

МОДЕЛИРОВАНИЕ СЕЗОННЫХ КОЛЕБАНИЙ В ПРОМЫШЛЕННОСТИ СССР

Френкель А.А., Андреева Т.А.

(Москва, Харьков)

Рассматриваются вопросы исследования сезонных колебаний в промышленности СССР. Проводится анализ месячных временных рядов производства промышленной продукции за период 1981–1987 гг. Для изучения структуры временных рядов широко используется спектральный анализ. Разрабатываются краткосрочные прогнозы по производству промышленной продукции и обсуждаются проблемы точности прогноза.

В ряде отраслей промышленности из года в год наблюдаются достаточно регулярно повторяющиеся колебания объемов выпускаемой продукции. Эти колебания называют сезонными, а явление — сезонностью. Ее сущность заключается в разрыве между рабочим периодом и всем периодом производства. В промышленности это обусловлено действием ряда факторов: естественно-климатических (смена времен года, метеорологических условий, сроков вызревания сельскохозяйственных культур и т. п.); социальных (спрос населения, праздники и т. д.); экономических (потребность предприятий в сырье, структура производственных связей); технологических и организационных (периодичность поставок, ремонтов, длительность производственных циклов).

Совместное влияние таких факторов за несколько лет формирует сезонные волны, характеризующие типичные внутригодовые изменения экономических показателей производства. Под сезонной волной экономического показателя понимается распределение по месяцам средних за анализируемый период отклонений от основной тенденции, возникших под действием всех основных факторов сезонности. Ее структура — это совокупность периодических составляющих (гармоник), отражающих действие отдельных факторов (или их групп) и различающихся по силе влияния на сезонный процесс.

Сезонные колебания, вызывая аритмию в работе промышленности, приводят к нерациональному использованию производственных мощностей, трудовых ресурсов и рабочего времени.

Но проблема сезонности в промышленности СССР исследована недостаточно. Наиболее крупные публикации по этому вопросу относятся лишь к 1920-м годам. Так, в [1] довольно основательно проанализированы сезонные колебания в промышленности СССР и США того времени. Впоследствии в нашей стране это явление изучалось только в традиционно сезонных отраслях промышленности. Лишь в 1970-е годы стали появляться отдельные попытки анализа сезонных колебаний и в других отраслях промышленности. Можно отметить [2], где автор ограничился лишь вычислением индексов сезонности.

Моделирование и изучение сезонных колебаний включают следующие этапы: количественное выражение сезонных колебаний, определение их величины и характера, выявление факторов сезонности, исследование динамики, прогнозирование процессов с сезонной составляющей, нахождение путей смягчения негативного влияния указанных колебаний на промышленное производство.

Решение этих задач базируется на временных рядах экономических показателей, характеризующих развитие промышленного производства. Такие ряды не могут быть

достаточно длинными. Это обусловлено несопоставимостью данных за различные периоды из-за большой динамичности технических и технологических изменений. Тем самым снижается возможность применения некоторых весьма эффективных приемов математической статистики (например, метода комплексной демодуляции для анализа динамики сезонной волны).

Формализуя сезонные колебания в отраслях промышленности СССР, используем мультипликативную модель

$$x_{ij} = u_{ij} v_{ij} + \epsilon_{ij},$$

где x_{ij} , u_{ij} , v_{ij} , ϵ_{ij} — уровень ряда, тренд (основная тенденция развития), сезонная составляющая и случайная компонента в момент времени, соответствующий году i и месяцу j .

Для оценки сезонной составляющей и построения сезонной волны вычислим средние по расположению индексы сезонности [3]. При этом предварительно выделим тренд с выравниванием временного ряда по методу наименьших квадратов (МНК), имея в виду, что анализ исходных данных показал: для большинства рассматриваемых рядов линейная модель тренда наилучшим образом аппроксимирует основную тенденцию.

Далее вычислим показатели сезонности в виде отношений в процентах фактических значений каждого уровня ряда к расчетным по тренду. Затем с их помощью определим средние индексы сезонности, характеризующие относительные отклонения от тренда того или иного экономического показателя, которые вызваны периодически действующими причинами. Чтобы учесть влияние лишь этих причин, т. е. нивелировать воздействие случайных факторов, показатели сезонности усредним, используя среднюю по расположению (другое ее название — средняя из центральных членов).

Как показано в [3], принцип расчета этой средней заключается в следующем. Значения показателей сезонности упорядочиваются, из расчетов исключаются самые высокие и низкие, а для оставшихся так называемых центральных членов вычисляется обычная средняя арифметическая. Такой подход позволяет очистить сезонную волну не только от влияния случайных факторов, но и от резко выделяющихся наблюдений.

Совокупность средних по расположению индексов сезонности является численным выражением сезонной волны рассматриваемого показателя. На ее базе можно оценить статистические характеристики величины сезонных колебаний. Корректность оценок возрастет, если предварительно каждый индекс сезонности домножить на величину, обратную их общей средней. После этого применим следующие формулы

$$\overline{\Delta I} = (\sum_{j=1}^{12} \Delta I_j) / 12, \quad (1)$$

$$\Delta I_{\max} = \max_j (\Delta I_j), \quad (2)$$

$$\Delta I_{\min} = \min_j (\Delta I_j), \quad (3)$$

$$\Delta I_j = |I_j - 100\%|, \quad (4)$$

где $\overline{\Delta I}$ — средняя величина сезонных колебаний за m лет (или средняя степень сезонности); I_j — средний по расположению индекс сезонности месяца j ; ΔI_j — его отклонение от 100%; $\Delta I_{\max}$, $\Delta I_{\min}$ — максимальное и минимальное отклонения от 100%. Эти характеристики строятся по аналогии с показателями, приведенными в [1, с. 47].

