ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ 1994 Том 30, вып. 3

МОДЕЛЬ ИНФЛЯЦИИ В ЭКОНОМИКЕ ПЕРЕХОДНОГО ПЕРИОДА*

© 1994 г. Вороновицкий М.М.

(*Москва*)

Рассматривается макроэкономическая модель финансовых отношений, позволяющая анализировать динамику цен, финансовых и товарных потоков в ситуации дефицитности бюджета и инфляции.

Современное состояние экономики России характеризуется двумя основными чертами. Во-первых, в отличие от классической ситуации предприятия (фирмы) максимизируют не прибыль, а текущий доход работающих. Это свойственно предприятиям как государственного сектора, играющего подавляющую роль в хозяйстве России, по отношению к которым в современной ситуации интересы собственника никак не реализуются, так и недавно возникшим акционерным предприятиям с 51% акций, принадлежащих работникам предприятия. Во-вторых, в настоящее время в России не только крайний товарный дефицит, но и отсутствуют цивилизованные рынки товаров, труда, капитала. Поэтому имеющееся почти во всех макроэкономических моделях предположение о быстром установлении равновесия на рынках в рассматриваемой ситуации нереально, как нереально применение таких моделей вообще к современному состоянию экономики страны. В нашей модели мы стремимся учесть и своеобразие поведения предприятий, и длительность процесса установления равновесия (если тенденция к его установлению существует). Наряду с указанными двумя особенностями нынешней экономической ситуации в России следует отметить еще одну черту: рост цен на товары довольно длительное время сопровождается падением производства, которое руководство предприятий (фирм) объясняет нехваткой сырья и полуфабрикатов. Это в свою очередь объясняется недостатком оборотных средств. Не менее часто в качестве причины падения производства называют отставание платежеспособного спроса от предложения. В данном случае естественно хотя бы незначительное снижение цен, но и этого не наблюдается. Скорее всего спад производства опережает сокращение спроса. Но элементарная логика говорит, что недостача сырья может объяснять падение производства готовой продукции, полуфабрикатов, но не производства сырья. Вероятно, в производстве последнего основной причиной уменьшения объемов выпуска является недостаток либо предложения количества и качества труда, либо основного капитала (производственных мощностей). Учитывая это различие дефицитных ресурсов в производящих сырье и перерабатывающих отраслях, в нашей модели мы рассматриваем производство не в качестве единого сектора, подобно большинству макроэкономических моделей инфляции, а раздельно как сырьевой и перерабатывающий. Предполагается, что сырье поступает в перерабатывающий сектор, причём этот поток регулируется механизмом рыночного типа, т.е. наряду с ценой на готовую продукцию в модели переменной является и цена сырья. Факторами, лимитирующими производство, выступают предложение труда, сырья и основной ка-

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 93-06-10917).

питал (мощность основных фондов). Рынок труда моделируется заданными извне функциями предложения труда (количества и качества одновременно), аргументами которых служит реальная заработная плата в соответствующем секторе. Одним из предположений модели является разделение предложения труда в каждом из производственных секторов.

Кроме этого, мы приняли упрощающее предположение о линейной зависимости потребности каждого производственного сектора в капитале, сырье и трудовых ресурсах от объема выпуска продукции. Для простоты мы опускаем банковский сектор.

Итак, в нашей модели рассматриваются следующие секторы экономики: сырьевой, перерабатывающий, потребительский и государство.

Введем обозначения: $Z(t)$ – объем производства сырьевых ресурсов за период t; $Y(t)$ – объем производства потребительских товаров за период t; f – ставка налогообложения на добавленную стоимость; $\upsilon(t)$ – цена сырья; $p(t)$ – цена готовой продукции (потребительских товаров); $u(t)$ – оплата единицы труда в сырьевом секторе; $w(t)$ – оплата единицы труда в перерабатывающем секторе; $k(t)$ – основной капитал в сырьевом секторе; $K(t)$ – основной капитал в перерабатывающем секторе; r – длина производственного цикла в сырьевом секторе; R – длина производственного цикла в перерабатывающем секторе; $l\left(\frac{u}{p}\right)$ – предложение труда в сырьевом секторе в зависимости от реальной оплаты единицы труда; $L\left(\frac{w}{p}\right)$ – предложение труда в перерабатывающем секторе в зависимости от реальной оплаты труда; l и L – неубывающие функции с производной, стремящейся к нулю на бесконечности.

1. СЫРЬЕВОЙ СЕКТОР

Факторами, лимитирующими производство сырья, являются основной капитал и предложение труда. Обозначим $1/q$ – потребность в основном капитале на единицу продукции сырьевого сектора, а $1/d$ – затраты труда на единицу продукции сектора. Тогда аналогично [1]

$$Z(t) = \min\left(qk(t-r),\ l\left(\frac{u(t)}{p(t)}\right)d\right). \qquad (1)$$

