ЭКОНОМИКА 1992
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ Том 28, вып. 3

ПРОБЛЕМА УСТОЙЧИВОСТИ ОПЕРАТИВНО-ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ПЛАНИРОВАНИЯ В МАШИНОСТРОЕНИИ

Когаловский В.М., Мищенко А.В.

(Москва)

Рассматриваются особенности оперативно-производственного планирования машиностроительных предприятий, связанные с необходимостью достаточно точно строить расписания и с большим количеством возмущений производственной ситуации, оказывающих влияние на их адекватность. Предлагаются подходы к формализации понятия устойчивости методов производственного планирования.

1. СУЩНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ

Оперативные производственные планы машиностроительных предприятий строятся на короткие временны́е интервалы (обычно несколько смен) с точностью до отдельных единиц оборудования. При этом в качестве исходных параметров учитывается актуальная производственная информация – состав работ, их нормативные длительности, ограничения на последовательность выполнения операций, наличие на данный момент работоспособного оборудования и др. Но после того как плановое задание уже сформировано, ситуация меняется из-за большого количества "возмущений" — объективных и субъективных факторов, оказывающих влияние на ход производственного процесса. Возмущения приводят к тому, что расписание хуже отражает состояние и ход производства, или вообще к потере расписанием адекватности.

К числу таких возмущений относятся отклонения продолжительности технологической операции от нормативной, появление брака, задержки транспортно-складской системы, выход из строя оборудования, обнаружение недостатка материалов, инструмента, комплектующих изделий или технологически допустимая замена используемых ресурсов с изменением норм расхода, нарушения в работе производственного персонала.

В действительности отклонения от запланированного графика происходят довольно часто. Поэтому на практике требуется не оптимальность расписания, а его допустимость и сохранение свойств при возмущениях. Это требование весьма сильное, безопаснее было бы при любых отклонениях строить расписание заново, что, однако, не представляется возможным из-за большой трудоемкости и дефицита времени.

Традиционным методом повышения устойчивости алгоритмов планирования и, следовательно, стабильности хода производства является образование в расписании резервов: "временно́го запаса", страховых запасов и межоперационных заделов заготовок и полуфабрикатов, зарезервированного оборудования*. За это приходится платить ухудшением технико-экономических показателей производства: меньшей становится напряженность плана, оцениваемая, например, по уровню загрузки оборудования, длительности производственного цикла и т.д. [1].

---

* Частным случаем реализации временны́х резервов является дисциплина планирования очередной операции для партии деталей только после получения подтверждения о выполнении текущей – "непрерывное планирование" (при сменном планировании такой режим означает, что в течение смены для каждой партии деталей планируется и выполняется не более одной операции).

Слабость традиционных методов – их ориентация на усредненные оценки возмущений. Поэтому в некоторых случаях предусмотренные временны́е резервы могут оказаться избыточными, в других – недостаточными для сглаживания возникающих отклонений*.

Рассматриваемый ниже подход связан с формализацией понятия устойчивости оперативно-производственных планов**. Для некоторой производственной ситуации строится расписание, описывающее ход производства на интервале $[0, T]$ ($t = 0$ – момент начала реализации расписания, $t = T$ – окончание интервала (этапа) планирования). Допустим, что в момент $t = 0$ начинается реализация расписания, а в момент τ, $\tau \in [0, T]$, происходит возмущение производственной ситуации, приводящее к потере адекватности (полной или частичной) отражения хода производственного процесса этим расписанием. Сравнению подлежат параметры (показатели адекватности отражения производственной ситуации, интегральные технико-экономические оценки функционирования производственного подразделения) для следующих расписаний: 1) s_0 – построенного до $t = 0$, отражающего ход производственного процесса без возмущений производственной ситуации; 2) s_* – фактически реализованного; 3) s_1 – совпадающего с s_0 при $t \in [0, \tau]$, и измененного при $t > \tau$ с учетом возмущений ситуации в момент τ.

2. ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ И СТРУКТУРНАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ МЕТОДОВ ПОСТРОЕНИЯ ОПЕРАТИВНЫХ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПЛАНОВ

Определение 1. Будем считать, что метод построения расписаний функционально устойчив, если $\forall(\epsilon > 0,\ \tau \in [0, T],\ \Phi \subset \theta)\ \exists \sigma(\epsilon, \Phi): \forall t \in]\tau, T[$ выполняется условие

$$M(\bar{b}(\tau) - \bar{b}_0(\tau)) \leqslant \epsilon \Rightarrow P_f \leqslant \sigma, \tag{1}$$

где

$$P_f = |\Phi(s_*, t) - \Phi(s_0, t)| \tag{2}$$

– оценка неустойчивости расписания по функции Φ; $\Phi(s, t)$ – характеристика функционирования производства, $\Phi \subset \theta$; θ – множество характеристик функционирования производства; $M(a)$ – мера различия параметров производственной ситуации.