Для анализа динамики сезонных колебаний по каждому году вычислим: коэффициент сезонности года i

$$K_i^s = (\sum_{j=1}^{12} |\epsilon_{ij}| 100\%) / \sum_{j=1}^{12} u_{ij}, \quad (5)$$

коэффициент роста абсолютных отклонений от тренда года i

$$F_i = \frac{\sum_{j=1}^{12} |\epsilon_{ij}| 100\%}{\sum_{j=1}^{12} |\epsilon_{i_0 j}|}, \quad \epsilon_{ij} = x_{ij} - u_{ij}, \quad (6)$$

где x_{ij} , u_{ij} , ϵ_{ij} — уровень исходного ряда, расчетное по тренду значение, разница между ними для года i и месяца j ; i_0 — номер базового года (обычно первый). При этом воспользуемся аналогией с [4], заменив отклонения от огибающей на отклонения от тренда. Преимущества этого описаны в [5].

Коэффициент сезонности, определяемый по (5) для каждого года анализируемого периода, характеризует изменение средних сезонных колебаний в относительных величинах, а коэффициент роста, рассчитанный по (6), — изменение абсолютных отклонений от тренда. Ограничившись лишь коэффициентом сезонности, в ряде случаев можно впасть в иллюзию уменьшения сезонной колеблемости, например, при опережающем росте основной тенденции.

Такой подход реализован нами при моделировании и анализе сезонных колебаний в промышленности СССР по отраслям основных народнохозяйственных комплексов: топливно-энергетического, металлургического, химико-лесного и социального (товары культурно-бытового и хозяйственного назначения, изделия легкой промышленности и пищевой промышленности АПК). Исходной информацией послужили данные из "Экономической газеты" о выпуске 29 видов промышленной продукции в натуральном выражении за 1981–1987 гг.

Полученные модели сезонных волн производства промышленной продукции в СССР за указанный период и их характеристики приведены в табл. 1*. Из нее вытекает, что наиболее существенные внутригодичные колебания наблюдаются в социальном комплексе (особенно в пищевой промышленности АПК). Сезонные колебания производства продукции этого комплекса в среднем составили 7,9%, а по пищевой продукции АПК — 21,9%. Менее заметны сезонные колебания в химико-лесном (6,9%) и топливно-энергетическом (4,4%) комплексах. Наименьшие сезонные колебания характерны для производства продукции металлургического комплекса (2,2%). Для 80% рассмотренных видов промышленной продукции сезонные колебания невелики: в среднем они составляют 3,2%, изменяясь от 1,8 (добыча железной руды) до 6,2% (производство обуви). При этом максимальные отклонения от тренда $\Delta I_{\max}$, как правило, не превосходят 10% (лишь для производства цветных телевизоров, стиральных машин, трикотажа и тканей $\Delta I_{\max}$ более 10%).

Самые резкие колебания (15–70%) характерны для производств, которые зависят от естественно-климатических условий (электроэнергия, деловая древесина, мясо, животное масло). В среднем это 25,8%, а по производству животного масла $\Delta I = 40,0\%$, при этом $\Delta I_{\max} = 67,8\%$, $\Delta I_{\min} = 14,1\%$. Немного меньше средние сезонные колебания производства деловой древесины ($\Delta I = 35,0\%$), но зато максимальное отклонение от тренда более существенно, да и разброс колебаний по отношению к средней значительно больше ($\Delta I_{\max} = 79,0\%$). Средние сезонные колебания в производстве мяса примерно в 1,5–2 раза меньше, но максимальное колебание здесь достигает 70%. Куда меньше то и другое в производстве электроэнергии ($\Delta I = 8,5\%$; $\Delta I_{\max} = 15,3\%$).

Отрасли промышленности, технологически свободные от влияния природного фактора, имеют сезонные волны, характеризующие весенне-летнее или летне-осеннее снижение производства. Такой вид внутригодичной динамики присущ производству большей части продукции металлургического и химико-лесного комплексов, из социального комплекса производству изделий легкой промышленности, а также холодильников, стиральных машин, мотоциклов. Это вызвано массовыми отпусками и ремонтами в летнее время, загруженностью железных дорог (основного вида транспорта для

* Более подробный анализ величины и характера сезонных колебаний по народнохозяйственным комплексам приведен в [6].

