

ОПИСАНИЕ СОСТОЯНИЯ ЭКОНОМИКИ РЕГИОНА КАК СТОХАСТИЧЕСКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ

© 1994 Пересада В.П.

(Санкт-Петербург)

Рассматривается зависимость затрат на коррекцию состояния экономики от ее статистических характеристик (параметров плотности распределения вероятности колебания запасов и выпусков).

В [1] отмечено, что процедура выбора решения о величине и направленности инвестирования состоит из нескольких этапов и циклична: "оценка состояния – коррекция уровня запасов – оценка состояния". Необходимость в непрерывном чередовании циклов вызвана тем, что после коррекции и новой оценки состояние экономики оказывается не тем, которое намечалось при выработке корректирующих воздействий – инвестиций. Это обусловлено непрерывно идущими рыночными сделками, носящими случайный характер и также влияющими на состояние экономики. В течение каждого этапа цикла изменяется "статистическое состояние экономики", которое определяется протекающими в ней случайными процессами, следовательно, статистическими характеристиками k , H , Γ_{SR} случайных колебаний "состояния экономики". Последнее определяется объемами запасов продукции и скоростью их производства, т.е. их выпуска.

Рассмотрим зависимость между характеристиками статистического состояния экономики и уровнем затрат, необходимых для коррекции развития экономики в желательном направлении. Такие зависимости в виде уравнений в полных дифференциалах могут быть найдены, если учесть, что обратная величина обобщенной дисперсии $1/k$ является интегрирующим множителем [2] для функций статистического состояния.

В частности, из выражений для энтропии (20), (25) в [1] в результате дифференцирования по H и по ρ функции F получается выражение для полного дифференциала Γ_{SR}

$$d\Gamma_{SR} = k dH - B_F k d\rho / \rho, \quad (1)$$

где $B_F = B\Phi_N(B) / (0,5 + \Phi_N(B))$; $\rho = (m_{E0} - M_E)E_{G0}(m_{E0} - M_E)^T$ – отклонение состояния экономики от среднего значения; $\Phi_N(B)$ – многомерный интеграл Лапласа; $\dot{\Phi}_N(B)$ – производная по B интеграла Лапласа; $B = \rho / \sqrt{k_Y}$.

Для дальнейшего анализа удобно записать (1) в виде двух слагаемых

$$\begin{aligned} d\Gamma_{SR} &= dQ_E - dW_E, \\ dQ_E &= d\Gamma_{SR} + dW_E. \end{aligned} \quad (2)$$

Используя экономическую терминологию, определим каждый член (2) следующим образом: Q_E – средний потенциал полных колебаний состояния экономики региона около среднего уровня ее состояния; Γ_{SR} – средний потенциал колебаний траекторий коррекций состояния экономики, обусловленный случайными ошибками выбора

величины и направленности инвестиций, вызванными ошибками оценок колебаний спроса-предложения; W_E – потенциал затрат на коррекцию уровня запасов в желательном направлении.

Равенство (2) означает, что хотя Q_E невозможно разделить на части – потенциал колебаний, обусловленный ошибками коррекции состояния экономики, и потенциал колебаний, полученный в результате множества случайных сделок купли-продажи, тем не менее можно для изменения среднего потенциала полных колебаний состояния экономики региона dQ_E записать уравнение в виде суммы приращения среднего потенциала колебаний, вызванных ошибками коррекции $d\Gamma_{SR}$, и приращения потенциала затрат, идущих на коррекцию уровня запасов: $dW_E = B_F k dp / \rho$.

Собственно говоря, способ вычисления этих затрат и является целью исследований. Необходимо определить, каковы должны быть затраты, предназначенные для изменения уровня запасов в желательном направлении.

Для этого проведем анализ средних потенциалов колебаний Q_E , Γ_{SR} в зависимости от уровня затрат W_E и характера протекающих при этом процессов изменения статистического состояния экономики.

Рассмотрим четыре идеализированных типа таких процессов.