Если, по предположению, в этом секторе производство ограничено предложением труда, то

$$Z(t) = l\left(\frac{u(t)}{p(t)}\right)d, \qquad (2)$$

если же оно ограничено капиталом, то

$$Z(t) = k(t-r)q. \qquad (2')$$

При этом стремление предприятий максимизировать доход работающих приводит к тому, что прибыль в этом секторе равна нулю

$$Z(t)\upsilon(t) - (1+f)\frac{u(t)Z(t)}{d} = 0. \qquad (3)$$

Отсюда получаем выражение для величины нормы оплаты труда: номинальной

$$u(t) = \upsilon(t)d/(1+f) \qquad (4)$$

и реальной

$$u(t)\,/\,p(t) = \upsilon(t)d\,/\,p(t)(1+f). \qquad (5)$$

Пусть

$$s(t) = \upsilon(t)\,/\,p(t). \qquad (6)$$

2. ПЕРЕРАБАТЫВАЮЩИЙ СЕКТОР

Обозначим: $1/a$ – затраты труда на единицу продукции; $1/c$ – затраты сырья на единицу продукции; $1/b$ – потребность в основном капитале на единицу продукции в перерабатывающем секторе. Тогда, в соответствии с нашими предположениями

$$Y(t) = \min\left(bK(t-R),\ aL\left(\frac{w(t)}{p(t)}\right),\ cZ(t-R)\right). \tag{7}$$

Так как лимитирующим ресурсом в этом секторе предполагается сырье, что также соответствует сегодняшней ситуации, то

$$Y(t) = cZ(t-R), \tag{8}$$

$$p(t)Y(t) - \frac{v(t-R)Y(t)}{c} - (1-f)w(t)\ \frac{Y(t)}{a}. \tag{9}$$

В начале реформы большинство предприятий в расчете себестоимости учитывали реальную цену сырья $\upsilon(t-R)$, что приводило к неуклонному уменьшению реальных оборотных средств и дополнительному падению производства. К началу 1993 г. большинство предприятий в расчет себестоимости стало включать цену сырья, действующую на момент отгрузки продукции, т.е. $\upsilon(t)$.

Стремление входящих в перерабатывающий сектор предприятий максимизировать доход работающих означает, что прибыль в этом секторе будет нулевой

$$p(t)Y(t) - \frac{\upsilon(t)Y(t)}{c} - \frac{(1+f)w(t)Y(t)}{a} = 0, \tag{10}$$

$$w(t) = \frac{a}{1+f}\left(p(t) - \frac{\upsilon(t)}{c}\right), \tag{11}$$

$$\frac{w(t)}{p(t)} = \frac{a}{(1+f)}\ \left(1 - \frac{\upsilon(t)}{cp(t)}\right). \tag{12}$$

Поэтому

$$L\left(\frac{w(t)}{p(t)}\right) = L\left(\frac{a}{1+f}\ \left(1 - \frac{\upsilon(t)}{cp(t)}\right)\right). \tag{13}$$

Чтобы рассматриваемый случай (дефицит сырья) имел место, необходимо выполнение равенства

$$l\left(\frac{ds(t)}{1+f}\right)\frac{d}{a} \leqslant \bar{L}\left(\frac{a}{1+f}\left(1 - \frac{s(t)}{c}\right)\right). \tag{14}$$

Этому условию соответствует область I на рисунке.

3. ПОТРЕБИТЕЛЬСКИЙ СЕКТОР

Доход сектора складывается из доходов работающих в сырьевом и перерабатывающем секторах, т.е.

$$u(t)\frac{Z(t)}{d} + w(t)Z(t-R)\frac{c}{a}. \tag{15}$$

Предполагается, что потребление государства в натуральном выражении равно $G(t)$, а также, что спрос его на готовую продукцию (она дефицитна) удовлетворяется в первую очередь. Таким образом, потребительскому сектору предлагается $cZ(t-R)$ –

$-G(t)$ продукции. Полагается, что вся эта продукция покупается, т.е. расходы потребительского сектора: $(cZ(t-R)-G(t))\,p(t)$.

Обозначим $V(t)$ денежные запасы потребительского сектора. Тогда

$$\frac{dV}{dt}=u(t)\frac{Z(t)}{d}+w(t)Z(t-R)\frac{c}{a}-(cZ(t-R)-G(t))p(t)-\omega(t)p(t), \tag{16}$$

где $\omega(t)p(t)$ – часть средств потребительского сектора, которая расходуется на расширение производства и возвращается потребителям через некоторое время после достижения равновесия на рынке готовой продукции

$$\frac{dV}{dt}=G(t)p(t)+\frac{1}{1+f}\ \upsilon(t)Z(t)+\frac{1}{1+f}p(t)Z(t-R)c-$$

$$-\frac{1}{1+f}Z(t-R)\upsilon(t)-cZ(t-R)p(t)-\omega(t)p(t),$$

$$\frac{dV}{dt}=G(t)p(t)-\frac{f}{1+f}cp(t)Z(t-R)+\frac{1}{1+f}(\upsilon(t)Z(t)-\upsilon(t)Z(t-R))-\omega(t)p(t). \tag{17}$$

4. ГОСУДАРСТВО

Доходы государства складываются из налоговых поступлений

$$\frac{f}{1+f}\upsilon(t)Z(t)+\frac{f}{1+f}\left(p(t)-\frac{\upsilon(t)}{c}\right)cZ(t-R).$$

Если в момент t они меньше расходов, т.е. составляют $G(t)p(t)$ то, чтобы осуществить их, государство эмитирует деньги в размере

$$M(t)=G(t)p(t)-\frac{f}{1+f}\big(p(t)cZ(t)+\upsilon(t)\big(Z(t)-Z(t-R)\big)\big). \tag{18}$$

Заметим, что

$$dV(t)/dt=M(t)+\upsilon(t)(Z(t)-Z(t-R))-\omega(t)p(t). \tag{19}$$

5. МЕХАНИЗМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЦЕН НА ГОТОВУЮ ПРОДУКЦИЮ

Платежеспособный спрос $D(p)$ на готовую продукцию составляется из расходов государства $G(t)$ и платежеспособного спроса населения $V(t)/p(t)$

$$D(t)=G(t)+\frac{V(t)}{p(t)}. \tag{20}$$

Из-за того, что в нашей модели не предполагается существование накоплений в потребительском секторе, в выражении (20) присутствует нереалистическое предположение о том, что спрос потребительского сектора в данный момент определяется всем накопленным к этому моменту количеством денег.