Характеристики сезонности производства промышленной продукции за 1981—1987 гг. по отраслям народнохозяйственных комплексов, %

Виды продукции	Средние по расположению индексы сезонности					
	январь	февраль	март	апрель	май	июнь
Топливо-энергетический комплекс						
Электроэнергия	115,3	105,2	110,0	97,9	91,9	88,3
Нефть, включая газовый конденсат	101,3	91,8	102,2	98,7	102,3	98,8
Газ	106,2	96,9	105,9	99,2	99,5	94,5
Уголь	105,3	99,2	107,1	102,4	95,2	99,0
Металлургический комплекс						
Сталь	102,1	94,8	103,9	101,4	103,0	99,3
Прокат черных металлов (готовый)	102,5	95,4	104,6	100,0	102,8	98,6
Стальные трубы	98,9	92,7	104,6	101,3	98,4	100,6
Железная руда	99,5	93,0	101,3	100,2	100,8	101,5
Химико-лесной комплекс						
Минеральные удобрения	103,2	95,3	105,3	103,2	105,2	100,5
Серная кислота	106,3	96,7	105,8	96,2	97,4	95,4
Синтетические смолы и пластмассы	104,3	99,6	109,0	100,2	99,2	95,0
Химические волокна и нити	102,5	96,4	107,4	104,5	99,0	100,8
Шины	102,6	97,9	105,3	103,7	95,5	100,0
Деловая древесина	111,7	117,9	162,6	72,2	58,6	112,8
Бумага	104,5	93,6	105,5	100,2	100,1	98,0
Сода каустическая	106,8	97,7	105,8	99,8	101,3	95,6
Товары культурно-бытового и хозяйственного назначения						
Часы	97,7	96,4	103,4	101,9	98,2	100,0
Радиоприемные устройства	93,3	95,7	100,7	102,7	96,5	100,7
Телевизоры	94,3	97,1	101,7	101,8	96,8	99,7
Цветные телевизоры	92,0	95,6	96,3	103,0	98,4	111,7
Холодильники	100,4	98,7	105,0	103,3	97,0	99,1
Стиральные машины	96,6	100,8	103,4	101,4	97,6	105,0
Мотоциклы	108,4	95,7	105,3	103,5	97,5	97,9
Изделия легкой промышленности						
Трикотаж	105,2	102,6	108,6	108,6	100,5	100,9
Ткани всех видов	103,7	100,0	108,1	104,8	96,1	96,8
Обувь	104,4	101,9	107,4	109,0	99,4	96,5
Пищевая промышленность АПК						
Мясо из госресурсов	106,1	83,2	96,9	72,8	71,9	105,5
Животное масло	49,1	49,3	73,3	85,9	124,6	167,8
Цельномолочная продукция из госресурсов	93,2	90,1	101,3	100,6	103,8	111,6

грузоперевозок) в период созревания сельскохозяйственных культур. Осеннее снижение объемов выпуска продукции в подобных отраслях обусловлено, по-видимому, отвлечением промышленно-производственного персонала на сельскохозяйственные работы.

Более заметно различаются по сезонным волнам отрасли, в которых подъемы или

Таблица 1 (окончание)

Средние по расположению индексы сезонности						Средняя степень сезонности, $\Delta \bar{I}$	Максимальное отклонение от тренда, $\Delta I_{\max}$	Минимальное отклонение от тренда, $\Delta I_{\min}$
июль	август	сентябрь	октябрь	ноябрь	декабрь			
Топливо-энергетический комплекс								
89,8	90,4	91,0	100,6	105,6	114,5	8,5	15,3	0,6
102,4	102,3	98,5	101,9	98,5	101,2	2,3	8,2	1,2
95,3	96,4	96,6	102,4	101,3	105,2	3,5	6,2	0,5
98,4	97,9	96,0	99,5	96,0	104,0	3,1	7,1	0,8
Металлургический комплекс								
100,6	100,6	96,0	101,0	98,3	99,0	2,1	5,2	0,6
99,8	100,7	97,5	101,4	98,2	98,4	2,0	4,6	0,0
102,7	105,3	96,7	102,3	94,6	101,9	3,1	7,3	0,6
102,5	102,9	98,7	101,4	97,8	100,4	1,8	7,0	0,2
Химико-лесной комплекс								
96,4	99,8	95,3	95,8	99,4	100,7	3,0	5,3	0,2
99,7	98,0	95,9	100,6	103,1	105,0	3,5	6,3	0,3
93,2	96,3	99,7	99,1	101,8	102,4	2,9	9,0	0,2
100,7	100,3	93,0	97,0	98,2	100,2	2,7	7,4	0,2
99,4	98,1	96,5	100,5	95,8	104,6	2,8	5,3	0,0
63,0	65,9	126,4	58,7	71,3	179,0	35,0	79,0	11,7
98,9	100,4	96,7	100,1	98,4	103,4	2,4	6,4	0,1
95,1	99,2	95,2	98,3	101,7	103,4	3,2	6,8	0,2
Товары культурно-бытового и хозяйственного назначения								
100,1	98,0	102,2	101,3	93,8	105,3	2,5	6,2	0,1
99,4	98,9	100,9	100,7	101,1	104,5	2,7	9,5	0,6
99,5	99,1	100,5	101,3	99,3	108,8	2,4	5,6	0,3
101,1	100,4	101,4	94,4	96,4	109,3	4,5	11,7	0,4
98,1	98,0	97,4	101,4	96,4	104,4	2,4	5,0	0,4
99,5	99,9	102,4	93,1	89,0	111,3	4,0	11,3	0,1
95,9	94,9	99,4	103,0	100,5	106,0	3,1	5,2	0,4
Изделия легкой промышленности								
81,1	93,6	99,3	99,2	94,6	102,5	4,7	14,9	0,2
88,4	95,0	96,9	103,5	95,9	110,8	5,1	11,6	0,0
82,8	85,3	100,8	102,6	98,6	111,3	6,2	7,2	0,6
Пищевая промышленность АПК								
76,5	89,7	132,2	101,0	91,4	172,7	19,6	72,6	1,0
159,0	146,8	135,6	74,1	61,6	72,7	40,0	67,8	14,1
99,0	96,3	105,1	93,2	92,5	114,6	6,1	14,6	0,6

