ПРАКТИЧЕСКИЙ ОПЫТ

ОБ ЭФФЕКТИВНОСТИ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОГО ХРАНИЛИЩА ПРИ ТРАНСПОРТИРОВКЕ СЫРЬЯ

Круль М., Лагоша Б.А.

(Польша, Москва)

Для доставки добываемого сырья к месту переработки используются непрерывные транспортные системы (НТС): транспортеры, газо-, гидро- и нефтепроводы с промежуточными хранилищами (бункерами, складами), причем уровень запаса в них постоянно меняется. Это случайный процесс, зависящий от работы НТС, а также от спроса и пополнения запасов, схема управления которыми показана на рис. 1.

Добывающее предприятие (открытый рудник, шахта, скважина) – отправитель сырья O соединено с получателем – его переработчиком Π через НТС. В точке Б построено хранилище с объемом $V > 0$. На входной ОБ и выходной БП частях НТС возможно возникновение аварии или сбоев. Хранилище предназначено для бесперебойной работы получателя при случайной скорости загрузки сырьем входной части НТС, в том числе и при аварийных ситуациях, и является регулятором потребления.

Введем обозначения: $y(t)$ – случайная скорость загрузки НТС сырьем со стороны производителя, $x(t)$ – скорость подачи сырья получателю, $z(t)$ – уровень запаса в хранилище. Предположим, что $x(t)$, $y(t)$ – стохастически независимые однородные марковские процессы [1] с заданным конечным числом состояний $X = \{1, ..., 4\}$ и $Y = \{y_l,\ l = 1, ..., n\}$. Состояния X показаны на рис. 2 и соответствуют $x_{11} = 1$ – работе входной и выходной частей; $x_{01} = 2$ – аварии входной и работе выходной частей; $x_{10} = 3$ – работе входной и аварии выходной частей; $x_{00} = 4$ – аварии входной и выходной частей. В определении множества Y величина n отражает конечное число режимов скорости загрузки сырья производителем. В зависимости от $x(t) = j$, $y(t) = y_l$ в любой момент времени $t \geqslant 0$ уровень запаса $z(t + \Delta t)$ для достаточно малых $\Delta t > 0$ равен $z(t + \Delta t) = \max(\min(z(t) + f(j, l)\Delta t, V), 0)$, где функция f, определенная на прямом произведении множеств – пространств состояний X и Y, связана с технологическим режимом заполнения и выбора из хранилища.

Представленная модель непрерывна. Ранее известные алгоритмы для дискретных моделей типа снабженческо-сбытовых организаций [2, 3] не касаются непрерывности поступления сырья, поэтому в данном случае неприемлемы. Нельзя применять и известный инструментарий для моделей систем, непрерывных по характеру хранения (например, для водохранилищ), поскольку в них не учитывается влияние случайной работы транспортной системы и случайной скорости загрузки сырья отправителем на изменение уровня запаса [4].

Производства, использующие системы "непрерывный транспорт – хранение", очевидно, должны быть заинтересованы в увеличении их производительности и эффективности. Производительность указанной системы зависит от максимального объема и передачи сырья посредством случайно работающей транспортной системы с возможностью использования хранилища заданного объема $V \geqslant 0$.

Если хранилища нет $(V = 0)$, отправитель может отправить сырье получателю, толь-

