

## МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

### АНОМАЛЬНЫЕ ЭФФЕКТЫ ТОРГОВЛИ ИНСАЙДЕРОВ

© 1994      Антонов М.В., Трофимов Г.Ю.

(Москва)

Рассматривается модель взаимодействия на рынке акций нескольких типов агентов, различающихся по степени информированности. На числовых примерах и аналитически показано, как высокая степень толерантности относительно риска неинформированных агентов может вызывать аномальное поведение информированных участников.

#### I. ВВЕДЕНИЕ

Вопрос о торговле инсайдеров на фондовом рынке дискутируется многие годы. Инсайдерами называют хорошо информированных участников, имеющих прямое отношение к управлению предприятиями (высшие менеджеры, члены совета директоров и люди их круга), чьи акции являются предметом торговли. Как правило, при отсутствии законодательных ограничений инсайдеры владеют значительными пакетами акций и влияют на их рыночный курс. Это дает им возможность использовать свое привилегированное положение, а также состояние неинформированной части рынка для получения высоких прибылей. Данное обстоятельство, а также угроза дестабилизации рынка явились основными аргументами для введения ограничений, а в ряде стран и прямых запретов на торговлю инсайдеров.

Если отвлечься от морально-правовых суждений, то по существу речь идет о проблеме асимметрии информации. Аналогичные ситуации возникают во всех случаях, когда на рынке с несовершенной информацией действует группа торговцев, хорошо осведомленных о реальной ценности товаров и правилах поведения других участников. Ими могут быть ( помимо инсайдеров) так называемые рыночные специалисты – брокеры, дилеры и т.д., т.е. лица, профессиональная деятельность которых связана с рынком ценных бумаг. Каждый из них затрачивает немало усилий на приобретение дополнительной, "частной" информации, а потому вполне заслуженно оказывается в привилегированном положении, из которого он будет стремиться извлечь максимальную выгоду. В данном случае вообще отсутствуют какие-либо морально-правовые основания для ограничений или запретов деятельности информированных участников. Проблема должна рассматриваться в чисто экономической плоскости: насколько эффективно может функционировать рынок в долго- и краткосрочном аспектах при информационной асимметрии.

Основной аргумент, приводимый в пользу торговли инсайдеров, состоит в том, что она улучшает эффективность рынка акций. Инсайдеры хорошо информированы о ценности активов, и, если им разрешено торговлять, рыночные цены переносят имеющуюся у них информацию другим агентам. В результате общее благосостояние может быть улучшено, так как уменьшаются риски участвующих в торговле сторон, а

возможные потери аутсайдеров компенсируются более эффективным распределением инвестиций.

Некоторые теоретические работы подробно обсуждают этот аргумент. В [1] показано, как информация инсайдера распространяется между рыночными специалистами (дилерами) и неинформированными торговцами. В динамической модели последовательных аукционов А. Кайла [2] нейтральный по риску инсайдер взаимодействует с нейтральными по риску посредниками (market makers), устанавливающими эффективные цены, и с иррациональными торговцами. Используя монопольное положение на рынке, инсайдер обеспечивает себе положительную прибыль, несмотря на то, что его частная информация постепенно раскрывается через цены. Если частота торгов неограниченно возрастает, то к концу торгового периода цены полностью передают имеющуюся у инсайдера информацию [2].

Однако поведение инсайдеров может оказаться более сложным. Например, как показано в [3], инсайдеру порой выгодно дезинформировать остальных участников, передавая ложные ценовые сигналы. Это происходит, если дисперсия отдачи от торгуемого актива достаточно мала.

В настоящей работе демонстрируются аналогичные эффекты торговли инсайдеров, возникающие вследствие ненормального поведения других участников. Мы обобщаем модель последовательных аукционов Кайла [2], включая в рассмотрение четыре типа участников. Кроме указанных трех типов на рынке действуют аутсайдеры, под которыми мы понимаем не склонных к риску рациональных инвесторов, не информированных о будущей ценности актива и не влияющих на цены. Инсайдер учитывает воздействие, оказываемое его торговыми операциями на ожидания посредников и аутсайдеров. Как и в модели Кайла [2], посредники устанавливают конкурентные цены, рассчитывая получить нулевую прибыль в каждой сделке. При этом цена актива равна будущей отдаче, ожидаемой посредниками на основе имеющейся у них информации. В отличие от них аутсайдеры используют ценовые сигналы для байесовской корректировки собственных ожиданий отдачи от актива. Они доверяют таким сигналам не полностью, а лишь в той степени, которая соответствует их относительной точности. Поэтому, вообще говоря, аутсайдеры и посредники расходятся в оценке будущей отдачи.

Такое расхождение приводит к возникновению двоякого рода эффектов аномального ценообразования, когда избыточное предложение (спрос) актива заставляет посредников увеличивать (уменьшать) эффективную цену. Подобное поведение посредников вызывается тем, что они принимают в расчет аномальную реакцию аутсайдеров или инсайдеров. С одной стороны, аутсайдеры могут быть слишком чувствительны к отклонению текущей и ожидаемой цены, если они толерантны к риску (абсолютная степень неприятия риска достаточно мала). В этом случае избыточное предложение актива воспринимается посредниками как сигнал того, что имеет место недооценка стоимости актива, а не переоценка, что соответствовало бы нормальной ситуации, поэтому посредники повышают цену.

С другой стороны, инсайдерам может быть выгодно дестабилизировать рынок, используя расхождения ожиданий посредников и аутсайдеров. Рассмотренный далее числовой пример показывает, что при высокой толерантности к риску со стороны аутсайдеров аномальная торговля может принести инсайдерам дополнительную прибыль. Подобные эффекты аномальной торговли и ценообразования невозможны исходной модели последовательных аукционов Кайла [2].

Другой аномальный эффект, который также невозможен в модели Кайла, заключается в том, что задача инсайдера может иметь неединственное решение. Использование обратной индукции для этой динамической задачи позволяет получить набор эндогенных параметров, определяющий поведение участников (объемы сделок и цены) в каждом торге при известной реализации иррациональных продаж. Мы называем данный набор *технологией торговли*. Как показывает численный анализ, технология торговли однозначно определена при некоторых терминальных условиях.

если экзогенные параметры модели (степень неприятия риска аутсайдерами, дисперсия иррациональной торговли и терминальная дисперсия ожиданий) не очень малы. В этом случае инсайдер рассчитывает технологию торговли перед тем как рынок начнет работу.

Если же, например, эластичность неприятия риска достаточно мала, то для некоторых торгов инсайдер может найти несколько наборов параметров, удовлетворяющих условиям 1-го и 2-го порядка. В этом случае технология торговли определяется в ходе торгов из некоторого набора эндогенных параметров, представленного в виде дерева с основанием, относящимся к последнему моменту времени и с вершинами – к начальному. Тогда в каждый момент времени инсайдеру необходимо пересматривать принятые решения, сравнивая ожидаемые прибыли для всех ветвей данного дерева. Вообще говоря, такой пересмотр может привести к выбору технологии торговли, *не согласованной во времени*. Однако для частного примера, рассмотренного в статье, последовательная максимизация прибыли дает согласованную во времени технологию торговли. Ветвь, выбранная в начальный момент времени, оказывается предпочтительной и в дальнейшем. Она характеризуется одновременно наименьшей информативностью цен и их наибольшей чувствительностью к объемам сделок.

В следующих двух разделах исследуется модель последовательных сделок и ее решение, найденное в виде *рекурсивного линейного равновесия*. Существование внутренних решений анализируется в разд. IV. В разд. V обсуждаются эффекты аномальной торговли. Неединственность решений и дестабилизирующая торговля инсайдеров рассматриваются на примере в разд. VI и VII.