В момент t предложение готовой продукции $S(t)$ определяется

$$S(t)=Z(t-R)c. \tag{21}$$

Если не учитывать присущий российской экономике монополизм, то рыночный механизм установления цен можно описывать посредством процесса регулирования цен, когда производная цены пропорциональна произведению самой цены на дисбаланс реального спроса и реального предложения, относительного в (22) и абсолютного в (22')

$$\frac{dp(t)}{dt} = h_1 p(t) \frac{D(t) - S(t)}{S(t)},$$

$$\frac{d\ln p(t)}{dt} = h_1\left(\frac{D(t)}{cZ(t-R)} - 1\right), \tag{22}$$

$$\frac{dp(t)}{dt} = H_1 p(t)\ \left(D(t) - S(t)\right),$$

$$\frac{d\ln p(t)}{dt} = H_1\left(D(t) - cZ(t-R)\right), \tag{22'}$$

где h_1 и H_1 – некоторые положительные константы.

6. МЕХАНИЗМ РЕГУЛИРОВАНИЯ ЦЕН НА СЫРЬЕ

Спрос перерабатывающего сектора на сырье в момент t определяется тем, какое количество своей продукции перерабатывающий сектор планирует выпустить в момент $t + R$. В рамках предположений модели сектор, стремясь выпустить максимальный объем продукции, должен ориентироваться на условия, ограничивающие это количество. Такими условиями являются: платежеспособный спрос потребительского сектора (целесообразно выпускать лишь тот объем продукции, который будет оплачен); возможности производственных мощностей; количество труда, имеющегося в распоряжении перерабатывающего сектора, при данной величине реальной оплаты его единицы. Предполагается, что в интервале от t до $t + R$ величины $D(t)$, $k(t)$, $w(t)/p(t)$ неизменны. При этом модель планирования спроса производственного сектора на сырье имеет вид

$$D_1(t) = \min\left(\frac{D(t)}{c},\quad \frac{bK(t)}{c},\ a\frac{L\left(\frac{w(t)}{p(t)}\right)}{c}\right). \tag{23}$$

Поскольку рассматривается ситуация с резким падением загрузки производственных мощностей и избытком трудовых ресурсов, то естественно предположить, что платежеспособный спрос $D_1(t)$ перерабатывающего сектора определяется его спросом на готовую продукцию

$$D_1(t) = \frac{D(t)}{c}. \tag{24}$$

Предложение сырья $S_1(\upsilon)$

$$S_1(t) = Z(t). \tag{25}$$

Описание рыночного механизма установления цен без учета влияния монополизма посредством следующего процесса регулирования цен задается аналогично (22)

$$\frac{d\upsilon(t)}{dt} = h_2\upsilon(t)\left(\frac{D_1(t)}{S_1(t)} - 1\right),$$

$$\frac{d\ln\upsilon(t)}{dt} = h_2\left(\frac{D(t)}{cZ(t)} - 1\right), \tag{26}$$

$$\frac{d\upsilon(t)}{dt} = H_2\upsilon(t)\big(D_1(t) - S_1(t)\big),$$

$$\frac{d\ln\upsilon(t)}{dt} = H_2\left(\frac{D(t)}{c} - Z(t)\right), \tag{26'}$$

где h_2 и H_2 – некоторые положительные константы.

7. АНАЛИЗ ПРЕДПОСЫЛОК МОДЕЛИ

Обозначим $B(t) = D(t)/cZ(t-R)$ – показатель уровня дефицита на рынке готовой продукции. Нас интересует знак $dB(t)/dt$ на интервале $B \geqslant 1$. При этом мы ограничиваемся случаем, когда $(dZ(t)/dt) < 0$.

Сделаем некоторые экономически трудно интерпретируемые предположения относительно h_1, h_2, H_1, H_2

$$\frac{h_2}{h_1} \geqslant \frac{Z(t)}{Z(t-R)}. \tag{27}$$

$$H_2 \geqslant cH_1. \tag{27'}$$

При $h_2/h_1 \leqslant 1$ соотношение (27) означает постоянное снижение производства сырья на каждом отрезке от $t-R$ до t с ограниченной снизу скоростью падения. В случае $h_2/h_1 > 1$ в интервале от $t-R$ до t относительный рост производства сырья ограничен величиной h_2/h_1. При $h_2/h_1 > 1$ соотношение (27) выполняется, в частности, при рассматриваемых ниже ситуациях экспоненциального роста или падения производства.

В модели регулирования цен на готовую продукцию по относительному дисбалансу (22), (26) предположение (27) означает определенную согласованность рынка сырья и рынка конечной продукции. Соотношение (27') касается параметров H_1 и H_2, а (27) – h_1, h_2 и $Z(t)/Z(t-R)$; предполагается выполнение неравенства (27) на рассматриваемом отрезке времени.