Таким образом, рассмотрение устойчивости расписания по функционалу предполагает анализ только его функциональных показателей, без исследования состава и структуры.

Функциональную устойчивость имеет смысл рассматривать для производственного подразделения в целом. Структурная устойчивость (понимаемая как сохранение множества работ и последовательности их выполнения в расписаниях работы станков при изменениях производственной ситуации) представляет интерес прежде всего для планов отдельных станков и групп взаимозаменяемого оборудования и в меньшей степени для расписания работы всего производственного подразделения. В ряде случаев, например при выполнении операций с участием производственного персонала, при наличии трудоемкой подготовки производства или переналадок имеет значение сохранение порядка работ в расписании в течение заданного временно́го интервала. Длительность этого интервала определяется

---

* Появление в машиностроении гибких производственных систем (ГПС) тоже связано с попытками повышения устойчивости хода производства за счет организационно-технологических мер [2].

** В данной работе используется общепринятая для задач дискретной математики терминология. Однако, строго говоря, задачи производственного планирования нельзя рассматривать с точки зрения устойчивости производственной системы, так как определение устойчивости предполагает повторяемость экспериментов при одних и тех же заданных условиях. Практически это допущение реализовано быть не может.

ценой подготовки производства (в нормо-часах или рублях) и зависит от состава подготовительных операций.

Дадим более строгое определение структурной устойчивости расписаний при возмущениях производственной ситуации – изменении длительностей: выполнения работ (операций) и интервалов работоспособности основного производственного оборудования.

Определение 2. Расписание работы производственного оборудования назовем структурно устойчивым при изменении исходных параметров, значения которых заданы вектором $\overline{b}(t) = (b_1, \ldots, b_M)$, если существует вектор изменений значений параметров $\overline{b}'(t) = (b'_1, \ldots, b'_M)$, где $b'_p \geqslant 0$; $p = 1, \ldots, M$; M – параметры расписания, такой, что для каждого вектора $\overline{b}''(t)$, задающего исходные параметры расписания и удовлетворяющего условиям

$$b_p \leqslant b''_p \leqslant b_p + b'_p , \tag{3}$$

на каждом рабочем месте сохраняется исходный перечень выполняемых работ и их последовательность.

Если считать, что имеется алгоритм построения расписания (например, выбрано множество решающих правил и описаны способы их применения), сравниваются расписания s_1 и s_0, построенные по одному алгоритму при разных производственных условиях. В качестве примера количественной оценки структурной неустойчивости расписания работы единицы оборудования i можно принять число инверсий позиций планового задания в новом расписании по отношению к первоначальному.

3. ЗАДАЧА ВЫЧИСЛЕНИЯ ОБЛАСТИ СТРУКТУРНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РАСПИСАНИЯ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ ДЛИТЕЛЬНОСТИ ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТ

Будем рассматривать эвристический метод планирования с использованием решающих правил. Формирование расписания представляется как разрешение ряда конкурсов – работ за оборудование или оборудования за работы. Для выбора используется функция Φ^i_j, заданная для каждого станка i и каждого розыгрыша конкурса j на этом станке, так что j-й по счету операцией на станке i является та, на которой функция Φ^i_j достигает экстремального значения (наибольшего, без потери общности).

Обозначим через $\bar{x}_i = (x_{i1}, \ldots, x_{iN})$ вектор; его координаты задают номер и последовательность, в которой выполняются операции на станке i, $i = 1, \ldots, m$, m – общее количество станков в процессе реализации расписания s, т.е.

$$x_{ij} = \begin{cases} 0, \text{ если операция } j \text{ на станке } i \text{ не выполняется,} \\ l,\ l > 0, \text{ если операция } j \text{ на станке } i \text{ выполняется} \\ \text{после выполнения предыдущих } l-1 \text{ операций.} \end{cases}$$

Длительность операции j обозначим через t^i_j, $j = 1, \ldots, N$, где N – число всех операций.

Тогда задачу определения максимального удлинения операций, сохраняющего структурную устойчивость расписания, можно сформулировать следующим образом

$$\max \Delta t, \tag{4}$$

$$x_{ij} - x^{\Delta t}_{ij} = 0, \quad \Delta t \geqslant 0, \quad i = 1, \ldots, m, \quad j = 1, \ldots, N, \tag{5}$$

где $\overline{x}^{\Delta t} = (x^{\Delta t}_{i1}, \ldots, x^{\Delta t}_{iN})$ – вектор, задающий последовательность выполнения операций на станке i в расписании, построенном после того, как для операций d, $d \in D_{\Delta t}$, длительности были увеличены ($D_{\Delta t}$ – множество операций, длительность которых возросла на Δt).

4. АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ

Пусть на станке i последовательно выполнялись операции $d_1^i, \ldots, d_{k_i}^i$, где k_i – число операций на станке i в течение интервала планирования. Обозначим через N_j^i множество операций, которые участвуют в конкурсе за использование станка i после того, как на нем выполнена операция $j-1$.

Учитывая введенные обозначения, получим следующее: *а*) конкурс среди операций на предоставление им станка i проводился k_i раз; *б*) в нем принимали участие операции d_j^i, такие, что $d_j^i \in N_j^i$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, w$; *в*) в конкурсе j выиграла операция d_j^i, $j = 1, \ldots, w$, $w \leqslant k_i$.

Зададим ограничения, при которых с увеличением длительности операций будут выполняться условия *а*)–*в*).

Обозначим через R_j^i множество операций–предшественников d_j^i по маршруту обработки; $\Delta\tau_l^i$, $l = 1, \ldots, j-1$ – длительности простоя станка i после выполнения операции l; $\Delta\tau_0^i$ – время ожидания станком первой выполняемой на нем операции; τ_l – момент начала операции l (здесь и в дальнейшем отсутствие индекса – номера станка – означает, что предшествующие операции могут выполняться на разных станках в соответствии с технологическим маршрутом); t_l – длительность операции l; $\Delta\tau_l^{i'}$ – длительность простоя станка i после окончания операции l при увеличении длительности операций множества $D_{\Delta t}$ на Δt (штрих означает, что рассматриваемый параметр имеет отношение к измененному расписанию). Пусть

$$\begin{cases} t_l^{i'} = t_l^i, \quad d_l^i \notin D_{\Delta t}, \quad l = 1, \ldots, j-1, \\ t_l^{i'} = t_l^i + \Delta t, \quad d_l^i \in D_{\Delta t}. \end{cases} \tag{6}$$

Тогда условие готовности операций к моменту конкурса выполняется в том случае, если удовлетворяется система неравенств

$$\tau_l + t_l' \leqslant \sum_{v=0}^{j-1} \Delta\tau_v^{i'} + \sum_{v=1}^{j-1} t_v^{i'}, \tag{7}$$

$$i = 1, \ldots, m, \quad j = 1, \ldots, w, \quad w \leqslant k_i, \quad l \in R_j^i.$$

Условие *в*) справедливо, если максимум функции выбора Φ_j^i на множестве операций N_j^i достигается для операции d_j^i, т.е.

$$\max_{d_l \in N_j^i} \Phi_j^i(d_l) = d_j^i, \quad i = 1, \ldots, m, \quad j = 1, \ldots, w, \tag{8}$$

где длительность операций $d_l \in N_j^i$ равна t_l, если $d_l \notin D_{\Delta t}$ и $t_l + \Delta t$ при $d_l \in D_{\Delta t}$.

Необходимо отметить, что при увеличении длительности операций в N_j^i могут войти новые операции или некоторые могут быть исключены. Соотношение (7) должно выполняться с учетом изменения множества N_j^i.

Достаточным условием для выполнения *а*) является справедливость неравенств

$$\sum_{v=1}^{k_i} t_v^{i'} + \sum_{v=0}^{k_i} \Delta\tau_v^{i'} \leqslant \Delta T, \quad i = 1, \ldots, m, \tag{9}$$

где ΔT – интервал планирования.

Очевидно, выполнение неравенств (7), (9) гарантирует, что $d_j^i \in N_j^i$ $\forall j$, $j = 1, \ldots$ $\ldots, w$, $w \leqslant k_i$.

Таким образом, алгоритм определения области устойчивости расписания при увеличении продолжительности операций множества состоит в следующем.

Шаг 0. Вычисление верхней оценки удлинения операций. Следуя [3], назовем сетью π ориентированный граф, задающий последовательность выполнения работ на заданном интервале планирования. Найдем максимальное число ϵ_q, на которое можно увеличить длину операций j, входящих в путь q сети π, соответствующей расписанию выполнения работ, при котором все операции выбранного пути будут завершены до окончания интервала планирования. Для этого, как легко видеть, должны выполняться соотношения

$$\sum_{j \in s_q} t_j^q + \sum_{j \in s_q \cap D_{\Delta t}} \epsilon_q + \sum_{j \in s_q} \Delta\tau_j^q \leqslant \Delta T, \quad q = 1, \ldots, Q, \tag{10}$$

т.е.

$$\epsilon_q \leqslant (\Delta T - \sum_{j \in s_q} t_j^q - \sum_{j \in s_q} \Delta\tau_j^q)/n_q, \tag{11}$$

где s_q – множество операций пути q сети π, соответствующей составленному расписанию с исходными длительностями работ; n_q – число операций, входящих во множество $s_q \cap D_{\Delta t}$; Q – число путей сети π.

