

ИНФЛЯЦИЯ И СОКРАЩЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВА В МОНОПОЛИЗИРОВАННОЙ ЭКОНОМИКЕ

(последствия институциональных реформ)*

© 1995 г. Мовшович С.М.

(Москва)

Предложена модель инфляции в монополизированной экономике. В статье показано, что монополистическое поведение производителей после принятия закона о предприятиях и либерализации цен породило инфляцию и спад производства. Устойчивый объем производства определяется структурой экономики и не зависит от дефицита госбюджета, хотя рост дефицита вызывает временные подъемы производства. Темп инфляции в стационарном состоянии определяется бюджетным дефицитом.

1. ВВЕДЕНИЕ

О необходимости экономических реформ в СССР ученые-экономисты и публицисты говорили еще во время первой оттепели 1960-х годов. С тех пор считалось, что реформы должны включать прежде всего предоставление полной хозяйственной самостоятельности предприятиям, либерализацию цен и изменение форм собственности. Уже первая серьезная реформа 1980-х годов – существенное расширение самостоятельности производителей – привела не к ожидавшемуся росту производства, а к вымыванию невыгодной продукции, неоправданному росту заработной платы и всеобщему дефициту. Казалось, что причины неудачи в половинчатости реформы и исправить положение можно путем либерализации цен. Конечно, реформаторы понимали, что накопленные вынужденные сбережения (денежный "навес") вызовут при освобождении цен всплеск инфляции, но полагали, что обесценение сбережений и правильная бюджетная политика приведут к быстрой стабилизации производства и цен. Произошло же (и происходит) все наоборот. Появились, хотя и немногочисленные, работы, в которых предлагаются различные объяснения происходящего. Отметим здесь только [1–3], в которых в той или иной форме подчеркивается влияние монополизма на протекающие процессы. Так, Д.С. Львов в [1] пишет: "Подлинным же ее (инфляции) локомотивом является монополизм. Он охватывает всю экономику, оставляя в сфере реальной конкуренции лишь небольшую часть промышленности, сельского хозяйства, торговли". По данным опросов [4], руководители более трети предприятий считают, что не менее 90% их продукции вне конкуренции. В соответствии с [5] 40% предприятий имеют конкурентов, но не более чем на 10% своих изделий. Монополизм проявляется не только в том, что отдельные предприятия и их объединения распоряжаются слишком большой долей соответствующих российских или локальных рынков***, но и в картелизации многих производителей одной

* Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 93-06-10917).

** В США в судебном порядке преследуются фирмы, обладающие более 80% соответствующего рынка, а также сливающиеся конкуренты, если их объединение контролирует свыше 15% рынка [6, т. 2, с. 226].

отрасли, проводящих согласованную ценовую политику. Монополизм производителей появился, конечно, не сейчас; он является наследием планового прошлого, когда концентрация производства и тесные внутриотраслевые связи служили способами повышения эффективности. Однако в плановой экономике его проявления были сильно ограничены регулированием. Институциональная реформа их освободила, сделала их поведение естественным, преследующим собственные интересы, и оказалось, что эти интересы существенно расходятся с интересами общества. Этот факт давно и широко известен для отдельной монополии. Имеется обширная литература, посвященная теории монополий, статистическим исследованиям монопольных прибылей, судебным разбирательствам отдельных случаев монополизма (см. [7]). Россия же оказалась, как отмечается в [1], в особой ситуации *монополизированной экономики*, когда значительная доля ВВП производится монополиями, взаимодействующими друг с другом. Отдельный монополист назначает цену выше предельных издержек. При этом он получает дополнительную прибыль, а общество в целом неэффективно использует свои ресурсы. В монополизированной экономике сами предельные издержки, включающие продукты, поставленные другими монополистами, завышены. Поэтому завышение цен мультиплицируется, а производство резко снижается относительно конкурентных условий. Конечно, на российских рынках населению противостоят не только монополии. Прежде всего отечественные товары вынуждены конкурировать с импортными. Имеет место и внутренняя конкуренция. В [8, 9] текущая инфляция изучается с других позиций, без привлечения внимания к монополизации. Однако для простоты и более рельефного представления результатов мы опишем полностью монополизированную экономику и исследуем на модельном уровне влияние монополизации на развитие инфляции и процесс сокращения производства.

Сначала будет построена модель отдельной монополии, отличающаяся от классической в двух направлениях, и изучены ее свойства. Во-первых, как показал В.М. Полтерович [10], в современной российской экономике широко распространены предприятия, являющиеся артельной собственностью их трудовых коллективов. Там же показано, что при артельной собственности трудового коллектива целью предприятий является не прибыль, а добавленная стоимость на одного работающего. Незначительность явной безработицы в настоящее время, практическое отсутствие увольнений по сокращению штатов позволяет предположить, что численность работающих не является объектом оптимизирующего выбора, т.е. максимизируется добавленная стоимость. Во-вторых, в стандартных [11] и современных динамических моделях монополистического поведения [12, 13] внешние условия, в которых осуществляется выбор, считаются фиксированными; в частности, спрос на продукт рассматривается как функция только его цены. В монополизированной экономике действия одних участников влияют на поведение других, поэтому существенно зависимость спроса на каждый продукт не только от его, но и от остальных цен. В процессе изучения инфляции необходимо также учитывать зависимость спроса от совокупных расходов на потребление населения и правительства.

Во втором разделе к функциям спроса предъявляются некоторые требования, необходимые для дальнейшего анализа. Они состоят в следующем. Уменьшение абсолютного уровня спроса вследствие либо роста цены, либо снижения доходов населения влечет за собой повышение эластичности спроса. Тем самым при повышении цены некоторого продукта доля расходов на его приобретение в фиксированных совокупных расходах на потребление либо убывает с возрастающей скоростью, либо сначала растет с понижающейся скоростью, а затем все быстрее падает.

К сожалению, эти свойства не являются, насколько нам известно, статистически подтвержденными.

