих отождествлений в том, что в рассматриваемой модели при идеальной точности плановых расчетов или идеальной работе предприятий, хозяйствующих на принципах хозрасчета, могли бы быть решены именно описываемые типы задач. Естественно, мы не входим в детали организации процессов разработки плана или функционирования предприятий. Утверждается лишь следующее: лучшее, чего можно достигнуть в рамках данной модели, это оптимальные состояния соответствующих формальных задач. Предполагая, что указанные цели достижимы, можно выявить характер и соподчиненность основных вопросов, решение которых необходимо найти в ходе перестройки хозяйственного механизма.

В дальнейшем понадобится описывать условия равновесия экономики, связанные с оптимальными решениями некоторых задач линейного программирования (ЛП) с довольно большим количеством групп ограничений. Напомним, что в общем случае для канонической формы этой задачи $\min\{cx \mid Ax=b, x \geq 0\}$ условия оптимальности

$$\begin{aligned} Ax &= b, \\ uA &\leq c, x \geq 0, uAx = cx, \end{aligned}$$

где u — набор переменных двойственной задачи; $uA \leq c$ — ее ограничения, а последнее равенство выражает условия дополняющей нежесткости в предшествующей паре неравенств [1].

Всюду будем выписывать в одной строке только эти пары неравенств, разделяя их запятой и оговаривая при необходимости выполнение условий дополняющей нежесткости, опуская последние.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Примем в соответствии с [2, 3], что ограничения на область возможных изменений вектора технологических переменных λ описываются системой линейных неравенств

$$F\lambda \leq f, \lambda \geq 0, \quad (1)$$

где F, f — матрица нормативов затрат и вектор имеющихся ресурсов. Конечному потребителю доступен вектор непроеизводственного потребления y , множество допустимых значений Y которого определяется балансом между затратами и выпуском продукции в технологических процессах с нормативной матрицей D

$$y = D\lambda - d, y \geq 0. \quad (2)$$

Отыскивается

$$\max \varphi(y), \quad (3)$$

где функция $\varphi(y)$ характеризует систему предпочтений, сложившихся в сфере непроеизводственного потребления.

Таким образом, (1) и (2) отражают объективные условия возникающие из-за ограниченности ресурсов и наличия в экономике некоторого технологического оператора; (3) — реакцию потребителя на предлагаемые ему наборы благ.

Для того чтобы производственная система могла использовать те или иные технологические процессы, в ее структуре должны существовать реализующие их объекты (предприятия, линии, установки, сооружения и т. п.). В развитии системы общественного производства решающее значение приобретает не только существующий их набор, но и создание новых, ликвидация устаревших элементов. Возникающие при этом возможности выбора определяются вектором дискретных величин δ , причем, как показано в [4], можно ограничиться булевыми переменными. Векторы f, d тогда будут переопределяться линейными соотношениями

$$f = g + Q\delta, \quad (4)$$

$$d = a + R\delta, \quad (5)$$

где g — соответствует начальному состоянию ресурсов (при $\delta = 0$). На каждом этапе функционирования система может изменить состояние ресурсного вектора, переходя от структуры δ к некоторой новой — δ' . Поскольку каждый из появляющихся при этом векторов f, f' может содержать на определенных местах нулевые элементы, то использующие эти виды ресурсов технологические процессы становятся недоступными для производственной системы. Но, например, возникновение в f' новых видов ресурсов открывает для нее процессы, недоступные для состояния f . Соответственно в матрицы F и D можно включать описание альтернативных направлений технического прогресса или (и) социально-экономического развития, связывая целые группы процессов с технологическими схемами их ресурсного обеспечения. Последние же появляются после выбора той или иной комбинации структурных элементов производства, отраженной вектором δ .

Изменение структуры — создание в ней новых элементов или ликвидация устаревших — не обходится бесплатно. В соответствии с этим вектором $R\delta$ определяется в натуральной форме необходимые затраты, а вектор a — потребности в продукции производства, заданные внешне. Выбор допустимых значений вектора структурных переменных δ и целевого a связан с ограничениями

$$S\delta \leq s, \delta \in \{0, 1\}, a \in \mathcal{A}, \quad (6)$$

первое из которых описывает логические условия совместимости различных элементов производства, второе — условие их неделимости, а третьим введено некоторое абстрактное множество $\mathcal{A}$, из которого выбирается значение a . Множество $\mathcal{A}$ будем тоже считать дискретным, содержащим конечную совокупность альтернатив. Фиксируя a, δ некоторыми

значениями a^0, δ^0 , получим модель оптимизации процесса производства продукции (1) — (3) при фиксированном векторе ресурсов f^0 и целевом — d^0 . Управление процессом после этого осуществляется выбором значений вектора технологических переменных λ .

2. ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ФИЛЬТР

Для характеристики оптимальных значений функционала φ_0 и экстремальных векторов этой модели λ^0, y^0 (в состоянии a^0, δ^0) используем теорему о разделяющей гиперплоскости в форме, предложенной в [5]: существует вектор η^0 такой, что

$$\forall y: \varphi(y) \leq \varphi_0 + \eta^0(y - y^0), \quad (7)$$

$$y^0 \in \text{Arg max} \{ \eta^0 y \mid D\lambda - y = d^0, F\lambda \leq f^0, \lambda \geq 0, y \geq 0 \}. \quad (8).$$

Как показано в [5], приведенные условия достаточны, а если φ — вогнутая, собственная функция и $\text{ridom } \varphi \cap Y \neq \emptyset$, то и необходимы. Экономический смысл этих условий в том, что в пределах бюджетного ограничения

$$\eta^0 y \leq \eta^0 y^0 \quad (9)$$

потребитель получит набор благ с самыми высокими удовлетворяющими его свойствами, ибо при выполнении (9) $\varphi(y) \leq \varphi_0, y \in Y$. Но в соответствии с (8) доход потребителя в ценах η^0 максимален. Это свойство можно более детально описать, поскольку в (8) определена задача ЛП. Обозначая оценки ограничений (1), (2) через r^0, p^0 , легко получить для идентификации ее оптимальных планов систему из трех пар неравенств, выполняющихся в соответствии с условиями дополняющей нежесткости

$$y^0 \geq 0, \eta^0 \leq p^0, \quad (10)$$

$$\lambda^0 \geq 0, p^0 D - r^0 F \leq 0, \quad (11)$$

$$F\lambda^0 \leq f, r^0 \geq 0. \quad (12)$$

Вместе с (2) они характеризуют экономическое равновесие, которое всем участникам производственного процесса — изготовителям продукции и ее потребителям — нет смысла нарушать до тех пор, пока в системе общественного воспроизводства не появятся новшества в виде новых продуктов или (и) технологических процессов.