## II. МОДЕЛЬ

Представленная модель является обобщением модели последовательных торгов, предложенной в [2] А. Кайлом (далее КМ). В ней два бесконечно делимых актива – рисковый и безрисковый (акции и облигации) – обмениваются между тремя типами торговцев. Первый тип – инсайдеры, имеющие доступ к частной информации о будущей ценности рискового актива и влияющие на его цену. Второй – посредники (дилеры), устанавливающие эффективные рыночные цены; третий – иррациональные торговцы, чье поведение определяется не из соображений максимизации прибыли, а экзогенно, например на основе предпочтения ликвидности. В нашей модели в торгах также участвуют неинформированные, не склонные к риску малые инвесторы – аутсайдеры, максимизирующие отдачу от своего портфеля активов.

Торговля происходит в течение определенного промежутка времени, называемого торговым периодом (торговый день в КМ), состоящего из  $N$  последовательных аукционов или торговых дат (раундов),  $n = 1, \dots, N$ . Каждый аукцион организован следующим образом. Инсайдеры и иррациональные торговцы независимо и одновременно определяют свои заявки на куплю или продажу рискового актива и передают их посредникам. Последние по этим заявкам и по предыдущим наблюдениям устанавливают эффективную цену и, сообщая ее аутсайдерам, принимают от них заявки на торговлю, а затем "очищают" рынок.

Инсайдерам на начало торгового периода известна реализация  $v$  будущей ценности рискового актива  $\tilde{v}$ , которая нормально распределена с математическим ожиданием  $\rho_0$  и дисперсией  $\Sigma_0^*$ . Однако они не знают точного спроса или предложения этого актива со стороны иррациональных торговцев. В каждом торговом раунде  $n$  инсайдер максимизирует ожидаемую прибыль  $E_{n-1}\tilde{\pi}_n = E_{n-1} \sum_{k=n}^N (v - \tilde{p}_k)\Delta\tilde{x}_k$  на основе информации, доступной в момент  $n - 1$ . Здесь  $E_{n-1}$  – символ условного математического

\*Тильда обозначает случайную величину в отличие от ее реализации.

ожидания;  $\tilde{p}_k$  – цена рискового актива на торговую дату  $k$ ;  $\Delta\tilde{x}_k = \tilde{x}_k - \tilde{x}_{k-1}$  – величина заявки инсайдера, сообщаемая посреднику (чистая позиция в торговом раунде  $k$ );  $\tilde{x}_k$  – количество актива, купленное на аукционе  $k$ . Инсайдер ведет себя как монополист, принимающий в расчет влияние собственных действий на ожидания и поведение других участников.

Посредник не знает будущей ценности торгуемого актива и не может различать заявки инсайдеров и иррациональных торговцев. Он устанавливает на каждую торговую дату эффективную рыночную цену  $p_n$ ,  $n = 1, \dots, N$ , на уровне ожидаемой ценности актива исходя из доступной ему информации о предыдущих торгах и текущих заявках. Дилеры рассчитывают получить нулевую прибыль от каждого аукциона. Хотя в модели они не являются максимизирующими прибыль агентами, это условие можно связать с ценовой конкуренцией (в смысле Бертрана).

Аутсайдеры также не знают будущей ценности актива и не имеют информации о заявках, поданных другими участниками. Однако они могут делать предположения, черпая информацию из цен, передаваемых посредниками. В начале торгового периода аутсайдеры имеют вероятностное ожидание ценности актива, представленное нормальным распределением со средним значением  $p_0$  и дисперсией  $\Sigma_0$ . Аутсайдеры максимизируют ожидаемую полезность от своего конечного дохода за торговый период  $\tilde{W}_N = W_0 + \sum_{n=1}^N (\tilde{v}_n - \tilde{p}_n) \Delta\tilde{x}_n$ , где  $W_0$  – начальный капитал;  $\tilde{v}_n$  – текущая оценка ожидаемой ценности актива (среднее значение ожиданий);  $\Delta\tilde{x}_n = \tilde{z}_n - \tilde{z}_{n-1}$  – чистые покупки аутсайдером рискового актива на аукционе  $n$ . Аутсайдеры воспринимают текущие цены  $p_n$  как сигнал об истинной ценности актива и используют его для байесовской переоценки своих ожиданий  $v_{n-1}, v_0 = p_0$ .

Иррациональные торговцы воздействуют на рынок, предлагая случайным образом актив в количестве  $\Delta\tilde{u}_n$ . Эти величины независимы, нормально и одинаково распределены с математическим ожиданием, равным нулю, и дисперсией  $\sigma^2$  и не зависят от будущей ценности актива. Действия таких участников обычно объясняются мотивом предпочтения ликвидности [1, 2, 4].

Заметим, что в КМ правила установления цен и объемов продаж строятся на основании предыдущих наблюдений этих величин. Инсайдер знает всю последовательность предшествующих реализаций цены за торговый период  $p^{(n-1)} = \{p_1, \dots, p_n\}$  и выбирает объем продаж  $n$ -го аукциона  $x_n$  как функцию от этих реализаций и ожидаемой ценности актива  $v$ , т.е.  $x_n = x_n(p^{(n-1)}, v)$ . Аутсайдеры выбирают свой объем продаж исходя из их оценки ожидаемой ценности актива  $v_n$  и наблюдений цены за  $n$  периодов:  $z_n = Z_n(p^{(n)}, v_n)$ . Посредники имеют информацию о заявках инсайдеров и иррациональных торговцев за все предыдущие и текущий аукционы  $h^{(n)} = \{x_1 + u_1, \dots, x_n + u_n\}$  и устанавливают эффективную цену  $p_n = P_n(h^{(n)})$ .

Определим торговые стратегии инсайдеров и аутсайдеров как последовательности  $X = \{X_1, \dots, X_N\}$  и  $Z = \{Z_1, \dots, Z_N\}$  соответственно, а ценовую стратегию дилеров – как  $P = \{P_1, \dots, P_N\}$ . Положим, что прибыль инсайдера в раундах с  $n$  по  $N$

$\tilde{\pi}_n = \pi_n(X, Z, P) = \sum_{k=n}^N (v - \tilde{p}_k) \Delta\tilde{x}_k$  – функция от торговых и ценовой стратегий. Детерминированный эквивалент конечного дохода аутсайдера, ожидаемого в аукционе  $n$ , составляет  $U_n(X, Z, P) = E[\tilde{W}_N / p^{(n)}] - (a/2) \text{Var}[\tilde{W}_N / p^{(n)}]$ , где  $a > 0$  – степень склонности к риску. Данное предположение достаточно часто используется в финансовой литературе. Оно отвечает ситуации полезности случайного дохода вида  $-e^{-aw}$ , т.е. имеющей постоянную абсолютную эластичность неприятия риска  $a$ , а также принятому выше предположению о нормальности ожиданий аутсайдеров.

### III. РАВНОВЕСИЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ АУКЦИОНОВ

Равновесие последовательных аукционов для нашей модели определяется как: 1) пара торговых стратегий  $X$  и  $Z$ , 2) ценовая стратегия  $P$  и 3) последовательность условных вероятностных ожиданий  $g_n(\tilde{v} / p^{(n)})$ , удовлетворяющих следующим условиям при  $n = 1, \dots, N$ .

1) *Последовательной максимизации прибыли*: для всех  $X'$ , таких, что  $X'_1 = X_1, \dots, X'_{n-1} = X_{n-1}$ , выполнено  $E[\pi_n(X, Z, P)/p^{(n-1)}, v] \geq E[\pi_n(X', Z, P)/p^{(n-1)}, v]$ .

2) *Максимизации ожидаемой полезности*: для всех  $Z'$  справедливо  $U_n(X, Z, P) \geq U_n(X, Z', P)$ .

3) *Рациональности ожиданий*: условная вероятность  $g_n(\tilde{v} / p^{(n)})$  переоценивается аутсайдерами согласно формуле Байеса.