В третьем разделе сформулирована динамическая модель замкнутой монополизированной экономики с максимально упрощенным описанием технологических возможностей отдельных производителей. Каждый из них действует рационально, выбирая цены и объем производства, максимизируя текущую добавленную стоимость

(предполагается, что ее достаточно для нормального функционирования предприятия). При этом весьма грубо, обобщенно учитываются прогнозы действий других участников. В стандартных моделях инфляции (обычно однопродуктовых) в качестве прогнозов используются ожидаемые темпы инфляции [14–16].

Монополистам приходится также прогнозировать изменение спроса вследствие независимой динамики совокупных расходов. Их формирование описано в четвертом и пятом разделах. В [16] показано, что моделировать зависимость инфляции от правительственной политики можно на языке показателей как фискальной, так и денежной политики правительства, поскольку они связаны бюджетным ограничением. В настоящей работе будет использоваться исключительно язык доходов и расходов. Кроме построения прогноза совокупного спроса материал этих разделов традиционен. В рассматриваемой экономике нет кредитов, процента, банковской системы. Отсутствуют и государственные облигации. Внутренние сбережения хранятся в виде денежных балансов.

Шестой и седьмой разделы посвящены определению стационарного состояния, в котором пропорции цен и выпусков неизменны. Доказательство его существования приведено в Приложении. В восьмом разделе исследовано поведение "однопродуктовой" системы в состоянии, далеком от стационарного, и построено линейное приближение процесса в окрестности стационарного состояния.

2. ИСХОДНАЯ МОДЕЛЬ МОНОПОЛИИ. СВОЙСТВА ФУНКЦИИ СПРОСА

Монополистом называется производитель, обладающий рыночной властью, обеспечивающей ему возможность назначения такой цены своего продукта и выбора такого объема его производства, при которых его целевая функция, зависящая от цены и объема продаж, достигает максимума. В стандартных моделях в качестве целевой функции выступает прибыль за рассматриваемый период; в случае, когда монополия является собственностью трудового коллектива, – чистый доход, распределяемый на заработную плату и дивиденды. В статической модели цена и объем выпуска должны быть связаны условием полной реализации и отсутствия избыточного спроса, т.е. условием равенства спроса и предложения. Пусть каждый монополист производит один продукт (и, разумеется, каждый продукт выпускается одним монополистом), а всего в экономике выпускается n продуктов. Стандартная и модифицированная задачи монопольного выбора могут быть представлены в единой форме

$$\Phi(q, p, S, c) := (q - c)D(q, p, S) \rightarrow \max_q, \quad (1)$$

где $D(q, p, S)$ – функция спроса, зависящая от цены q производимого монополистом продукта, вектора цен остальных продуктов p и совокупных расходов населения и правительства S . В дальнейшем будем использовать также обозначения $D_i(p_i, p_{-i}, S)$ для спроса на продукт i , $p_{-i} = (p_1, \dots, p_{i-1}, p_{i+1}, \dots, p_n)$ и $D(p, S)$, где $p = (p_1, \dots, p_n)$. В (1) c – удельные издержки производства, которые всюду в дальнейшем предполагаются для простоты не зависящими от его объема. Однако они зависят от цен p . Пусть $c > 0$.

В (1) воплощен подход Курно – Нэша, согласно которому, выбирая оптимальную цену q , монополист исходит из предположения фиксированности остальных цен, т.е. отсутствия реакции других участников на его решение.

Примем последовательно предположения A1 – A4 о свойствах функции спроса.

A1. Функция спроса D определена и положительна для всех $p \in \text{int } E_+^n$ и $S > 0$. Она непрерывно дифференцируема и положительно однородна нулевой степени по совокупности аргументов. Ее производная по q $D_1(q, p, S) < 0$.

Предположение A1 исключает существование запретительных цен. Однородность

нулевой степени, т.е. неизменность спроса при пропорциональном росте всех цен и расходов, означает, что рост номиналов оставляет неизменными физические объемы и, в частности, рост номинального дохода при соответствующем росте цен не связан с его перераспределением между различными группами населения.

Выпишем необходимые условия максимума (1)

$$\Phi_1(q, p, S, c) = (q - c)D_1(q, p, S) + D(q, p, S) = 0, \quad (2)$$

где Φ_1 , как и D_1 , — производные функций Φ и D по первому аргументу. Уравнению (2) можно придать различные эквивалентные формы. Из (2) и A1 следует, что

$$q = c - \frac{D(q, p, S)}{D_1(q, p, S)}. \quad (3)$$

Пусть $\varepsilon(q, p, S) = -\frac{qD_1(q, p, S)}{D(q, p, S)}$ — эластичность спроса по цене. Тогда (2)

эквивалентно уравнению

$$q = c \frac{\varepsilon(q, p, S)}{\varepsilon(q, p, S) - 1} =: c\bar{m}(q, p, S). \quad (4)$$

A2. Эластичность ε — неубывающая функция q , $\lim_{q \rightarrow \infty} \varepsilon(q, p, S) > G > 1$

$\forall p_- \in \text{int } E_+^{n-1}, S > 0$.

Утверждение 1. Пусть выполняются A1 и A2. Тогда $q^*(p_-, S, c)$ — решение (2) существует, единственно, положительно $\forall p_-, S$ и доставляет максимум (1).

Доказательство. Рассмотрим два случая. 1) Предел $\varepsilon(0, p, S) \leq 1$. Так как, согласно A1, ε — непрерывная функция, то в силу A2 найдется максимальное $q_0 = q_0(p, S)$, для которого $\varepsilon(q_0, p, S) = 1$. Если решение (4) существует, то $q^* > q_0$. На интервале (q_0, ∞) функция $\bar{m}(q, \cdot)$ непрерывна, $\bar{m}(q, p_-, S) \rightarrow +\infty$ при $q \downarrow q_0$, $\bar{m}$ — невозрастающая функция q и $\bar{m}(q, p_-, S) \leq G/(G-1)$ при достаточно больших q . Пусть $q_1 \geq cG/(G-1)$. Очевидно, $c\bar{m}(q_1, p_-, S) < q_1$. Но так как $c\bar{m}(q_0 + \sigma, p_-, S) > q_0 + \sigma$ при малых $\sigma > 0$ и $\bar{m}$ не возрастает, то существует и единственная точка $q^* > 0$: $q^* = c\bar{m}(q^*, p_-, S)$. 2) $\varepsilon(0, p_-, S) > 1$. Тогда $\bar{m}$ — непрерывна на $[0, \infty)$, $0 < c\bar{m}(0, p_-, S)$ и по-прежнему $c\bar{m}(q_1, p_-, S) < q_1$, т.е. решение $q^*(p, S, c) > 0$ существует и единственно.