Целесообразно ли начинать выпуск нового продукта, использовать новый технологический процесс или это не оправдает себя? Вот вопрос, с которым постоянно сталкивается любая производственная система. Соотношения (10), (11) позволяют дать на него чрезвычайно простой ответ: если обусловленные ими неравенства остаются в силе, то соответствующие мероприятия невыгодны, ибо значение критерия (3) может только уменьшиться, в лучшем случае оно не изменится. Таким образом, начинать производство нового продукта i выгодно лишь тогда, когда ожидаемая оценка у потребителя η_i^0 выше ожидаемой цены производства p_i^0 , а использовать новый технологический процесс j целесообразно, если ожидаемая разница затрат и результатов $p^0 D^j$ окажется больше суммарной оценки $r^0 F^j$ необходимых для его функционирования ресурсов.

Для доказательства достаточно заметить, что переход производственной системы к новому равновесию с векторами η^1, y^1, λ^1 приведет к выполнению неравенств (7), где, однако, следует $\varphi(y)$, y заменить на φ_0, y^0 , а φ_0, y^0 на φ_1, y^1 . Кроме того, y^1 теперь будет удовлетворять условию (8), а вектор y^0 допустим в (2). Но тогда $\eta^1 y^1 \geq \eta^1 y^0$, а значит, $\varphi_1 \geq \varphi_0$, другими словами, использование нового процесса (продукта) заведомо не уменьшает значения критерия.

Наиболее существенное заключается в том, что экономическая оценка различных предложений может выполняться локально без какого бы то ни было анализа изменений в производственных связях, которые могут и почти неизбежно должны произойти с появлением в системе новых процессов (продуктов). Кроме того, можно не знать конкретной

функции потребительского выбора. Таким образом, экономическое оценивание создает, с одной стороны, удобный инструмент для локального анализа нововведений, а с другой — фильтр, отсеивающий технически возможные, но нерациональные предложения.

Возникает вопрос, нельзя ли расширить область действия этого фильтра на структурные элементы производственной системы, используя p^0, r^0 для оценки компонент вектора δ , например, следующим способом. Если значение некоторой его компоненты $\delta_k = 1$, то изменение в состоянии ресурсов описывается столбцом Q^k матрицы Q , а затраты конечного продукта на создание элемента — столбцом R^k матрицы R , и, следовательно, разница затрат и результатов в стоимостном выражении составит величину $r^0 Q^k - p^0 R^k$. Хотелось, чтобы для элементов, вошедших в структуру, она была не отрицательной, а для исключенных из нее — не положительной.

К сожалению, только в одной, в определенном смысле тривиальной, ситуации это выполнимо. В общем же случае при любом распределении значений 0, 1 по компонентам δ либо среди первых найдутся элементы с положительной разницей затрат и результатов, либо среди вторых — с отрицательной.

Для доказательства рассмотрим модель, в которой условия дискретности компонент вектора δ заменены менее сильными ограничениями $\delta \in [0, 1]$, т. е. наряду с крайними своими значениями 0, 1 любая из компонент δ теперь может принимать также и все промежуточные значения. В этой модели теорема Р. Рокафеллара [5] выполняется, и к (10) — (12) просто добавляются еще три пары неравенств (с условиями дополняющей нежесткости)

$$S\delta^0 \leq s, \quad v^0 \geq 0, \quad (13)$$

$$\delta^0 \leq 1, \quad \mu^0 \geq 0, \quad (14)$$

$$\delta^0 \geq 0, \quad r^0 Q - p^0 R - v^0 S - \mu^0 \leq 0, \quad (15)$$

где δ^0 теперь уже оптимальное значение вектора δ , но в видоизмененной задаче. Если бы для некоторого оптимального вектора δ^* исходной версии модели (1) — (6) могли выполняться неравенства

$$\delta_k^* = 1 \Rightarrow r^0 Q^k - p^0 R^k \geq 0, \quad (16)$$

$$r^0 Q^k - p^0 R^k < 0 \Rightarrow \delta_k^* = 0,$$

то это было бы эквивалентно выполнению соотношений (13) — (15) с дополняющей нежесткостью при $v^0 = 0$, а значит, δ^* оптимален в видоизмененной модели. Таким образом, условия дискретности, входящие в (6), оказались бы несущественны для формирования оптимального плана.

Практически интересен, конечно, другой случай, когда между функциями (1) — (6) φ и видоизмененной модели $\hat{\varphi}$ имеет место $\varphi < \hat{\varphi}$, т. е. неделимость структурных элементов снижает величину критерия и существенна при формировании оптимального плана. Но тогда условия (13) — (15) не могут выполняться ни при каком целочисленном выборе значений вектора δ , а значит, и удовлетворить соотношениям (16), как вытекающим из (13) — (15) при некоторых дополнительных предположениях, нельзя.

Таким образом, действие экономического фильтра не распространяется на структурные элементы производственной системы и дальнейшая цель настоящей работы — показать, как, комбинируя экономический механизм с планированием, можно тем не менее гарантировать получение оптимального решения (1) — (6).

