

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМАЛЬНОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ СТРУКТУР

Лернер В.С., Португал В.М.

(Одесса)

Изменения, происходящие в экономике страны, требуют моделирования механизмов взаимодействия индивидуальных и коллективных производителей с хозяйственной средой. Рассмотрим одну из моделей такого взаимодействия множества случайных элементов, совместно функционирующих в общей среде. Будем считать, что оно определяется: индивидуальными характеристиками взаимодействующих элементов, содержащими собственный критерий полезности функционирования каждого из них; некоторым результатом осреднения этих взаимодействий в качестве макропоказателей процесса.

Поведение элементов стохастично, их функционирование осуществляется с обратной связью, учитывающей индивидуальные характеристики, которая формируется на основании макропараметров процесса.

Такая система со случайными процессами на микро- и динамическими на макроуровне управляется автоматически. Исследовать ее поведение можно с помощью вариационного принципа информационной макродинамики [1]. Для этого вводятся две количественные оценки полезности каждого элемента; локальная — с точки зрения данного элемента и глобальная — полезность элемента для рассматриваемого сообщества. Каждому элементу ставится в соответствие траектория многомерного случайного процесса и локальный функционал взаимодействия микроуровня. Для формирования макротраектории используется функционал, оценивающий результат процесса по интегральным вкладам от локальных взаимодействий.

Вариационный принцип (ВП) для макрофункционала оптимизации двухуровневого коллективного объекта управления выделяет в качестве экстремальных траекторий свои макродвижения и выполняет роль собственного функционала сообщества. Содержательно его выполнение означает, что макрофункционал множества взаимодействующих элементов становится их собственным — индивидуальным функционалом одинаковой структуры для каждого из элементов, определенным на осредненных траекториях этого множества. Этот принцип позволяет выделить макротраекторию, порождаемую индивидуальными вкладами, вдоль которой объединенный вклад экстремален. Индивидуальные вклады, переопределенные на макроуровень, суммируются на ней, становясь равными коллективному вкладу. Это означает формальное согласование интересов множества взаимодействующих элементов (всего коллектива) с интересами каждого элемента.

Реализация ВП приводит к максимизации собственного функционала макросистемы, отражающего критерий полезности элементов в коллективной среде. Множество элементов, удовлетворяющих этому критерию, функционирует так, что формирует управления, выделяющие экстремальные макротраектории, т.е. максимизирует коллективный эффект от взаимодействия элементов и выявляет оптимальную макроструктуру коллектива. Поведение коллектива при этом минимизирует неопределенность, появляющуюся из-за случайных взаимодействий. Таким образом, ВП определяет некоторую самоорганизацию системы, которая выражается преобразованием случайных процессов микроуровня в коллективные детерминированные движения макроуровня.

Решение вариационной задачи позволяет установить уравнения, представляющие собой математическую модель информационных закономерностей макроуровня. Она имеет вид системы матричных дифференциальных уравнений [2]. Можно дать некоторое содержательное обоснование применения указанного аппарата, зная, что ВП не накладывает других ограничений, кроме указанных.

Пусть элементом макросистемы является отдельный производитель, которому присуща собственная цель производства. В то же время имеются и общие цели макросистемы — народного хозяйства или отдельной его части, охватывающей множество необходимых производителей. Управление макросистемой осуществляется не прямо, а через нормативные или законодательные акты, например, через налоговую политику. В этих условиях применение математического аппарата, связанного с ВП, позволяет определить поведение системы при различных управлениях и оптимальное управление для достижения поставленной цели.

Фактическая (экономическая) адекватность модели реальной действительности может быть проверена лишь на большом экспериментальном материале. Не имея возможности провести такие достоверные эксперименты, авторы в порядке постановки проблемы предлагают сам аппарат [1–3] и расчеты на основном примере.

Применение ВП реализуется построением упомянутой математической модели — системы матричных дифференциальных уравнений, для решения которой разработана машинная процедура, рассчитывающая: развивающуюся во времени динамическую модель; стратегию формирования управляющих оптимальных воздействий; оптимальные динамические процессы в качестве макротраектории; оптимальную модель процессов, приводящих к кооперации; укрупняемые макросостояния, моделирующие "коллективизацию" движения в процессе упорядочения.

Последние две характеристики связаны с тем, что в процессе теоретического и экспериментального исследования выявлено свойство объединения отдельных элементов в группы, в результате

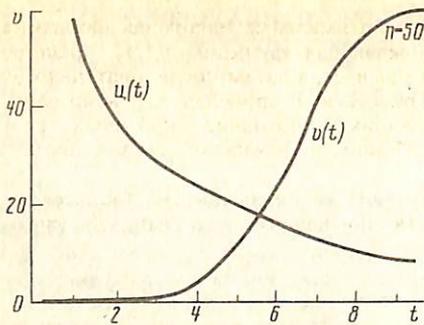


Рис. 1. Динамика цены и объема производства: t – годы

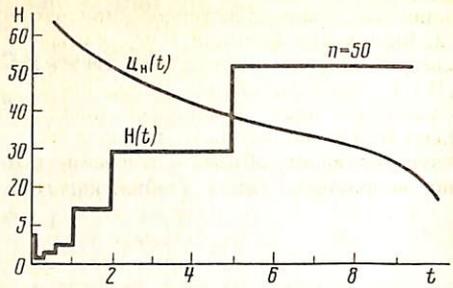


Рис. 2. Управляющая налоговая политика, доля налога в функции спроса: t – годы

чего возникают укрупненные структуры. Содержательная экономическая интерпретация этого свойства очевидна – тенденция отдельных производителей к объединению. Поэтому в ходе экспериментальных расчетов появляется дополнительный предмет исследования – стратегия объединения элементов и поведение объединенных структур.