Перепишем (3) в эквивалентной форме: $1 = \frac{c}{q} + \frac{1}{\varepsilon(q)}$. Отсюда $\Phi_1(q_1, p, S, c) > 0$ при

$q < q^*(p_-, S, c)$ и $\Phi_1(q, p_-, S, c) < 0$ при $q > q^*$, т.е. (1) достигает максимума при $q = q^*$. Утверждение доказано.

Сравним теперь цены, которые выберут коллективный и стандартный монополисты, максимизирующие чистый доход и прибыль соответственно. Обозначим их издержки c_1 и c_2 . Очевидно, $c_1 < c_2$, так как вторые отличаются от первых на величину заработной платы. В [7, с. 66] показано, что монополия цена q^* — неубывающая функция издержек, т.е. видно, что коллективный монополист назначает более низкие цены и выбирает больший объем производства, чем частный собственник — монополист.

Утверждение 2. Пусть выполняются A1 и A2. Тогда монополия цена (решение (1)) может быть представлена в виде

$$q^*(p_-, S, c) = c\bar{m}(p_-, S, c), \quad (5)$$

где функция $\bar{m}$ определена, непрерывна и положительно однородна нулевой степени по совокупности аргументов на

$p_- \in \text{int } E_+^{n-1}, S, c > 0$.

Доказательство. Из утверждения 1 следует определенность $\tilde{m}$ на $p_- \in \text{int } E_+^{n-1}$, $S, c > 0$. Пусть (p_-, S, c) – произвольная точка области определения, $(p_-^v, S^v, c^v) \rightarrow (p_-, S, c)$ при $v \rightarrow \infty$. Покажем, что $q^{*v} = q^*(p_-^v, S^v, c^v) \rightarrow q^*(p_-, S, c) = q^*$. Если $q^{*v} \rightarrow q' \neq q^*$, то из непрерывности правой части (4) следует, что q' – второе решение (2) в (p_-, S, c) . Это противоречит утверждению 1. Если $q^{*v} \rightarrow \infty$, то для достаточно больших v $\varepsilon(q^v, p_-, S) > G - \sigma$, т.е. $q^v < c \frac{G}{G-1} + \sigma_1$. Таким образом, $q^*(p_-, S, c)$ непрерывна в области определения и, так как $c > 0$, то $\tilde{m}$ – также непрерывная функция. Поскольку D – положительно однородная функция, то D_1 – положительно однородная на единицу меньшей степени, т.е. $\varepsilon(q, p_-, S)$ – положительно однородная нулевой степени функция совокупности аргументов. Так как $\tilde{m}$ – положительно однородная нулевой степени, то из (4) следует, что если q^* – решение (4) при c, p_-, S , то λq^* – решение при $\lambda c, \lambda p_-, \lambda S, \lambda > 0$, т.е. в представлении (5) $\tilde{m}$ – положительно однородная нулевой степени. Утверждение доказано.

Для доказательства существования стационарного равновесия в монополизированной экономике, определенного ниже, нам понадобятся дополнительные предположения о свойствах эластичности.

A3. Эластичность ε – невозрастающая функция совокупных расходов S

$$\lim_{S \rightarrow 0} \varepsilon(q, p_-, S) > G_1 > 1, \quad \lim_{S \rightarrow \infty} \varepsilon(q, p_-, S) \leq g,$$

$$G_1 \geq g > 0 \quad \forall p_- \in \text{int } E_+^n \quad (6)$$

Утверждение 3. Пусть выполняются A1 – A3. Тогда $q^*(p_-, S, c)$ и $\tilde{m}(p_-, S, c)$ – неубывающие функции S .

Доказательство. В силу (5) достаточно показать, что q^* не убывает по S . Пусть $q_0 = c\varepsilon(q_0, p_-, S_0)(\varepsilon(q_0, p_-, S_0) - 1)^{-1}$ и $S_1 > S_0$. Тогда $q_0 \leq c\varepsilon(q_0, p_-, S_1)(\varepsilon(q_0, p_-, S_1) - 1)^{-1} \leq c\varepsilon(q_1, p_-, S_1)(\varepsilon(q_1, p_-, S_1) - 1)^{-1}$, если $q_1 < q_0$, q_1 не может быть решением (4) при S_1 и, следовательно, $q^*(p_-, S, c)$ не убывает по S . Утверждение доказано.

Рассмотрим экономику с n продуктами, выпускаемыми n монополистами, $i \in N = \{1, \dots, n\}$.

A4. Если $0 < g_2 \leq c_j/c_i \leq G_2 < \infty$, то при любых значениях аргументов

$$\frac{\tilde{m}_j(p_-, S, c_j)}{\tilde{m}_i(p_-, S, c_i)} \leq G_3 = G_3(g_2, G_2) < \infty, \quad (7)$$

G_3 не возрастает по g_2 и не убывает по G_2 .

Условие A4 означает, что отношение рентабельностей у различных монополистов ограничено, если ограничено отношение их материальных затрат.

3. ОСНОВНАЯ МОДЕЛЬ. ПОВЕДЕНИЕ МОНОПОЛИСТОВ

Рассмотрим экономику, работающую в дискретном времени и включающую n производителей – коллективных монополистов, население и правительство. Каждый производитель выпускает один продукт и монополизирует свой рынок. Периоды времени $t = 0, 1, \dots$ и предполагается для простоты, что производственный цикл всех участников равен единице. Будем предполагать, что производители подразделены на два типа. К первому типу I относятся $j = 1, \dots, n_1$, выпускающие промежуточную продукцию, ко второму $F = \{i = n_1 + 1, \dots, n\}$ – конечную, потребляемую населением и государством.