3. СИСТЕМЫ ПЛАНОВЫХ РАСЧЕТОВ

Идея полностью централизованного планирования, по-видимому, может ассоциироваться с прямым решением модели (1) — (6) как нелинейной задачи частично-целочисленного программирования. Не говоря уже

о чисто технических трудностях, она неосуществима и по принципиальным соображениям, ибо в одном отношении рассматриваемая модель отличается от хорошо поставленной задачи математического программирования: целевая функция $\varphi(y)$ существует только как теоретический объект, с помощью которого удобно описывать поведение массового потребителя, но методы ее фактического построения в настоящее время разработаны недостаточно.

Проблема, однако, состоит даже не в этом. Все, что мы знаем о поведении потребителя в непродуцированной сфере, свидетельствует о его крайней неустойчивости. Соответственно функция потребления должна испытывать быстрые и нерегулярные изменения. Это означает, в частности, что она может измениться и непосредственно в процессе реализации плана. Таким образом, даже если в период его разработки плановик на основе имеющейся информации составляет оптимальный план, то все равно нет гарантий, что этот план сохранит свое качество и в процессе реализации. План же, оптимальный лишь для расчетных условий и возведенный в абсолют, превращается в свою противоположность и стимулирует известные отрицательные явления, такие, как производство ненужной продукции или выполнение неоправданных работ лишь ради выхода на установленные в плане показатели.

Непосредственно следующий из этого вывод, как нам кажется, состоит в том, что максимизация критерия $\varphi(y)$ должна происходить *не при разработке плана, а в процессе его реализации*, при одновременной корректировке намеченных мероприятий по изменению технологии и объемов производства продукции. Система долговременных мероприятий, установленных в плане и связанных с изменением набора структурных элементов производственной системы, конечно, в силу своей природы окажется более консервативной, и хорошее качество планирования в том и должно заключаться, чтобы не возникало необходимости в существенном их изменении. Именно правильный выбор долговременных мероприятий и должен обеспечить плановик. Однако если оптимизация критерия не будет осуществляться в процессе разработки плана, то возникает вопрос, на какие показатели он может ориентироваться в своих расчетах? Традиционный ответ: на потребности в продукции. Прежде чем начинать планировать, необходимо решить, что будет производиться и в каких объемах. Только после этого можно решить, как производить, т. е. на каких мощностях, с помощью каких процессов, ресурсов и т. д.

На первый взгляд может показаться, что подобный подход несовместим со структурой модели (1) — (6), поскольку характеристики потребностей по видам продукции не входят в набор ее переменных. Однако в действительности ограничения (2) допускают очень важное преобразование [6], которое позволяет эти показатели ввести, заменяя (2) двумя эквивалентными соотношениями

$$G\lambda - z = 0, \quad (17)$$

$$z = d^0 + y + A\lambda. \quad (18)$$

В принципе матрицы A , G могут быть совершенно произвольными, с одним ограничением: должно выполняться равенство $G - A = D$. Содержательная же интерпретация этого перехода состоит в том, что матрица A имеет нормативы затрат, а G — нормативы выпуска продуктов во всей совокупности технологических процессов. Другими словами, мы перешли к описанию производства с помощью одного из вариантов неймановской модели [7]. В этом случае вектор z определяет совокупные общественные потребности в продукции производства, а (18) описывает их распределение между сферами общественного, личного и производственного потребления. В других вариантах этого преобразования часть общественных потребностей может быть скрыта в матрице G , которая будет уже включать не только нормативы выпуска, но и затрат.

Соответственно A включает нормативы дополнительных затрат, не учтенных при описании производственного комплекса с помощью G .

Расслоение равенства (2) на (17), (18) приводит к появлению дополнительных двойственных переменных. Соответственно, сохраняя обозначение p за оценками ограничения (17), через q обозначим вектор оценок в (18). Тогда неравенства (11), выражающие (вместе с условиями дополняющей нежесткости) требование оптимальности в использовании технологических процессов, переходят в следующие две пары неравенств

$$\lambda^0 \geq 0, \quad p^0 G - r^0 F \leq q^0 A, \quad (19)$$

$$z^0, \quad q^0 - p^0 = 0. \quad (20)$$

Их смысл состоит в том, что в производственной системе может быть два вида оценок на выпускаемую продукцию, которые образуются у ее изготовителей и потребителей и совпадают лишь в оптимальном плане.

Плановик, начиная расчеты с некоторого априорного значения вектора потребностей z_1^0 , должен для оценки экономической эффективности своих решений сориентироваться на какие-то значения цен q_1^0 . Только тогда он сможет определить вектор коэффициентов комплексно производимых затрат в технологических процессах соотношением

$$c_1^0 = q_1^0 A \quad (21)$$

и получит внешне логичную задачу минимизации затрат для производства известных объемов продукции z_1^0 при заданных объемах ресурсов f^0

$$\min \{c_1^0 \lambda \mid G\lambda = z_1^0, F\lambda \leq f^0, \lambda \geq 0\}. \quad (22)$$

Это при фиксированном δ^0 , когда структура производственного комплекса не меняется. Однако, действуя в соответствии с той же логикой, плановик может ввести еще и коэффициенты капитальных затрат с помощью

$$K_1^0 = q_1^0 R, \quad (23)$$

включая в модель оптимизацию по структурным переменным. В результате возникнет известная задача частично-целочисленного программирования, на основе которой проводились и проводятся в настоящее время все расчеты по оптимизации развития и размещения производства [8]

$$\min \{c_1^0 \lambda + K_1^0 \delta\} \quad (24)$$

при ограничениях (1), (4), (6), (17), где $z = z_1^0$, значение a при этом будет скрыто в z_1^0 .