В модели регулирования цен по относительному дисбалансу (22'), (26') предположение (27') означает, что отношение двух констант модели регулирования цен превышает количество готовой продукции, производимой из единицы сырья. Поскольку невозможно дать соотношениям (27) более четкую экономическую интерпретацию, необходима хотя бы косвенная проверка их выполнения в реальном случае.

Теперь, когда в модели задана динамика цен $p(t)$, $\upsilon(t)$, рассмотрим динамику $s(t) = \upsilon(t)/p(t)$

$$d\ln s(t)\,/\,dt = d\ln\upsilon(t)\,/\,dt - d\ln p(t)\,/\,dt, \tag{28}$$

$$\frac{d\ln s(t)}{dt} = h_2\left(B(t)\frac{Z(t-R)}{Z(t)} - 1\right) - h_1\big(B(t) - 1\big) = B(t)\left(h_2\frac{Z(t-R)}{Z(t)} - h_1\right) - (h_2 - h_1) \geqslant 0,$$

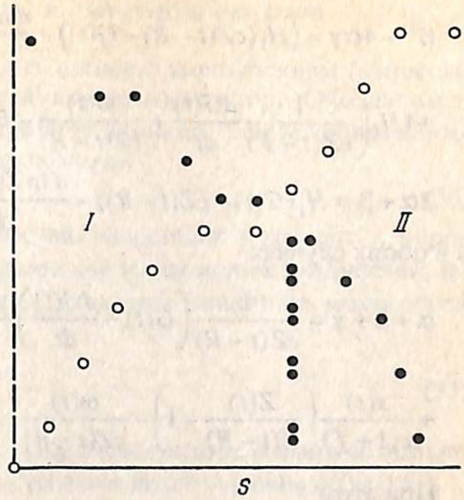
$$\frac{d\ln s(t)}{dt} = H_2 Z(t-R)\left(B(t) - \frac{Z(t)}{Z(t-R)}\right) - H_1 cZ(t-R)\times$$

$$\times\big(B(t) - 1\big) = B(t)Z(t-R)(H_2 - H_1c) - \big(H_2Z(t) - H_1cZ(t-R)\big) \geqslant 0. \tag{28'}$$

Таким образом, на участках одновременного монотонного изменения $s(t)$ и $Z(t)$ имеем два случая, когда цены на сырье увеличиваются быстрее цен на готовую продукцию: 1) производство растет; 2) сокращается.

С одной стороны, статистические данные о ценах и производстве в России за 1992 и начало 1993 г. отвечает именно второму случаю [2].

Обычное и, вероятно, рациональное объяснение опережающего роста цен на сырье по сравнению с ростом цен на конечную продукцию состоит в том, что стартовое соотношение между ними характеризуется необычайно низким уровнем цен на сырье по сравнению с ценами готовой продукции и тем, что внутренние цены много ниже мировых [3].



С другой стороны, когда производство в сырьевом секторе лимитируется предложением труда и, учитывая рисунок, можно сделать вывод, что падение производства сопровождается повышением цен на готовую продукцию, опережающих их рост на сырье.

Итак, реальной ситуации в экономике России больше соответствует случай, когда производство сырья ограничено только основным капиталом (2'). Легко видеть, что в этом случае мы имеем наряду с падением производства опережающий рост цен на сырье.

Таким образом, существуют внутренние причины для опережающего роста цен на сырье по сравнению с ценами на конечный продукт, которые скорее всего сохранятся и когда цены внутреннего рынка сравняются с мировыми.

8. ДИНАМИКА УРОВНЯ ДЕФИЦИТА

Учитывая (22), (26) и (20), выразим $dB(t)/dt$ через $B(t)$, $Z(t)$, $Z(t-R)$, $s(t)$, $G(t)$, $p(t)$ и f

$$\frac{dB(t)}{dt} = \alpha B(t)^2 + \beta B(t) + \gamma, \qquad (29)$$

где для двух видов регулирования цен: относительного дисбаланса (30) и абсолютного (30')

$$\alpha = -h_1,\ \beta = h_1 + h_1\frac{G(t)}{cZ(t-R)} - \frac{d\ln Z(t-R)}{dt},$$

$$\gamma = \frac{1}{cZ(t-R)}\frac{dG(t)}{dt} + \frac{G(t)}{cZ(t-R)}(1-h_1) + \frac{f}{1+f} - \frac{s(t)}{1+f}\frac{Z(t-R)-Z(t)}{cZ(t-R)} - \frac{\omega(t)}{cZ(t-R)}, \qquad (30)$$

$$\alpha = -H_1 cZ(t-R),\ \beta = H_1 cZ(t-R) + H_1 G(t) - \frac{d\ln Z(t-R)}{dt},$$

$$\gamma = \frac{1}{cZ(t-R)}\frac{dG(t)}{dt} + \frac{G(t)}{cZ(t-R)} - H_1 G(t) + \frac{f}{1+f} - \frac{s(t)}{1+f}\times \qquad (30')$$

