

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

МОДЕЛИ И МЕТОДЫ РЕГУЛИРОВАНИЯ И СТАБИЛИЗАЦИИ РЫНОЧНЫХ ПРОЦЕССОВ (МАКРОЭКОНОМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ)

Багриновский К.А.

(Москва)

Обсуждаются способы осуществления стратегий, направленных на достижение равновесия с помощью методов макроэкономического регулирования, основанных на использовании рыночных механизмов, проводится их анализ и сравнительная оценка с помощью динамических моделей.

В настоящее время все более возрастает роль тех стоимостных регуляторов экономических процессов, которые формируются при участии государства и позволяют ему осуществлять функции по управлению хозяйством в рыночных и переходных условиях. В связи с этим возникает задача исследования различных вариантов развития рынков при помощи современных динамических моделей, а также построения новых конструкций, учитывающих особенности переходного периода.

Решение такой задачи требует тщательного изучения и осознания существующего аппарата математического моделирования рыночной экономики. В особенности надо обратить внимание на модели, которые дают возможность исследовать развитие взаимосвязанных рынков товаров, рабочей силы и денег, вопрос о достижении экономического равновесия на них в изменяющейся внешней обстановке. Можно, например, использовать компенсационный подход, который за счет перераспределения средств позволяет получить равновесие при сравнительно низких доходах населения и высоких издержках производства.

В дальнейшем под рынком понимается обмен, организованный по законам и правилам товарного производства и обращения, совокупность отношений товарного и денежного обращения [1]. Рыночные процессы характеризуются, как правило, взаимной независимостью субъектов. На этой основе они могут принимать общее (компромиссное) решение по заключению сделок и выработке условий присвоения тех или иных товаров. Поэтому рынок можно трактовать как регулятор связей между хозяйственными субъектами и средством согласования их интересов. В макроэкономической теории рыночных процессов [2] обычно выделяют три основных рынка: товаров и услуг, рабочей силы и денег. При этом в качестве величин, отражающих состояние экономики в некоторый год t , принимаются следующие: Y — валовой внутренний продукт (ВВП) в неизменных ценах; C — потребление; S — сбережение; I — инвестиции; N — число занятых работников; p — уровень цен; w — уровень средней заработной платы; r — норма банковского процента; M — денежная масса, имеющаяся в обращении.

Все они имеют агрегатный характер и определяются через соответствующие отраслевые (секторные) данные с помощью системы цен. В частности, ВВП вычисляется как сумма добавленных стоимостей всех производств. Важную роль играет основное балансовое соотношение, которое на макроэкономическом уровне связывает количество располагаемых ресурсов и их использование

$$Y + Im = C + I + Ex, \quad (1)$$

где Y , C , I — представлены выше, а Im — импорт, Ex — объем экспорта.

Следует отметить, что в теории потребление (C) включает в себя потребление личное (в домашних хозяйствах), государственное (общественное), финансовых учреждений. Резерв для будущего развития экономики составляют капитальные вложения (I), куда включаются чистые инвестиции (создание новых производственных фондов), амортизация (возмещение износа фондов) и изменение запасов. Обычно считают, что домашние хозяйства делают капитальные вложения, когда они покупают (строят) жилье; предприятия инвестируют, приобретая здания и машины (оборудование), а государство — путем строительства школ, больниц, дорог и других общественных благ. Величина сбережений S — это разность между суммой располагаемых ресурсов и затратами на текущее (годовое) потребление. В простейшем представлении все сбережения данного года инвестируются в этом же году, т.е. имеет место равенство

$$S = I. \quad (2)$$

Источники сбережения — предприятия, домашние хозяйства, государственные и финансовые учреждения, трансграничные трансферты.

Показатель уровня цен p выступает как характеристика положения в экономике. Он отражает выбор потребителя между товарами и рассчитывается на основе изучения индексов цен производства и розничных цен (по определенной группе товаров). Уровень средней заработной платы w выражает состояние оплаты труда в различных отраслях (секторах) и не может быть ниже установленного законом минимального уровня. Важным является понятие средней реальной заработной платы

$$v = w/p. \quad (3)$$

Норма банковского процента r служит для сопоставления настоящих и будущих ценностей. Она характеризуется как "цена ожидания", т.е. можно израсходовать 1 денежную единицу в этом году или, подождав год, получить и израсходовать $1 + r$ денежных единиц. В макроэкономической теории рынка норма процента имеет существенное значение при определении соотношения между потреблением и сбережением в составе ВВП.