Принципиальной роли выбор между моделями (22), (24) не играет, хотя в первом случае δ^0 зафиксировано на основе внемоделных соображений, а во втором находится в процессе оптимизации, так как о качестве этого вектора в обеих ситуациях ничего сказать нельзя. Условия же оптимального выбора λ_1^0 должны выполняться в обеих задачах и имеют одинаковый вид пар сопряженных неравенств (12), (19). Однако уже равенство (20), вообще говоря, не выполняется, т. е. оценки производимой продукции p_1^0 , вычисленные плановиком после оптимизации плана, будут отличаться от цен q_1^0 , использованных им для калькуляции затрат. Хотя бы только поэтому вектор λ_1^0 не может быть оптимальным в (1) — (3). Хуже другое. В (18) теперь зафиксированы три члена: z_1^0 , d^0 и $A\lambda_1^0$. Следовательно, вектор непроизводственного потребления

$$y_1^0 = z_1^0 - d^0 - A\lambda_1^0 \quad (25)$$

формируется по остаточному принципу, а значит, не гарантируется неотрицательность его компонент. План в этом случае не будет сбалансирован. Если же тем не менее неравенство $y_1^0 \geq 0$ все же выполняется, то y_1^0 останется лишь верхней границей фактического потребления.

Теперь наступает неизбежный этап проверки качества плановых решений. Плановик не может прямо указать потребителю, что и в каких

размерах тот должен потреблять. Возможны только косвенные воздействия на этот процесс, наиболее важное из которых — экономическое — состоит в создании бюджетного ограничения.

Для формирования бюджетного ограничения плановик в условиях планового регулирования цен и доходов должен остановиться на каких-то ценах η_1^0 , которые могут совпадать с одним из векторов p_1^0 , q_1^0 или отличаться от обоих. Но, установив эти цены, он фактически сформулирует перед конечным потребителем лишь систему ограничений, придерживаясь которых (в силу необходимости), последний уже независимо от плановика будет решать задачу оптимизации конечного потребления

$$\max \{ \varphi(y) \mid \eta_1^0 y \leq \eta_1^0 y_1^0, 0 \leq y \leq y_1^0 \}. \quad (26)$$

Другими словами, процесс реализации плана в этот момент уже не может контролироваться какими-либо органами и осуществляется стихийно. Предположим, что потребитель в своих действиях решает эту задачу (ибо ее формулировка содержит только норму рационального поведения). Тогда выполнится неравенство (7), где y^0 следует заменить на $\tilde{y}_2^0$, и с условиями дополняющей нежесткости неравенства

$$\tilde{y}_2^0 \leq y_1^0, \rho_1^0 \geq 0, \quad (27)$$

$$\eta_1^0 \tilde{y}_2^0 \leq \eta_1^0 y_1^0, \pi_0 \geq 0, \quad (28)$$

$$\tilde{\eta}_1^0 \leq \pi_0 \eta_1^0 + \rho_1^0, \tilde{y}_2^0 \geq 0. \quad (29)$$

Таким образом, если $\tilde{y}_2^0 \neq y_1^0$, а $\eta_1^0 > 0$, то $\pi_0 = 0$ и плановые цены η_1^0 не влияют на формирование цен реализации конечной продукции η_2^0 . Последние определяются лишь оценками верхних границ ρ_1^0 , на значения которых плановик повлиять не может. Расчет с ним потребитель произведет по установленным ценам η_1^0 , а значит, разность $\eta_1^0 y_1^0 - \eta_1^0 \tilde{y}_2^0$ концентрируется в виде неиспользованных денежных средств и $y_1^0 - \tilde{y}_2^0$ определит вектор объемов нереализованной продукции. Можно ли каким-то образом на стадии плановых расчетов снизить этот нежелательный эффект? Нет, учитывая, что сама методика разработки плана состоит в замене точной модели (1) — (6) некоторой совершенно иной. Однако, получив план, мы можем попытаться поправить содержащиеся в нем неточности на стадии реализации.

4. РЕАЛИЗАЦИЯ ПЛАНА

В рамках своих возможностей плановик проделал полезную и важную работу, определив некоторый вариант решений на перспективу δ^0 и сузив область технологических решений, возникающую при отборе вариантов организации производственного процесса. Для точного описания его результатов удобно представить модель (22) в компактной форме, полагая

$$x = \begin{bmatrix} \lambda \\ \xi \end{bmatrix}, b_1^0 \begin{bmatrix} z_1^0 \\ -f^0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} G & 0 \\ -F & -E \end{bmatrix}, \sigma_1^0 = [c_1^0, 0], u^0 = [p^0, r^0], A = [A, 0].$$

После этого (22) примет каноническую форму задачи ЛП

$$\min \{ \sigma_1^0 x \mid Bx = b_1^0, x \geq 0 \}, \quad (30)$$

а глобальная задача приводится к виду

$$\max \varphi(y)$$

$$Bx - \mathcal{E}\xi = b_1^0, x \geq 0, \quad (31)$$

$$\xi - y - Ax = \tilde{\xi}_1^0, y \geq 0, \quad (32)$$

$$\tilde{\xi}_1^0 = z_1^0 - d^0, \quad (33)$$

где $\mathcal{E}$ — псевдоединичная матрица, отмечающая единицами варьируемые показатели потребностей (и некоторых ресурсов) в едином векторе

b_1^0 , вектором же ξ теперь описываются вариации в объемах потребностей (и возможно, ресурсов). Соответственно, новое значение вектора потребностей можно представить в форме

$$z_2^0 = z_1^0 + \xi_2^0. \quad (34)$$

Таким образом, из задачи глобального равновесия (31) — (33) плановик по существу выделил локальную подмодель планово-производственной задачи (30), и все, что он теперь может сделать, — это найти ее оптимальное решение.