$$\times\frac{Z(t-R)-Z(t)}{cZ(t-R)} - \frac{\omega(t)}{cZ(t-R)},$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = \left(h_1\left(1-\frac{G(t)}{c(t-R)}\right) - \frac{d\ln Z(t-R)}{dt}\right)^2 + 4h_1\left(\frac{1}{cZ(t-R)}\frac{dG(t)}{dt} + \right.$$

$$\left. + \frac{G(t)}{cZ(t-R)}(1-h_1) + \frac{f}{1+f} - \frac{s(t)}{1+f}\frac{Z(t-R)-Z(t)}{cZ(t-R)} - \frac{\omega(t)}{cZ(t-R)}\right).$$

$$2\alpha + \beta = h_1\left(\frac{G(t)}{cZ(t-R)} - 1\right) - \frac{d\ln Z(t-R)}{dt}, \qquad (31)$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = \left(H_1(cZ(t-R) - G(t)) - \frac{d\ln Z(t-R)}{dt}\right)^2 + \tag{31'}$$

$$+4H_1\left(\frac{1}{cZ(t-R)}\frac{dG(t)}{dt} + \frac{G(t)}{cZ(t-R)} - H_1G(t) + \frac{f}{1+f} - \frac{s(t)}{1+f}\frac{Z(t-R)-Z(t)}{cZ(t-R)} - \frac{\omega(t)}{cZ(t-R)}\right),$$

$$2\alpha + \beta = H_1(G(t) - cZ(t-R)) - \frac{d\ln Z(t-R)}{dt}$$

и в обоих случаях

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{1}{cZ(t-R)}\left(G(t) + \frac{dG(t)}{dt}\right) + \frac{f}{1+f}\frac{d\ln Z(t-R)}{dt} + \tag{32}$$

$$+\frac{s(t)}{c(1+f)}\left(\frac{Z(t)}{Z(t-R)} - 1\right) - \frac{\omega(t)}{cZ(t-R)}.$$

При этом

$$\frac{dB(t)}{dt} = \alpha(B(t) - B_1(t))(B(t) - B_2(t)), \quad \frac{d\ln p(t)}{dt} = -\alpha(B(t) - 1),$$

$$B_1(t) = \frac{1}{2\alpha}(-\beta + \sqrt{\beta^2 + 4\alpha\gamma}); B_2(t) = \frac{1}{2\alpha}(-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}).$$

Заметим, что $B_1(t)$ и $B_2(t)$ как бы передвигаются со временем вдоль оси B. Если $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$, то $(dB(t)/dt) < 0\ \forall t$ и при $B > 1$ развитие системы происходит в сторону уменьшения дисбаланса.

Если же $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geqslant 0$, то возможны следующие три случая.

1. Для того чтобы $B_1(t) \leqslant B_2(t) \leqslant 1$, необходимо и достаточно

$$2\alpha + \beta \leqslant 0, \quad \beta + \gamma + \alpha < 0. \tag{33}$$

Здесь на всем интервале $B > 1$ имеем $(dB(t)/dt) < 0$ и есть единственная точка притяжения $B = 1$, которой соответствует равенство спроса и предложения.

2. Для того чтобы $1 < B_1(t) \leqslant B_2(t)$, необходимо

$$2\alpha + \beta > 0, \quad \alpha + \beta + \gamma < 0. \tag{34}$$

В этом случае на интервале $B > B_1(t) > B_2(t) > 1$ получаем $(dB(t)/dt) < 0$, а на отрезке $1 \leqslant B \leqslant B_1(t)$ имеем $(dB(t)/dt) \geqslant 0$ и на интервале $B > 1$ есть две точки притяжения $B = 1$ и $B = B_2(t)$, причем $B = 1$ является точкой равенства спроса и предложения, а $B_2(t)$ таковой не является, поэтому при $B > B_1(t)$ движение вдоль траектории модели направлено в сторону роста дисбаланса на рынке готовой продукции.

3. Для того чтобы $B_1(t) < 1 < B_2(t)$, необходимо

$$\alpha + \beta + \gamma \geqslant 0. \tag{35}$$

Здесь на интервале $1 < B < B_2(t)$ имеем $(dB(t)/dt) \geqslant 0$, а на интервале $B(t) \geqslant B_2(t)$ будет $(dB(t)/dt) \geqslant 0$ и на $B > 1$ есть только одна точка притяжения $B = B_2(t)$, не являющаяся точкой равенства спроса и предложения на рынке готовой продукции.

Таким образом, при выполнении предпосылок нашей модели, вообще говоря, возможен как случай, при котором происходит движение вдоль траектории модели, направленное в сторону уменьшения уровня дефицитности рынка конечного продукта, так и случай, когда движение направлено в сторону увеличения этого уровня дефицитности. Для выяснения вопроса, какой из этих случаев реализуется и при каких условиях, необходим анализ конкретных моделей и статистических данных.

9. ДИНАМИКА ОСНОВНОГО КАПИТАЛА В СЫРЬЕВОМ СЕКТОРЕ

В случае (2') падение производства может быть вызвано уменьшением (износом) основного капитала (производственных мощностей) в сырьевом секторе. Обозначим m коэффициент износа основных мощностей в единицу времени. Без возобновления основного капитала его динамика определяется уравнением

$$dk(t)/dt = -mk(t). \tag{36}$$

Обозначим также количество новых мощностей, введенных в момент t, через $n(t)k(t)$. При этом для простоты время, необходимое для ввода новых мощностей, не учитываем. В упрощенном таким образом виде динамика основных мощностей сырьевого сектора задается в виде

$$\frac{d\ln k(t)}{dt} = -m + n(t). \tag{37}$$

Очевидно, что создание основных мощностей в сырьевом секторе возможно только за счет покупки их на рынке готовой продукции. При этом затраты равны $n(t)k(t)p(t)$.