Конкретизируем теперь задачу (1) монополиста i , решаемую им в момент t , с учетом его информированности и упрощающих предположений о виде издержек.

Предположим, что физические материальные затраты каждого производителя пропорциональны его выпуску, не зависят от времени и не меняются с изменением цен. Условно постоянные в неизменных ценах компоненты издержек не влияют на выбор монополиста. Будем пренебрегать ими и в балансе его доходов и расходов. Обозначим через a_{ji} — удельные затраты продукта j на выпуск единицы i , A_i — вектор удельных затрат производителя i , $A = (a_{ji}) - n_1 \times n$ — матрицу удельных затрат. Матрицу A также представим в форме (A^I, A^F) . Пусть $p^I(t)$ — вектор цен промежуточных продуктов в момент t . Тогда фактические удельные затраты фирмы в цикле $t, t + 1$ составят $p^I(t)A_i$. Затраты и выпуск относятся к различным моментам времени t и $t + 1$. Поэтому для правильного выбора цены $p_i(t + 1)$ и выпуска $R_i(t + 1)$ они должны быть приведены к одному моменту. В стабильных условиях такое приведение определяется вмененными издержками, т.е. рыночным процентом. В условиях инфляции и нестабильной структуры цен расчетный коэффициент приведения зависит от информированности, в частности от оперативности и дифференцированности публикаций о темпах инфляции в предшествующие периоды.

Будем для простоты предполагать, что, прогнозируя различные цены и их агрегаты, все участники руководствуются *единым общим для всех темпом ожидаемой инфляции* $\pi_e(t)$. В таких условиях естественно считать, что этот ожидаемый темп служит коэффициентом приведения издержек от t к $t + 1$, поскольку величиной реального процента можно пренебречь в сравнении с $\pi_e(t)$. Таким образом, приведенные к $t + 1$ издержки производителя i в t составляют

$$c_i(t) = \pi_e(t)p^I(t)A_i. \quad (8)$$

В стандартных моделях инфляции, использующих рациональные или адаптивные ожидания [15], информации об ожидаемой инфляции достаточно для построения реальных траекторий цен. В монополизированной экономике, где существенное влияние на выбор производителей оказывает ожидаемый в момент $t + 1$ спрос, зависящий не только от будущих цен, но и от будущих совокупных расходов населения и правительства, производителям приходится следить за динамикой не только цен, но и совокупного спроса. *Всюду в дальнейшем будет предполагаться, что каждому производителю i известен спрос на его продукт как функция D_i его цены, цен остальных продуктов и совокупных расходов.* Эта функция считается неизменной во времени. Предположим, что все участники используют в своих расчетах один и тот же прогноз в момент t совокупных расходов $S_e(t + 1)$. Решая задачу выбора цены и объема производства в $t + 1$, монополист не учитывает возможной реакции других производителей на его решение, т.е. реализует подход Курно — Нэша, ограничиваясь прогнозом остальных цен и совокупных расходов, зависимостью которых от его собственных решений он пренебрегает. В момент t производитель i выбирает монопольную цену $p_i(t + 1) = q_i^*$, решая уравнение, аналогичное (4), т.е. использует такое же соотношение, как (5)

$$p_i(t + 1) = \pi_e(t)p^I(t)A_i\bar{m}_i(p(t)\pi_e(t), S_e(t + 1), \pi_e(t)p^I(t)A_i). \quad (9)$$

В дальнейшем формулы (9) будем относить как к конечным, так и к промежуточным продуктам и предполагать, что все $D_i, i = 1, \dots, n$, удовлетворяют A1, A2. Для конечных продуктов $i \in F$ эти предположения относятся непосредственно к спросу населения и правительства, формируемого на основе сопоставления цен на конечную продукцию и их предпочтений. Иное дело — спрос на промежуточную продукцию. Поскольку структура удельных материальных производственных затрат предполагается не зависящей от цен, этот спрос вторичен, порождается спросом на конечные продукты и равен в момент $t + 1$

$$D_j^e(t + 1) = \sum_{i=n_1+1}^n a_{ji}D_i^e(t + 2) + \sum_{k=1}^{n_1} a_{jk}D_k^e(t + 2). \quad (10)$$

Здесь $D_j^e(t+1)$ – ожидаемый спрос в момент $t+1$ на промежуточный продукт j . Он складывается из затрат производителей конечных продуктов в $t+1$, зависящих от их оценки спроса на их продукцию в $t+2$ и от издержек в $t+1$, т.е., в частности, и от цены $p_j(t+1)$, а также от спроса производителей промежуточных продуктов, зависящих в свою очередь от ожидаемых в $t+3$ затрат производителей конечных продуктов, и т.д. Не разворачивая всех этих цепочек, предположим, что $D_j^e(t+1)$, $j=1, \dots, n_1$, определяется аналогично спросу на конечные продукты как функция цен, совокупных расходов и издержек, удовлетворяющая тем же предположениям. Необходимо только отметить следующее. Во-первых, спрос $j, j \in I$, определен только при оптимальном (в соответствии с (1)) поведении всех остальных участников. Во-вторых, поставляемый промежуточный продукт может составлять лишь незначительную часть издержек каждого производителя. В этом случае спрос на него будет слабоэластичным, и либо решения (1) вовсе не существует, поскольку A_2 не имеет места, либо достигается при весьма высокой относительной цене, оказывающей существенное влияние на цену продукции, в производстве которой используется данный промежуточный продукт. Подобную "несправедливую" ситуацию мы тоже рассматривать не будем, поскольку разумная специализация производства исключает такие возможности: если цена поставок становится чрезмерной, потребитель сам организует соответствующее производство [17].

Итак, в монополизированной экономике траектории цен удовлетворяют рекуррентным соотношениям

$$p(t+1) = \pi_e(t) p^l(t) A m(\pi_e(t) p(t), S_e(t+1)), \quad (11)$$

где m – диагональная матрица с диагональными элементами

$$m_i(\pi_e(t) p(t), S_e(t+1)) = \bar{m}_i(\pi_e p_{-i}(t), S_e(t+1), \pi_e(t) p^l(t) A_i), \quad (12)$$

$p(t+1) \in \text{int } E_+^n, S_e(t+1) > 0$ – прогноз совокупных расходов населения и правительства на конечные продукты. Величина m_i равна отношению цены продукта к приведенным издержкам его производства, т.е. является индексом монополистической рентабельности и тесно связана с индексом Лернера.