Об отрицательных моментах такого перехода уже говорилось выше. Однако он включает и ряд положительных аспектов, которые целесообразно рассмотреть подробнее. В (30) определена задача ЛП. В соответствии с известными ее свойствами [9] плановик выделил в матрице B подматрицу базисного решения B_{01} , с помощью которой в данный момент определены значения технологических переменных

$$x_1^0 = B_{10}^{-1} b_1^0, \quad (35)$$

оценок продукции

$$u_1^0 = \sigma_{01} B_{01}^{-1} \quad (36)$$

и, возможно, дополнительный набор экономически эффективных процессов, подматрица которых B_{01} удовлетворяет условию

$$\underline{\sigma}_{01} = u_1^0 \underline{B}_{01}. \quad (37)$$

Остальные процессы, собранные в подматрицу $\bar{B}_{01}$, удовлетворяют неравенству

$$u_1^0 \bar{B}_{01} < \bar{\sigma}_{01}, \quad (38)$$

и поэтому с точки зрения плана экономически неэффективны.

Принимая эти результаты, можно искать решение задачи глобального равновесия только на множестве экономически эффективных технологий. К чему это приведет? Производственные ограничения примут вид

$$B_{01}x + \underline{B}_{01}\vartheta = b_1^0 + \mathcal{E}\xi. \quad (39)$$

Однако поскольку матрица B_{01} не особая, то, полагая

$$L_{01} = B_{01}^{-1} \underline{B}_{01}, \quad (40)$$

представим их в более компактной форме

$$B_{01}^{-1} \mathcal{E} \xi - L_{01} \vartheta \geq -x_1^0, \quad \vartheta \geq 0. \quad (41)$$

Условия баланса (32) при аналогичном выделении подматриц A

$$(E - A_{01} B_{01}^{-1} \mathcal{E}) \xi - (\underline{A}_{01} - A_{01} L_{01}) \vartheta - y = -y_1^0, \quad (42)$$

где y_1^0 определен в (25). Это вектор балансовых невязок плана.

Таким образом, возможные изменения состояния хозяйства теперь сводятся к изменению вектора потребностей z_1^0 , что осуществляется прямым выбором значения вектора ξ_2^0 и некоторыми изменениями в использовании технологических процессов. Производитель в случае возможности и целесообразности таких изменений может перейти к другому набору интенсивностей использования технологий x_2^0 , ϑ_2^0 , оставаясь в рамках экономически эффективных процессов, отобранных плановиком. Как он будет делать эти изменения, зависит, конечно, от его целевых установок. Так, если по условию (25) план не сбалансирован, а плановик настаивает на формальном выполнении всех плановых заданий, то производитель столкнется с неразрешимой проблемой. Очевидно, в этом случае оба — плановик и производитель — будут вынуждены пойти на какой-то компромисс. В результате возникнет, вообще говоря,

стихийный [10] процесс изменений входящих в (25) целевых векторов: z_1^0, a^0 .

Другой путь состоит в том, чтобы ориентировать производство на удовлетворение потребностей, отраженных в стремлении потребителя к максимизации критерия $\varphi(y)$, и можно предположить, что предприятия, оказавшись в условиях хозяйственной самостоятельности и хозрасчета, будут в этом с ним солидарны. Тогда в идеале конечным потребителем и предприятиями, взаимодействующими на свободном рынке, может быть решена задача максимизации $\varphi(y)$ при ограничениях (41), (42), т. е. корректировка плана направляется на удовлетворение выявленных в процессе его реализации общественных потребностей. К чему же придет экономика? На этот вопрос уже можно ответить точно, анализируя условия оптимальности плана модели (3), (41), (42). Последние будут включать неравенство (7), а для задачи (8) с учетом изменения формы ее ограничений вместо (10) — (12) возникнут следующие пары условий (с дополняющей нежесткостью)

$$y_1^0 \geq 0, \eta_2^0 \leq \tilde{q}_2^0, \quad (10')$$

$$\vartheta_2^0 \geq 0, \Delta L_{01} + \tilde{q}_1^0 (A_{01} - A_{01} L_{01}) \geq 0, \quad (43)$$

$$\xi_2^0, \Delta B_{01}^{-1} \mathcal{E} + \tilde{q}_2^0 (E - A_{01} B_{01}^{-1} \mathcal{E}) = 0. \quad (44)$$

$$x_2^0 > 0, \Delta \geq 0, \quad (45)$$

где $\Delta, \tilde{q}_2^0$ — векторы оценок ограничений (41) и (42).

Смысл их достаточно очевиден. Полагая

$$\tilde{u}_2^0 = (\tilde{q}_2^0 A_{01} - \Delta) B_{01}^{-1}, \quad (46)$$

обнаруживаем, что (44) сводится к

$$\tilde{q}_2^0 = \tilde{u}_2^0 \mathcal{E}, \quad (44')$$

т. е. в той части наименований производимой продукции и ресурсов, объемы которых подвергались корректировке, эти векторы просто совпадают. Но не являются ли u_2^0 новой системой оценок производства, а $\tilde{q}_2^0$ — системой оценок продукции у потребителя? Тогда равенство (44') означало бы, что выполнено условие (20). Непосредственно из определения $\tilde{u}_2^0$ в (46) следует, что справедливы сопряженные неравенства

$$x_2^0 \geq 0, \tilde{u}_2^0 B_{01} \leq \tilde{q}_2^0 A_{01}. \quad (47)$$

Условие (43) при тех же обозначениях принимает вид

$$\vartheta_2^0 \geq 0, \tilde{q}_2^0 A_{01} \geq \tilde{u}_2^0 B_{01}. \quad (48)$$

Таким образом, если бы в модели не было иных технологических процессов, кроме входящих в подматрицу $[B_{01}, \bar{B}_{01}]$, то мы бы имели план, оптимальный с точки зрения (1) — (3). Однако в общем случае полученные решения определяют лишь краткосрочное или долгосрочное равновесие в зависимости от

$$\max [\tilde{u}_2^0 \bar{B}_{01} - \tilde{q}_2^0 \bar{A}_{01}]. \quad (49)$$

При положительном значении этой величины имеются технологические процессы, не использованные в плане и потенциально способные улучшить критерий (3).