Рис. 1. Схема НТС с хранилищем

Рис. 2. Переходы между состояниями транспорта

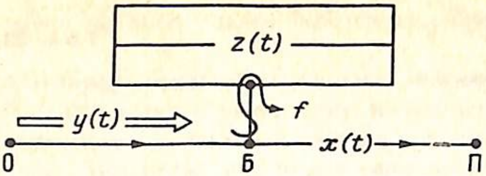

Рис. 1

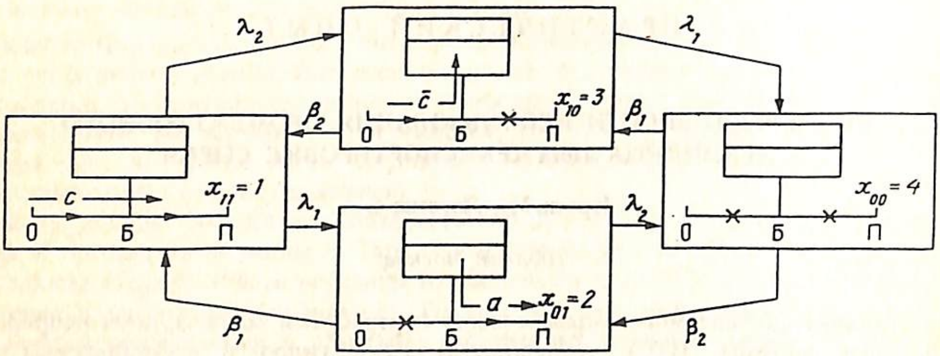

Рис. 2

ко когда вся НТС находится в рабочем состоянии. При этом среднее значение

$$M_0 = \sum_{y_l \in Y} f(1, l) P(x(t) = 1,\ y(t) = y_l), \tag{1}$$

где $P(...)$ – вероятность указанного в скобках состояния системы, будет определять производительность НТС.

Если в системе имеется хранилище, то при аварии входной части НТС получатель может из него брать сырье, когда уровень запаса – в пределах $(0, V]$. Производительность такой системы

$$M = \sum_{y_l \in Y} [f(1,l) P(x(t) = 1,\ y(t) = y_l,\ 0 \leqslant z(t) \leqslant V) +$$

$$+ f(2,l) P(x(t) = 2,\ y(t) = y_l,\ 0 < z(t) \leqslant V)]. \tag{2}$$

За показатель эффективности работы НТС примем отношение

$$\theta = M/M_0. \tag{3}$$

В [5–7] для важного практического случая $y_1 = \ldots = y_n = c > 0$, где c – средний уровень скорости загрузки отправителем входной части транспортной системы, для функции плотности распределения вероятности $g_j(z)$ (т.е. $P(x(t) = i,\ y(t) = c,\ a < z(t) < b,\ 0 \leqslant a < b \leqslant V) = \int_a^b g_j(z)\,dz$, а также для вероятности достижения верхнего, $Q_j(V) = P(x(t) = j,\ y(t) = c,\ z(t) = V)$, и нижнего, $Q_j(0) = P(x(t) = j,\ y(t) = c,\ z(t) = 0)$ $j = 1, \ldots, 4,\ t \geqslant 0$, уровней заполнения хранилища для стационарного режима работы системы получены уравнения

$$-(\lambda_1 + \lambda_2) g_1(z) + \beta_1 g_2(z) + \beta_2 g_3(z) = 0,$$

$$\lambda_1 g_1(z) - (\lambda_2 + \beta_1) g_2(z) + \beta_2 g_4(z) = -a \frac{dg_2}{dz},$$

$$\lambda_2 g_1(z) - (\lambda_1 + \beta_2) g_3(z) + \beta_1 g_4(z) = c \frac{dg_3}{dz},$$

$$
\begin{aligned}
&\lambda_2 g_2(z) + \lambda_1 g_3(z) - (\beta_1 + \beta_2) g_4(z) = 0, \quad 0 < z < V, \\
&(\lambda_1 + \lambda_2) Q_1(V) = \beta_2 Q_3(V), \\
&(\beta_1 + \beta_2) Q_4(V) = \lambda_1 Q_3(V), \quad Q_2(V) = 0, \\
&(\lambda_1 + \beta_2) Q_3(V) = \lambda_2 Q_1(V) + \beta_1 Q_4(V) + \overline{c} g_3(V), \quad g_3(V) = \lim_{z \to V_-} g_3(z), \\
&(\lambda_1 + \lambda_2) Q_1(0) = \beta_1 Q_2(0), \quad (\beta_1 + \beta_2) Q_4(0) = \lambda_2 Q_2(0), \quad Q_3(0) = 0, \\
&(\lambda_2 + \beta_1) Q_2(0) = \lambda_1 Q_1(0) + \beta_2 Q_4(0) + a g_2(0), \quad g_2(0) = \lim_{z \to 0_+} g_2(z).
\end{aligned} \tag{4}
$$

Здесь $\lambda_1, \lambda_2, \beta_1, \beta_2$ – интенсивности возникновения и ликвидации сбоев во входной и выходной частях НТС (рис. 2). Режим заполнения и выбора из хранилища в этом случае характеризуют значения $f(1,c) = f(4,c) = 0$, $f(2,c) = -a$, $a > 0$, – скорость выбирания из хранилища, $f(3,c) = \overline{c}$ – скорость поступления сырья в хранилище, $0 < \overline{c} \leqslant c$.