Ниже будет рассмотрена модель макроэкономического равновесия, в которой три указанных рынка оказываются взаимосвязанными.

На рынке рабочей силы главный фактор регулирования — реальная заработная плата v . Здесь спрос на рабочую силу со стороны предприятия выражается убывающей функцией от v

$$N_D = N_D(v), \quad N'_D(v) < 0, \quad (4)$$

а предложение ее, напротив, — возрастающей функцией

$$N_S = N_S(v), \quad N'_S(v) > 0. \quad (5)$$

Условие равновесия на этом рынке — совпадение спроса и предложения

$$N_S(\tilde{v}) = N_D(\tilde{v}) = \tilde{N}, \quad (6)$$

которое определяет равновесные уровни занятости и реальной заработной платы. Для того чтобы установить величину ВВП, в модели используется простейшая однофакторная производственная функция, и от равновесного уровня занятости зависит равновесный ВВП

$$\tilde{Y} = f(\tilde{N}). \quad (7)$$

В модели рынка товаров и услуг предложение инвестиций (т.е. сбережение) рассматривается как функция от величины ВВП. Точнее, потребление задается функцией

$$C = C(Y), \quad (8)$$

где $0 < dC/dY < 1$, причем $c = dC/dY$ называется предельной склонностью к потреблению. Сбережение же определяется из основного соотношения баланса

$$S = Y - C + Im - Ex. \quad (9)$$

Спрос на инвестиции ставится в зависимость от нормы процента r

$$I = I(r), \quad (10)$$

причем $I'(r) < 0$, так как при большем r предприятие вынуждено отдавать и больший долг.

Равновесие, по определению, достигается, когда выполнено равенство спроса и предложения инвестиций, т.е.

$$S(Y) = I(r). \quad (11)$$

Это условие связывает равновесные значения ВВП — $\tilde{Y}$ и нормы процента — $\tilde{r}$. Нетрудно показать, что эта связь (линия Хикса—Хансена) имеет характер обратной зависимости: чем больше $\tilde{r}$, тем меньше $\tilde{Y}$, т.е. чем выше норма процента, тем ниже экономическая активность (меньше желание вкладывать деньги в расширение производства).

Относительно рынка денег обычно считают, что предложение их постоянно

$$M_S = M_0 \quad (12)$$

и спрос на них состоит из двух составляющих: обычного операционного спроса

$$M_{1D} = lpY, \quad (13)$$

где $l < 1$, величина, обратная количеству оборотов денежной единицы в год; и спекулятивного спроса на ликвидность, который уменьшается при росте нормы процента

$$M_{2D} = L(r), \quad L'(r) < 0. \quad (14)$$

Таким образом, общий спрос

$$M_D = lpY + L(r). \quad (15)$$

Равновесие денежного рынка выражено $M_D = M_S$ или

$$lpY + L(r) = M_0. \quad (16)$$

Как видно, это соотношение также фиксирует (при любом уровне цен p) связь между ВВП и нормой процента. Интересно отметить, что эта связь в противоположность линии Хикса — Хансена, прямая, т.е. согласно (16), при увеличении r растет Y . В (16) уровень цен p входит как параметр, поэтому точка $(Y, \tilde{r})$ равновесия взаимосвязанных рынков товаров и денег зависит от p . Эта точка находится из совместного решения уравнений (11) и (16), причем можно показать, что при возрастании p равновесное значение ВВП $\tilde{Y}$ становится меньше, а равновесная норма процента $\tilde{r}$ — выше. Таким образом, из совместного равновесия обоих рынков выводятся зависимости

$$\tilde{Y} = \psi_1(p), \quad (17)$$

$$\tilde{r} = \psi_2(p). \quad (18)$$

Из модели рынка труда находятся равновесные величины $\tilde{Y}$ (ВВП), $\tilde{N}$ (занятость рабочей силы), $\tilde{v}$ (уровень реальной заработной платы). По известному $\tilde{Y}$ из (17) определяется равновесный уровень цен $\tilde{p}$, а затем из (18) — равновесное значение нормы процента. По этим данным из (8)–(10) рассчитываются равновесные показатели потребления, сбережений, инвестиций.