Поэтому ситуацию, определяемую условиями (7), (10'), (43) — (45), правильнее назвать *краткосрочным равновесием*. В этом состоянии выполнен ряд условий оптимума: обеспечен баланс производства и, что может быть важнее, баланс объемов производства и потребления продукции в непроемкой сфере. Плановик получил ценнейшую информацию — равновесные цены $\tilde{q}_2^0$, с помощью которых он заново может проанализировать экономическую эффективность процессов, признанных в ценах q_1^0 неэффективными.

Он выполняет этот анализ, вычисляя новый вектор затрат $\tilde{c}_2^0$ в соответствии с (21), где цены q_1^0 заменены на $\tilde{q}_2^0$, и исследуя производственную задачу по параметру в функционале с вектором

$$c_0^0 = c_1^0 + \theta (\tilde{c}_2^0 - c_1^0) \quad (50)$$

(заметим, что предприятия при этом изменяют объемы производства и вектор потребностей устанавливается на новом значении z_2^0 , определенном в (34)).

Поскольку плановая задача была решена, то одновременно с (47), (48) выполняются и условия (36), (37), а это означает, что в (50) существует значение $\theta > 0$, при котором в области оптимальных технологий новых процессов не появляется. В частности, процессы, формирующие равновесие и используемые с ненулевыми интенсивностями в векторе x_2^0 , $\bar{u}_2^0$, остаются экономически эффективными вплоть до $\theta = 1$.

Однако если максимум в (49) положителен, то еще при некотором $\bar{\theta} < 1$ по крайней мере один из отброшенных при решении производственной задачи процессов станет экономически эффективным. Но все процессы, входившие в вектор x_1^0 и получившие положительные значения компонент в векторе Δ , станут экономически неэффективными. В результате меняется вся область экономически эффективных технологий, что в конечном счете приведет к изменению равновесного решения. В этот момент затраты измеряются в ценах

$$q_2^0 = (1 - \bar{\theta}) q_2^0 + \bar{\theta} \tilde{q}_2^0, \quad (51)$$

а вектор оценок оптимального плана производственной задачи

$$u_2^0 = (1 - \bar{\theta}) u_1^0 + \bar{\theta} \tilde{u}_2^0. \quad (52)$$

Одна из причин неоптимальности плана производственной задачи заключалась в невыполнении равенства (20), что в новых обозначениях можно представить в виде $q_1^0 - u_1^0 \mathcal{E} \neq 0$.

Что можно сказать теперь о значении этой разности? Поскольку $q_2^0 - u_2^0 \mathcal{E} = (1 - \bar{\theta}) (q_1^0 - u_1^0 \mathcal{E}) + \bar{\theta} (\tilde{q}_2^0 - \tilde{u}_2^0 \mathcal{E})$, то в силу (44) имеет место равенство

$$q_2^0 - u_2^0 \mathcal{E} = (1 - \bar{\theta}) (q_1^0 - u_1^0 \mathcal{E}), \quad (53)$$

другими словами, расхождение между оценками уменьшается. Проводя такие итерации многократно, плановик либо обнаружит на некотором шаге, что значение максимума в (49) неположительно, а значит, получено долгосрочное равновесие, либо окажется, что $\sup \bar{\theta} < 1$ по всей совокупности итераций. Но тогда $\inf (1 - \bar{\theta}) > 0$, а это означает, что разность $q_\omega^0 - u_\omega^0 \mathcal{E}$ при $\omega \rightarrow +\infty$ все равно сходится к нулю со скоростью геометрической прогрессии. Таким образом, по крайней мере в пределе описанная корректировка цен все равно приведет к *долгосрочному равновесию* с ценами η^0 , p^0 , r^0 , q^0 , для которых условие (20) выполняется с любой наперед заданной точностью.

Соотношения (51) — (53) необходимы лишь для доказательства сходимости процесса, алгоритм же корректировки использует только взвешивание показателей суммарных затрат в соответствии с (50), которые на заключительной стадии процесса автоматически оказываются подсчитанными в ценах весьма близких (теоретически совпадающих при конечно-шаговой сходимости на некоторой итерации) с оценками оптимального плана, исчисляемых в плановом расчете.

Иначе говоря, оказавшись в состоянии долгосрочного равновесия, плановик при решении плановой задачи определяет не только оптимальный план, но и соответствующую систему цен.

5. ГЛОБАЛЬНЫЙ ЭКОНОМИЧЕСКИЙ ОПТИМУМ

Состояние краткосрочного равновесия, очевидно, неустойчиво, поскольку в производственной системе имеются технологические процессы, привлекающие производителей своей экономической эффективностью. В состоянии же долгосрочного равновесия таких процессов нет, и система может оставаться в нем до тех пор, пока не изменится характер самой задачи: ее целевая функция или набор технологических процессов. Когда такие изменения возникают, механизмы формирования краткосрочных равновесий и корректировки цен улавливают их и переводят производство через ряд краткосрочных равновесий к долгосрочному.

Состояние структурного вектора δ , вообще говоря, не влияет при этом на действия участников процесса. Конечно, разница в затратах и результатах может быть вычислена и для элементов структурного вектора в виде

$$m^0 = r^0 Q - p^0 R. \quad (54)$$

Однако судить об эффективности или неэффективности элементов структуры по знаку соответствующих компонент вектора m^0 , как это уже было показано выше, нельзя. Естественно поэтому ввести новую функцию

$$\Psi(a, \delta) = \max \{ \varphi(y) \mid F\lambda \leq g + Q\delta, D\lambda - y = a + R\delta, y \geq 0, \lambda \geq 0 \} \quad (55)$$

в качестве экономического показателя, оценивающего комбинацию структурного δ и целевого a векторов, и определить глобальный оптимум как состояние, при котором достигается $\max \Psi(\delta, a)$ при условиях (6).