1. Предположим, что экономика региона изолирована от случайных воздействий купли-продажи. Тогда дисперсия ее полных колебаний определится только тем, что затраты на коррекцию состояния будут выбираться с ошибками, обусловленными ошибками оценок состояния. При таких условиях полная эквивалентная дисперсия состояния экономики окажется постоянной, т.е. $k = \text{const}$ и, следовательно, $dk = 0$.

Такой процесс изменения статистического состояния экономики будем называть изодисперсным.

Так как $d\Gamma_{SR} = Ndk$, то $d\Gamma_{SR} = 0$ и (2) приобретает вид

$$dQ_E = dW_E. \quad (3)$$

С точки зрения экономических потенциалов это означает, что при изодисперсном характере процесса изменения Q_E равны потенциалу затрат, осуществляемых для коррекции уровня запасов в желательном направлении. Величину этих затрат найдем путем интегрирования выражения для $dW_E = \kappa B_F dp / \rho$

$$W_E = Q_E = 0,5 \kappa B_F \ln(\kappa_{Y2} / \kappa_{Y1}). \quad (4)$$

Имея в виду определение энтропии из [1]

$$H = N \ln(2\pi k) + 0,5 B_F \ln(\kappa_Y) + \text{const},$$

отметим, что при $k = \text{const}$

$$dH = 0,5 B_F \ln(\kappa_{Y2} / \kappa_{Y1}) = 0,5 B_F \ln f. \quad (5)$$

Эта величина – количество потерянной информации о запасах из-за увеличения дисперсии к концу коррекции от κ_{Y1} до κ_{Y2} .

Таким образом, при изодисперсном характере протекания процессов изменения состояния экономики средний потенциал полных колебаний состояния экономики будет пропорционален количеству теряемой информации о запасах за время между оценкой их уровня в начальный t_1 и конечный момент t_2 после реализации корректирующего воздействия.

Для наглядности изобразим это графически в системе координат k, H (см. рис. 1, а), где изодисперсный тип изменения состояния показан в виде горизонтальной прямой $k = \text{const}$.

Площадь под прямой $k = \text{const}$ при задании границ начальной H_1 и конечной неопределенности H_2 равна среднему потенциалу полных колебаний состояния

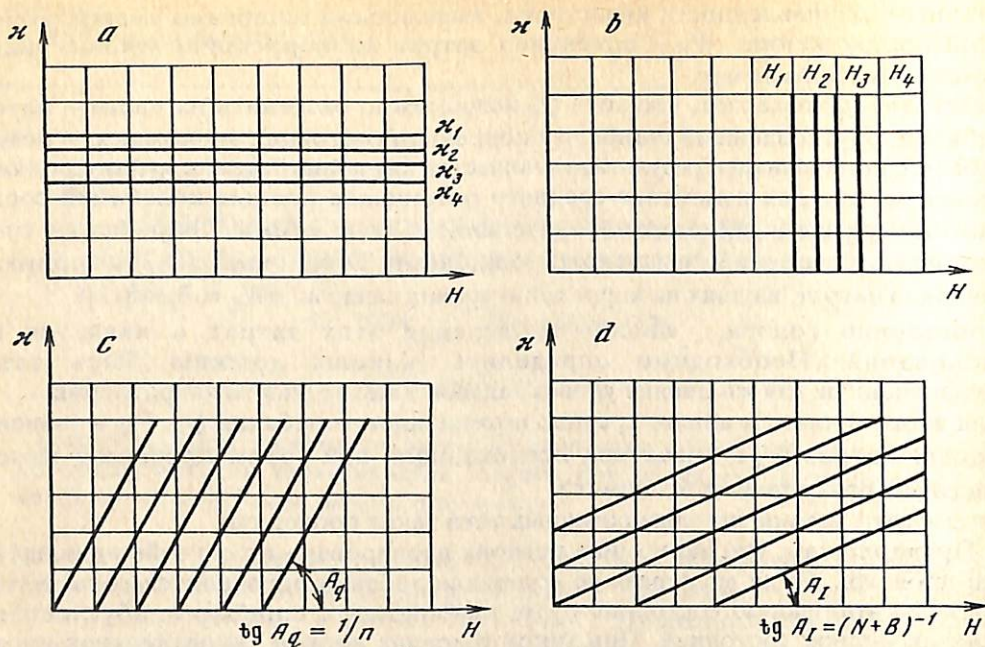


Рис. 1. Типовые зависимости изменения параметров статистического состояния экономики: *a* – изодисперсное, *b* – изоэнтропийное, *c* – изохорное, *d* – изоскоростное