Одновременно с монопольной ценой (11) монополист определяет ожидаемый объем продаж

$$D_i^e(t+1) = D_i(p_i(t+1), \pi_e(t) p_{-i}(t), S_e(t+1)), \quad i=1, \dots, n. \quad (13)$$

Что же он при этом производит? Если бы объем производства $R_i(t+1)$ выбирался равным $D_i^e(t+1)$, то из-за ошибок прогнозов цен и совокупных расходов возникла бы несбалансированность товарных и денежных рынков, при которой некоторые продукты реализуются не полностью, населению не всегда удается истратить те деньги, которые оно планировало израсходовать. В частности, появляются остатки нереализованных продуктов. Определяя объем выпуска, производитель вынужден учитывать наличие этих остатков, иначе фактические запасы продуктов могли бы с течением времени чрезмерно превысить нормативный уровень. Можно построить модель монополиста, отражающую величину запасов в моменты $t=1, \dots$, возникающих в результате ошибок прогнозов, и их влияние на решения о выпуске (соотношения (11) останутся в такой модели неизменными). Однако по крайней мере в промышленности периодичность запуска партий в производство меньше длительности производственного цикла (равного в модели периоду неизменности цен). Поэтому производитель может корректировать объемы выпуска по мере поступления информации о реализации и более правдоподобна гипотеза о том, что он, наблюдая за фактическим уровнем запасов, стремится и имеет возможность не допустить его заметных отклонений от нормативного уровня. Если считать, что этот уровень постоянно поддерживается, то в

модели с дискретным временем величина выпуска равна фактическому спросу за период, т.е.

$$R_i(t+1) = D_i(p_i(t+1), p_{-i}(t+1), S(t+1)), \quad i = 1, \dots, n. \quad (14)$$

В дальнейшем будем считать, что выпуск определяется (14). Таким образом, решая (1), монополист максимизирует ожидаемую добавленную стоимость, устанавливая цены (11), и ожидаемую величину спроса (13). Фактический спрос (14) отличается от ожидаемого. Соответственно и фактический выпуск не равен ожидаемому спросу.

Утверждение 4. Пусть A_1, A_2 выполняются для всех i , матрица A неотрицательна, все ее столбцы ненулевые. Тогда при любом заданном алгоритме формирования прогнозов $S_e(t+1) > 0$ и $\pi_e(t)$ на основе информации о прошлом и произвольных начальных $p(0)$ и $\pi_e(0)$ траектория цен (11) определена для всех t .

Оно немедленно следует из утверждений 1 и 2.

Как это часто делается в математической экономике [18], будем считать, что в момент t происходит ряд событий, упорядоченных во времени. К началу расчетов цен и выпусков на $t+1$ завершены процессы обмена и известны совокупные расходы населения и правительства $S(t)$ (например, соответствующие данные опубликованы). Положим

$$S_e(t+1) := \mu_e(t) \pi_e(t) S(t). \quad (15)$$

Здесь коэффициент $\pi_e(t)$ отражает изменение расходов, пропорциональное ожидаемому изменению цен; $\mu_e(t)$ оценивает ожидаемое изменение реальных совокупных расходов (и конечного потребления). При заданных ожиданиях $\pi_e(t)$ и $\mu_e(t)$ производители определяют $p(t+1)$ и $R(t+1)$ по $p(t)$ и $S(t)$, используя (11), (14) и (15). Фактический рост цены i составит

$$\pi_i(t) := \frac{p_i(t+1)}{p_i(t)} \quad (16)$$

и новые ожидания темпа инфляции могут определяться, например, адаптивно

$$\pi_e(t+1) := \alpha \pi_e(t) + (1 - \alpha) \pi(t), \quad (17)$$

где $\pi(t)$ – средневзвешенный темп инфляции

$$\pi(t) := \sum_i w_i \pi_i(t), \quad w_i > 0, \quad \sum_i w_i = 1. \quad (18)$$

Веса $w_i > 0$ считаются заданными и неизменными. Метод корректировки ожиданий $\mu_e(t)$ будет приведен в следующем разделе после описания того, как формируются реальные доходы и расходы в каждый момент времени.

Конечно, использование (11), (14) и (15) предъявляет слишком высокие требования к информированности и вычислительным возможностям производителей, поэтому предложенная модель – идеализированная. Фактически участники используют более грубые представления о спросе и его связи с совокупными расходами. Однако построение и исследование поведения таких систем мы оставляем на будущее.

4. ФОРМИРОВАНИЕ ДОХОДОВ И РАСХОДОВ

Анализ доходов и расходов начнем с производства, с процесса создания чистого дохода.

Добавленной стоимостью назовем результат процессов производства, протекающих в цикле $t, t+1$. Она, очевидно, равна

$$VA(t+1) := (p(t+1) - p(t))R(t+1). \quad (19)$$

Чистый доход в отличие от добавленной стоимости будем относить не к процессу, а

к моменту времени. Чистый доход в $t + 1$ равен разности между произведенной продукцией в $t + 1$ и материальными производственными затратами в этот же момент, т.е.

$$NI(t + 1) = p(t + 1)(R(t + 1) - AR(t + 2)). \quad (20)$$

Используя (11), монополисты максимизируют разность суммарного приведенного к $t = 0$ ожидаемого чистого дохода и $p(0)AR(1)$, поскольку их решения в последовательные периоды взаимонезависимы.

Обозначим $Q(t) = R(t) - AR(t + 1)$ — чистую продукцию в момент t .