Равновесная ставка средней заработной платы получается из соотношения

$$\tilde{w} = \tilde{p}\tilde{v}. \quad (19)$$

В другом варианте описания рынка рабочей силы исходят из того, что уровень номинальной заработной платы остается постоянным

$$w = w_0. \quad (20)$$

Тогда из (6) и (7) имеем зависимость между ВВП и уровнем цен

$$Y = \varphi(p). \quad (21)$$

Совместное решение уравнений (17) и (21) позволяет найти равновесные значения $\tilde{Y}$ и $\tilde{r}$, после чего все остальные эндогенные переменные определяются в порядке, близком к рассмотренному для первого варианта описания рынка труда.

Регулирование и стабилизация в системе трех взаимосвязанных рынков осуществляются с помощью модификации модели, в которую включаются государственные расходы G . В этом случае основные уравнения рынков товаров (11) и денег (16) объединяются в систему, которая обычно называется системой IS/LM

$$\begin{aligned} Y &= C(Y) + I(r) + G, \\ lpY + L(r) &= M_0. \end{aligned} \quad (22)$$

Предположим, что уровень цен p фиксирован. Изучим влияние изменений управляющих переменных G и M_0 на положение равновесия, т.е. точку $(\tilde{Y}, \tilde{r})$. Можно легко показать, что

$$\partial \tilde{Y} / \partial M_0 = (I'(r) / L'(r)) (\partial \tilde{Y} / \partial G). \quad (23)$$

Это означает, что если эластичности спроса на инвестиции и спекулятивного спроса на деньги примерно равны (как утверждают сторонники Дж.М. Кейнса), то регулирование с помощью государственных расходов дает примерно тот же эффект, что и регулирование с помощью изменения денежной массы.

Монетаристы считают, что спекулятивный спрос на деньги почти не эластичен. Тогда регулирование с помощью денежной массы гораздо более эффективно, чем посредством государственных расходов. Имеют место неравенства

$$\partial \tilde{Y} / \partial M_0 > 0, \quad \partial \tilde{r} / \partial M_0 < 0. \quad (24)$$

Таким образом, при увеличении денежной массы точка равновесия на плоскости (Y, r) смещается направо вниз: ВВП возрастает, а норма процента падает. При изменении государственных расходов справедливы соотношения

$$\partial \tilde{Y} / \partial G > 0, \quad \partial \tilde{r} / \partial G > 0, \quad (25)$$

т.е. при увеличении G точка равновесия перемещается направо вверх: возрастает ВВП и увеличивается норма процента.

Указанные свойства системы IS/LM дают возможность применять регулирование для решения проблемы достижения удовлетворительного, с социальной точки зрения, равновесия на рынке труда, в особенности при неполной занятости (безработице), которая обычно является следствием крупных возмущений типа катастроф. Модели, подобные системе (22), только более детализированные, могут применяться для конкретных расчетов параметров регулирования.

Прежде чем перейти к описанию модели процесса установления макроэкономического равновесия в рамках приведенной модели, предположим, что существуют единственные решения уравнения (6) и системы (11) и (16) при значениях уровня цен p из некоторого разумного интервала. В этом случае можно использовать схему П. Самуэльсона (см., например, [3]) для моделирования динамики всех управляющих параметров (реальной заработной платы v ; нормы процента r ; уровня цен p) при помощи функций избыточного спроса.