экономики региона

$$Q_E = \kappa(H_2 - H_1) = \kappa \text{Inf}. \quad (6)$$

Как видно из (6), потенциал колебаний состояния пропорционален количеству теряемой информации $\text{Inf} = H_2 - H_1$.

2. Пусть накопленная за некоторый период информация о состоянии экономики региона обрабатывается без привлечения новой информации, т.е. $H = \text{const}$ и, следовательно, $dH = 0$. В этом случае процесс изменения статистического состояния экономики будем называть изоэнтропийным.

Так как $dQ_E = \kappa dH$, при изоэнтропийном процессе $dQ_E = 0$ и (2) приобретает вид

$$d\Gamma_{SR} = -dW_E. \quad (7)$$

С точки зрения экономических потенциалов это означает, что изменение среднего потенциала случайных колебаний состояния экономики уменьшится (увеличится) на величину, эквивалентную необходимым затратам на требуемое изменение уровня запасов.

Учитывая $d\Gamma_{SR} = N d\kappa$, найдем, что потенциал затрат, необходимый на соответствующее изменение уровня запасов, равен разности эквивалентных дисперсий

$$W_E = \Gamma_{SR} = N(\kappa_2 - \kappa_1). \quad (8)$$

В координатах κ, H изоэнтропийный тип процессов будет иметь вид вертикальных прямых (см. рис. 1, *b*), т.е. состояние экономики при таком характере процессов изменится скачкообразно: от κ_1 до κ_2 .

3. Пусть процесс изменения статистического состояния экономики региона протекает так, что дисперсия колебаний запасов не меняется, т.е. $\kappa = \text{const}$ и, следовательно, $d\kappa = 0$. Такой процесс будем называть изохорным. Так как по

1. Изодисперсный	2. Изоэнтропийный	3. Изохорный	4. Изоскоростной
------------------	-------------------	--------------	------------------

Характер статистического состояния экономики

эквивалентная дисперсия колебаний в пространстве состояний за время процесса не изменяется, $\kappa = \text{const}, d\kappa = 0$	неопределенность статистического состояния не изменяется, т.е. информация не поступает, $H = \text{const}, dH = 0$	дисперсия колебаний запасов за время процесса не изменяется, $\kappa_0 = \text{const}, d\kappa_0 = 0$	дисперсия колебаний выпусков за время процесса не изменяется, $\kappa_I = \text{const}, d\kappa_I = 0$
--	--	---	--

Изменение среднего потенциала полных колебаний состояния экономики при этом равно потенциалу затрат на коррекцию уровня запасов, $dQ_E = dW_E$, $d\Gamma_{SR} = 0$

нулю; средний потенциал случайных колебаний уменьшается на величину, эквивалентную затратам на соответствующие изменения уровня запасов $d\Gamma_{SR} = -dW_E, dQ_E = 0$

изменению среднего потенциала ошибок коррекции, так как при этом не производится затрат на изменение запасов, $dQ_E = d\Gamma_{SR}, dW_E = 0$

сумме изменений среднего потенциала ошибок коррекции плюс средний потенциал затрат на коррекцию запасов, $dQ_E = d\Gamma_{SR} + dW_E$

