

МЕТОД РЕШЕНИЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МОБ

Золотухина Т.Н.

(Москва)

Автор предлагает новый метод решения системы уравнений динамической модели МОБ, в котором предварительно находится вектор затрат на капитальные вложения. Метод предложен Э.Б. Ершовым. В статье дано описание реализации этого метода на персональном компьютере с помощью табличного процессора "Суперкалк".

Обратимся к динамической модели межотраслевого баланса [1, 2], чтобы показать новый оригинальный способ ее реализации на персональном компьютере с помощью широкоизвестных и общедоступных программных средств, обеспечивающий многовариантные макроэкономические экспериментальные расчеты.

Модель задается системой уравнений

$$\begin{aligned} X &= aX + (bK + Y), \\ \Phi &= fX, \\ L &= l'X, \\ \Phi &= F^0 + \xi B - \eta W, \\ F &= F^0 + B - W, \\ W &= gF^0, \\ N &= N^0 + \psi B, \\ (E - \alpha)K + N^0 &= B + N, \end{aligned} \tag{1}$$

где Y — вектор конечного продукта-нетто (без производственных капитальных вложений); Φ и F — векторы объемов основных производственных фондов в отраслях, соответственно, в среднегодовом исчислении и на конец года; L — численность занятых в материальном производстве; B и W — векторы объемов вводов и выбытий основных фондов по отраслям; K — вектор объемов капитальных вложений по отраслям; N — вектор объемов незавершенного строительства по отраслям на конец года; $l' \equiv l'_n = (1, \dots, 1)$. Верхним индексом "0" помечены переменные, относящиеся к предшествующему $(t-1)$ -му году; индекс года t опущен.

Параметрами модели являются: элементы матриц коэффициентов прямых затрат (a) и коэффициентов технологической структуры капитальных вложений (b); диагональных матриц f — фондоемкости продукции; ξ, η — коэффициентов перевода вводов и выбытий в среднегодовые вводы и выбытия; g — коэффициентов выбытия основных фондов; ψ — коэффициентов нормирования прироста незавершенного строительства; α — доли капитальных вложений, неувеличивающих стоимость основных фондов; l — коэффициентов трудоемкости продукции. Все параметры модели могут задаваться для каждого года t отдельно.

Следующие соотношения вытекают из модели

$$\begin{aligned} B &= \xi^{-1} [fX - (E - \eta g)F^0], \\ \Delta N &= \psi B, \\ K &= (E - \alpha)^{-1} (E + \psi) B. \end{aligned} \quad (2)$$

Основное уравнение модели несложными алгебраическими преобразованиями приводится к виду, содержащему только один неизвестный вектор X

$$X = [a + b(E - \alpha)^{-1} (E + \psi) \xi^{-1} f] X + Y - b(E - \alpha)^{-1} (E + \psi) \xi^{-1} (E - \eta g) F^0 \quad (3)$$

или

$$X = dX + Z, \quad (4)$$

где

$$d = a + b(E - \alpha)^{-1} (E + \psi) \xi^{-1} f \equiv a + b\varphi, \quad (5)$$

$$Z = Y - b(E - \alpha)^{-1} (E + \psi) \xi^{-1} (E - \eta g) F^0. \quad (6)$$

Решение системы (4) простой итерацией, а также с помощью методов Якоби, Зейделя и Некрасова [3] невозможно, поскольку эти методы расходятся для систем с $(d) \geq 0$ и $\rho(d) > 1$, где $\rho(d)$ — спектральный радиус матрицы (d) . Анализ матриц (d) для экономики СССР показал, что начиная с 1959 г., когда был составлен первый отчетный межотраслевой баланс, коэффициенты фондоемкости f_j и приростной капиталоемкости φ_j , где j — номер отрасли, $j = 1, \dots, n$, настолько велики, что $\rho(d) > 1$, хотя $\rho(a) < 1$. Этот факт известен также в связи с тем, что матрица $(E - d)^{-1}$ не является неотрицательной ([4]–[7]).