Окончательно верхняя оценка увеличения длительности операций, которое не приведет к тому, что длина расписания окажется больше интервала планирования, вычисляется по формуле

$$\epsilon = \min_q \{\epsilon_q\}. \tag{12}$$

Шаг 1. Проверка выполнения системы неравенств (7) при увеличении длительностей выполнения операций множества $D_{\Delta t}$ на величину, вычисленную на шаге 0 для каждой операции расписания s.

Если все неравенства (7) справедливы, то осуществляется переход к шагу 2, иначе рассчитывается максимальное ϵ_1, при котором система неравенств справедлива.

ϵ_1 определяется путем решения следующей системы неравенств относительно ϵ_1

$$\tau_l + t_l' \leqslant \sum_{v=0}^{j-1} \Delta\tau_v^i + \sum_{v \in M_j^i} t_v^i + \sum_{v \in M_j^i \cap D_{\Delta t}} \epsilon_1, \tag{13}$$

$l \in R_j^i$, $i = 1, \ldots, m$, $j = 1, \ldots, w$, $w \leqslant k_i$; M_j^i – множество операций, выполняемых на станке i до операции j.

Заметим, что система (13) сохраняет последовательность окончания работ на всех станках такой же, какой была последовательность окончания операций при первоначально планировавшихся их длительностях.

Шаг 2. Выбор $\epsilon_2 = \min\{\epsilon, \epsilon_1\}$ при ϵ, полученном на шаге 0, и ϵ_1 – на шаге 1.

Шаг 3. Сравнение результатов работы функции выбора по правилу (8) для исходных и увеличенных на ϵ_2 длительностях операций множества $D_{\Delta t}$.

Если результаты работы функции выбора совпадают, то ϵ_2 является интервалом структурной устойчивости при увеличении длительностей работ заданного множества. В противном случае вычисляется наибольшее ϵ_3, при котором максимум функции выбора будет достигаться на тех же операциях, что и при первоначально планировавшихся длительностях работ. Положив $\Delta t = \epsilon_3$, получим решение задачи (4) – (5).

5. ПОСТРОЕНИЕ ОБЛАСТИ СТРУКТУРНОЙ УСТОЙЧИВОСТИ РАСПИСАНИЯ ПРИ ВРЕМЕННОМ ВЫХОДЕ ИЗ СТРОЯ ОСНОВНОГО ПРОИЗВОДСТВЕННОГО ОБОРУДОВАНИЯ

Сформулируем определение структурной устойчивости расписания при выходе из строя станка i в момент τ.

Определение 3. Расписание структурно устойчиво при выходе из строя станка i в момент τ, если существует временно́й интервал $\Delta t > 0$ такой, что при этом возмущении производственной ситуации любой длительности $\Delta t'$, $0 \leqslant \Delta t' \leqslant \Delta t$, на станке i сохраняется последовательность выполнения всех запланированных операций, т.е. вектор $\bar{x}_i = (x_{i1}, \ldots, x_{iN})$.

Сформулируем задачу отыскания максимально возможной длительности выхода из строя станка i в момент τ, при которой сохраняется структурная устойчивость расписания s. Эта задача имеет вид

$$\max \Delta\tau \tag{14}$$

при ограничениях

$$x_{ij} - \bar{x}_{ij}^{\Delta\tau} = 0, \quad i = 1, \ldots, m, \quad j = 1, \ldots, N, \tag{15}$$

$$\Delta\tau \geqslant 0, \tag{16}$$

где $x_{ij}^{\Delta\tau} = (x_{i1}^{\Delta\tau}, \ldots, x_{iN}^{\Delta\tau})$ – последовательность выполнения операций на станке i, если в момент τ он вышел из строя на время $\Delta\tau$.

Таким образом, задача отыскания области структурной устойчивости расписания s при выходе из строя станка свелась к решению задачи поиска области структурной устойчивости расписания при увеличении длительности операций d_τ^i, где d_τ^i – операция, выполняемая на станке i в момент τ.

Можно сформулировать более общее утверждение: задача определения области структурной устойчивости расписания при выходе из строя станка i в любой момент τ интервала планирования эквивалентна задаче определения области структурной устойчивости при увеличении длительности операции в момент τ.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Думлер С.А.* Управление производством и кибернетика. М.: Машиностроение, 1969.
2. *Блехерман М.Х.* Гибкие производственные системы: Организационно-экономические аспекты. М.: Экономика, 1988.
3. *Шафранский В.В.* Минимизация времени выполнения программы работ при заданных ограничениях на ресурсы // Программный метод управления, № 2. М.: ВЦ АН СССР, 1973.

Поступила в редакцию
15 III 1991