4) *Рыночной эффективности в широком смысле*: цена, устанавливаемая посредниками, рассчитывается как  $p_n = E(\tilde{v} / h^{(n)})$ .

Определим, следуя КМ, равновесие последовательных аукционов как *рекурсивное линейное равновесие*, в котором стороны используют линейные стратегии и динамика цен задана рекурсивно

$$\Delta \tilde{p}_n = \tilde{p}_n - \tilde{p}_{n-1} = \lambda_n (\Delta \tilde{x}_n + \Delta \tilde{z}_n + \Delta \tilde{u}_n), \quad (1)$$

где  $\lambda_1, \dots, \lambda_n$  – эндогенные параметры, устанавливаемые из условия рыночной эффективности. Они характеризуют так называемую глубину рынка: если их значение мало, то большой объем сделок вызывает несущественное изменение цены. Рынок считается глубоким в момент  $n$ , если  $\lambda_n$  мало. Можно показать, что линейность рекурсивного равновесия следует из предположений о нормальности распределений объемов продаж иррациональных торговцев и ожиданий посредников.

Следующая теорема описывает рекурсивное линейное равновесие как решение системы разностных уравнений при некоторых начальных условиях.

**Теорема.** Предположим, что существует рекурсивное линейное равновесие. Тогда для всех торговых дат  $n = 1, \dots, N$

$$\Delta \tilde{x}_n = \beta_{1n} (\tilde{v} - \tilde{p}_{n-1}) + \beta_{2n} (\tilde{v}_{n-1} - \tilde{p}_{n-1}), \quad (2)$$

$$\Delta \tilde{z}_n = \gamma_n (\tilde{v}_{n-1} - \tilde{p}_{n-1} - \lambda_n (\Delta \tilde{x}_n + \Delta \tilde{u}_n)), \quad (3)$$

$$\Delta \tilde{p}_n = C_n (\Delta \tilde{x}_n + \Delta \tilde{u}_n) + \lambda_n \gamma_n (\tilde{v}_{n-1} - \tilde{p}_{n-1}), \quad (4)$$

$$E[\tilde{\pi}_n / p^{(n-1)}, v] = \alpha_{1n-1} (v - p_{n-1})^2 + \alpha_{2n-1} (v - p_{n-1}) (v_{n-1} - p_{n-1}) + \alpha_{3n-1} (v_{n-1} - p_{n-1})^2 + \delta_{n-1}, \quad (5)$$

$$\tilde{v}_n = \xi_n \tilde{p}_n + (1 - \xi_n) \tilde{v}_{n-1}, \quad (6)$$

где  $\xi_n$  – относительная точность ценового сигнала,  $0 < \xi_n < 1$ .

При заданном значении условной дисперсии ошибки посредника  $\Sigma_N$  и условии нулевой прибыли в  $N$ -м аукционе  $\alpha_{1N} = \alpha_{2N} = \alpha_{3N} = \delta_N = 0$ , множество эндогенных параметров  $T = \{\beta_{1n}, \beta_{2n}, \alpha_{1n}, \alpha_{2n}, \alpha_{3n}, \delta_n, \lambda_n, \gamma_n, \Sigma_n, \xi_n\}_{n=1}^N$  – решение по обратной индукции системы

$$\beta_{1n} = \frac{1 - C_n (2\alpha_{1n} + \alpha'_{2n})}{2C_n (1 - C_n \alpha_n)}, \quad (7)$$

$$\beta_{2n} = -\frac{\gamma_n \lambda_n}{2C_n} + \frac{\gamma_n \lambda_n \alpha_n - (2\alpha'_{3n} + \alpha'_{2n})}{2(1 - C_n \alpha_n)}, \quad (8)$$

$$\alpha_{1n-1} = \alpha_{1n} A_n^2 + \alpha'_{3n} (1 - A_n)^2 + \beta_{1n} A_n - \alpha'_{2n} A_n (1 - A_n), \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \alpha_{2n-1} = & -2\alpha_{1n} A_n B_n - 2\alpha'_{3n} (1 - A_n)(1 - B_n) + \beta_{2n} A_n - \\ & - \beta_{1n} B_n + \alpha'_{2n} B_n (1 - A_n) + \alpha'_{2n} A_n (1 - B_n), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\alpha_{3n-1} = \alpha_{1n} B_n^2 + \alpha'_{3n} (1 - B_n)^2 - \beta_{2n} B_n - \alpha'_{2n} B_n (1 - B_n), \quad (11)$$

$$C_n = \beta_{1n} \Sigma_n / \sigma^2, \quad (12)$$

$$\gamma_n = 1 / (\alpha \Sigma_{n-1} + \lambda_n), \quad (13)$$

$$\xi_n = \beta_{1n} C_n, \quad (14)$$

$$\Sigma_n = (1 - \xi_n) \Sigma_{n-1}, \quad (15)$$

$$\delta_{n-1} = \delta_n + \alpha_n \lambda_n^2 \sigma^2, \quad (16)$$

при выполнении условия второго порядка

$$C_n (1 - C_n \alpha_n) > 0, \quad (17)$$

где  $A_n = 1 - \xi_n$ ,  $B_n = C_n \beta_{2n} + \lambda_n \gamma_n$ ,  $C_n = \lambda_n (1 - \lambda_n \gamma_n)$ ,  $\alpha'_{2n} = A_n \alpha_{2n}$ ,  $\alpha'_{3n} = A_n^2 \alpha_{3n}$ ,  $\alpha_n = \alpha_{1n} + \alpha'_{2n} + \alpha'_{3n}$ .

Доказательство. Схема доказательства этой теоремы аналогична предложенной в [2] для теоремы 2. Предположим, что (5) – решение задачи инсайдера, тогда

$$\begin{aligned} E[\tilde{\pi}_n / p^{(n-1)}, v] = & \max_{\Delta x_n} E[(v - \tilde{p}_n) \Delta x + \alpha_{1n} (v - \tilde{p}_n)^2 + \\ & + \alpha_{2n} (v - p_n) (v_n - p_n) + \alpha_{3n} (v_n - p_n)^2 + \delta_n / p^{(n-1)}, v]. \end{aligned} \quad (18)$$

Для линейного рекурсивного равновесия цены изменяются по правилу (1). Объем торговли аутсайдера – линейная функция цены:  $\Delta \tilde{z}_n = (\tilde{v}_n - \tilde{p}_n) / \alpha \Sigma_n$ . Это вместе с байесовским правилом переоценки (6) и уравнением цены (1) дает

$$\Delta \tilde{z}_n = \gamma_n (\tilde{v}_{n-1} - \tilde{p}_{n-1} - \lambda_n (\Delta \tilde{x}_n + \Delta \tilde{u}_n)), \quad (19)$$

где  $\gamma_n$  берется из (13).

Подставляя (19) в (1) и затем в (18), получаем объем торговли инсайдера  $\Delta x_n$ , который максимизирует его прибыль

$$\Delta \tilde{x}_n = \beta_{1n} (v - \tilde{p}_{n-1}) + \beta_{2n} (\tilde{v}_{n-1} - \tilde{p}_{n-1}), \quad (20)$$

где  $\beta_{1n}$  и  $\beta_{2n}$  рассчитываются по (7) и (8).

Из (19) и (20) легко получить разностное уравнение для параметров  $\alpha_{in}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , и  $\delta_n$ , отвечающие принципу оптимальности. Просуммировав члены при  $(v - p_{n-1})^2$ ,  $(v - p_{n-1})(v_{n-1} - p_{n-1})$ ,  $(v_{n-1} - p_{n-1})^2$  и остаточный член в (18), имеем уравнения (9)–(11), (16). При заданных  $\Sigma_n$ ,  $\lambda_n$  и  $\xi_n \in [0, 1]$  торговая стратегия, определяемая по правилу (20), удовлетворяет условию второго порядка (17) и является решением задачи инсайдера.