Э.Б. Ершовым разработан метод нахождения решения динамической модели межотраслевого баланса, основанный на предварительном расчете вектора затрат на производственные капитальные вложения [8]. В (5) для упрощения записи (3), а точнее матрицы d , вводится матрица коэффициентов приростной капиталоемкости φ

$$\varphi = (E - \alpha)^{-1} (E + \psi) \xi^{-1} f. \quad (7)$$

Исходя из (5)–(7) уравнение модели (3) можно переписать в эквивалентном виде

$$X = aX + bK + Y \equiv dX + Z = aX + b\varphi X + Z. \quad (8)$$

Представляет интерес с экономической точки зрения введение дополнительных определений и расчет соотношений, ранее не рассматривавшихся для динамической модели межотраслевого баланса. Это вектор продукции, производство которой обеспечено имеющимися на начало года фондами $F^0 = (F_j^0)$

$$X^F = f^{-1} (E - \eta g) F^0, \quad (9)$$

конечный продукт, соответствующий вектору X^F

$$Y^F = (E - a) X^F, \quad (10)$$

вектор отклонений решения модели X от X^F ($X \equiv X^F + \Delta X$)

$$\Delta X = X - X^F, \quad (11)$$

вектор отклонений заданной конечной продукции-нетто от Y^F ($Y = Y^F + \Delta Y$)

$$\Delta Y = Y - Y^F, \quad (12)$$

вектор затрат продукции фондосоздающих отраслей, необходимых для объемов производства X^F в предположении, что основные фонды на начало года не используются и объемы X^F обеспечиваются фондами за счет нового капитального строительства

$$R^F = b\varphi X^F, \quad (13)$$

модифицированный вектор конечного продукта-нетто, в котором учтено наличие фондов F^0 на начало года, пересчитанных в эквивалентную им продукцию фондосоздающих отраслей, $Y \equiv R^F + Z$

$$Z = Y - R^F. \quad (14)$$

Итак, чтобы реализовать эту модель, необходимы следующие исходные данные: 1) объемные — Y, F^0, N^0, X^0 — объем валовой продукции для предыдущего года, $X(0)$ — начальное приближение; 2) коэффициенты — матрицы a и b размерности $n \times n$; вектор-строка l размерности $1 \times n$; $g, \xi, \eta, f, \psi, \alpha$ — диагональные матрицы порядка n .

Существенно то, что в матрице b ненулевыми являются только строки фондосоздающих отраслей. Для укрупненных межотраслевых балансов — это машиностроение и строительство. Так как сумма коэффициентов в одном столбце равна единице, достаточно определить только одну ненулевую строку.

Основная идея метода предварительного нахождения вектора затрат на производственные капитальные вложения для динамической модели межотраслевого баланса заключается в том, чтобы определить вектор bK , а точнее его ненулевые координаты, не находя решения X ; затем найти X из системы уравнений распределения продукции $X = aX + (Y + bK)$.

Рассмотрим подробнее реализованный метод.

Для определения вектора $Y + bK$ представим его в эквивалентном виде (см. (8))

$$Y + bK = Z + b\varphi X \equiv Z + S, \quad (15)$$

где $S \equiv b\varphi X$.

Составляющая Z уже была определена (см. (6)) и легко вычисляется по параметрам модели. Остается найти составляющую S . Для этого обратимся к уравнению (3), преобразованному к виду

$$X = Ab\varphi X + AZ, \quad (16)$$

где $A = (E - a)^{-1}$.

Умножив (16) слева на $b\varphi$, получаем

$$b\varphi X = (b\varphi A)b\varphi X + b\varphi AZ,$$

т.е.

$$S = (b\varphi A)S + b\varphi AZ. \quad (17)$$

Таким образом, чтобы вычислить S , сначала необходимо найти вектор $b\varphi AZ$ и матрицу $b\varphi A$.

Вектор S имеет только m ненулевых координат, соответствующих фондосоздающим отраслям.

Обозначим матрицу $b\varphi A$ через u . Для укрупненных межотраслевых балансов ненулевыми в матрице u являются строки, отвечающие отраслям "машиностроение" и "строительство". Обозначим эти строки u^M и u^C . Найдем их из двух систем уравнений

$$u^M = u^M a + c^M, \quad (18)$$

$$u^C = u^C a + c^C,$$

где c^M, c^C — ненулевые строки матрицы $c = b\varphi$. Системы уравнений (18) получены из определения $u \equiv b\varphi A$.

Решения уравнений (18) находятся методом простой итерации, который сходится в силу $\rho(a) < 1$. Затем вычисляется вектор $b\varphi AZ$.

Теперь можно найти $b\varphi X$. Для начала перепишем (17) более наглядно, вводя обозначения H и h для ненулевых подматриц и векторов второго порядка в матрице $b\varphi A$ и векторе $b\varphi AZ$ коэффициентов и правых частей (17). Уравнения (17), точнее те, кото-

рые соответствуют фондосоздающим отраслям, будут выглядеть следующим образом

$$S = HS + h, \quad (19)$$

где S — двумерный вектор.