Предположим, что все функции, входящие в (6), (10) и (16), — однозначные и непрерывные функции своих аргументов. Тогда в качестве модели принимается следующая система обыкновенных дифференциальных уравнений

$$dv/dt = \delta_v \varphi_v = \delta_v [N_D(v) - N_S(v)], \quad (26)$$

$$\text{где } \delta_v = \begin{cases} 0, & \text{если } v = 0 \text{ и } \varphi_v < 0, \\ 1 & \text{— в остальных случаях,} \end{cases}$$

$$dr/dt = \delta_r \varphi_r = \delta_r [I(r) - S(Y)], \quad (27)$$

где $\delta_r = \begin{cases} 0, & \text{если } r=0 \text{ и } \varphi_r < 0, \\ 1 & - \text{в остальных случаях,} \end{cases}$

$$dp/dt = \delta_p \varphi_p = \delta_p [lpY + L(r) - M_0], \quad (28)$$

где $\delta_p = \begin{cases} 0, & \text{если } p=0 \text{ и } \varphi_p < 0, \\ 1 & - \text{в остальных случаях.} \end{cases}$

В этой системе Y — функция v , рассчитываемая с помощью конечных соотношений. Уравнение (26) выражает зависимость реальной заработной платы от спроса и предложения рабочей силы на рынке труда; (27) — колебание нормы процента, определяемое соотношением спроса на инвестиции и предложения капитала со стороны населения. В (28) зафиксирован закон изменения уровня цен: если количество денег больше, чем требуется для нормального оборота, то цена товаров повышается, так как деньги "дешевеют". Нетрудно видеть, что стационарная точка системы является точкой равновесия модели. Поэтому имитационные процедуры организуются так, чтобы обеспечить достижение стационарной точки системы, исходя из достаточно разумных (вообще говоря, неравновесных) начальных значений макроэкономических переменных.

Имитационная модель, построенная на базе системы дифференциальных уравнений (26)–(28), используется для "проигрывания" различных путей достижения рыночного равновесия. Она состоит из конечно-разностных уравнений, отражающих изменения переменных в разные периоды времени (например, от года к году). В нее также входят некоторые конечные соотношения.

Обозначим через t номер расчетного периода времени, τ — шаг между двумя последовательными моментами времени $t+1$ и t . Тогда имитационная модель имеет вид

$$v_t = \max \{0; v_{t-1} + \tau \lambda_1 [N_D(v_{t-1}) - N_S(v_{t-1})]\}, \quad (29)$$

$$r_t = \max \{0; r_{t-1} + \tau \lambda_2 [I(r_{t-1}) - S(Y_{t-1})]\}, \quad (30)$$

$$p_t = \max \{0; p_{t-1} + \tau \lambda_3 [M_0 - lp_{t-1} Y_{t-1} + L(r_{t-1})]\}, \quad (31)$$

$$N_t = N_D(v_{t-1}), \quad (32)$$

$$Y_t = f(N_t), \quad (33)$$

где $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ — параметры подстройки.

Система (29)–(31) — конечно-разностный аналог дифференциальной системы (26)–(28). Уравнение (32) определяет актуальную занятость рабочей силы по величине спроса на нее на рынке труда, а (33) дает значение ВВП с помощью простейшей производственной функции. Функции $N_D(v)$, $N_S(v)$, $I(r)$ могут быть полностью детерминированными, но в более общем случае они включают в себя стохастические параметры, которые, собственно, и придают системе расчетов имитационный характер. Тогда определение равновесных значений макроэкономических переменных выполняется по общим правилам имитационного моделирования [4].

В настоящей работе не обсуждается вопрос о существовании решения (экономического равновесия) в общем случае. Этот вопрос должен быть рассмотрен отдельно, однако расчеты показывают, что условия для существования равновесия могут быть созданы путем изменения характера функций спроса и предложения, фигурирующих в модели. Например, с помощью компенсационных расчетов [5] можно передвинуть кривые спроса и предложения капиталов таким образом, чтобы их точка пересечения находилась в разумной области, отвечающей интересам как населения, так и предприятий-инвесторов.

Отражение перехода к динамическому равновесию при появлении крупных возмущений требует применения динамических моделей, в которых отражается гипотеза об определенном поведении (реакции) рынка на внешние воздействия. Для описания такого рода рыночных процессов на каждом из взаимосвязанных рынков выделяются переменные, относящиеся к спросу D , характеризующие предложение S , а также параметр π , связывающий эти величины. При этом динамика рынка представляется

как сближение во времени указанных величин, подчиняющихся правилам, из которых можно выделить две основные группы.