Параметры  $\Sigma_n$ ,  $\lambda_n$  и  $\xi_n$  рассчитываются из условия рыночной эффективности (достаточно см. [2]);  $\tilde{p}_n - \tilde{p}_{n-1} = E\{\tilde{v}_n - \tilde{p}_{n-1} / \Delta x_n + \Delta u_n\}$ .

Применяя теорему проекций для нормально распределенных случайных величин

линейное правило цены (1), получаем

$$C_n = \frac{\beta_{1n} \Sigma_{n-1}}{\beta_{1n}^2 \Sigma_{n-1} + \sigma^2}, \quad (21)$$

$$\Sigma_n = (1 - \xi_n) \Sigma_{n-1} = \frac{\sigma^2 \Sigma_{n-1}}{\beta_{1n}^2 \Sigma_{n-1} + \sigma^2}, \quad (22)$$

откуда прямо следуют (12), (14), (15).

Динамика объемов продаж, цен и оценок определяется прямой линейной рекурсией (2)–(6) при данном начальном значении  $p_0$ . Линейное правило установления цен (4) обеспечивает их эффективность в широком смысле, т.е. невозможность арбитражных сделок. Следует иметь в виду, что эффективные цены, вообще говоря, неравновесные. Как и в КМ, здесь неявно предполагается, что, установив эффективную цену для каждого аукциона, дилеры сами устраниют избыточный спрос или предложение актива. Такое предположение согласуется с реальной функцией этой категории участников, заключающейся в поддержании (иногда посредством искусственных сделок) равновесия на рынке.

Уравнения (7)–(16) задают обратную индукцию для расчета множества эндогенных параметров торговых технологий;  $\beta_{1n}, \beta_{2n}, n = 1, \dots, N$ , характеризуют поведение инсайдера в раунде  $n$ , измеряя интенсивность их торговли в зависимости от ошибок посредника ( $\tilde{v} - p_{n-1}$ ) и аутсайдера ( $\tilde{v}_{n-1} - p_{n-1}$ ). Это можно представить так

$$\Delta \tilde{x}_n = \beta_n (\tilde{v} - \tilde{p}_{n-1}) + \beta_{2n} (\tilde{v}_{n-1} - \tilde{v}), \quad (23)$$

где

$$\beta_n = \beta_{1n} + \beta_{2n} = \frac{1 - 2C_n \alpha_n}{2\lambda_n (1 - C_n \alpha_n)} \quad (24)$$

– параметр, соответствующий константе  $\beta_n$  в уравнениях (3), (15) в [2].

Параметры  $\alpha_{1n}, \dots, \alpha_{3n}$  определяют функцию прибыли инсайдера для аукциона  $n$  как квадратичную форму ошибки посредника и аутсайдера в момент  $n - 1$ ;  $\alpha_{1n}$  и  $\alpha_{3n}$  связывают ожидаемую прибыль с абсолютной ошибкой каждого из участников, тогда как  $\alpha_{2n}$  показывает, сколько может выиграть инсайдер от расхождения в их ожиданиях. Показатель  $\delta_n$  устанавливает ценность будущих торговых возможностей инсайдера;  $\gamma_n$  отражает интенсивность торговли аутсайдеров. Произведение  $\gamma_n \lambda_n$  определяет, является торговля инсайдера стабилизирующей или дестабилизирующей. Как следует из (3), аутсайдеры менее "чувствительны" к ней, если  $\gamma_n \lambda_n < 1$ , и более "чувствительны" при  $\gamma_n \lambda_n > 1$ . Инсайдер стабилизирует рынок, когда дополнительная единица актива, выставленная им на рынок, стимулирует аутсайдера предлагать меньшее количество актива, т.е.  $\gamma_n \lambda_n < 1$ . Параметр  $C_n$  указывает на восприимчивость рыночной цены к торговле инсайдера. Он положителен, если торговля – стабилизирующая.

Как уже говорилось, дилеры наблюдают общий поток заявок участников, однако могут разделить его на заявки аутсайдеров и остальных участников согласно (3). Это и выражено рекурсивной формулой цены (4). Прирост цены можно интерпретировать как линейную комбинацию слагаемых  $\lambda_n (\Delta \tilde{x}_n + \Delta \tilde{u}_n)$  и  $(\tilde{v}_{n-1} - \tilde{p}_{n-1})$ . Заметим, что в соответствии с (6)  $\tilde{v}_{n-1}$  можно представить как скользящее среднее предыдущих цен  $\tilde{p}^{(n-1)}$ , а разность  $\tilde{v}_{n-1} - \tilde{p}_{n-1}$  – как отклонение текущей цены от ее тенденции.

Множество эндогенных параметров  $T$  характеризует *технологию торговли инсайдеров* на конечном множестве аукционов и вычисляется по обратной индукции при заданной условной дисперсии  $\Sigma_N$  и из условия нулевой прибыли в последнем раунде  $\alpha_{1N} = \alpha_{2N} = \alpha_{3N} = \delta_N = 0$ . Для определения технологии торговли необходимо задаться

двумя экзогенными параметрами: степенью склонности к риску  $a$  и дисперсией объемов иррациональных продаж  $\sigma^2$ . Если система (7)–(17), решаемая по обратной индукции, имеет единственное решение, то она дает единственную торговую технологию  $T$ , определяемую экзогенными параметрами  $\{a, \sigma^2, \Sigma_N\}$ . Однако эта система в общем случае может не иметь единственного решения, т.е. инсайдер в некотором аукционе стоит перед выбором из нескольких решений.

#### IV. СУЩЕСТВОВАНИЕ РАВНОВЕСИЯ ТОРГОВОЙ ДАТЫ

Предыдущая теорема характеризует *внутренние* решения задачи инсайдера: необходимо, чтобы относительная точность ценового сигнала  $\xi_n$  в каждый момент времени строго принадлежала единичному интервалу. Рассмотрим итеративную процедуру нахождения этих решений.

Все параметры торговой технологии разделяются на две группы: определяемые рекурсивно и нерекурсивно. При известных эндогенных параметрах, относящихся к дате  $n$ , значения  $\alpha_{in-1}, i = 1, \dots, 3, \Sigma_{n-1}, \delta_{n-1}$  находятся рекурсивно из уравнений обратной индукции (9)–(11), (15)–(16). Нерекурсивные параметры  $\beta_{1n}, \beta_{2n}, \gamma_n, \lambda_n, \xi_n$  образуют нелинейную алгебраическую систему (7)–(8), (12)–(14) при известных рекурсивных параметрах  $\alpha_{in}, i = 1, \dots, 3, \Sigma_n$ . В каждый момент времени текущие параметры технологии торговли рассчитываются в два этапа. Сначала в момент  $n+1$  выявляются рекурсивные параметры для даты  $n$ , а затем, уже в момент  $n$ , – нерекурсивные.

Определим *равновесие торговой даты* как решение нерекурсивной системы (7)–(8), (12)–(14) для момента  $n$ , удовлетворяющее условию второго порядка (17) и  $0 < \xi_n < 1$ . Это равновесие характеризует торговлю, которая будет происходить в данном раунде: интенсивность предложений инсайдера и реакции аутсайдера, чувствительность цены и ее информативность. Систему (7)–(8), (12)–(14) можно заменить на трехмерную (7), (12), (14), описывающую параметры  $\beta_{1n}, C_n, \xi_n$ . Остальные нерекурсивные параметры  $\beta_{2n}, \gamma_n, \lambda_n$  затем находятся из (8), (13).