Система (19) состоит из двух уравнений, а матрица H — из четырех элементов, взятых из матрицы $u = b\varphi A$ и расположенных на пересечении ее строк и столбцов, соответствующих двум фондосоздающим отраслям

$$H = \begin{pmatrix} u^{M,M} & u^{M,C} \\ u^{C,M} & u^{C,C} \end{pmatrix}.$$

Экономическое содержание коэффициентов при неизвестных и правых частей этой системы, а также входящих в нее отдельных уравнений, охарактеризовано в [8].

Систему (19) можно легко решить с помощью вычисления обратной матрицы $(E - H)^{-1}$ второго порядка. Ее решение иллюстрируется графически как точка пересечения двух прямых, задаваемых (19).

Определив S , находим решение системы $X = aX + (Z + S)$ также простой итерацией. Затем, с использованием найденного X , вычисляются значения остальных неизвестных модели, являющихся элементами векторов: $\Phi 1 = fX$, $\Delta X = X - X^F$, $B = f\xi^{-1} \Delta X$, $K = \varphi \Delta X$, $\Delta N, F$, $\Phi 2 = F^0 + \xi B - \eta W$, $L = IX$.

Модель была реализована на данных* за 1980–1985 гг. для межотраслевых балансов СССР из 18 отраслей, где фондосоздающими выступают отрасли "машиностроение" и "строительство".

Инструментом реализации динамической модели межотраслевого баланса на персональном компьютере выбран табличный процессор "Суперкалк-4", во-первых, потому, что он позволяет организовывать циклы [9, с. 63–69], а это необходимое условие реализации предлагаемого метода; во-вторых, его пакет прост и исключительно "дружелюбен" к пользователю.

При наличии необходимых данных решение динамической модели межотраслевого баланса при однократном расчете можно, впрочем, найти и с помощью пакета "Суперкалк-5", который является более общим и включает в себя "Суперкалк-4". "Суперкалк-5" дает возможность обращаться матрицы и находить решение системы линейных уравнений. Но для этого требуются ручные манипуляции в течение расчета и дополнительное время. Это неудобно и трудоемко при многовариантных расчетах. Кроме того, для установки процессора "Суперкалк-5" необходим персональный компьютер, совместимый с *PC IBM AT*, в то время как для процессора "Суперкалк-4" достаточен персональный компьютер, совместимый с *PC IBM XT*.

Реализуемый с помощью "Суперкалка" метод решения динамической модели межотраслевого баланса предварительным нахождением вектора затрат на производственные капитальные вложения очевидным образом обобщается на случай произвольного числа фондосоздающих отраслей ($1 \leq m < n$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Клоцко Ф.Н., Новичков В.А. Применение динамической модели межотраслевого баланса для народнохозяйственных расчетов на длительную перспективу // Методология прогнозирования экономического развития СССР. М.: Экономика, 1971.
2. Новичков В.А., Емельянова Н.М., Чернова Л.С. Применение динамической модели межотраслевого баланса для перспективных народнохозяйственных расчетов // Тез. докл. и выступлений на Симпозиуме по моделированию народного хозяйства (Новосибирск, 1970 г.). М.: НИЭИ Госплана СССР, 1970.
3. Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н. Вычислительные методы линейной алгебры. М.: Физматгиз, 1960.
4. Гершензон М.А., Шатилов Н.Ф. Некоторые вопросы экономико-математического анализа динамической модели межотраслевого баланса // Тез. докл. на Симпозиуме по моделированию народного хозяйства. Новосибирск: ИЭ и ОПП СО АН СССР, 1970.

* Информационное наполнение модели осуществлено Г.Г. Саповым.

5. Гершензон М.А., Миркин Б.Г. Об окупаемости капитальных затрат в межотраслевой динамической модели // Проблемы народнохозяйственного оптимума. Вып. 3. Ч. 1. Новосибирск: ИЭ и ОПП СО АН СССР, 1970.
6. Ершов Э.Б., Кузнецова Е.В. Проблема и методы количественного анализа траекторий динамических межотраслевых моделей // Статистический анализ экономических временных рядов и прогнозирование. М.: Наука, 1973.
7. Гершензон М.А. Анализ упрощенных динамических моделей межотраслевого баланса. Новосибирск: Наука, 1975.
8. Ершов Э.Б. Итерационные методы нахождения решений динамических моделей межотраслевого баланса // Инструментальные средства обработки и реализации моделей прогнозирования. М.: Ин-т народнохозяйственного прогнозирования АН СССР, 1991.
9. Дойл У. Табличный процессор "Суперкалк" для персонального компьютера. М.: Финансы и статистика, 1987.

Поступила в редакцию
29 IV 1991