10. АНАЛИЗ НЕКОТОРЫХ ВАРИАНТОВ ИНВЕСТИЦИОННОЙ ПОЛИТИКИ

Рассмотрим простой случай, когда динамика основных мощностей в производственном секторе подчиняется соотношению

$$\frac{d\ln k(t)}{dt} = N, \quad N \geqslant -m. \tag{38}$$

В этой ситуации производственные мощности создаются в объеме $(m + N)k(t)$. Из (38) имеем

$$k(t) = k(0)e^{Nt}. \tag{39}$$

Из (2') следует

$$Z(t) = qk(t-r) = qk(0)e^{N(t-r)},$$

$$Z(t-R) = qk(0)e^{N(t-r-R)}, \quad \frac{Z(t)}{Z(t-R)} = e^{NR}, \quad \frac{d\ln Z(t)}{dt} = N. \tag{40}$$

Теперь рассмотрим случай, когда реальные государственные расходы постоянны, т.е. $(dG(t)/dt) = 0$, и обозначим $G(t) = G$;

$g_1 = \dfrac{G}{cqk_0(0)e^{N(R+r)}}$ и $g_2 = cqk(0)e^{-N(R+r)}$. Тогда

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = (-h_1(1-g_1e^{-Nt}) - N)^2 + 4h_1\Big(g_1e^{-Nt} - N + \frac{f}{1+f} - \tag{41}$$

$$-s(t)\frac{1}{(1+f)c}(1-e^{NR}) - \frac{\omega(t)}{cqk(0)e^{N(t-r-R)}}\Big),$$

$$2\alpha + \beta = -h_1(1-g_1e^{-Nt}) - N,$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = (-H_1g_2e^{Nt} + H_1G - N)^2 + 4H_1g_2e^{Nt}\Big(g_1e^{-Nt} - N + \frac{f}{1+f} -$$

$$-\frac{s(t)}{(1+f)c}(1-e^{NR}) - \frac{\omega(t)}{cqk(0)e^{N(t-r-R)}}\Big),$$

$$2\alpha + \beta = -H_1(g_2e^{Nt} - G) - N, \tag{41'}$$

и в обоих случаях

$$\alpha+\beta+\gamma=g_1e^{-Nt}+\frac{f}{1+f}-N-\frac{s(t)}{c(1+f)}(1-e^{RN})-\frac{\omega(t)}{cqk(0)e^{N(t-r-R)}}. \qquad (42)$$

В случае, когда $\omega(t)=0$ и $N=0$, величина

$$\alpha+\beta+\gamma=g_1+\frac{f}{1+f}>0, \qquad (43)$$

$\beta^2-2\alpha\gamma>0,\ \ 2\alpha+\beta=-h_1(1-g_1)<0$ или

$2\alpha+\beta=-H_1(g_2-G)<0.$

Это означает, что $dB/dt\geqslant 0$ при $1<B(t)\leqslant B_2(t)$ и $dB/dt<0$ при $B(t)>B_2(t)>1$.

Рассмотрим ситуацию, когда $\omega(t)=0$ и $N<0$. Заметим, что при этом $d(2\alpha+\beta)/dt>$ >0 в обоих случаях модели регулирования цен. Из условия $G<cZ(t-R)$ следует, что наше рассмотрение имеет смысл лишь при $0<t<\tau_1$, где τ_1 таково, что $G=cqk(0)e^{N(\tau_1-r-R)}$.

Знак $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt$ зависит от поведения $s(t)$ и возможно может изменяться (см. (42)). Обозначим через τ_2 значение t такое, что для $t>\tau_2$ знак $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt$ не меняется. Если $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt>0$ для $t>\tau_2$, то существует такое τ_3, что для $t>\tau_3>$ $>\tau_2$ будет $\alpha+\beta+\gamma\geqslant 0$ и имеется одна точка притяжения $B_2(t)>1$. Если же $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt<0$ для $t>\tau_2$, то существует такое τ_4, что $\alpha+\beta+\gamma<0$ и $\beta^2-4\alpha\gamma<0$ для $t>\tau_4>\tau_2$, и одна точка притяжения $B=1$.

Проанализируем динамику нашей модели, когда $|N|$ достаточно мало, т.е. $-N<$ $<h_1(1-g)$ или $-N<H_1(g_2-G)$, т.е. в начальный момент ($t=0$) будет $2\alpha+\beta<0$. При этом возможны четыре случая.

1. Если $\alpha+\beta+\gamma\geqslant 0$ и $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt\geqslant 0$ при $t=0$, то для $t\geqslant 0$ имеется одна точка притяжения $B_2(t)>1$.

2. Когда $\alpha+\beta+\gamma\geqslant 0$ и $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt<0$ при $t=0$, то для $0\leqslant t\leqslant t_1$ будет $\alpha+\beta+\gamma\geqslant 0$ и имеется одна точка притяжения $B_2(t)>1$. Для $t_1<t\leqslant t_2$ будет либо α $+\beta++\gamma<0$ и $2\alpha+\beta\leqslant 0$ (имеется одна точка притяжения $B=1$), либо $\alpha+\beta+\gamma<0$ и $2\alpha+\beta>0$ (две точки притяжения: $B=1$ и $B_2(t)>1$). Наконец, для $t>t_2$ $\beta^2-4\alpha\gamma<0$ и имеется одна точка притяжения $B=1$.