определению $\rho^2 = B^2 \kappa_Y$, то $d\kappa_Y = 0$ означает, что $dp = 0$ и, следовательно, $dW_E = 0$. Поэтому (2) приобретает вид

$$dQ_E = d\Gamma_{SR}. \quad (9)$$

С позиции экономических потенциалов это означает, что изменение среднего потенциала полных колебаний состояния экономики равно изменению среднего потенциала колебаний ошибок коррекции, так как при таком типе процесса не производится затрат на изменения запасов $dW_E = 0$. Поскольку $d\Gamma_{SR} = N d\kappa$, то при изохорном характере изменения статистического состояния экономики средний потенциал полных колебаний определится в результате интегрирования

$$\Gamma_{SR} = Q_E = N(\kappa_2 - \kappa_1). \quad (10)$$

Так как $dQ_E = \kappa$, $dH = N d\kappa$, то энтропия этого типа изменения статистического состояния найдется из равенства

$$H = N \ln(\kappa) + \text{const}. \quad (11)$$

В координатах $\ln(\kappa)$, H такое равенство изобразится семейством наклонных прямых с углом наклона A_q , определяемым уравнением $\text{tg} A_q = 1/N$ (см. рис. 1, с).

4. Пусть процесс протекает так, что можно считать неизменной эквивалентную дисперсию в подпространстве выпусков, т.е. $\kappa_I = \text{const}$ и, следовательно $d\kappa_I = 0$. Такой процесс изменения статистического состояния экономики будем называть изоскоростным.

В [1] отмечалось, что на уровень колебаний запасов должно налагаться ограничение на допустимую вероятность γ -отклонения запасов более чем на величину $m_{E\text{max}}$. Этим определяется предельное значение $B_M = \rho_{\text{max}} / \sqrt{\kappa_Y} = \Phi_N^{-1}(\gamma)$.

Исходя из качественных соображений, можно считать, что если отклонение запасов от среднего уровня ρ уменьшится или дисперсия колебаний выпусков κ_I увеличится, то начнет возрастать потребность в кредитах для расширения выпуска продукции, запасы которой сократились.

Назовем величину $P_B = \kappa_I^{1/2} B_M / B = \kappa_I^{1/2} \rho_{\text{max}} / \rho$ давлением спроса на кредитодателя