Пренебрежем далее собственными накоплениями предприятий, что примерно соответствует нынешнему положению вещей в российской экономике, и предположим, что доля $0 < \gamma \leq 1$ чистого дохода распределяется среди коллектива рабочих-совладельцев в виде заработной платы и дивидендов, а часть $(1 - \gamma)$ оставляется в качестве сбережений (кассовых остатков) для выплаты в следующем цикле. Таким образом, доход населения от производственной деятельности составляет в $t + 1$

$$I_p(t + 1) = \gamma p(t + 1)Q(t + 1) + (1 - \gamma)p(t)Q(t). \quad (21)$$

Реальное значение γ зависит от распределения чистого дохода на заработную плату и дивиденды и периодичности выплат соответствующих статей дохода, а также от задержек расчетов при перечислении платежных ресурсов, широко распространенных в настоящее время в российской экономике.

Заметим, чтобы выплатить (21), фирма должна обладать необходимыми денежными ресурсами. Снова можно считать, что в "момент" $t + 1$ протекает последовательность процессов, более "быстрых" в сравнении с производственным циклом. Например, имеющиеся у предприятия кассовые остатки выплачиваются населению (коллективу) и вместе с его сбережениями используются для оплаты части продукции; полученные деньги вновь выплачиваются населению и т.д., пока не будет выплачена вся сумма (21) и затем образованы сбережения $(1 - \gamma)p(t + 1)Q(t + 1)$, переходящие в следующий цикл.

Если трансфертные платежи государства населению равны $w_0(t + 1)$, то без учета кредитов Центрального банка (ЦБ) и процентов по государственным облигациям, которыми мы пренебрегаем, суммарный доход населения в t составит

$$I_n(t) = w_0(t) + I_p(t). \quad (22)$$

Далее примем, что источником государственных расходов являются налоги с населения, взимаемые по единой ставке τ . Тогда совокупные расходы населения, или его спрос $S_p^D(t)$, равны располагаемому доходу за вычетом прироста сбережений (денежных балансов) населения, т.е.

$$S_p^D(t) = (1 - \tau) I_n(t) - \text{Sav}(t), \quad (23)$$

а совокупный спрос населения и государства (или конечный совокупный спрос) составит

$$S(t) = p(t)g(t) + S_p^D(t), \quad (24)$$

где принято, что государственные закупки не зависят от цен и равны $g(t)$.

По определению, дефицитом государственного бюджета называется разность между правительственными расходами и доходами от налоговых сборов, т.е.

$$\text{Def}(t) = p(t)g(t) + w_0(t) - \tau I_n(t). \quad (25)$$

Из (23)–(25) следует известное выражение

$$S(t + 1) = I_p(t + 1) + \text{Def}(t + 1) - \text{Sav}(t + 1). \quad (26)$$

Из определения функции спроса и (14) вытекает тождество Вальраса

$$p^F(t+1)R^F(t+1) = S(t+1), \quad (27)$$

т.е. совокупные расходы равны совокупному чистому доходу

$$S(t+1) = p(t+1)Q(t+1). \quad (28)$$

Из (26), (28) и (21)

$$(1 - \gamma)(p(t+1)Q(t+1) - p(t)Q(t)) = \text{Def}(t+1) - \text{Sav}(t+1),$$

т.е.

$$S(t+1) = S(t) + \frac{1}{1 - \gamma} (\text{Def}(t+1) - \text{Sav}(t+1)). \quad (29)$$

При $\gamma = 1$, когда производитель ничего не сберегает и нет задержек расчетов, (29) превращается в известное (при отсутствии инвестиций) макроэкономическое тождество [19, с. 83]

$$\text{Def}(t+1) = \text{Sav}(t+1). \quad (30)$$

Оно, конечно, выполняется и при $\gamma < 1$, если в состав сбережений включить прирост кассовых остатков фирм.

Фактический совокупный конечный спрос (26) позволяет уточнить его ожидания (15) на следующий период. Представим истинный спрос $S(t+1)$ в виде

$$S(t+1) = \mu(t)\pi_e(t)S(t), \quad (31)$$

т.е. ожидания $\mu_e(t)$ полностью оправдались бы при $\mu_e(t) = \mu(t)$.

Из (31) и (29) получим

$$\mu(t) = \pi_e(t)^{-1} \left(1 + \frac{1}{(1 - \gamma)S(t)} (\text{Def}(t+1) - \text{Sav}(t+1)) \right). \quad (32)$$

Адаптация ожиданий совокупного спроса происходит так же, как адаптация ожиданий темпа инфляции

$$\mu_e(t+1) = \alpha\mu_e(t) + (1 - \alpha)\mu(t). \quad (33)$$

5. ДЕФИЦИТ ГОСУДАРСТВЕННОГО БЮДЖЕТА И СБЕРЕЖЕНИЯ НАСЕЛЕНИЯ

Дефицит государственного бюджета $\text{Def}(t+1)$ устанавливается при утверждении бюджета Федеральным собранием до момента $t+1$ и определяется в процентах от ожидаемого ВВП. В модели ожидаемый ВВП равен ожидаемому чистому доходу $(p(t+1)Q(t+1))_e = S_e(t+1) = \mu_e(t)\pi_e(t)S(t)$ в принятом предположении об общедоступности информации о прошлом и единстве ожиданий. Таким образом

$$\text{Def}(t+1) = d(t+1)\mu_e(t)\pi_e(t)S(t), \quad (34)$$

где $d(t+1)$ – отношение дефицита к ожидаемому ВВП.

Прирост сбережений (внутренних) $\text{Sav}(t+1)$ является, по определению, не расходуемой в этот момент на потребление частью располагаемого дохода населения. Если эта часть положительна, сбережения возрастают, если она отрицательная – убывают. Так как мы не рассматриваем роли процента, то естественно считать денежные остатки единственным инструментом сбережений. Следует только отметить, что широко распространенные формы сбережений в виде валютной наличности не являются неизрасходованной частью внутреннего дохода и не входят в состав внутренних сбережений. Действительно, как образуется долларовая наличность на руках у населения? Стандартный путь, например, таков. Производится и экспортируется нефть. Полученные доллары продаются за рубли ЦБ. Эти рубли за вычетом производ-