3. Если при $t=0$ $\alpha+\beta+\gamma<0$ и $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt\geqslant 0$, то для $0\leqslant t<t_1$ будет $\alpha+\beta+$ $+\gamma<0$ и $2\alpha+\beta\leqslant 0$ и имеется одна точка притяжения $B=1$. Для $t_1\leqslant t<t_2$ либо $\alpha+$ $+\beta+\gamma\geqslant 0$ и одна точка притяжения $B_2(t)>1$, либо $\alpha+\beta+\gamma<0$ и $2\alpha+\beta>0$ и две точки притяжения: $B=1$ и $B_2(t)>1$. Наконец, при $t\geqslant t_2$ $\alpha+\beta+\gamma\geqslant 0$ и имеется единственная точка притяжения $B_2(t)>1$.

4. Когда при $t=0$ $\alpha+\beta+\gamma<0$ и $d(\alpha+\beta+\gamma)/dt<0$, то для $0\leqslant t\leqslant t_1$ $\alpha+\beta+\gamma<$ <0 и $2\alpha+\beta\leqslant 0$ и имеется одна точка притяжения $B=1$. Для $t_1<t\leqslant t_2$ либо $\alpha+\beta+$ $+\gamma<0$, $2\alpha+\beta\leqslant 0$ и одна точка притяжения $B=1$, либо $\alpha+\beta+\gamma<0$ и $2\alpha+\beta>0$ и две точки притяжения: $B=1$ и $B_2(t)>1$. Наконец, при $t>t_2$ $\beta^2-4\alpha\gamma<0$ и имеется единственная точка притяжения $B=1$.

Проведенный нами анализ модели при достаточно малом $|N|$ имеет смысл лишь, если $t_1<t_2<\tau_2\leqslant\tau_1$ и $B(t)>1$.

Варианты динамики модели определяются начальными значениями $s(0)$, $k(0)$, $B(0)$, а также параметрами h_1, H_1, h_2, H_2, c, q. В процессе переходов $B(t)$ тоже меняется (возрастает или уменьшается в зависимости от варианта и положения $B(t)$ на оси B в то время, как от $B(t)$ зависит $d\ln s(t)/dt$). Вероятно, адекватный реальности анализ возможен только при рассмотрении конкретных начальных условий и параметров.

Теперь рассмотрим случай, когда $\omega(t) = 0$ и $N > 0$. При $N > 0$, $2\alpha + \beta \leqslant 0$. Тогда в зависимости от значений $R + r$, m и cq возможны следующие три случая.

1) $\alpha + \beta + \gamma \geqslant 0 \ \forall\ t$ и N;

2) $\alpha + \beta + \gamma \geqslant 0$ при $N \leqslant N_1$ и всех t, $\alpha + \beta + \gamma < 0$ при $N > N_1$ и $t > t_1$;

3) $\alpha + \beta + \gamma \geqslant 0$ при $N \leqslant N_1$ и всех t, $\alpha + \beta + \gamma < 0$ при $N_1 < N < N_2$ и $t > t_1$, $\alpha + \beta + \gamma \geqslant 0$ при $N \geqslant N_2$ и $t \geqslant t_2$.

При этом $\alpha + \beta + \gamma \geqslant 0$ соответствует единственной точке притяжения $B_2(t) > 1$, а $\alpha + \beta + \gamma < 0$ – также единственной точке притяжения $B = 1$.

Обратимся к случаю, когда создание новых мощностей в сырьевом секторе происходит только за счет государственных расходов. Предположим, что эти расходы складываются из постоянной величины G и растущих затрат на создание новых производственных мощностей. Тогда

$$G(t) = G + k(0)(N + m)e^{Nt}, \quad d\ln k(t)/dt = N, \quad \omega(t) = 0, \tag{44}$$

$$dG(t)/dt = N(N + m)k(0)e^{Nt}, \tag{45}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = (-h_1 + h_1(g_1 e^{-Nt} + (N+m)\frac{e^{N(R+r)}}{cq}) - N)^2 +$$

$$+4h_1\left(\frac{(N+1)(N+m)e^{N(R+r)}}{cq} + g_1 e^{-Nt} - N + \frac{f}{1+f} - s(t)\frac{1}{(1+f)c}(1-e^{NR})\right),$$

$$2\alpha + \beta = -h_1\left(1 - g_1 e^{-Nt} - \frac{(N+m)e^{N(R+r)}}{cq}\right) - N, \tag{46}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = (-H_1 g_2 e^{Nt} + H_1(G + (N+m)k(O)e^{Nt}) - N)^2 + 4H_1 g_2 e^{Nt}$$
$$\left(\frac{e^{N(R+r)}(N+1)(N+m)}{cq} + g_1 e^{-Nt} - N + \frac{f}{1+f} - \frac{s(t)}{(1+f)c}(1-e^{NR})\right),$$

$$2\alpha + \beta = -H_1(-G - (N+m)k(0)e^{Nt} + cqk(0)e^{-N(R+r)}e^{Nt}) - N \tag{46'}$$