спады выпуска промышленной продукции тесно связаны с сезонностью спроса на их продукцию или сезонностью поступления сырья. Например, весенне-летнее снижение производства продукции топливно-энергетического комплекса (за исключением добычи нефти) объясняется уменьшением потребности в ней. В частности, летом с увеличением светового дня падает использование электричества в быту и на производстве для освещения. В это же время многие учреждения либо частично либо полностью прекращают деятельность (школы, детские сады и т. п.), начинается период отпусков и ремонтов на промышленных предприятиях. Не используются электроэнергия, уголь и газ для отопительных нужд.

Характер сезонных волн производства пищевой продукции обусловлен периодичностью поступления сырья. В силу исторически сложившейся системы воспроизводства стада и биологических особенностей животных максимальное поступление молока на перерабатывающие предприятия приходится на весенне-летние, а убойного скота — на осенне-зимние месяцы. Отсюда подъем производства цельномолочной продукции и сливочного масла летом, а мяса — в осенне-зимний период. Причем из-за отсталости технического оснащения молококомбинатов значительная часть молока летом перерабатывается на масло, которое легче сохранить в жару, чем цельномолочную продукцию.

Среди рассмотренных видов продукции резко выделяется по характеру сезонной волны деловая древесина. Обнаруживается подъем производства в первом квартале и в последний месяц каждого квартала. Это связано с таким явлением, как штурмовщина. Кроме того, из-за бездорожья во время распутицы заготовленная древесина не вывозится и информация о ее заготовке не попадает в отчеты текущего месяца. В данном случае характер сезонной волны объясняется не спросом на продукцию или поступлением сырья, а плохой организацией производства, низкой технической оснащенностью. Ликвидация бесхозяйственности в производстве деловой древесины может снизить сезонные колебания.

Анализ динамики этих колебаний в промышленности позволил установить их рост для выпуска 60% рассмотренных видов продукции за 1981–1987 гг. В среднем к 1987 г. относительные отклонения увеличились на 4% по сравнению с 1981 г.* По этой причине выросли потери всех видов ресурсов.

Проблема определения факторов сезонности — одна из наиболее важных. Эффективным методом ее решения является спектральный анализ. Первоначальное исследование графика оценок автокорреляционной функции позволяет установить целесообразность его проведения. Если график автокорреляционной функции строго периодичен, то сезонная волна состоит из единственной существенной гармонии той же периодичности. В этом случае спектральный анализ можно и не проводить.

При более сложной форме графика автокорреляционной функции необходимо проверить временной ряд на стационарность. При этом используется понятие стационарности в широком смысле — отсутствие тренда, например, в среднем. С этой целью используем следующий подход: будем считать ряд стационарным, если оценка функции спектральной плотности на нулевой частоте меньше 0,5, что обеспечивает практическое отсутствие тренда в среднем для рассматриваемого временного ряда. При нестационарности из временного ряда удалим тренд. В ходе исследований установлено, что при средних сезонных колебаниях менее 5% исключение линейной тенденции путем взятия первых разностей дает удовлетворительные результаты. В то же время, если средние сезонные колебания намного превышают 5%, то лучше воспользоваться предварительным вычислением тренда по МНК. После этого ряд приведем к стационарному виду нахождением разности между фактическим и расчетным значениями уровня.

При спектральном анализе временных рядов, характеризующих динамику выпуска промышленной продукции, наиболее целесообразно воспользоваться формулой [7]

$$P(f_i) = 2 \left[1 + \sum_{\tau=1}^{L-1} g(\tau) \gamma(\tau) \cos\left(-\frac{\pi i}{2L} \tau\right) \right], \quad (7)$$

где $i = 0, \dots, 2L$; $P(f_i)$ — оценка спектральной плотности "вблизи" частоты $f_i = 1/T_i$; T_i — период гармоники i ; L — точка усечения, ограничивающая число коэффициентов автокорреляции, используемых в расчетах оценки спектральной плотности; $g(\tau)$ — весовая функция, служащая для уменьшения дисперсии оценок (нами использована весовая функция окна Парзена); $\gamma(\tau)$ — коэффициент автокорреляции для лага величины τ .

Преимуществами (7) являются возможности: рассматривать достаточно большое число гармоник, существенно не увеличивая длину исследуемого ряда; сравнивать гра-

*Для продукции металлургического комплекса характерно снижение сезонных колебаний.

фики спектральных плотностей временных рядов экономических показателей с различными единицами измерения, так как спектральные оценки относительны.

После вычисления точечных оценок спектральной плотности для проверки реальности обнаруженных пиков на графике функции спектральной плотности построим интервальные оценки с использованием χ^2 распределения (по способу, предложенному Э. Хеннаном [8]). Если точечные оценки спектральной плотности не выходят за рамки интервальных, то с определенной степенью вероятности можно утверждать, что наблюдаемые на графике пики отражают действительное влияние гармоник на сезонный процесс, а не появились за счет большой дисперсии самих оценок.