По одним предложением в каждый момент t зависит от спроса в предыдущий момент или период времени. Наиболее простая форма такого процесса имеет вид

$$S_t = D_{t-1}. \quad (34)$$

Здесь связывающий параметр π определяется через предложение согласно функции предложения

$$S = S(\pi). \quad (35)$$

По другим правилам ведущим является значение параметра π_t , который определяет объем предложения

$$S_t = S(\pi_t). \quad (36)$$

После этого новое значение π_{t+1} находится из условия

$$D_{t+1} = D(\pi_{t+1}) = S_t. \quad (37)$$

Обе группы моделей эффективно используются для описания процессов достижения равновесия и при возникновении возмущений. В этой ситуации обычно изменяется характер функции $D(\pi)$, и система (находившаяся в равновесии) начинает стремление к новому положению равновесия. Если же возмущения возникают постоянно во времени, то создается обстановка перманентного приближения к равновесию, т.е. динамическое квазиравновесие.

Далее обсуждаются некоторые способы осуществления стратегий, направленных на достижение динамического квазиравновесия с помощью государственного регулирования, проводятся их анализ и сравнительная оценка с помощью динамических моделей.

Пусть n — число товаров (продуктов), производимых в народном хозяйстве. Обозначим через $p = (p_1, \dots, p_i, \dots, p_n)$ вектор цен на товары, который будет играть роль связывающего параметра. Векторную функцию спроса на товары обозначим $D(p) = (D_1(p), \dots, D_i(p), \dots, D_n(p))$.

Заметим, что для нормальных товаров выполняется соотношение: коэффициент влияния собственной цены отрицателен, т.е. $\partial D_i / \partial p_i < 0$.

Что касается перекрестных коэффициентов влияния, то $\partial D_i / \partial p_j \leq 0$ — для комплекствующих товаров и $\partial D_i / \partial p_j \geq 0$ — для товаров j , заменяющих товар i или конкурирующих с ним.

Это означает, что спрос на товар i повышается, если растет цена товаров, которые выполняют потребительскую функцию, аналогичную функции товара i (за счет уменьшения спроса на эти товары). Таким образом, матрица

$$A = \left\| \frac{\partial D_i}{\partial p_j} \right\|, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

характеризует локально влияние изменения цен на картину спроса на товары в условиях ограниченности бюджета потребителя. Векторная функция предложения продуктов, производимых отраслью, отражает объем производственных мощностей, готовых для выпуска этих продуктов. Эта функция обозначается $S(p) = (S_1(p), \dots, S_i(p), \dots, S_n(p))$.

В случае разработки долгосрочных планов повышение цен оказывает положительное влияние на рост производства товаров, и поэтому принимается, что $\partial S_i / \partial p_j \geq 0$, $i, j = 1, \dots, n$, причем $\partial S_i / \partial p_i > 0$, $i = 1, \dots, n$.

Если речь идет о кратковременных планах, то возможен случай, когда $\partial S_i / \partial p_i = 0$. Это означает, что производство не в состоянии увеличить выпуск товара, несмотря на то что его цена повышается. Матрица

$$B = \left\| \frac{\partial S_i}{\partial p_j} \right\|, \quad i, j = 1, \dots, n,$$

описывает влияние изменения цен на предложение продуктов, т.е. стремление к увеличению производства по мере повышения цен. В дальнейшем будем считать, что выполняется условие

$$\|A\| \leq \|B\|, \quad (38)$$

где $\|\cdot\|$ — некоторая матричная норма.

Согласно данному условию, повышение цен оказывает большее стимулирующее влияние на предложение, чем на снижение спроса. Так, считается, что предприниматели (производители) весьма активны и при повышении цен стремятся увеличить свои доходы, в то время как потребители более инертны и уменьшают свой спрос не так быстро. Разность между спросом и предложением называется избыточным спросом и обозначается $E = E(p) = D(p) - S(p)$.