Рассмотрим пример моделирования структурной организации условного кооперативного движения.

Элементом множества является организация, действующая на кооперативных началах. Ее собственным критерием полезности служит доход в денежном выражении: разность между объемом продукции, с одной стороны, суммы материальных, а также приравняваемых к ним затрат на производство и налога (H), с другой. В доход включена и оплата труда. Этот критерий осредняется по элементам множества.

В качестве макросистемы возьмем либо все множество кооперативов, либо его часть, имеющую производственную специфику (выпуск товаров народного потребления, услуги, строительство, транспорт и т.п.), а показателей ее функционирования – объемы производства V_y в денежном выражении и налога, полученного со всех кооперативов.

Инструментом управления будет размер налога с доходов кооперативов. Предположим, что он исчисляется как доля облагаемого дохода (Π_n – доля налога в цене единицы продукции).

Будем считать, что ценообразование на товары и услуги таково, что увеличение цены на продукцию кооперативов влечет уменьшение спроса и, следовательно, объема производства.

Если спрос S растет во времени линейно, то зависимость относительной цены единицы от времени $\Pi(t)$ имеет вид, показанный на рис. 1

$$\Pi(t) = \frac{\bar{\Pi}(t)}{\Pi_6},$$

где $\bar{\Pi}(t)$ – текущая цена; Π_6 – базовая.

Увеличение налога, с одной стороны, приводит к возрастанию объема налога, поступающего в доход государства; с другой, к росту цены и сокращению спроса, т.е. объема производства в натуральном выражении.

Уменьшение объема производства может вызвать общее снижение суммы налога. Однако и повышение объема производства, вызывающее уменьшение цены на продукцию, ведет к сокращению Π_n – доли налога в единице продукции, так что $\Pi_n(t)$ может вести себя так, как показано на рис. 2.

В то время как второй показатель имеет ясное денежное выражение, первый сложнее поддается экономическому истолкованию. Он влияет на степень удовлетворенности спроса, т.е. на "здоровье" экономики, стабильность денег и т.п. и поэтому государственные организации в реализации своих целей могут им пренебречь, отдавая предпочтение второму критерию.

На этапе развития кооперативного движения именно исследование влияния формулы налогообложения (налоговой политики) может предсказать окончательную стабильную траекторию развития всей макросистемы. Таким образом, задача заключается в том, чтобы: а) исследуя возможную налоговую политику, определить поведение системы в будущем – оптимальную макро-траекторию, на которую она выйдет; б) выработать оптимальную налоговую политику, при которой было бы обеспечено стабильное развитие системы как по первому, так и по второму показателю.

Исходным для решения задачи является множество свободных кооператоров с ранжированными начальными скоростями локального объема производства. В процессе взаимодействия они кооперируются, объединяя локальные объемы производства в общий – V . С помощью пакета прикладных программ на ЭВМ выполнены прогнозные расчеты рассматриваемых показателей для $n = 50$. Полученная кривая $v(t) = V(t)/V_6$, где V_6 – начальный (базовый) объем, на рис. 1 характеризует динамику роста относительного объема производства (в натуральном выражении) в

процессе кооперации 50 свободных производителей. Оптимальная налоговая политика $H(t)$, управляющая взаимодействием кооперативов и порождающая функцию $v(t)$, представлена на рис. 2. Видно, что функция $H(t)$ вначале несколько убывает, а затем последовательно возрастает с расширяющимися интервалами дискретизации. На рис. 1 и 2 приведен характер зависимостей $v(t)$, $H(t)$ без излишних подробностей, затрудняющих понимание конечных результатов. Так, расчетное число интервалов дискретизации, особенно на начальной стадии процессов, значительно больше показанного на графиках.

Результирующий объем в денежном выражении $v_y = v\Pi$ в оптимальном процессе последовательно возрастает, затем стабилизируется в области последнего интервала дискретизации, а

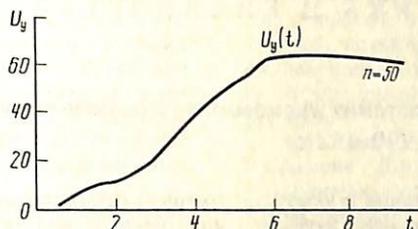


Рис. 3. Динамика объема производства: t – годы

далее приобретает тенденцию к уменьшению (рис. 3). Как следует из результатов моделирования, для подавления этой тенденции необходимо вовлечь в кооперацию новых производителей, т.е. увеличить n сверх 50.

Налог в денежном выражении может быть получен в результате вычисления произведения $v_y\Pi_n$. Причем, учитывая резкое убывание функции $(t \sim C)$ к концу оптимального процесса, можно ограничить спрос. Прогнозные результаты, включающие синтезированные оптимальные управления и оптимальные макротраектории, являются следствием исходного принципа. Всякое отклонение от оптимальной налоговой политики ухудшает макродинамику, приводя к замедлению роста $v(t)$ и нарушению оптимальной процедуры укрупнения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лернер В.С. Вариационный принцип для энтропии распределений в динамике макросистем // Прикладные проблемы управления макросистемами. М.: Наука, 1987.
2. Лернер В.С. Макросистемный подход для решения задач управления в условиях неопределенности // Автоматика. 1988. № 5.
3. Lerner V.S. Dynamic Model of the Origin of Order in Controlled Macrosystems // Thermodynamics and Regulation of Biological Processes. Berlin, 1985.

Поступила в редакцию
8 IX 1989