Теперь перейдем к выявлению наиболее существенных факторов сезонности. Для этого применительно к рассматриваемому временному ряду сравним оценки спектральной плотности различных гармоник.

Гармоника, которой соответствует большее значение оценки спектральной плотности, вносит и больший вклад в ту долю дисперсии временного ряда, которая определяется сезонной составляющей. Сезонные гармоники могут иметь частоты: $1/12$; $1/6$; $1/4$; $1/3$; $1/2,4$; $1/2$. Используем следующие принципы их экономической интерпретации. Гармоника с частотой $1/12$ отражает действие природных факторов. Если существенные значения оценок спектральной плотности обнаружены еще и на частотах $1/6$; $1/4$; $1/3$, то гармоники также показывают действие природных факторов. Если в структуре сезонной волны наблюдаются эти частоты, а величиной спектральной плотности на частоте $1/12$ можно пренебречь, то гармоники частот $1/6$; $1/4$; $1/3$ выражают экономические, технологические и организационные причины. Гармоники, соответствующие частотам $1/2,4$ и $1/2$, отражают организационные и социальные факторы (например, периодичность наступления праздников примерно 2,4 мес).

В результате спектрального анализа установлено, что временные ряды выпуска большей части рассмотренной продукции имеют сложную структуру сезонных волн, отражающих действие социально-экономических, организационно-технологических и естественно-климатических факторов. Последние играют наиболее существенную роль лишь для отраслей, которые имеют сезонный спрос на продукцию или сезонное поступление сырья. Это характерно для производства мяса, масла, обуви, электроэнергии, деловой древесины. Для ряда отраслей социального и химико-лесного комплексов социально-экономические и организационно-технологические факторы оказывают на внутригодовые колебания производства более существенное воздействие, чем естественно-климатические. В производстве продукции металлургического комплекса и добыче нефти природный фактор не влияет на формирование периодических колебаний.

В качестве примера остановимся на спектральном анализе структуры сезонных волн производства электроэнергии и добычи нефти. Как видно из табл. 1, наиболее высокие характеристики сезонности по топливно-энергетическому комплексу имеет производство электроэнергии, а наименьшие — добыча нефти. Спектральный анализ свидетельствует, что определяющую роль в формировании сезонной волны производства электроэнергии играют естественно-климатические факторы. На рис. 1 приведены оценки автокорреляционной функции исходного ряда, спектральной плотности для исходного и стационарного рядов. Из рис. 1а следует, что оценка автокорреляционной функции исходного временного ряда имеет 12-месячную периодичность. Это доказывает существование значительного пика на графике оценок спектральной плотности, соответствующего гармонике с периодом 12 мес (или частотой $1/12$).

Оценка спектральной плотности исходного ряда на нулевой частоте оказалась больше 0,5 (рис. 1б), т. е. ряд имеет тренд. Средняя степень сезонности чуть больше 5%. Поэтому линейный тренд можно удалить с помощью взятия первых разностей. При построении оценок спектральной плотности точку усечения L найдем путем "стягивания окна", перебирая значения в промежутке $0,1N \leq L \leq 0,4N$ (N — длина ряда) [7]. Оптимальные результаты получаются при $L = 21$ (достаточно подробный график оценки функции спектральной плотности и минимально возможная дисперсия оценок).

На рис. 1в представлен график оценок спектральной плотности производства электроэнергии для стационарного ряда. Пунктиром изображены границы доверительного

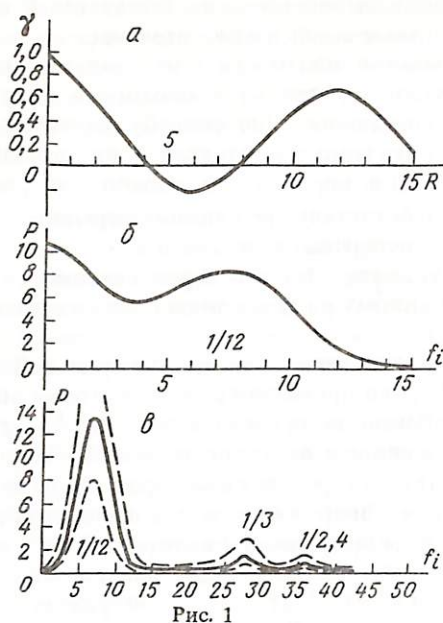


Рис. 1

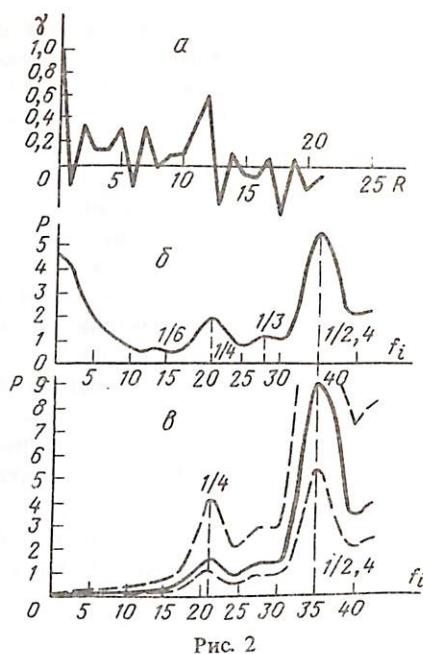


Рис. 2

Рис. 1. Спектральный анализ сезонности производства электроэнергии: а — оценка автокорреляционной функции исходного временного ряда; б — оценка спектральной плотности исходного временного ряда: $L = 21$; $P_{\min}(0) = 6,31$; $P_{\max}(0) = 21,7$; в — оценка спектральной плотности стационарного ряда