По определению, состояние функционирования хозяйства называется равновесием в узком смысле, если система цен на продукты $\tilde{p} = (\tilde{p}_1, \dots, \tilde{p}_i, \dots, \tilde{p}_n)$ такова, что для всех товаров выполняются соотношения $D_i(\tilde{p}) = S_i(\tilde{p})$, $i = 1, \dots, n$, или в векторной форме имеет место равенство

$$D(\tilde{p}) = S(\tilde{p}). \quad (39)$$

Цель изучения переходных рыночных процессов состоит в том, чтобы определить возможные пути перехода от заведомо неравновесных (несбалансированных) состояний к равновесному при помощи механизмов, основанных на рыночных принципах, т.е. использующих влияние цен на спрос и предложение товаров.

Описание динамического рыночного процесса осуществляется путем его представления в виде дискретной последовательности "рыночных дней" [6], т.е. фиксированных моментов $t = 0, 1, \dots, T$, в каждый из которых сравниваются спрос и предложение и выявляются (или определяются) цены обмена. Будем исходить из того, что состояние рынка в момент t существенно зависит от его состояния в предыдущие моменты времени $(t-1), \dots, (t-\tau)$. Таким образом, реакция рынка зависит от истории процесса, т.е. обладает некоторой памятью. Она выражается более конкретно в том, каким образом предложение товаров на рынке реагирует на спрос в предыдущие моменты времени.

В достаточно общем случае можно считать, что

$$S_t = \varphi(D_{t-1}, \dots, D_{t-\tau}), \quad (40)$$

где φ — функция, зависящая от конкретных условий реакции производства (предприятий) на рыночный спрос в различные моменты времени; τ — глубина памяти, которая определяется в основном сроком ввода в действие дополнительных производственных мощностей, предназначенных для удовлетворения спроса на товар. Таким образом, при разработке производственной программы (предложения товара) будет использована информация о спросе в прошлом, и функция φ представит собой некоторую экстраполяцию с необходимой корректировкой.

Заметим еще, что представленные выше зависимости соответствуют "чистой" реакции рынка, поскольку в ней не учитываются возмущающие воздействия, случайные и систематические. Эти возмущения могут вызывать заметное отклонение от расчетов, отвечающих "чистой" реакции, и поэтому должны быть приняты во внимание при разработке соответствующей имитационной модели [4].

В качестве основного варианта рассмотрим наиболее простую форму (40)

$$S_t = D_{t-1}. \quad (41)$$

Такая зависимость отражает очевидный характер реакции рынка: в каждый фиксированный момент предложение в точности равно спросу в предыдущий момент, т.е. производство стремится следовать изменению спроса на основе самой последней имеющейся информации. Такую реакцию будем далее называть нормальной, исходя из того, что выполняется условие (38).

Рассмотрим сначала случай, когда спрос D и предложение S зависят только от цен,

а время явно не входит в определение соответствующих функций. Для простоты предположим также, что функции спроса и предложения — линейны. Иначе говоря, пусть $S(p) = B_0 p + B_1$, $D(p) = A_0 p + A_1$, где A_0, B_0 — квадратные матрицы, смысл которых представлен выше. Предположим также, что существует обратная матрица B_0^{-1} и выполняется условие (38). Тогда матричная норма

$$\|C_0\| = \|B_0^{-1} A_0\| = k < 1. \quad (42)$$

В этом случае соотношение (41) имеет вид: $B_0 p_t = A_0 p_{t-1} + A_1 - B_1$ и является конечно-разностным уравнением в векторной форме. Оно выглядит как $p_t = B_0^{-1} A_0 p_{t-1} + B_0^{-1} (A_1 - B_1)$ или $p_t = C_0 p_{t-1} + C_1$, где $C_0 = B_0^{-1} A_0$, $C_1 = B_0^{-1} (A_1 - B_1)$.

Общее решение этого уравнения можно представить как сумму общего решения однородного уравнения и частного решения неоднородного уравнения. Таким образом,

$$p_t = \tilde{p} + \sum_{j=1}^n M_j \lambda_j^t,$$

где $\lambda_j, j = 1, \dots, n$ — корни характеристического уравнения

$$|C_0 - \lambda E| = 0$$

(предполагается, что они различны); $M_j, j = 1, \dots, n$ — постоянные векторы, а частное решение $\tilde{p} = (E - C_0)^{-1} C_1$.