**Утверждение 1.** Пусть в некоторый момент  $n$  выполнено условие  $\alpha_{1n} > \alpha_{3n} > 0$ . Тогда существует равновесие торговой даты, такое, что  $0 < C_n < C_n^* = \Sigma_n^{1/2} / \sigma$ .

**Доказательство.** Из (12) и (14)  $\beta_{1n} = C_n \sigma^2 / \Sigma_n$ . Тогда относительная точность ценового сигнала

$$\xi_n = C_n^2 \sigma^2 / \Sigma_n. \quad (25)$$

Подставляя это выражение в  $\alpha'_{2n}, \alpha'_{3n}$  и в (7), имеем уравнение относительно  $C_n$

$$C_n = F_n(C_n), \quad (26)$$

где  $F_n(C_n)$  – правая часть (7), умноженная на  $\Sigma_n / \sigma^2$  как функция  $C_n$ .

Из (7)  $F_n(C_n) \rightarrow +\infty$  при  $C_n \rightarrow 0$ . Так как  $\alpha_{1n} > 0$ , получаем  $F_n(C_n^*) < \frac{1}{2}(\sigma / \Sigma_n^{1/2}) < C_n^*$ . Отсюда уравнение (26) имеет решение в интервале от 0 до  $C_n^*$ , если выполнено условие второго порядка  $C_n \alpha_{1n} < 1 \forall C_n$  из указанного интервала.

Если в  $(0, C_n^*)$  попадает точка  $1/\alpha_{1n}$ , то  $F_n(C_n)$  есть в ней вертикальная асимптота, и функция стремится к  $-\infty$ , когда  $C_n \rightarrow 1/\alpha_{1n}$  слева, поскольку  $\alpha_{1n} > \alpha_{3n}$ . В этом случае (26) также имеет решение.

Условие утверждения означает, что инсайдер ожидает выиграть от ошибки посредников и аутсайдеров в момент  $n-1$ , причем ошибка посредников рассматривается как более значимый источник прибыли. Доказательство утверждения описывает итеративную процедуру решения нерекурсивной системы, которую целесообразно использовать для численного анализа системы обратной индукции (7)–(17). Этую

процедуру можно понимать как поиск инсайдером относительной точности ценового сигнала  $\xi_n = C_n^2 / \Sigma_n$  для торговой даты  $n$ . Инсайдер выбирает некоторое начальное значение  $\xi_n^0$  из допустимого интервала  $(0, 1)$ , рассчитывает реакции посредников и аутсайдеров, сравнивает  $C_n^0 = \xi_n^0 \Sigma_n / \sigma^2$  с  $F_n(C_n^0)$ , затем выбирает новое значение  $\xi_n = \xi_n^1$  и т.д.

Скорее всего в условиях утверждения 1 всегда существует единственное равновесие торговой даты. Хотя данный факт не доказан, результаты численного анализа подтверждают его. Если условия утверждения не выполнены, то может случиться, что в некоторый момент система нерекурсивных уравнений (7), (12)–(14) даст два различных решения, являющихся равновесиями торговой даты. Тогда инсайдер будет вынужден выбирать наилучшее из них согласно принципу оптимальности, сравнив ожидаемые прибыли (5). Однако такое сравнение невозможно, так как неизвестны текущая цена актива  $p_{n-1}$  и ожидание аутсайдеров  $v_{n-1}$ , которые рассчитываются прямой индукцией для известной торговой технологии  $T$  и для реализованных значений случайной торговли. Иными словами, инсайдер не может выбрать лучшее равновесие торговой даты до того, как фондовый рынок начнет работу.

Для множественных решений технология торговли может быть представлена в виде дерева с основанием в дате  $N$  и вершинами в начальной дате 0. Узлы этого дерева соответствуют раундам с двумя или более равновесиями торговых дат. Тогда в каждый момент  $n$  инсайдер выбирает лучшую ветвь при заданных эндогенных параметрах ожидаемой прибыли (5) и значениях  $p_{n-1}$  и  $v_{n-1}$ . На самом деле в каждом раунде он должен пересматривать ранее принятое решение (ранее выбранную ветвь), что невозможно, когда равновесие торговой даты единственное.

## V. АНОМАЛЬНОЕ УСТАНОВЛЕНИЕ ЦЕНЫ

Определим торговлю в раунде  $n$  как *аномальную*, если  $\lambda_n < 0$ . Это означает, что эффективная цена реагирует на текущие рыночные заявки ненормально. Например, если посредник в момент  $n$  наблюдает избыточный спрос:  $\Delta x_n + \Delta z_n + \Delta u_n > 0$ , то он сделает вывод, что цена в момент  $n - 1$  была выше стоимости актива, поэтому он установит новую цену  $p_n$  – ниже, чем  $p_{n-1}$ .

Это происходит потому, что торговля инсайдеров или аутсайдеров аномальна и посредник учитывает это при установлении цены. Если аутсайдер слишком чувствителен к расхождению текущей цены актива от его оценки стоимости, то выполнено  $\gamma_n \lambda_n < 1$  и  $C_n > 0$ , если  $\lambda_n < 0$ . При этом условие второго порядка (17) выполнено, если  $\alpha_n > 0$  и  $C_n$  не слишком большое. В этом случае посредники придают слишком большой вес ошибке аутсайдера ( $v_{n-1} - p_{n-1}$ ).

Инсайдер в свою очередь рассчитывает на получение дополнительной прибыли из-за расхождения оценок посредников и аутсайдеров ( $v_{n-1} - p_{n-1}$ ). Согласно (5), он выигрывает от ошибок посредников и аутсайдеров, если  $\alpha_{1n}$  и  $\alpha_{3n}$  положительны. Кроме того, выигрыш от расхождения этих ошибок зависит от знака  $\alpha_{2n}$ . Если он отрицателен, то инсайдеру выгодно, когда участники ошибаются в одном направлении, но аутсайдер в большей мере, чем посредник (т.е.  $v < p_{n-1} < v_{n-1}$  или  $v > p_{n-1} > v_{n-1}$ ). Можно утверждать, что инсайдер использует относительную ошибку аутсайдера, если  $\alpha_{2n} < 0$  и  $\alpha_{3n} > 0$ . Вполне возможно, что в некотором аукционе  $\alpha_n$  становится отрицательным из-за того, что  $\alpha_{2n} < 0$  и велико по абсолютному значению. В данном случае инсайдер играет на относительной ошибке аутсайдера за счет некоторого сокращения ожидаемой прибыли (свободный член  $\delta_{n-1}$  в формуле ожидаемой прибыли (5) уменьшается согласно (16), если  $\alpha_n < 0$ ). При отрицательном  $\alpha_n$  условие второго порядка может выполняться при  $C_n < 0$ , если  $\gamma_n > 0$  и  $\lambda_n < 0$ . Другими словами, посредники придают слишком большой вес слагаемому  $\lambda_n(\Delta x_n + \Delta u_n)$  в

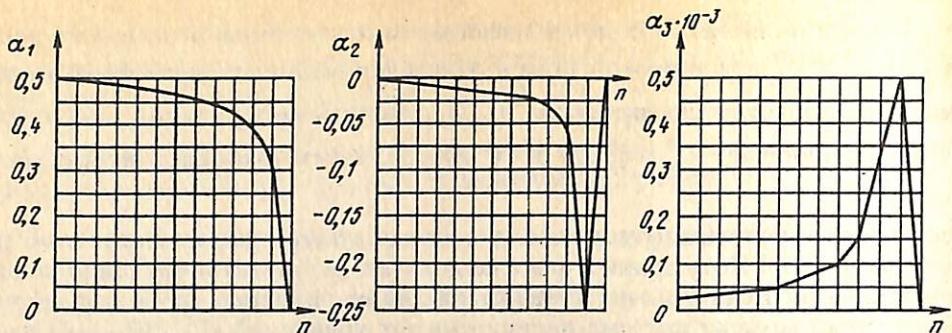


Рис. 1

модели цены (4) и при этом торговля аномальна, несмотря на нормальное поведение аутсайдеров.