Решив задачу долгосрочного равновесия, мы фактически вычисляем значение этой функции при каких-то фиксированных значениях $\delta = \delta^0$, $a = a^0$ безотносительно к методу выбора последних. Теорема Р. Рокафеллара [5] позволяет, однако, получить об этой функции более детальную информацию. Поскольку в (8) решена задача ЛП, то $\eta^0 y^0 = -p^0 d^0 + r^0 f^0 = -p^0 a^0 + m^0 \delta^0 + r^0 g$, а для произвольного вектора y , допустимого в состоянии a, δ , имеем неравенство $\eta^0 y \leq -p^0 d + r^0 f = -p^0 a + m^0 \delta + r^0 g$, откуда $\varphi(y) \leq \Psi(a^0, \delta^0) + m^0(\delta - \delta^0) - p^0(a - a^0)$. Но в качестве y теперь можно взять оптимальный вектор долгосрочного равновесия в состоянии a, δ , после чего получаем окончательное неравенство

$$\Psi(a, \delta) \leq \Psi_0 + m^0(\delta - \delta^0) - p^0(a - a^0). \quad (56)$$

Таким образом, если система проходит через некоторую последовательность $n \in 1, \dots, N$ долгосрочных равновесий, характеризующихся своими значениями δ^n, a^n и глобального функционала Ψ_n , то, вводя для краткости набор констант

$$\gamma_n = \Psi_n + p^n a^n - m^n \delta^n, \quad (57)$$

можно аппроксимировать значение Ψ системой соотношений

$$\max \Psi, \quad (58)$$

$$\Psi - m^n \delta + p^n a \leq \gamma_n, \quad n \in 1, \dots, N, \quad (59)$$

где Ψ — уже простая переменная непрерывного типа. Присоединяя к (57) — (59) условия (6), получаем модель для оптимизации выбора структурного и целевого векторов с позиций глобальной оптимальности. Эта модель — эволюционный объект, отражающий всю предысторию развития производственной системы, поскольку ее критерий (57) — (59) нельзя построить, не проведя систему через некоторую последовательность решений глобального характера $\{\delta^n, a^n\}_{n \in 1, \dots, N}$ и не отслеживая соответствующие им состояния долгосрочного равновесия.

Пусть a^*, δ^* — оптимальное состояние модели (1) — (6). Оба вектора допустимы в (6), и, полагая $\Psi_n^* = \min_{n \in 1, \dots, N} \{\gamma_n + m^n \delta^* - p^n a^*\}$, можно удовлетворить условиям (59). Таким образом, набор Ψ_n^*, δ^*, a^* допустим,

а значит, оптимальное значение функционала (58) $\bar{\Psi}_n \geq \Psi_n^*$. Пусть $\bar{n} \in \text{Arg min}_{n \in \bar{1}, \bar{N}} \{\gamma_n + m^n \delta^* - p^n a^*\}$. Тогда $\Psi_n^* = \Psi_n - m^n (\delta^n - \delta^*) + p^n (a^n - a^*)$. Комбинируя это равенство с (56), сразу же имеем $\Psi_* = \Psi(a^*, \delta^*) \leq \Psi_n^*$, т. е.

$$\Psi_* \leq \bar{\Psi}_n \quad (60)$$

и, таким образом, Ψ_* оценивается в (57) — (59), (6) всегда сверху.

Однако, получив на шаге N решение a^{N+1} , δ^{N+1} и приведя систему в долгосрочное равновесие, определяем оптимальное значение функционала Ψ_{N+1} , которое, очевидно, оценивает величину Ψ_* снизу. В системе же (59) при этом появится дополнительное ограничение, позволяющее вычислить $\bar{\Psi}_{N+1}$ (очевидно, $\bar{\Psi}_{N+1} \leq \bar{\Psi}_N$) и новое состояние a^{N+2} , δ^{N+2} , которое либо не совпадает ни с одним из уже рассмотренных, либо является некоторым из них, иначе говоря, $a^{N+2} = a^{n'}$, $\delta^{N+2} = \delta^{n'}$, где $n' \leq N+1$. Тогда $\bar{\Psi}_{N+1} \leq \gamma_{n'} + m^{n'} \delta^{n'} - p^{n'} a^{n'} = \Psi_{n'} \leq \Psi_*$, поскольку на шаге n' величина $\Psi_{n'}$ оценивала Ψ_* снизу. Таким образом, $\bar{\Psi}_{N+1} = \Psi_*$ и оптимальное состояние достигнуто. Метод позволяет планировать состояния δ^n , a^n без повторений либо выходить из процесса вследствие близкого совпадения оценок $\bar{\Psi}_N$, $\underline{\Psi}_N = \max_{n \in \bar{1}, \bar{N}} \Psi_n$. Близкими

к оптимальному оказываются состояния $\bar{n} \in \text{Arg max}_{n \in \bar{1}, \bar{N}} \Psi_n$. Конечность метода вытекает из конечности набора состояний (δ^n, a^n) .

Во всех проведенных рассуждениях появился один дефект: при построении γ_n в (57) используется численное значение Ψ_n , которое есть не что иное, как $\varphi(y^n)$, где y^n — оптимальный вектор непродуцированного потребления в долгосрочном равновесии n . Другими словами, если при построении краткосрочных равновесий можно было рассматривать использование функции $\varphi(y)$ как удобный аналитический прием для описания результатов взаимодействия потребителя с производственной системой, то теперь нам нужны численные характеристики уровней потребления, достигаемых в различных долгосрочных равновесиях.

По нашему мнению, планировщик располагает информацией, позволяющей решить эту задачу. Гипотезой же является предположение о том, что существует вогнутая функция $\varphi(y)$, максимизация которой описывает поведение потребителя в сфере непродуцированного потребления. Из теории потребительского выбора [11] известно, что эта функция если существует, то определена с точностью до монотонного, возрастающего преобразования. Из этого факта обычно и делается вывод о невозможности каких-либо численных ее измерений. Однако в действительности методика любых измерений — результат некоторого удобного соглашения, выбор которого во многих отношениях произволен, и положение планивика мало чем отличается от положения физика, не располагающего методикой измерения нужных ему величин.