Можно показать, что если выполняется условие (42), то при $t \rightarrow \infty$ и любых начальных условиях p_0 цена обмена p_t стремится к цене равновесия $\tilde{p}$, т.е.

$$p_t \rightarrow \tilde{p} \quad (t \rightarrow \infty). \quad (43)$$

Это означает, что в результате достаточно длинной серии "рыночных дней" при нормальной реакции с запаздыванием в один день устанавливается равновесие цен, даже если рынок был сильно разбалансирован. Это явление обычно называется глобальной устойчивостью рыночного процесса. Можно показать также, что если функции спроса и предложения нелинейны, но удовлетворяют условию, аналогичному (38), то и в этом случае в некотором смысле имеет место устойчивость рыночного процесса.

Рассмотрим теперь ситуацию, когда спрос является динамическим, т.е. изменяющимся во времени не только в связи с переменной цен, но и под влиянием других факторов, например в связи с увеличением населения или крупного народнохозяйственного возмущения. Таким образом, будем считать, что вектор спроса имеет вид $D(p, t) = (D_1(p, t), \dots, D_n(p, t))$, причем $w = \partial D / \partial t \neq 0$.

В качестве основного возьмем случай, когда функции спроса линейны относительно цен и времени, т.е. $D(p, t) = A_0 p + A_1 + wt$, где A_0 — матрица, введенная выше; p — вектор цен; t — временной параметр; w — вектор.

Пусть предложение, как и ранее, задается линейной функцией цен $S(p) = B_0 p + B_1$. Анализ переходных процессов в случае динамического спроса проведем для двух различных видов реакции рынка. Сначала изучим поведение рынка с нормальной реакцией предложения на спрос, отражаемой соотношением $S_t = D_{t-1}$. Подставляя в это равенство приведенные выше функции спроса и предложения, имеем: $B_0 p_t + B_1 = A_0 p_{t-1} + A_1 + wt$ или $p_t = C_0 p_{t-1} + C_1 + vt$, где $C_0 = B_0^{-1} A_0$; $C_1 = B_0^{-1} (A_1 - B_1)$; $v = B_0^{-1} w$.

Общее решение полученного конечно-разностного уравнения имеет вид

$$p_t = \tilde{p} + \sum_{j=1}^n M_j \lambda_j^t + (E - C_0)^{-1} vt,$$

где $\tilde{p} = (E - C_0)^{-1} C_1$; λ_j — различные характеристические корни матрицы C_0 ; $M_j, j = 1, \dots, n$ — постоянные векторы.

Вследствие условия $\|C_0\| < 1$ справедливы неравенства $|\lambda_j| < 1, j = 1, \dots, n$, и поэтому при $t \rightarrow \infty$ асимптотическое поведение определяется соотношением

$$p_t \sim (E - C_0)^{-1} vt. \quad (44)$$

Это означает, что при нормальной реакции рынка и динамическом спросе цены монотонно растут с течением времени.

Асимптотическое поведение спроса $D_t = A_0 p_t + A_1 + vt$, и после несложных преобразований имеем $D_t \sim B_0(B_0 - A_0)^{-1}vt$.

Для определения предложения используем формулу $S_t = B_0 p_t + B_1$, откуда вытекает асимптотическое соотношение $S_t \sim B_0(E - C_0)^{-1}B_0^{-1}wt$, которое также приводится к виду $S_t = B_0(B_0 - A_0)^{-1}vt$.

Таким образом, величина избыточного спроса $E_t = D_t - S_t$ при $t \rightarrow \infty$ стремится к нулю. Это значит, что если спрос линейно растущий и реакция предложения на него нормальная, то равновесие достигается асимптотически, т.е. существует тенденция к сближению спроса и предложения при достаточно большом времени протекания процесса. Необходимо отметить, что на практике всегда существует запаздывание предложения относительно спроса вследствие самого способа его формирования, и поэтому фактически избыточный спрос при больших t не стремится к нулю, но сохраняет некоторую постоянную величину.

Во избежание этого явления можно предложить другой способ формирования спроса на основе определенной экстраполяции, когда реакция производителей на рыночный спрос полагается несколько усиленной по сравнению с нормальной: предложение в некоторый "рыночный день" ориентируется на спрос предыдущего дня, но с дополнительной поправкой, т.е. производители предлагают несколько больше продукции, чем ее требовалось в предыдущий момент. В этой ситуации связь между предложением и спросом в динамике имеет вид $S_t = (E + F)D_{t-1}$, где F — матрица с положительными элементами.

