

жение сбросов (выбросов) не выводят экологические проблемы этих предприятий в число первоочередных.

Величину $\Delta П$ нетрудно выразить как функцию объема сбросов (выбросов) загрязняющих веществ, используя методику [2]. Для оценки $\Delta Э$ можно воспользоваться регрессионными зависимостями затрат на очистку от приведенной концентрации загрязнителей, построенными для многоступенчатых водоочистных сооружений [4]. Соответствующие регрессионные зависимости для некоторых типов воздухоочистного оборудования тепловых электростанций даются в [5].

Приведенные результаты могут оказаться полезными при оценке эффективности рыночных систем регулирования качества окружающей природной среды [5, 6]. Один из подходов – выкуп прав на загрязнение одним предприятием у другого. Используя введенные выше критерии, предприятие с низким $\Delta П/\Delta Э$ (но высоким $(1 - N)K$, т.е. имеющее достаточно эффективное производство) выкупает права на загрязнение окружающей среды у предприятия, которому выгодно снижать сбросы (выбросы), т.е. с высоким $\Delta П/\Delta Э$.

Автор выражает признательность М.Е. Куныавскому за обсуждение данной работы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Гофман К.Г. Экономический механизм природопользования в условиях переходов к рыночной экономике // Экономика и мат. методы. 1991. Т. 27. Вып. 2.
2. Сборник аналитических и нормативно-справочных материалов по экономике природопользования: К Всероссийскому совещанию "Совершенствование экономического механизма природопользования". Псков, 4–8 окт. 1993. М.: Минэкологии РФ, 1993.
3. Каплан Е.Л. Хозяйственный механизм водопользования в условиях перехода к рыночной экономике // Экономика и мат. методы. 1993. Т. 29. Вып. 1.
4. Бочаров Е.П. Расчет экономического оптимума качества окружающей природной среды // Экономика и мат. методы. 1988. Т. XXIV. Вып. 3.
5. Бочаров Е.П. Статистические модели в оптимизационных эколого-экономических задачах. Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1991.
6. Гофман К.Г., Дунаевский Л.В., Кречетов Л.И., Львовская К.Б. О формировании региональных рыночных систем регулирования качества окружающей природной среды // Экономика и мат. методы. 1991. Т. 27. Вып. 5.

Поступила в редакцию
26 VII 1994

РАЗНОСТНЫЙ И ИНДЕКСНЫЙ МЕТОДЫ АНАЛИЗА ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ПОДРАЗДЕЛЕНИЯ И СОВОКУПНОСТИ

© 1995 г. Шицман С.Е.

(Москва)

Исследуется модель, представляющая собой функциональную взаимосвязь конечных показателей производственного или торгового объекта – объема продукции, затрат и продукции на единицу затрат (при прямой функциональной связи) или объема затрат на единицу продукции (обратная связь).

Модель записывается так: $pq = v$, где p – удельный качественный показатель (УКП); q – количественный показатель объема продукции или затрат; v – их результатный показатель.

Совокупность описывается интегрированными показателями входящих в нее подразделений и обозначается P , Q и V . Модель интегрированной совокупности: $PQ = V$.

Объектом анализа является динамика u или V , обусловленная изменениями p и q , которые далее будем называть факторными показателями.

В теории индексного метода анализа показатели совокупности часто рассматриваются и обозначаются как сумма показателей подразделений: $Q = \sum q$, $V = \sum u = \sum pq$. Формирование УКП совокупности происходит сложнее

$$P = \frac{V}{Q} = \frac{\sum pq}{\sum q} = \sum p d_q, \quad (1)$$

где d_q — доля каждого подразделения в суммарном количественном показателе совокупности.

УКП совокупности P выражает интегрированный качественный признак натуральных единиц количественных показателей всех подразделений совокупности, как однородных по своему натуральному признаку, так и разнородных. Обобщенными признаками интегрированного УКП могут быть цена, себестоимость, трудоемкость, материалоемкость разных видов продукции или товаров, услуг, производительность труда, фондоотдача.

Показатели совокупности, выраженные суммой показателей подразделений, будем называть суммированными показателями совокупности, а обозначенные через P , Q и V — показателями интегрированной совокупности или интегрированными.

Математическим аппаратом анализа являются два метода: индексный и разностный — и два сопутствующих им способа разложения (или синтеза) динамики результатного показателя: геометрический и аддитивный.