Рис. 2. Спектральный анализ сезонности добычи нефти: а — оценка автокорреляционной функции исходного временного ряда; б — оценка спектральной плотности исходного временного ряда: $P_{\min}(0) = 2,79$; $P_{\max}(0) = 9,61$; в — оценка спектральной плотности стационарного ряда

интервала. График оценок заключен между границами; это свидетельствует о реальности существующих пиков (с вероятностью 0,95). Как и следовало ожидать, на этом графике наблюдается максимальный пик на частоте $1/12$. Из рис. 1б видно, что оценка спектральной плотности на данной частоте более чем в 10 раз превосходит пики на частотах $1/3$ и $1/2,4$. Поэтому наибольший вклад в дисперсию, определяемую сезонной составляющей, вносит гармоника на частоте $1/12$, отражающая действие природных факторов сезонности. Незначительное влияние оказывают другие группы факторов. Так, гармоника на частоте $1/3$ может показывать квартальные пики роста электронагрузки, связанные со штурмовщиной, а на частоте $1/2,4$ — периодическое снижение производственного потребления электроэнергии в связи с выходными днями.

Периодические колебания производства существуют и в добыче нефти, но они вызваны не естественно-климатическими факторами, а другими причинами. На рис. 2 приведены результаты спектрального анализа структуры сезонной волны. Оценка автокорреляционной функции исходного временного ряда характеризует более сложную структуру сезонной волны, чем в производстве электроэнергии. Оценка спектральной плотности исходного временного ряда на нулевой частоте оказалась также больше 0,5. Поэтому преобразуем ряд к стационарному виду, учитывая, что $\Delta \bar{I} < 5\%$. Тогда оказывается, что сезонная волна нефтедобычи формируется под воздействием факторов, представленных на графике (рис. 2в) гармониками частот $1/2,4$; $1/2$; $1/4$; $1/3$ (в порядке убывания силы влияния). Пик на частоте $1/12$ отсутствует, следовательно гармоники указанных частот отражают действие только организационно-технологических и экономических факторов. В большинстве случаев они являются регулируемыми: наведение порядка в периодичности поставок производственного оборудования, проведение ремонтов, создание более рациональной структуры производственных связей — простейшие направления смягчения периодических колебаний в добыче нефти.

Ошибки месячных прогнозов выпуска промышленной продукции на 1988 г. с учетом сезонной составляющей

Виды продукции	Но- мер мо- дели	Относительная ошибка прогноза, %							
		ян- варь	фев- раль	март	апр- ель	май	июнь	июль	сред- няя
Топливо-энергетический комплекс									
Электроэнергия	1	0,7	3,1	1,0	1,3	0,5	0,7	1,1	1,2
	2	1,7	2,0	2,4	2,6	1,6	1,9	2,7	2,1
	3	1,6	0,1	1,2	2,4	1,4	0,7	1,6	1,3
Нефть	1	2,2	5,2	1,5	2,5	0,6	0,8	0,8	1,9
	2	0,04	3,2	0,01	0,5	1,7	0,8	1,6	1,1
	3	0,8	4,4	0,2	1,5	2,8	0,2	0,2	1,4
Газ	1	0,9	3,9	0,04	0,06	3,0	1,6	0,3	1,4
	2	0,2	2,1	0,9	0,9	4,2	2,2	1,2	1,7
	3	0,9	3,5	0,1	0,5	6,0	3,0	0,8	2,1
Уголь	1	2,0	4,7	2,3	2,3	4,7	2,4	1,4	2,8
	2	1,1	3,4	0,6	1,2	1,5	6,0	1,8	2,2
	3	3,1	0,6	1,4	2,0	1,1	5,7	5,1	2,7
Металлургический комплекс									
Сталь	1	1,3	2,0	0,2	0,4	1,2	1,6	0,3	1,0
	2	2,3	0,6	4,8	5,0	6,3	6,5	4,6	4,3
	3	1,9	3,8	0,0	1,5	0,0	1,5	2,2	1,5
Прокат	1	1,6	2,4	0,7	0,5	3,5	0,4	3,3	1,8
	2	6,1	3,2	8,0	8,0	11,7	8,2	4,3	6,9
	3	2,1	5,1	4,0	4,0	2,1	6,1	3,5	3,8
Стальные трубы	1	1,8	1,9	1,7	4,4	1,8	0,6	2,9	2,2
	2	2,9	4,4	2,2	5,6	2,9	1,2	1,8	3,0
	3	3,5	11,8	12,7	8,3	6,5	5,9	1,8	7,2
Железная руда	1	1,0	1,4	0,1	1,3	0,9	5,2	2,8	1,8
	2	2,2	2,8	0,3	1,1	0,1	5,8	0,7	1,8
	3	1,0	3,0	0,4	0,9	1,4	4,9	3,2	2,1

Проведенный анализ сезонных колебаний может служить основой для прогнозирования экономических показателей с учетом сезонности. При линейном тренде хорошие результаты прогноза дают простейшие модели. Например, модель линейного роста с учетом сезонной составляющей (модель 1)

$$\hat{x}_t = u_t I_j + \epsilon_t, \quad (8)$$

где $\hat{x}_t$, u_t , ϵ_t — прогнозируемое значение уровня ряда, тренд и случайная компонента в момент t ; I_j — средний по расположению индекс сезонности в момент t , соответствующий месяцу j . Для расчета тренда используем МНК.