Система (4) совместно с уравнением полной вероятности разрешается в двух вариантах. Один – регулярный, когда $\kappa = (\kappa_2/\kappa_1) = 1$, т.е. коэффициент пополнения хранилища $\kappa_2 = c\lambda_2/\beta_2$ равен коэффициенту убыли $\kappa_1 = a\lambda_1/\beta_1$ из него. Другой – нерегулярный, когда $\kappa \neq 1$.

Решение системы (4) с последующим применением (1)–(3) дает возможность получить соотношения для производительности и эффективности системы "непрерывный транспорт – хранение"

$$
M = \begin{cases}
M_0 + \dfrac{\beta_1}{\lambda_1 + \beta_1} \dfrac{\lambda_2}{\lambda_2 + \beta_2} \overline{c} \dfrac{\exp(xV) - 1}{\kappa \exp(xV) - 1}, & \kappa \neq 1, \\[2ex]
M_0 + \overline{c} \dfrac{\lambda_1 \lambda_2 \beta_1 \beta_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_1 + \beta_2)}{(\lambda_1 + \beta_1)(\lambda_2 + \beta_2)(\lambda_1 + \lambda_2)(\beta_1 + \beta_2)} \times \\[2ex]
\times \dfrac{V}{\overline{c} + \dfrac{\lambda_1 \beta_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_1 + \beta_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\beta_1 + \beta_2)} V}, & \kappa = 1,
\end{cases} \tag{5}
$$

$$
M_0 = \frac{c \beta_1 \beta_2}{(\lambda_1 + \beta_1)(\lambda_2 + \beta_2)}, \tag{6}
$$

$$
\Theta = \begin{cases}
1 + \dfrac{\lambda_2}{\beta_2} \dfrac{\overline{c}}{c} \dfrac{\exp(xV) - 1}{\kappa \exp(xV) - 1}, & \kappa \neq 1, \\[2ex]
1 + \lambda_1 \lambda_2 \dfrac{\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_1 + \beta_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\beta_1 + \beta_2)} \dfrac{\overline{c}}{c} \dfrac{V}{\overline{c} + \dfrac{\lambda_1 \beta_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_1 + \beta_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\beta_1 + \beta_2)} V}, & \kappa = 1,
\end{cases} \tag{7}
$$

где

$$
x = \frac{\lambda_1 \beta_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_1 + \beta_2)}{a(\lambda_1 + \lambda_2)(\beta_1 + \beta_2)} \left(\frac{\lambda_2 \beta_1}{\lambda_1 \beta_2} - \frac{a}{c} \right). \tag{8}
$$

Коэффициент κ – всегда положительный, так как $\lambda_i > 0$, $\beta_i > 0$ для $i = 1, 2$. Если $\kappa \to 1$, то, как видно из (8), $x \to 0$.

Кроме того,

$$\lim_{\kappa \to 1} \frac{\exp(xV) - 1}{\kappa \exp(xV) - 1} = \lambda_1 \beta_2 \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_1 + \beta_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\beta_1 + \beta_2)} \frac{V}{\overline{c} + \dfrac{\lambda_1 \beta_2 (\lambda_1 + \lambda_2 + \beta_1 + \beta_2)}{(\lambda_1 + \lambda_2)(\beta_1 + \beta_2)} V}.$$

Отсюда, согласно (5), (7), следует, что в регулярном варианте производительность и эффективность НТС являются пределами этих показателей для нерегулярного варианта при $\kappa \to 1$.