В теории индексного метода абсолютные значения приростов используются как составная часть индексного метода, дополняющая и иллюстрирующая вычисляемые индексы роста [1, 2]. В настоящей работе разностный метод рассматривается как самостоятельный, альтернативный при анализе динамики конечных показателей экономических объектов.

Аддитивным способом рассматриваются три варианта преобразования трехчленной формулы разложения результатного показателя в двучленную, геометрическим — два.

Наряду с многовариантностью способов разложения серьезным недостатком при исследовании динамики экономических показателей является отсутствие четкого определения влияния структурных сдвигов и роли структурного фактора в формировании качественного и количественного приростов интегрированной совокупности. Нет методики вычисления вклада каждого подразделения в указанные виды результативного прироста совокупности.

В настоящей работе интерпретируется экономическая и математическая взаимосвязь динамики показателей внутри анализируемого объекта и между ними.

Отправной является трехчленная формула разложения прироста результатного показателя подразделения по разностному методу

$$\Delta_{рез} = p_1 q_1 - p_0 q_0 = \Delta p q_0 + p_0 \Delta q + \Delta p \Delta q, \quad (2)$$

где первое слагаемое — качественный; второе — количественный прирост; третье — остаточный член формулы.

Преобразование трехчленной формулы в двучленную возможно по трем вариантам: первый — присоединение остаточного члена к качественному приросту — назовем его качественным вариантом разложения

$$\Delta_{рез} = \Delta p q_1 + p_0 \Delta q = (p_1 - p_0) q_1 + p_0 (q_1 - q_0) = \Delta_{кач} + \Delta_{кол}; \quad (3)$$

второй — присоединение $\Delta p \Delta q$ к количественному приросту — количественным

$$\Delta_{рез} = \Delta p q_0 + p_1 \Delta q = (p_1 - p_0) q_0 + p_1 (q_1 - q_0) = \Delta_{кач} + \Delta_{кол}. \quad (4)$$

В третьем остаточный член $\Delta p \Delta q$ отбрасывается. Этот вариант — эксклюзивный

$$\Delta_{рез} = p_1 q_1 - p_0 q_0 \neq \Delta p q_0 + p_0 \Delta q = (p_1 - p_0) q_0 + p_0 (q_1 - q_0). \quad (5)$$

По индексному методу разложение результатного показателя подразделения на факторные индексы роста производится одновариантно

$$i_{рез} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0} = \frac{p_1}{p_0} \frac{q_1}{q_0} = i_p i_q. \quad (6)$$

То же для интегрированной совокупности

$$I_{рез}^{интегр} = \frac{P_1 Q_1}{P_0 Q_0} = \frac{P_1}{P_0} \frac{Q_1}{Q_0} = I_p^{интегр} I_q^{интегр}. \quad (7)$$

Разложение резульатного показателя суммированной совокупности геометрическим способом возможно по Пааше

$$I_{рез} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} = I_p^П I_q^П \quad (8)$$

и по Ласпейресу

$$I_{рез} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_1 q_0} = I_p^П I_q^П. \quad (9)$$

Формулы геометрического разложения преобразуются в выражения аддитивного вычитанием знаменателя из числителя; (8) и (9) – в двучленные соотношения (3) и (4), а (6) и (7) – в (5).

Выбор для практических расчетов только одного из рассматриваемых вариантов разложения оказался сложной проблемой, вокруг которой ведется многолетняя дискуссия (см., например, [2]). В [2] приводится следующее заключение.

Эксклюзивный вариант, не обеспечивающий соблюдения равенства $\Delta_{кач} + \Delta_{кол} = \Delta_{рез}$, отвергается. Квали- и количественные варианты признаются математически равноправными. По экономическим соображениям, руководствуясь принятым на практике правилом выбора весов индексируемых величин, следует отдавать предпочтение качественному варианту. Предпочтение – условно, и в некоторых случаях допускается пользование количественным вариантом.

Это заключение не учитывает, что единственной целью факторного анализа динамики резульатного показателя объекта является разложение его на факторные составляющие. Дискуссионность и условность способа разложения обесценивает анализ.

Соблюдение правила выбора весов не является обоснованным критерием верности принимаемого способа разложения.