Модель 1 целесообразна при незначительной изменчивости сезонных колебаний. В противном случае для прогноза лучше подходят адаптивные модели, в частности, при линейном тренде мультипликативная сезонная модель Винтерса (модель 2) [9]

$$\hat{x}_t(\tau) = (\hat{a}_{0,t} + \hat{a}_{1,t}\tau) \hat{f}_{t-T+\tau} + \epsilon_t, \quad (9)$$

где τ — период упреждения; T — период сезонности; $\hat{a}_{0,t}$, $\hat{a}_{1,t}$ — параметры тренда; $\hat{f}_{t-T+\tau}$ — коэффициент сезонности. Параметры тренда и коэффициенты сезонности за

период предыстории прогноза оцениваются по рекуррентным формулам

$$\begin{aligned}\hat{a}_{0,t} &= \alpha_1 \frac{x_t}{\hat{f}_{t-T}} + (1 - \alpha_1)(\hat{a}_{0,t-1} + \hat{a}_{1,t-1}), \\ \hat{f}_t &= \alpha_2 \frac{\hat{a}_{0,t}}{x_t} + (1 - \alpha_2)\hat{f}_{t-T}, \\ \hat{a}_{1,t} &= \alpha_3(\hat{a}_{0,t} - \hat{a}_{0,t-1}) + (1 - \alpha_3)\hat{a}_{1,t-1},\end{aligned}\quad (10)$$

где x_t — текущее значение ряда; $0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1$ — параметры адаптации. Они находятся опытным путем.

Для повышения точности прогноза начальные значения параметров тренда и коэффициентов сезонности ($\hat{a}_{0,0}$, $\hat{a}_{1,0}$, $\hat{F}_0^T$) оценим по всему периоду предыстории: $\hat{a}_{0,0}$, $\hat{a}_{1,0}$ — на основе МНК, а в качестве $\hat{F}_0^T$ используем средние по расположению индексы сезонности.

В более общем случае (при нелинейном тренде, быстрых изменениях сезонных колебаний, достаточно сложной структуре сезонной волны) целесообразно воспользоваться при прогнозировании объединенной моделью авторегрессии — скользящего среднего (модель 3) [10]

$$\begin{aligned}\varphi_p(B) \Phi_P(B^T) \nabla^d \nabla_T^D x_t &= \psi_q(B) \theta_Q(B^T) \epsilon_t, \\ B^T x_t &= x_{t-T}, Bx_t = x_{t-1}, \\ \nabla x_t &= x_t - x_{t-1}, \nabla_T x_t = x_t - x_{t-T},\end{aligned}\quad (11)$$

где φ_p , Φ_P — операторы авторегрессии соответственно несезонной составляющей порядка p и сезонной порядка P ; ∇^d , ∇_T^D — разностные операторы: соответственно, несезонный порядка d и сезонный порядка D ; T — период сезонности; ψ_q , θ_Q — операторы скользящего среднего: несезонной составляющей порядка q и сезонной порядка θ ; x_t — уровень исходного временного ряда в момент t ; ϵ_t — белый шум или случайная неавтокоррелированная величина с нулевым математическим ожиданием и постоянной дисперсией. Порядок модели $(p, d, q) \times (P, D, Q)$. Модель 3 часто называется моделью Бокса — Дженкинса.

В [11] Э. Маккензи показал, что класс моделей, рассмотренный Дж. Боксом и Г. Дженкинсом, является обобщением моделей, основанных на экспоненциальном сглаживании (например, модель Винтерса или Холта и др.). К. Четфильд и Д. Протеро [12], исследуя модель авторегрессии — скользящего среднего, отметили в качестве достоинств ее пригодность к широкому классу процессов, теоретическую обоснованность использования, возможность в ряде случаев оценивать число параметров меньше, чем в других моделях. Некоторые авторы к недостаткам модели Бокса — Дженкинса относят сложность идентификации модели и оценки ее параметров [12, 13].

Указанные модели (1) — (3) использованы при прогнозировании месячного выпуска промышленной продукции в СССР на 1988 г. Качество прогноза оценивалось на основе расчета средней относительной ошибки (в %) следующим образом. Для каждого уровня ряда периода упреждения находили отношение в процентах расчетного значения к фактическому. Затем вычисляли среднюю арифметическую за этот период.

Наилучшие прогнозы получены для промышленной продукции топливно-энергетического и металлургического комплексов (относительные ошибки прогнозов по этим комплексам приведены в табл. 2). По первому комплексу все три модели дают практически равноценные результаты: средняя относительная ошибка по комплексу для моделей 1, 2 составила 1,8%, а для модели 3 — 1,9%.