и в обоих случаях

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{e^{N(R+r)}(N+1)(N+m)}{cq} + g_1 e^{-Nt} - N + \frac{f}{1+f} - \frac{s(t)}{(1+f)c}(1-e^{NR}). \tag{47}$$

Рассмотрим случай, когда $N = 0$. Тогда

$$\alpha + \beta + \gamma = \frac{m}{cq} + g_1 + \frac{f}{1+f} > 0, \tag{48}$$

$$\beta^2 - 2\alpha\gamma > 0, \quad 2\alpha + \beta = -h_1\left(1 - g_1 - \frac{m}{cq}\right) < 0 \text{ или}$$

$$2\alpha + \beta = -H_1(g_2 - G - mk(0)) < 0.$$

Это означает, что $dB/dt \geqslant 0$ при $1 < B(t) \leqslant B_2(t)$ и $dB/dt < 0$ при $B(t) > B_2(t) > 1$.

Рассмотрим случай, когда $N > 0$. Тогда при

$$s(t) < \frac{(1+f)c}{(e^{NR}-1)}\left(-\frac{(N+1)(N+m)e^{N(R+r)}}{cq} + N - g_1 e^{-Nt} - \frac{f}{1+f}\right) \tag{49}$$

имеем либо $\beta^2 - 4\alpha\gamma < 0$, либо $\beta^2 - 4\alpha\gamma \geqslant 0$ и $\alpha + \beta + \gamma < 0$ и $2\alpha + \beta \leqslant 0$. Это означает, что $dB/dt < 0$ при любом $B \geqslant 1$. Когда при $N > 0$

$$s(t) \geqslant \frac{(1+f)c}{(e^{NR}-1)}\left(-\frac{(N+1)(N+m)e^{N(R+r)}}{cq} + N - g_1 e^{-Nt} - \frac{f}{1+f}\right) \tag{50}$$

$\beta^2 - 4\alpha\gamma \geqslant 0$ и $\alpha + \beta + \gamma \geqslant 0$. Это значит, что $dB/dt \geqslant 0$ при $1 < B(t) \leqslant B_2(t)$ и $dB/dt < 0$ при $B(t) > B_2(t) > 1$.

Наконец, рассмотрим случай, когда создание новых мощностей в сырьевом секторе происходит только за счет потребительского сектора. При этом государственные расходы предполагаются постоянными и равными G. Тогда

$$\omega(t) = k(0)(N+m)e^{Nt}, \quad dG(t)/dt = 0,$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = (-h_1(1-g_1e^{-Nt}) - N)^2 + 4h_1]g_1e^{-Nt} - N - \frac{f}{1+f} -$$

$$-s(t)\frac{1}{(1+f)c}(1-e^{NR}) - \frac{(N+m)}{cqe^{-N(r+R)}}),$$

$$2\alpha + \beta = -h_1(1 - g_1e^{-Nt}) - N, \tag{51}$$

$$\beta^2 - 4\alpha\gamma = (-H_1g_2e^{Nt} + H_1G - N)^2 + 4H_1g_2e^{Nt}(g_1e^{-Nt} -$$

$$-N + \frac{f}{1+f} - \frac{s(t)}{(1+f)c}(1-e^{NR}) - \frac{(N+m)}{cqe^{-N(r+R)}}),$$

$$2\alpha + \beta = -H_1(g_2e^{Nt} - G) - N \tag{51'}$$

и в обоих случаях

$$\alpha + \beta + \gamma = g_1e^{-Nt} + \frac{f}{1+f} - N - \frac{s(t)}{c(1+f)}(1-e^{RN}) - \frac{N+m}{cqe^{-N(r+R)}}. \tag{52}$$

Рассмотрим случай, когда $N \geqslant 0$. Тогда

$$\alpha + \beta + \gamma = g_1e^{-Nt} + \frac{f}{1+f} + \frac{s(t)}{c(1+f)}(e^{RN}-1) - \left(N + \frac{N+m}{cq}e^{N(R+r)}\right)$$

и

$$s(0) < N + (N + m/cq)e^{N(R+r)} - g_1 - (f/(1+f))$$

выполняется для всех N, бо́льших некоторого N_1. Поэтому при $t < t_1(N)$ будет $\alpha + \beta + \gamma < 0$, $2\alpha + \beta < 0$ и для $t < t_1(N)$ существует единственная точка притяжения $B = 1$. Отсюда следует, что существует такое достаточно большое N, величина которого зависит от $B(0)$, и в данном случае система за конечное время T или достигнет равновесия на рынке готовой продукции, или для $t > T$ у сырьевого и перерабатывающего секторов сменятся лимитирующие ресурсы в (1) и (7).

ЛИТЕРАТУРА

1. *Picard P.* Inflation and Growth in Disequilibrium Macroeconomical Model // J. of Econ. Theory. 1983. V. 30.
2. *Волконский В.А., Гурвич Е.Т., Канторович Г.Г.* Цены в 1992 г.: диспропорция и механизм инфляции // Экономика и мат. методы. 1993. Т. 29. Вып. 3.
3. *Вигдорчик Е., Волконский В., Гурвич Е., Канторович Г., Ярин Е.* Либерализация цен в России, итоги 1992 г. М.: РСПП Экспертный ин-т., 1993.

Поступила в редакцию
14 XII 1993