В настоящей работе исследуется новый подход к решению проблемы выбора достоверного варианта разложения резульатного показателя подразделения. Критерием достоверности служит строгое разделение по экономическим признакам влияния динамики каждого факторного показателя на динамику резульатного. Такое разделение осуществляется путем последовательного элиминирования воздействия динамики одного из факторных показателей за анализируемый период по сравнению с базовым.

Определим в первую очередь влияние динамики Δq , элиминировав Δp . Очевидно, что прирост резульатного показателя за счет количественного прироста при неизменном базисном значении p_0 составит $\Delta_{кол} = p_0(q_1 - q_0)$.

Качественный прирост рассчитывается так: $\Delta_{кач} = \Delta_{рез} - \Delta_{кол}$, где $\Delta_{кач}$ не зависит от q_0 за базовый период и учитывает взаимосвязь p_1 и q_1 . Равенство $p_1 = v_1/q_1$ отражает совместное неразрывное влияние динамики обоих факторных показателей в анализируемый период. Полученные значения $\Delta_{кач}$ и $\Delta_{кол}$ соответствуют (3).

Исследуем теперь другой вариант. Сначала элиминируем влияние динамики количественного показателя. Качественный прирост в рассматриваемый период при неизменной величине q_0 составит $\Delta_{кач} = (p_1 - p_0)q_0$, а количественный – $\Delta_{кол} = \Delta_{рез} - \Delta_{кач} = p_1(q_1 - q_0)$.

Здесь $\Delta_{кач}$ и $\Delta_{кол}$ соответствуют (4). В $\Delta_{кач}$ реально существующая связь между значениями p_1 и q_1 разорвана и не учитывается, нарушена логика математического разложения резульатного прироста. Выражение $\Delta_{кол}$ по (4) аналогично, поскольку в нем влияние динамики качественного показателя p в анализируемый период как бы наложено на влияние динамики q . Следует подчеркнуть, что q и p имеют разное экономическое содержание. Показатель q является учетным, первичным. Его динамика определяется не математически, а непосредственным учетом. Динамика p – вторичная, расчетная величина и зависит от учетных значений q и v за анализируемый период.

Изложенные соображения позволяют признать качественный вариант аддитивного способа разложения и формулу Пааше геометрического разложения отвечающими требованию строгого разделения влияния динамики обоих факторных показателей и отметить его исключительно полезное применение в практических расчетах. Квантитативный вариант и формула Ласпейреса могут сохраниться в теории только в историческом аспекте.

Кроме сказанного можно сделать существенный вывод. Понятно, что динамика анализируемых показателей происходит во времени. Естественный ее ход – от предшествующего базового периода к анализируемому.

Исследование показывает, что (3) и (4) двучленного разложения соответствуют противоположным направлениям динамики, формула (3) – естественному движению времени, а (4) – его обратному ходу. В последнем случае исходными принимаются показатели последующего периода, а анализируемыми – относящиеся ко времени, предшествующему базисному. В научной статистической литературе обратное направление динамики признается правомерным наряду с естественным, несмотря на явное противоречие с физическим представлением о времени [3, с. 126].

Математически изменение направления динамики во времени выражается изменением содержательности подстрочных нуля и единицы. Ноль соответствует показателям, относящимся к анализируемому периоду, единица – к базовому.

Важной задачей статистического анализа является определение роли структурных сдвигов в формировании динамики показателей совокупности. Эффективным методом ее решения является разностный. В соответствии с ним эти сдвиги выражаются структурным приростом, равным разнице между всеми качественными или количественными приростами суммарной совокупности и соответствующими приростами интегрированной совокупности.

Учитывая $\Delta_{\text{кач}}$ и $\Delta_{\text{кол}}$ по (3), можно вывести формулу структурного прироста суммы подразделений по качественному варианту разложения

$$\Sigma \Delta_{\text{стр}}^{\text{квали}} = \Delta_{\text{кач}}^{\text{интегр}} - \Sigma \Delta_{\text{кач}}^{\text{подразд}} = \Sigma (p_0 - P_0) q_1. \quad (10)$$

или

$$\Sigma \Delta_{\text{стр}}^{\text{квали}} = \Sigma \Delta_{\text{кол}}^{\text{подразд}} - \Delta_{\text{кол}}^{\text{интегр}} = \Sigma (p_0 - P_0) q_1. \quad (10)'$$

Структурное влияние каждого подразделения выражается так

$$\Delta_{\text{стр}}^{\text{квали}} = (p_0 - P_0)(q_1 - q_0). \quad (11)$$

При суммировании структурных влияний всех подразделений совокупности сумма слагаемых $\Sigma (p_0 - P_0) q_0$ становится равной нулю и сокращается; (11) превращается в (10).