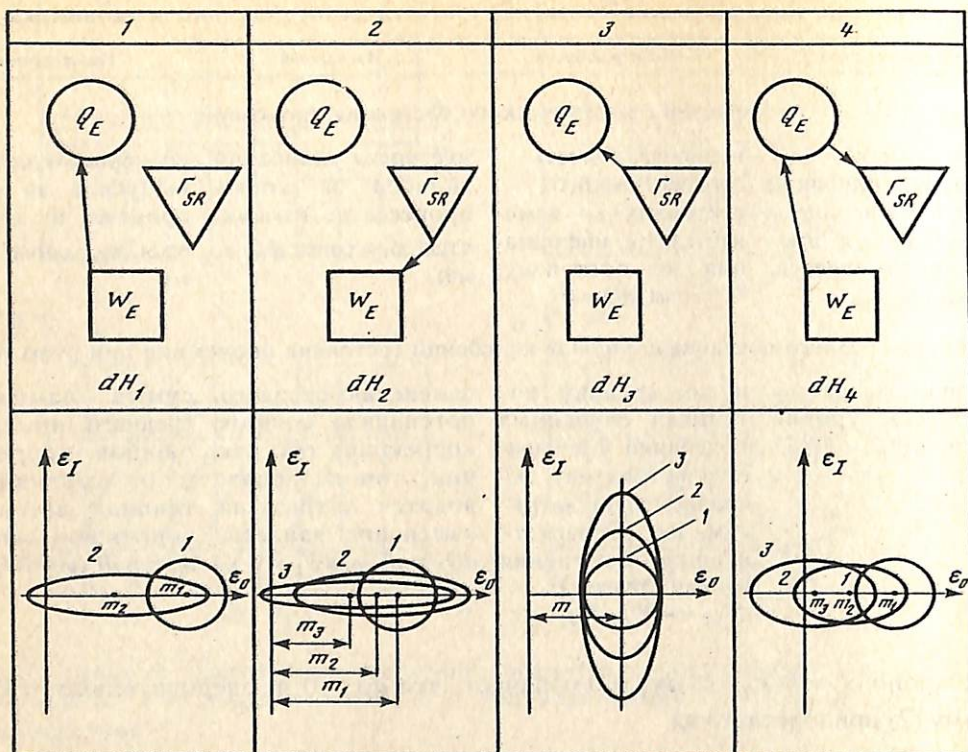


Рис. 2. Схема источников затрат, расходуемых на изменение потенциала полных колебаний состояния экономики. Верхняя половина – стрелками указаны направления изменения средних потенциалов. Количество информации, необходимой для этого, равно соответственно: $dH_1 = 0,5BL\ln\kappa_{Y2} / \kappa_{Y1}$, $dH_2 = 0$, $dH_3 = N\ln\kappa_2 / \kappa_1$, $dH_4 = C_I\ln\kappa_2 / \kappa_1$. Нижняя половина – эллипсоиды равной плотности распределения вероятности в одномерном фазовом пространстве для каждого типа изменения статистического состояния экономики

для инвестирования расширения производства. При этом справедливо тождество

$$P_B p = B_M \kappa, \quad (12)$$

откуда $P_B dp = B_M d\kappa$.

Для dW_E можно записать $dW_E = P_B B / B_M dp = B d\kappa$. Следовательно

$$dW_E = P_B B / B_M dp = B d\kappa. \quad (13)$$

Подставив это равенство в (2), получим

$$dQ_E = d\Gamma_{SR} + dW_E = (N + B) d\kappa, \quad (14)$$

откуда после интегрирования

$$Q_E = (N + B)(\kappa_2 - \kappa_1). \quad (15)$$

С точки зрения экономических потенциалов это означает, что при изоскоростном процессе изменения статистического состояния экономики, в отличие от изодисперсного, изменение среднего потенциала полных колебаний только частично обусловлено целенаправленными затратами на изменение запасов dW_E ; остальная доля определяется динамикой среднего потенциала случайных колебаний из-за ошибок оценки спроса-предложения и, следовательно, ошибок коррекции. Изменение последних описывается равенством $d\Gamma_{SR} = N d\kappa$. Так как $dQ_E = \kappa dH$, то выражение

для энтропии в этом случае найдется из (14): $kdH = C_I dk$, где $C_I = N + B$. После интегрирования это даст $H = C_I \text{Ln}(k) + \text{const}$.

В системе координат $\text{Ln}(k), H$ такая зависимость имеет вид семейства наклонных прямых с тангенсом угла наклона $\text{tg}(A_I) = 1/C_I$ (см. рис. 1, d).

Так как $\text{tg}(A_I) < \text{tg}(A_q)$, то эти прямые будут идти менее круто, чем прямые при изохорном типе движения.

В таблице приведена краткая сводка рассмотренных типов изменения статистического состояния экономики в процессе коррекции состояния последней. На рис. 2 схематически показано, за счет чего осуществляется изменение потенциала полных колебаний состояния экономики в каждом из четырех типов процессов. Следует иметь в виду, что для статистически обратимых процессов, т.е. устоявшейся экономики, ее статистическое состояние в начале каждого цикла (после оценки состояния) всегда одно и то же и в координатах k, H будет изображено некоторой точкой k_1, H_1 на любом из четырех типов рисунков. В конце циклов оно окажется другим (k_2, H_2), но таким же для всех циклов.

Однако путь перехода из точки 1 в точку 2 и из 2 в 1 существенно зависит от процессов изменения статистического состояния и определяет затраты, необходимые для изменения состояния экономики. Оценка различий – предмет дальнейшего анализа.

Таким образом, зная закономерности изменения статистического состояния экономики при разном характере колебаний спроса и предложения, можно вычислить уровни затрат, требующихся для коррекции состояния экономики. Это позволяет использовать инвестиции наиболее рационально и целенаправленно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пересада В.П. Описание состояния экономики региона как стохастической динамической системы // Экономика и мат. методы. 1994. Т. 30. Вып. 1.
2. Гибс Дж. Основные принципы статистической механики. М.: ОГИЗ, 1946.

Поступила в редакцию
24 III 1993