ственных издержек составляют часть чистого дохода и выплачиваются населению. С точки зрения получения и выплаты доходов, наличие промежуточной, экспортной стадии никакой роли не играет. У ЦБ есть две стратегии. Если он продает доллары населению и возвращает свои рубли (выгодностью или убыточностью этих операций мы пренебрегаем), то исключает себя из уравнения "доходы – расходы". Доллары же на руках у населения просто замещают нефть, т.е. соответствующие (по курсу) рубли были не сбережены, а истрачены на нефть и затем замещены долларами, которые удобнее хранить. Если же ЦБ не продаст доллары, а повысит свои валютные резервы, он увеличит предложение денег. В этой ситуации банк, а не население, "приобрел" у производителя нефть и поменял ее на доллары. В таком случае в выражении для совокупного спроса кроме населения и правительства (24) появляется еще одно действующее лицо – ЦБ со своим спросом, равным приросту валютных резервов за счет покупки валюты на внутреннем рынке. Таким образом, росту предложения денег соответствует увеличение спроса на товарном рынке не только вследствие правительственной (дефицит государственного бюджета), но и банковской (покупка долларов на внутреннем рынке) политики. Следует, конечно, отметить, что, создавая резервы в одни периоды и расходуя их в другие, ЦБ получает возможность уменьшать предложение денег в будущем за счет его расширения в прошлом.

Прирост сбережений в модели в $t + 1$ равен разности между их величинами в $t + 2$ и $t + 1$, причем в $t + 1$ известна их фактическая величина (обозначим ее $M(t + 1)$), а в $t + 2$ определен планируемый населением уровень остатков $M^p(t + 2)$. Прирост сбережений

$$\text{Sav}(t + 1) = M^p(t + 2) - M(t + 1), \quad (35)$$

поскольку желанный в $t + 2$ уровень денежных остатков определяет сохраняемую на будущее часть располагаемого дохода. В соответствии с общим предположением о сбалансированности будем считать, что $M(t + 1) = M^p(t + 1)$. Денежные остатки по М. Фридману [20] зависят (кроме процента) от цен, дохода, богатства, ожидаемых темпов инфляции. До предела упрощая эти зависимости, полагаем, что $M^p(t + 1)$ пропорционально чистому доходу t , т.е. величине $p(t)Q(t)$, коэффициент же пропорциональности является убывающей функцией ожидаемого темпа инфляции (см. [16, 21]). Обозначая через $\beta(\pi_e)$ этот коэффициент, получим

$$\text{Sav}(t + 1) = \beta(\pi_e(t + 1))p(t + 1)Q(t + 1) - \beta(\pi_e(t))p(t)Q(t). \quad (36)$$

6. СТАЦИОНАРНОЕ РЕШЕНИЕ

Прежде всего выпишем все соотношения, определяющие динамику цен и выпусков в монополизированной экономике, сохраняя их нумерацию

$$(11) \quad p(t + 1) = \pi_e(t)p^l(t)Am(\pi_e(t)p(t), S_e(t + 1)),$$

$$(14) \quad R_i(t + 1) = D_i(p_i(t + 1), p_{-i}(t + 1), S(t + 1)), \quad i \in 1, \dots, n,$$

$$(15) \quad S_e(t + 1) = \mu_e(t)\pi_e(t)S(t),$$

$$(16) \quad \pi_i(t) = \frac{p_i(t + 1)}{p_i(t)},$$

$$(17) \quad \pi_e(t + 1) = \alpha\pi_e(t) + (1 - \alpha)\pi(t),$$

$$(18) \quad \pi(t) = \sum_i w_i \pi_i(t), \quad w_i > 0, \quad \sum_i w_i = 1,$$

$$(29) \quad S(t + 1) = S(t) + \frac{1}{1 - \gamma} (\text{Def}(t + 1) - \text{Sav}(t + 1)),$$

$$(34) \quad \text{Def}(t + 1) = d(t + 1)\mu_e(t)\pi_e(t)S(t),$$

$$(36) \text{ Sav}(t+1) = \beta(\pi_e(t+1))S(t+1) - \beta(\pi_e(t))S(t),$$

$$(32) \mu(t) = \pi_e(t)^{-1} \left(1 + \frac{1}{(1-\gamma)S(t)} (\text{Def}(t+1) - \text{Sav}(t+1)) \right),$$

$$(33) \mu_e(t+1) = \alpha\mu_e(t) + (1-\alpha)\mu(t).$$

Как отмечалось, в условиях A1 и A2 при заданных $\pi_e(0)$, $\mu_e(0)$, $p(0)$, $S(0)$ эти соотношения однозначно определяют траектории цен и выпусков.

Стационарной при постоянном $d(t+1) = d$ назовем траекторию, удовлетворяющую перечисленным соотношениям и дополнительным условиям неизменности структуры цен и выпусков.

Предположим сначала, что стационарная траектория существует.

Из определения стационарности $p(t) = f(t)p^0$, где f – скалярная функция времени. Отсюда и из (11) следует

$$\frac{\pi(t)}{\pi_e(t)} p_i^0 = \sum_{j=1}^{n_1} a_{ji} p_j^0 m_i \left(\pi_e(t) f(t) p^0, \mu_e(t) \pi_e(t) S(t) \right). \quad (37)$$

Из (37) и однородности m получим

$$m_i \left(p^0, \frac{\mu_e(t) S(t)}{f(t)} \right) = \frac{p_i^0}{p_k^0} \frac{\sum a_{jk} p_j^0}{\sum a_{ji} p_j^0} m_k \left(p^0, \frac{\mu_e(t) S(t)}{f(t)} \right) \quad \forall i, k, t.$$

Последнее возможно либо для функций m_j специального вида, удовлетворяющих условиям

$$m_i(p, S) = m_i(p) m_1(p, S) \quad \forall i, S > 0, \quad (38)$$

либо для

$$\frac{\mu_e(t) S(t)}{f(t)} = k_1 = \text{const}. \quad (39)$$

Предположим, что m не связаны соотношениями (38), т.е. $\mu_e(t) S(t) = k_1 f(t)$. В этом случае из (37) и однородности m_j , следует, что $\pi(t) = k_2 \pi_e(t)$, где k_2 не зависит от t .

Отсюда и из (17) $\pi_e(t+1) = h \pi_e(t)$, где $h = \alpha + (1-\alpha)k_2$, т.е. $\pi_e(t) = \pi_0 h^t$, $\pi(t) = k_2 \pi_0 h^t$.