Из (5), (6) получаем аналитические выражения для пределов производительности при $V \to 0$ и $V \to \infty$

$$\lim_{V \to \infty} M = M_0, \tag{9}$$

$$\lim_{V \to \infty} M = \frac{\beta_1}{(\lambda_1 + \beta_1)(\lambda_2 + \beta_2)} \left(c\beta_2 + \frac{\overline{c}\lambda_2}{\kappa} \right). \tag{10}$$

Аналогично из (8)

$$\lim_{V \to 0} \Theta = 1, \tag{11}$$

$$\lim_{V \to \infty} \Theta = 1 + \frac{\lambda_2}{\beta_2} \frac{\overline{c}}{c} \frac{1}{\kappa}. \tag{12}$$

Легко убедиться в том, что неравенства $M_0 \leqslant M < \lim\limits_{V \to \infty} M$, $1 \leqslant \Theta < \lim\limits_{V \to \infty} \Theta$ всегда имеют место, так как $\dfrac{\partial M}{\partial V} > 0$ и $\dfrac{\partial \Theta}{\partial V} > 0$.

Отсюда вытекают свойства, связанные с производительностью M и эффективностью НТС с промежуточным хранилищем Θ для рассматриваемой схемы управления запасами.

Теорема 1. *Наличие хранилища всегда повышает производительность НТС. Однако с ростом его объема V она ограничена величиной* $(\beta_1/(\lambda_1 + \beta_1)(\lambda_2 + \beta_2))(c\beta_2 + (\overline{c}\lambda_2/\kappa))$.

Теорема 2. *Эффективность Θ НТС с промежуточным хранилищем всегда выше, чем без хранилища, и ограничена величиной* $1 + \dfrac{\lambda_2}{\beta_2} \dfrac{\overline{c}}{c} \dfrac{1}{\kappa}$ *независимо от его объема V.*

Для разных V проведен численный анализ фактора производительности, примерно отвечающий условиям функционирования систем "непрерывный транспорт – хранение" для открытых рудников бурого угля в Польше [5] на основе следующих исходных данных: параметры интенсивности $\lambda_1 = \lambda_2 = 0{,}5$, $\beta_1 = \beta_2 = 1$, скорость выбирания из хранилища a варьируется в пределах 2000, 3000, 3500 м^3/ч; V принимает значения 2000, 6000, 10000, 20000, 50000 м^3. Дополнительно исследованы случаи $V = 0$ и $V \to \infty$.

Результаты расчетов позволили сделать следующие выводы.

Увеличение V при надежной входной или выходной части НТС $(\lambda_1, \lambda_2 \geqslant 1)$ несущественно влияет на рост ее производительности.

Для систем с достаточно большим хранилищем ($V > 3000$ м^3) разности между M и Θ λ_i и β_i, $i = 1, 2$, несущественны.

При надежной входной части НТС $(\lambda_1 < 1,\ \beta_1 \geqslant 1)$ эффективность системы можно улучшить не только за счет роста V, но и путем увеличения скорости выбирания из него, т.е. когда $a > c$.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Гихман И.И., Скороход А.В.* Введение в теорию случайных процессов. М.: Наука, 1977.
2. *Вильчевский Н.О., Коломиец Е.Ю.* Определение уровня страхового запаса при случайном характере дискретных поставок и потребления // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. 1986. № 1.
3. *Рубальский Г.Б.* Модель управления запасами со случайной задержкой при периодических возможностях пополнений. // Изв. АН СССР. Сер. Техн. кибернетика. 1986. № 6.
4. *Прабху Н.У.* Стохастические процессы теории запасов. М.: Мир, 1984.
5. *Król M.* Analiza stochastyczna pewnych systemów gromadzenia zapasów z ciągłym układem transportowym // Prace Naukowe Instytutu górnictwa Politechniki Wrocławskiej. 1975. № 18.
6. *Круль М.* Стохастический метод решения проблем функционирования системы "непрерывный транспорт – хранение" // Методы математического моделирования экономики. М.: МЭСИ, 1989.
7. *Круль М.* Стохастический анализ функционирования обобщенной системы "непрерывный транспорт – хранение" // Проектирование информационных систем. М.: МЭСИ, 1989.

Поступила в редакцию
24 IV 1991