Как показывает численный анализ, аномальная торговля имеет место при малых значениях экзогенных параметров  $a$ ,  $\sigma^2$ ,  $\Sigma_N$ . Для последнего торгового раунда это нетрудно установить аналитически.

**Утверждение 2.** *Торговля в раунде  $N$  является аномальной, если и только если*

$$a\Sigma_N^{\frac{1}{2}}\sigma < \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

**Доказательство.** Из (7), (12) и условия нулевой прибыли  $\alpha_{in} = 0$ ,  $i = 1, 2, 3$ , следует, что  $C_N = \Sigma_N^{\frac{1}{2}} / \sigma\sqrt{2}$ . Из (7)  $\beta_{1N} = \sigma / \Sigma_N^{\frac{1}{2}}\sqrt{2}$  и из (14)  $\xi_N = 1/2$ . Согласно (13) и (15),  $\lambda_N = a\Sigma_N / \sqrt{2}(a\Sigma_N^{\frac{1}{2}}\sigma - \frac{1}{2\sqrt{2}})$ . Следовательно,  $\lambda_N > 0$ , если и только если

$$a\Sigma_N^{\frac{1}{2}}\sigma > \frac{1}{2\sqrt{2}}.$$

Чем больше число аукционов, тем меньше конечная дисперсия ошибки  $\Sigma_N$  при заданном начальном значении  $\Sigma_0$ , т.е. при достаточно длинном периоде торговли условие утверждения не выполнено и торговля в последнем аукционе аномальна. Дан- ный эффект невозможен в исходной модели последовательных аукционов Кайла [2]. Он исключается из-за условия второго порядка, аналогичного (17) в представленной модели:  $\lambda_n(1 - \lambda_n\alpha_n) > 0$ , где  $\lambda_n$ ,  $\alpha_n$  – параметры модели Кайла, подобные  $\lambda_n$  и  $\alpha_n$  в нашей модели. Поскольку в КМ  $\alpha_n > 0$  для всех торговых раундов, условие второго порядка не выполнено для отрицательных  $\lambda_n$ . Это означает, что инсайдеру невыгодно сначала дестабилизировать рынок ценой некоторых потерь, а затем получать высокие прибыли, восполняющие первоначальные потери. Однако такое поведение возможно в нашей модели при ненормально низких экзогенных параметрах.

Вопрос о нормальности торговли для всех раундов может быть исследован численно. Если экзогенные параметры не слишком низки, то в каждом раунде торговля нормальна, причем выполнены следующие условия:  $\alpha_{1n} > 0$ ,  $\alpha_{2n} < 0$ ,  $\alpha_{3n} > 0$ ,  $\alpha_n > 0$ ,  $\beta_{1n} > 0$ ,  $\beta_{2n} < 0$ . Рис. 1 показывает динамику, характерную для эндогенных параметров  $\alpha_{1n}$ ,  $\alpha_{2n}$ ,  $\alpha_{3n}$  в нормальном случае ( $a = 1$ ,  $\sigma^2 = 100$ ,  $\Sigma_N = 100$ ).

## VI. НЕЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЙ В ПРЕДПОСЛЕДНИЙ МОМЕНТ ВРЕМЕНИ

Формальный анализ системы обратной индукции (7)–(17) затруднен из-за высокой степени нелинейности. Нерекурсивная подсистема (7)–(8), (12)–(14) сводится к (26), определяющему равновесие торговой даты. Это уравнение представляет собой многочлен 7-й степени, поэтому имеет смысл исследовать систему (7)–(17) численными методами. С помощью компьютера можно, во-первых, точно оценить число решений системы для различных значений  $a$ ,  $\sigma^2$  и  $\Sigma_N$  и, во-вторых, явно находить технологии торговли.

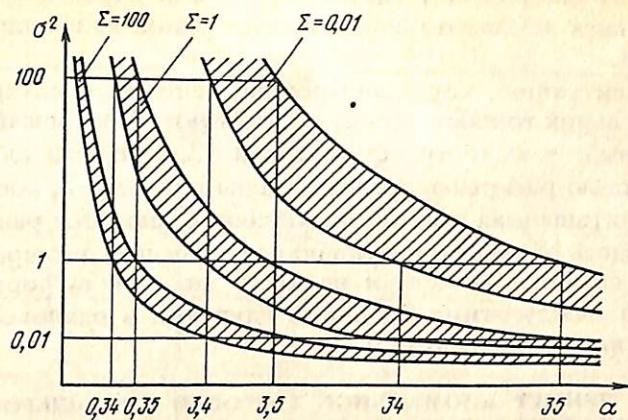


Рис. 2

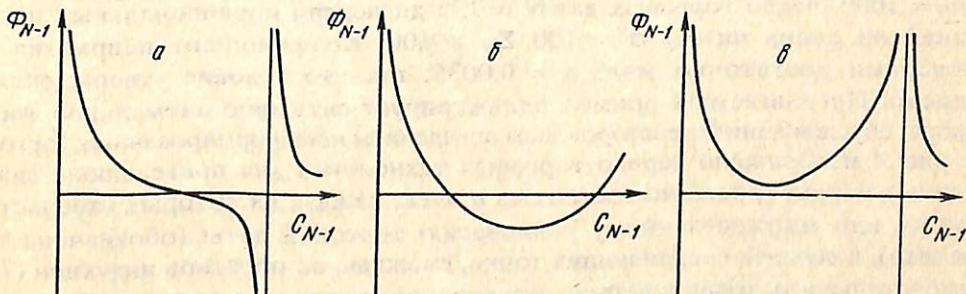


Рис. 3

Как и следовало ожидать, система дает "хорошие" решения при нормальных, т.е. не очень низких экзогенных параметрах. Рассмотрим равновесие торговой даты для предпоследнего момента  $N - 1$ . Нами было проведено численное исследование (26) для этого момента при различных  $a$ ,  $\sigma^2$ ,  $\Sigma_N$ . Как выяснилось, для достаточно большой области этих значений существуют только три возможности: а) единственное внутреннее решение; б) пара таких решений; в) их отсутствие.

Результаты численного анализа изображены на рис. 2. На плоскости параметров  $a$  и  $\sigma^2$  показаны области, соответствующие указанным вариантам для трех значений терминальной дисперсии  $\Sigma_N = 0,01, 1, 100$ . Заштрихованные области параметров соответствуют случаю двух решений; зоны, расположенные ниже указанных областей – отсутствию решений, выше – единственному решению. Как видно из рис. 2, чем выше терминальная дисперсия, тем больше область единственного решения и меньше другие зоны. Следующие два факта также установлены с помощью компьютерного анализа.

Интервалы значения параметра неприятия риска  $a$ , обеспечивающих два (1 или 0) решений в момент  $N - 1$ , совпадают для различных парных комбинаций дисперсий: а)  $\sigma^2 = 0,01, \Sigma_N = 100$ ; б)  $\sigma^2 = 1, \Sigma_N = 1$ ; в)  $\sigma^2 = 100, \Sigma_N = 1$ . При фиксированном  $\sigma^2$  отношения длин этих интервалов обратно пропорциональны квадратным корням из отношений соответствующих терминальных дисперсий (см. рис. 2).

На рис. 3 продемонстрировано графическое решение уравнения (26) для пред-

последней торговой даты. Функция  $\Phi_{N-1}(C_{N-1}) = F_{N-1}(C_{N-1}) - C_{N-1}$  пересекает ось абсцисс в интервале, удовлетворяющем условию второго порядка и требованию  $0 < \xi_{N-1} < 1$  в одной точке (рис. 3a), в двух (рис. 3б) и не пересекает данный интервал (рис. 3в). Вертикальная асимптота соответствует одной из границ условия второго порядка  $\alpha_{N-1}C_{N-1} = 1$ .