В практических расчетах матрица F диагональная, а элементы f_{ii} , $i = 1, \dots, n$, имеют значения порядка 0,01 — 0,05, т.е. увеличение предложения относительно нормальной реакции рынка (см. (41)) составляет несколько процентов. Так же, как это сделано выше, можно показать, что при выполнении условия, близкого к (42), имеет место асимптотическая сходимость избыточного спроса к нулю, т.е. $E_t \rightarrow 0$, $t \rightarrow \infty$.

Имитационные расчеты показывают, что при этом осуществляется и "практическая" сходимость, поскольку в данной ситуации запаздывание предложения относительно спроса уже не является необходимым. В результате таких расчетов определяются оптимальные значения параметров регулирования, т.е. величин f_{ii} , $i = 1, \dots, n$. Рассмотренный способ — это по существу регулирование рынка, поскольку производители побуждаются не просто следовать информации о спросе, сложившемся на рынке, но производить продукцию с некоторым превышением. Мэру этого превышения определяют органы государственного регулирования, которые тем самым воздействуют на рынок с целью достижения и поддержания сбалансированного состояния.

Аналогично может быть исследован процесс стабилизации и установления динамического квазиравновесия в том случае, когда поведение экономических агентов следует соотношению, аналогичному (37), т.е. спрос падает быстрее, чем растет предложение. Используя введенные выше определения векторных функций $D(p)$ и $S(p)$, можно в качестве основной модели применить динамическое соотношение

$$D_t = S_{t-1}. \quad (45)$$

Пусть, как и прежде, функции спроса и предложения линейно зависят от цены, а соответствующие матрицы A_0 и B_0 удовлетворяют условию

$$\|C_0\| = \|A_0^{-1}B_0\| < 1. \quad (46)$$

Тогда можно легко показать, что процесс, задаваемый уравнением (45), сходится к состоянию равновесия, начиная из любого неравновесного состояния. Если вектор спроса $D(p)$ зависит непрерывно от времени t , то при выполнении условия (46) также можно показать, что устанавливается режим динамического квазиравновесия с ростом цен, аналогичный рассмотренному выше (см. (44)).

При крупных возмущениях типа катастроф в экономической системе возникает резкое повышение спроса на необходимые товары и услуги. Как правило, это при-

водит к резкому (и мгновенному) увеличению государственных расходов, т.е. росту G в (22). Конечное равновесное состояние всех рынков изменяется, в частности, увеличиваются равновесное значение ВВП $\tilde{Y}$ и норма банковского процента $\tilde{r}$. Таким образом, в рыночной экономике растет спрос на товары и на деньги, т.е. резко изменяется характер функции спроса $D(p)$, возникает инфляционное давление. В этой ситуации изменяется и траектория развития экономики, представленная уравнением (44).

Анализируя эти изменения, следует иметь в виду две возможные ситуации. Если имеются необходимые свободные мощности и рост производства (предложение S) не сдерживается нерыночными факторами, то применима схема достижения равновесия, задаваемая уравнением (44). А когда для роста производства требуется время, чтобы создать нужные мощности, следует использовать схему с запаздывающими переменными вида

$$D_t = \psi(S_{t-1}, \dots, S_{t-\tau}), \quad (47)$$

которая дает более точное представление о процессе и сроках достижения нового равновесного состояния.

ЛИТЕРАТУРА

1. Политическая экономия. Учебник для вузов. М.: Высш. шк., 1988.
2. Столерю Л. Равновесие и экономический рост. М.: Статистика, 1974.
3. Ашманов С.А. Введение в математическую экономику. М.: Наука, 1984.
4. Имитационные системы принятия экономических решений. М.: Наука, 1989.
5. Багриновский К.А., Логвинцев В.В. Интеллектуальная система в отраслевом планировании. М.: Наука, 1989.
6. Харрис Л. Денежная теория. М.: Прогресс, 1990.

Поступила в редакцию
18 III 1992