Планивик, наблюдая по большей части неравновесные состояния (27) — (29), знает фактические объемы y^α и цены p^α , при которых происходит реализация продукции. Больше того, по дополняющей нежесткости (29) если $y_i^\alpha > 0$, то $\tilde{\eta}_i^\alpha = p_i^\alpha$, и поскольку выполнено условие (7), то он вправе предположить, что вектором p^α определяется опорный функционал функции потребления. Возможность подвергнуть эту функцию указанному выше преобразованию означает, что столь же пригодной для его целей могла бы быть последовательность цен $l_\alpha \tilde{\eta}^\alpha$, где l_α — произвольно выбранные положительные числа. Но тогда гипотеза вогнутости означает только одно, а именно, что система неравенств

$$\varphi_\alpha - \varphi_{\alpha'} + l_\alpha p^\alpha (y^{\alpha'} - y^\alpha) \geq 0 \quad (61)$$

совместна для всех наблюдавшихся комбинаций $\alpha \neq \alpha'$ и при некотором выборе величин $l_\alpha > 0$, φ_α (более подробно эта аргументация изложена в [12]).

Если система (61) совместна, то в силу однородности l_α , φ_α определены с точностью до мультипликативной константы $k > 0$. Это означает, что к (61) можно добавить неравенства

$$l_\alpha \geq 1, \quad (62)$$

а поскольку φ_α входят в нее лишь в виде разностей, то их значения рассчитаны с точностью до начала отсчета, и можно полагать

$$0 \leq \varphi_\alpha \leq \varphi, \quad (63)$$

разыскивая

$$\min \varphi. \quad (64)$$

Итак, мы получили задачу ЛП для выявления набора величин φ_α , позволяющую планировать всю совокупность реализованных потребительских наборов в интервале минимальной длины. Функционал ее ограничен снизу. Поэтому для разрешимости она должна иметь только допустимые планы [9]. Но как раз в этом и состоит гипотеза выпуклости $\varphi(y)$, которую проверяет плановик.

Вопросы существования этой функции, ее устойчивости и т. д. теряют после этого остроту. Плановик наблюдает поведение потребителя в виде серии наборов $\{\tilde{\eta}^\alpha, \tilde{y}^\alpha\}$, и если задача (61) — (64) совместна, то получаем возможность аппроксимировать ее выпуклой, кусочно-линейной целевой функцией с вполне определенной числовой характеристикой уровня удовлетворения потребностей. Эта функция и служит для построения функции оценки структурных решений $\Psi(a, \delta)$, построение которой позволяет ему оценить качество структурных векторов (a, δ) .

Таким образом, решение задачи глобальной оптимизации включает два независимых контура управления. В первом генерируются состояния краткосрочного равновесия и на основе наблюдаемых в них цен проводится параметрический анализ показателей плана. В результате система переводится в долгосрочное равновесие. Планирование играет на этой стадии вспомогательную роль регулятора, позволяющего создать начальное приближение к состоянию краткосрочного равновесия и приводящего систему через ряд таких равновесий к долгосрочному. Основную роль на этой стадии функционирования экономики играет хозяйственный механизм, дающий возможность ей переходить к краткосрочному равновесию из неравновесных состояний. Сопутствующим информационным продуктом оказываются последовательности объемов и цен реализации продукции в непроизводственном потреблении, с помощью которых можно описать функцию потребления аппроксимационной моделью и функцию глобального экономического критерия, используя цены долгосрочных равновесий.

Второй контур является областью деятельности плановых органов, и его задача — создание оптимальных производственных структур. Применяется аппроксимационная, самоутрачивающаяся модель глобального критерия экономического развития, позволяющая последовательно менять набор элементов производственной структуры во взаимной увязке с выработкой внеэкономически заданных целей общественного развития. Именно в этом контуре управления могут определяться в результате расчетов, опосредующих ряды наблюдений за состоянием экономики, глобально оптимальные ее состояния.

В первом контуре вследствие действия автоматических механизмов вырабатываются лишь долгосрочные равновесия, сами по себе безразличные к выбору комбинаций дискретных элементов в производственной структуре, т. е. в равной степени как оптимальные, так и неоптимальные с точки зрения технологических возможностей и ресурсов, которыми располагает общество.

ЛИТЕРАТУРА

1. Таккер А. Ц. Двойственные системы однородных линейных соотношений // Линейные неравенства и смежные вопросы. М.: Изд-во иностр. лит., 1959.
2. Медницкий В. Г. Двухэтапный метод согласования решений производственно-транспортных задач // Экономика и мат. методы. 1979. Т. XV. Вып. 5.

3. Медницкий В. Г. Модели оптимизации процессов производства и обмена в замкнутой форме//Экономика и мат. методы. 1978. Т. XIV. Вып. 3.
4. Корбут А. А., Финкельштейн Ю. Ю. Дискретное программирование. М.: Наука, 1969.
5. Рокафеллар Р. Выпуклый анализ. М.: Мир, 1973.
6. Канторович Л. В., Макаров В. Л. Оптимальные модели перспективного планирования//Применение математики в экономических исследованиях. Т. 3. М.: Мысль, 1965.
7. Макаров В. Л., Рубинов А. М. Математическая теория экономической динамики и равновесия. М.: Наука, 1973.
8. Медницкий В. Г. Оптимизация перспективного планирования. М.: Наука, 1978.
9. Юдин Д. В., Гольштейн Е. Г. Задачи и методы линейного программирования. М.: Сов. радио, 1964.
10. Немчинов В. С. Социалистическое хозяйство и планирование производства//Коммунист. 1964. № 5.
11. Карлин С. Математические методы в теории игр, программирования и экономике. М.: Мир, 1964.
12. Медницкий В. Г. Специальные методы решения задач оптимизации. М.: Наука, 1978.

Поступила в редакцию
13 XII 1988