Мы не изучали ситуацию, когда внутренние решения в интервале возможных изменений относительной точности цен  $\xi_n$  отсутствуют. В ней инсайдер выберет одно из краевых решений, таких, что  $\xi_n = 0$  или 1. В первом случае его частная информация полностью раскрывается через цены в момент  $n$ , поскольку дисперсия ожиданий  $\Sigma_n$ , рассчитываемая прямой индукцией, становится равной нулю (мы не можем применить здесь обратную индукцию для пересчета дисперсии ожиданий). Во втором – ценовой сигнал в момент  $n$  не несет никакой информации об активе. Очевидна аналогия между этими крайними случаями и равновесиями "pooling" и "separating" в играх сигнализирования [3].

## VII. ПРИМЕР АНОМАЛЬНОЙ ТОРГОВЛИ ИНСАЙДЕРОВ: МНОЖЕСТВЕННЫЕ РЕШЕНИЯ И ТОРГОВОЕ ДЕРЕВО

Рассмотрим пример, демонстрирующий выбор в ситуации множественности решений. Предположим, что математическое ожидание будущей ценности актива  $Ev = p_0 = 1000$ , число торговых дат  $N = 7$ , а дисперсии иррациональных продаж и ожиданий не очень низки:  $\sigma^2 = 100$ ,  $\Sigma_N = 100$ . Коэффициент неприятия риска аутсайдерами достаточно мал:  $a = 0,0035$ , так что условие утверждения 2 не выполнено. Предлагаемый пример иллюстрирует ситуацию аномальной торговли инсайдера, обусловленной неосторожным поведением неинформированных торговцев.

На рис. 4 изображено дерево торговых технологий для приведенных значений экзогенных параметров. Оно состоит из точек, каждая из которых отвечает единственному или множественному равновесию торговой даты (обозначена в виде квадрата), и ветвей, соединяющих точки, смежные по обратной индукции (7)–(17). Последовательность точек и ветвей, соединяющих каждую из конечных и начальную точку дерева, называются путем. Точка, непосредственно предшествующая более чем одной точке (из которой выходит более одной ветви), является узлом дерева. Узел соответствует торговой дате, для которой равновесие не единственное. Торговое дерево, изображенное на рис. 4, включает шесть путей и пять узлов, выделенных жирными линиями.

В нашем примере все равновесия торговых дат существуют, и их не более двух для каждой даты. Обозначим точку торгового дерева  $p_{in}$ , где  $i$  – номер пути,  $i = 1, \dots, 5$ ;  $n$  – номер даты. На рис. 4 нумерация путей дана снизу и сверху, а даты – с левой стороны дерева. Скажем, начальная точка (узел) –  $p_{17}$ . В данном пункте используется верхний индекс для обозначения номера пути при эндогенных параметрах, например  $\alpha_{1n}^2$  – параметр  $\alpha_{1n}$  для второго пути. Первый путь выходит из начального узла вниз, второй – вправо. Ему принадлежат еще три узла:  $p_{26}, p_{24}, p_{22}$ . Ветви, отходящие от него вправо, образуют пути с третьего по пятый. Каждый из путей 2–5 связан с максимальным решением уравнения (26) для даты раздвоения. Ветви, продолжающие второй путь, отвечают минимальным решениям (26), которые являются положительными.

Нулевая ветвь, отходящая влево от узла  $p_{15}$ , соответствует минимальному решению (26), которое отрицательно, однако удовлетворяет условию второго порядка (17):  $C_5^1 < 0$ , но  $\alpha_1^5 < 0$  и достаточно велико по абсолютному значению. Торговля на пути 0 аномальна, так как для него выполнено:  $\lambda_5^1 = -2,313$ ;  $C_5^1 = 2,851$ ;  $\gamma_5^1 = 0,1005$ ;  $\lambda_5^1 \gamma_5^1 = -0,2308$ .

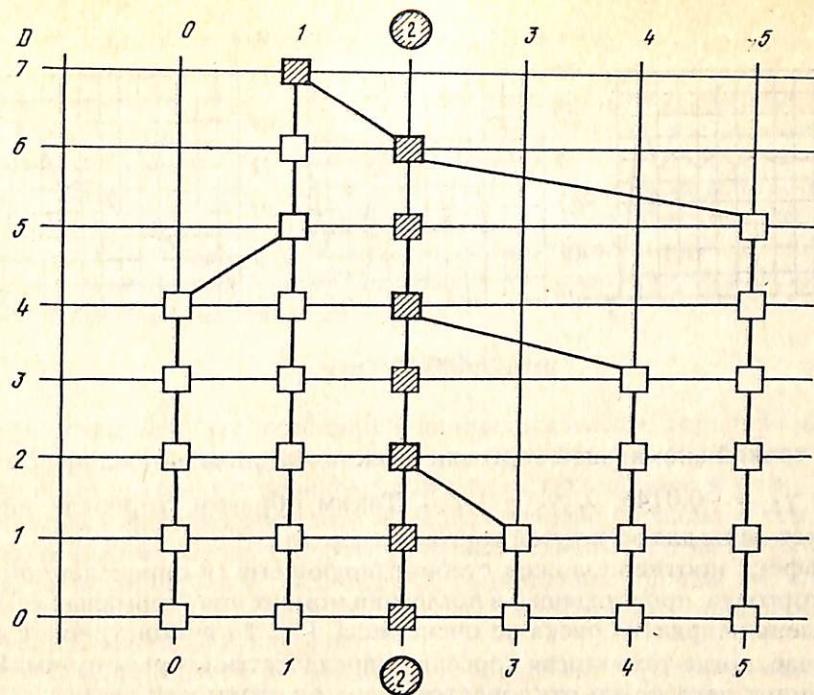


Рис. 4

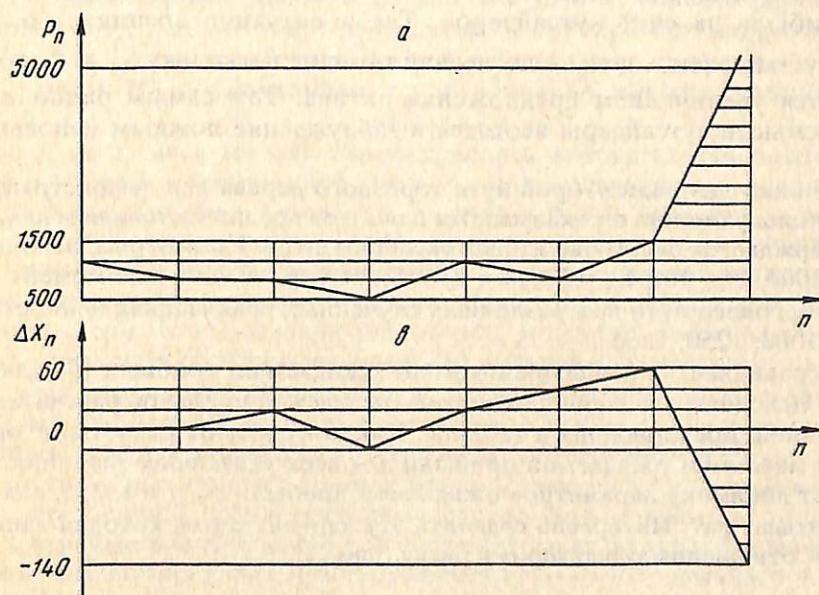


Рис. 5

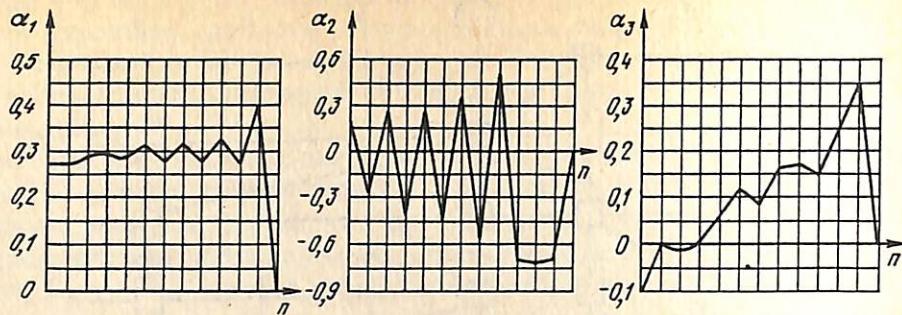


Рис. 6

Еще одной точкой аномальной торговли является начальный узел  $p_{17}$ :  $\lambda_7^1 = -69,65$ ,  $C_5^1 = -2,851$ ,  $\gamma_5^1 = -0,0145$ ,  $\lambda_5^1 \gamma_5^1 = 1,010$ . Таким образом, торговля инсайдеров дестабилизирует цены для всех путей торгового дерева.