Каждое подразделение оказывает свое структурное влияние; оно может быть положительным или отрицательным. В случае прямой функциональной связи, когда УКП представляет собой объем продукции на единицу затрат, следует добиваться одинакового знака обоих множителей в (11). При обратной связи, когда УКП – объем затрат на единицу продукции, нужно стремиться к различным знакам обоих множителей. Регулирование знака структурного влияния подразделения в желательном направлении возможно только путем изменения знака множителя $(q_1 - q_0)$ – увеличения или уменьшения значений q_1 по сравнению с q_0 [4].

Структурное влияние перераспределяет прирост результатного показателя подразделения между качественным и количественным приростами и трансформирует последние во вклады, формирующие аналогичные приросты в интегрированной совокупности.

Вклады подразделения

$$\Delta_{\text{кач}}^{\text{вклад}} = \Delta_{\text{кач}} + \Delta_{\text{стр}} = p_1 q_1 - p_0 q_0 - P_0 (q_1 - q_0), \quad (12)$$

$$\Delta_{\text{кол}}^{\text{вклад}} = \Delta_{\text{кол}} - \Delta_{\text{стр}} = P_0 (q_1 - q_0). \quad (13)$$

Формулы (12) и (13), построенные на основе качественного варианта разложения, отражают экономическую взаимосвязь динамики показателей подразделений с динамикой показателей интегрированной совокупности; объясняют и устраняют нестыковку качественных и количественных приростов суммарной и интегрированной совокупности.

По геометрическому методу структурные сдвиги численно выражаются соотношением одноименных факторных индексов роста обоих видов совокупности. Это соотношение представляет собой структурный индекс

$$I_{\text{стр}} = I_p^{\text{интегр}} / I_p^{\text{сум}} = I_q^{\text{сум}} / I_q^{\text{интегр}}. \quad (14)$$

Факторный индекс роста по Пааше выражается формулой (8), по интегрированной совокупности – (7). Подставляя эти соотношения в (14), получаем

$$I_{\text{стр}}^{\text{П}} = \Sigma p_0 q_1 / P_0 Q_1 \quad (15)$$

по Пааше.

Формула (15) адекватна (10) структурного прироста по качественному варианту аддитивного способа разложения.

При сопоставлении результатов разложения по аддитивному и геометрическому способам выявляется еще одна проблема: при качественном варианте не совпадают темпы прироста $\delta_{\text{кач}}$ и δ_p . Соответственно различаются значения индексов $I_{\text{кач}}$ и I_p . Это обстоятельство связано со спецификой геометрического способа разложения и не может быть устранено. В практике индексного анализа с данным недостатком можно примириться, если искажение темпа прироста не превышает допустимого предела. В общем виде коэффициент искажения величины $\delta_{\text{кач}}$ выражается так

$$K^{\text{прироста}} = \delta_{\text{кач}} / \delta_p. \quad (16)$$

Коэффициент искажения определяется динамикой количественного показателя и составляет: для подразделения $K^{\text{прироста}} = q_1/q_0$, для интегрированной совокупности $K^{\text{прироста}} = Q_1/Q_0$, для суммированной совокупности $K^{\text{прироста}} = \Sigma p_0 q_1 / \Sigma p_0 q_0$. Но если, например, значение K выходит за пределы 0,97–1,03, то δ_p можно откорректировать.

ЛИТЕРАТУРА

1. Боярский А.Я., Викторова Л.Л., Гольдберг А.М. и др. Общая теория статистики. М.: Финансы и статистика, 1985.
2. Адамов В.Е. Факторный индексный анализ (методология и проблемы). М.: Статистика, 1977.
3. Кёвеш П. Теория индексов и практика экономического анализа. М.: Финансы и статистика, 1990.
4. Шицман С.Е. Индексный или разностный метод факторного анализа // Вестн. статистики. 1992. № 7. 1990. № 10.

Поступила в редакцию
1 VI 1992