В качестве примера для топливно-энергетического комплекса приведены в табл. 3 параметры модели 3.

Так, прогнозирование производства электроэнергии и добычи угля с учетом сезонных

Таблица 3

Порядок и параметры сезонной модели Бокса – Дженкинса для прогнозирования производства в топливно-энергетическом комплексе с учетом сезонности

Вид продукции	Порядок модели					Параметры модели			
	сезонная составляющая					сезонная составляющая			
	p	d	q	P	D	несезонная составляющая оператор авторегрессии	оператор скользящего среднего	оператор авторегрессии	оператор скользящего среднего
Электроэнергия	0	1	1	0	1	—	-0,58	—	-0,31
Нефть	1	1	1	1	1	-0,84	-0,11	0,22	0,18
Газ	1	1	1	1	1	-1,0	-0,15	0,56	0,96
Уголь	1	0	1	1	1	-1,0	-0,14	0,99	-0,19

колебаний осуществлялось по моделям

$$\nabla \nabla_{12} x_t = (1 + 0,58B)(1 + 0,31B^{12}) \epsilon_t, \quad (12)$$

$$(1 + B)(1 - 0,99B^{12}) \nabla_{12} x_t = (1 + 0,14B)(1 + 0,19B^{12}) \epsilon_t. \quad (13)$$

Вычисление прогноза на каждый месяц периода упреждения $(t + \tau)$ проводилось на основе преобразованных формул (12) и (13), т. е.

$$x_{t+\tau} = x_{t-1+\tau} + x_{t-12+\tau} + x_{t-13+\tau} + \epsilon_{t+\tau} + 0,58\epsilon_{t-1+\tau} + 0,31\epsilon_{t-12+\tau} + 0,18\epsilon_{t-13+\tau},$$

а для добычи угля формула (13) приняла вид

$$x_{t+\tau} = -x_{t-1+\tau} + 1,99x_{t-12+\tau} + 1,99x_{t-13+\tau} - 0,99x_{t-24+\tau} - 0,99x_{t-25+\tau} + \epsilon_{t+\tau} + 0,14\epsilon_{t-1+\tau} + 0,19\epsilon_{t-12+\tau} + 0,03\epsilon_{t-13+\tau},$$

где τ — период упреждения, $\tau = 1 \div 8$.

По металлургическому комплексу результаты прогноза несколько хуже (за исключением модели 1). Относительные ошибки в среднем по комплексу составили 1,7% для модели 1, 4, 0% — для модели 2 и 3,6% — для модели 3. Существенно ухудшилась точность прогнозов при переходе к химико-лесному и социальному комплексам. В среднем для последнего относительная ошибка прогноза по модели 1 равна 6,0%, по модели 2 — 14,5%, а по модели 3 — 12,6%.

В целом прогнозирование оказывается наиболее точным по моделям 1. По модели Винтерса и Бокса — Дженкинса, как правило, лучшие результаты наблюдаются для первых 3 мес, а для последующих точность прогнозов ухудшается. Это связано с тем, что для предсказания объемов выпуска продукции по отраслям большую роль играют долговременные тенденции, а не влияние соседних уровней. Тенденция лучше учитывается в моделях типа 1, а влияние соседних уровней — в адаптивных моделях 2 и 3. Они предпочтительнее при прогнозировании сезонных колебаний на предприятиях, поскольку учет информации ближайших уровней приводит к усилению воздействия на модель (а значит, и прогноз) случайных факторов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Герчук Я.П. Сезонные колебания в промышленности. М.: Госиздат, 1930.
2. Зоркальцев В.И. Влияние сезонного фактора на промышленное производство // Изв. СО АН СССР. Сер. обществ. наук. 1978. № 6. Вып. 2.
3. Миллс Ф. Статистические методы. М.: Госстатиздат, 1958.
4. Новиков А.И. Адекватные статистические оценки уровня сезонности // Вест. статистики. 1984. № 3.
5. Андреева Т.А. Статистическое исследование сезонности в отраслях промышленности: Дис. ... канд. эконом. наук. М.: Моск. эконом. стат. ин-т, 1989.
6. Френкель А.А., Андреева Т.А. Статистический анализ сезонности в промышленности СССР // Вестн. статистики. 1989. № 2.
7. Болч Б., Хуань К.Дж. Статистические методы для экономистов. М.: Статистика, 1979.
8. Хеннан Э. Анализ временных рядов. М.: Наука, 1964.
9. Winters P.R. Forecasting sales by exponentially weighted moving averages // Manag. Sci. 1960. V. 6. № 3.
10. Бокс Дж., Дженкинс Г. Анализ временных рядов. Прогноз и управление. Вып. 1. М.: Мир, 1974.
11. McKenzie E. A comparison of some standart forecasting systems with the Box-Jenkins approach // Statistician. 1974. V. 23. № 2.
12. Chatfield C., Prothro D.L. Box-Jenkins seasonal forecasting problems in a case study // J. Royal Stat. Soc. Ser. A. 1973. V. 136. № 2.
13. McKenzie E. A Comparison of Some Standart Seasonal Forecasting Systems // Statistician. 1976. V. 25. № 1.

Поступила в редакцию
12. III. 1990