Данный эффект противоположен стабилизирующему (в определенном смысле) воздействию торговли, происходящей в последний момент при "нормальных" условиях, т.е. когда степень неприятия риска не очень мала. Рис. 5а демонстрирует динамику цен в том случае, когда технология торговли определяется вторым путем. Именно в последний момент цена резко отклоняется вверх от стоимости актива, что можно интерпретировать как появление спекулятивного "пузыря", искусственно созданного инсайдером. Он продаёт в последнем раунде значительное количество актива, получая большую прибыль за счет аутсайдеров. Такая ситуация возникает вследствие аномального установления цены в последний момент: поскольку  $\lambda_7^1 < 0$ , рост цены сопровождается увеличением предложения актива. Тем самым рациональные в байесовском смысле аутсайдеры вводятся в заблуждение ложным ценовым сигналом.

Мы не случайно выбрали второй путь торгового дерева для демонстрации этого эффекта, поскольку именно он оказывается наиболее предпочтительным для инсайдера, что подтверждается рядом численных экспериментов. Рассмотрим, используя наш пример ( $p_0 = 1000$ ,  $\sigma^2 = 100$ ,  $\Sigma_N = 100$ ,  $a = 0,0035$ ), выбор в начальный момент времени наилучшего торгового пути при различных случайных реализациях ценности актива  $v = 500, 750, 1000, 1250, 1500$ .

Инсайдер сравнивает в начальный момент ожидаемые прибыли (5) для каждой ветви дерева. Исходные значения параметров ожидаемой прибыли, рассчитанные обратной индукцией, представлены в таблице. Как показывают расчёты, второй путь обеспечивает максимум ожидаемой прибыли для всех указанных значений  $v$ . Рис. 6 демонстрирует динамику параметров ожидаемой прибыли  $\alpha_{in}$ ,  $i = 1, 2, 3$ , для второго пути и 12 торговых дат. Интересно сравнить эту картину с той, которая типична для "нормального" отношения аутсайдеров к риску (рис. 1).

Параметр	Номер пути					
	0	1	2	3	4	5
$\alpha_{10}$	0,0514	0,0752	0,3029	-0,0171	0,0270	0,0856
$\alpha_{20}$	-0,0060	0,0017	-0,3578	0,0277	0,0080	-0,0161
$\alpha_{30}$	0,0006	-0,0505	0,0192	-0,0058	-0,0046	0,0100
$\delta_0$	-335,4	-1028,0	621,0	-2249,1	-181,3	912,8

Кроме того, для всех раундов параметры  $\xi_n, C_n, \lambda_n$  минимальны, а  $\gamma_n, \alpha_{1n}$  максимальны для второго пути. Таким образом, можно предположить, что инсайдером выбирается путь, на котором цены передают минимум информации, они наименее чувствительны к избыточному спросу, аутсайдеры наиболее активны, ожидаемые прибыли от ошибок посредников самые высокие.

Конечно, остается открытый вопрос, до какой степени можно обобщить эти наблюдения. Мы также не изучали ситуацию, когда в какой-то момент инсайдеру выгодно изменить ранее выбранный путь. Вероятно, такое несогласованное во времени поведение имеет место при более интенсивной торговле иррациональных участников, т.е. при более высоких значениях дисперсии  $\sigma^2$ .

### VIII. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье показано, что при определенных условиях торговля инсайдеров на фондовом рынке приводит к неожиданным результатам. В частности, если неинформированные участники слишком терпимы по отношению к риску, то инсайдеру может оказаться выгодно посыпать ложные ценовые сигналы и тем самым дестабилизировать рынок. Однако при нормальных условиях, когда аутсайдеры в достаточной мере осторожны и дисперсия иррациональных продаж не слишком мала, аномальные эффекты отсутствуют, а цена актива сходится к значению его ценности по мере увеличения числа аукционов.

Результаты анализа, тем не менее, не оправдывают практикуемые в ряде стран ограничения на торговлю инсайдеров. На наш взгляд, некоторый ущерб от дестабилизации фондового рынка во многих случаях компенсируется повышением его информационной эффективности и, как следствие, более эффективным распределением инвестиций, чем это возможно при прямых запретах на их торговлю. Данный аргумент обосновывается в ряде работ и, в частности, в недавно опубликованной [5], включающей явное описание инвестиционного поведения фирм.

Предложенная здесь модель использовалась авторами для численных экспериментов в рамках имитационной микро-макромодели национальной экономики MOSES [6]. Модель последовательных аукционов была "встроена" в режим поквартальных итераций микро-макромодели, причем каждая из этих итераций соответствовала одному торговому периоду фондового рынка. Значения ценностей торгуемых акций рассчитывались эндогенно на основе ежеквартальной (внутренней) информации о состоянии фирм. Как показали результаты имитаций, торговля инсайдеров на фондовом рынке способствует повышению долгосрочной эффективности инвестиций и стабилизирует экономический рост, если инвестиции фирм чувствительны к изменению курсов акций [7]. Данный результат согласуется с [8] и рядом других работ. В них утверждается, что ограничения на участие менеджеров в собственности корпораций и запреты на торговлю акциями препятствуют эффективному распределению компетентности, понимаемой как продуктивный фактор. Вместо прямых административных запретов и ограничений государству следует заботиться об организации эффективных механизмов сигнализирования, чувствительных к появлению инсайдеров на фондовом рынке.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Allen F., Gorton G.* Stock Price Manipulation, Market Microstructure and Asymmetric Information // *Europ. Econ. Rev.* 1992. V. 36. № 3.
2. *Kyle A.* Continuous Auctions and Insiders Trading // *Econometrica*. 1985. V. 53. № 6.
3. *Laffont J.-J., Maskin E.* The Efficient Market Hypothesis and Insider Trading on the Stock Market // *J. of Political Econ.* 1990. V. 98. № 1.
4. *Kyle A.* Market Structure, Information, Futures Markets, and Price Formation // *Internation Agricultural Trade: Advanced Readings and Price Formation, Market Structure and Price Instability*. Boulder-London, 1984.
5. *Leland H.* Insider Trading: Should It Be Prohibited? // *J. of Political Econ.* 1992. V. 100. № 3.
6. *Albrecht J., Bergholm F., Eliasson G. et al.* MOSES Code. IUI Research Report № 36. Stockholm. 1989.
7. *Antonov M., Trofimov G.* Insider Trading, Micro-Diversity and the Long-Run Macro-Efficiency. IUI Seminar Paper. Stockholm, 1992.
8. *Eliasson G.* The Firm as a Competent Team // *J. Econ. Behavior and Organization*. 1990. V. 13. № 2.

Поступила в редакцию  
5 IV 1993