Из определения $f(t) = (k_2 \pi_0)^t h^{t(t-1)/2}$. В силу (14) структура выпусков может быть неизменной либо при $S(t) = f(t) S_0$, либо для функций спроса специального вида $D_i(p, S) = D_i(p) D_1(p, S) \forall i$. Предположим, что последнее равенство не выполняется. Тогда

$$R(t+1) = D(f(t)p^0, f(t)S_0) = D(p^0, S_0). \quad (40)$$

Следовательно, из (39) $\mu_e(t) = \frac{k_1 f(t)}{S(t)} = \frac{k_1}{S_0}$. Отсюда и из (33) получим $\mu(t) = \mu_e(t) =$

$= k_1 / S_0$. Но из (29) и (32) вытекает, что $\mu(t) = \pi_e(t)^{-1} \frac{S(t+1)}{S(t)} = k_2$, т.е. $k_2 S_0 = k_1$. Из

(29), (34) и (36)

$$\frac{S(t+1)}{S(t)} = \frac{1 - \gamma + d \pi_e(t) \mu_e(t) + \beta(\pi_e(t))}{1 - \gamma + \beta(\pi_e(t+1))}$$

и так как в то же время $\frac{S(t+1)}{S(t)} = k_2 \pi_0 h^t$, то

$$1 - \gamma + \beta(\pi_0 h^t) = k_2 \pi_0 h^t (1 - \gamma - d + \beta(\pi_0 h^{t+1})), \quad t = 0, \dots \quad (41)$$

Если $h < 1$, то правая часть (41) стремится к нулю, а левая не меньше $\beta(\pi_0) > 0$, так как $\beta(x)$ убывает, т.е. $h \geq 1$. Пусть $\beta(\infty) = \beta^* \geq 0$. Когда $h > 1$ может быть решением (41)? Для этого необходимо $1 - \gamma - d + \beta^* = 0$. Для краткости рассмотрим частный случай, когда $\gamma = 1$ и $\beta^* = 0$, т.е. $d = 0$. Из (41)

$$\beta(\pi_0 h^{t+1}) = \beta(\pi_0 h^t) (k_2 \pi_0 h^t)^{-1}. \quad (42)$$

Из (42) следует, что $\beta(\pi_0 h^t) = \beta(\pi_0) (k_2 \pi_0)^{-t} h^{t(t-1)/2}$ или, полагая $\pi_0 h^t = x$, $\beta(x) = \beta(\pi_0) (k_2 \pi_0)^{-\gamma h^{y(y-1)/2}}$, где $y = \frac{\ln x / \pi_0}{\ln h}$. Таким образом, в принципе стационарность даже в отсутствие дефицита государственного бюджета не исключает гиперинфляции, при которой $\pi_e(t) = \pi_0 h^t$, $\pi(t) = k_2 \pi_e(t)$, однако для ее осуществления требуется весьма специальный вид зависимости денежных остатков от ожидаемого темпа инфляции. Заметим, что здесь $\beta(x) \rightarrow 0$ при $x \rightarrow \infty$ медленнее, чем в функции Кейгена [21]. В общем же случае, когда $1 - \gamma - d + \beta^* \neq 0$ или $\beta(x)$ имеет другой характер, $h = 1$, $\pi_e(t) = \pi(t) = \pi_0$. При этом $k_2 = 1$, т.е. $\mu_e(t) = \mu(t) = 1$ и (41) превращается в уравнение относительно π_0 , аналогичное последнему уравнению 2.13 в [16]

$$(\pi_0 - 1)(1 - \gamma + \beta(\pi_0)) = d\pi_0. \quad (43)$$

Из (40) и (43) следует, что стационарная траектория обладает свойством супернейтральности (стационарные выпуски и потребление не зависят от динамики цен).

7. СУЩЕСТВОВАНИЕ СТАЦИОНАРНОГО РЕШЕНИЯ

Далее будем рассматривать только стационарные состояния с постоянным темпом инфляции, т.е. $h = 1$. Из (37) и (39) следует, что стационарное состояние существует, если существуют такие $p^0 \in \text{int } E$ и $S^0 > 0$, что

$$p^0 = p^{I0} Am(p^0, S^0). \quad (44)$$

Каждой паре p^0, S^0 , удовлетворяющей (44), и каждому решению π_0 уравнения (43) соответствует стационарная траектория $p(t) = \pi_0^t p^0$, $S(t) = \pi_0^t S^0$, $R_i(t) = D_i(p^0, S^0)$.

Положим $P(a) = \{p \in E_+^n : p_j \geq a \text{ для } j \in I, p_i \geq a^2 \text{ для } i \in F\}$, $W^I(1) = \{p \in E_+^n : w^I p = \sum_{j=1}^n w_j^I p_j = 1, \text{ где } w_j^I > 0, \forall j \in I, \sum w_j^I = 1\}$. Обозначим $w_{\min} = \min w_i^I$, $B^r = (b_i^r) = \sum_{j=1}^n w_j^I A_j^r$,

где A_j^r — столбцы матрицы $(A^I)^r$ степени r матрицы A^I , $b_{\min}^r = \min_i b_i^r$, $b_{\max}^r = \max_i b_i^r$.

$\lambda_{\min}(r) = (b_{\max}^r w_{\min}^{-1})^{1/r} G_1(G_1 - 1)^{-1}$, $\lambda_{\max}(r) = (b_{\min}^r)^{1/r} g_1(g_1 - 1)^{-1}$, где $g_1 = \max \{1 + \sigma, g\}$ для некоторого фиксированного малого $\sigma > 0$, $r = 1, \dots$ — натуральное число.

Утверждение 5. Пусть $A1-A3$ выполняются для всех i , справедливо $A4$, A — неотрицательная матрица с ненулевыми столбцами, A^I — неразложимая примитивная матрица. Тогда при достаточно большом G_1 и g_1 , близком к единице, каждому $\lambda \in (\lambda_{\min}^{(r)}, \lambda_{\max}^{(r)})$ соответствует такое $S > 0$ и такой вектор $q > 0$, что

$$\lambda q = q^I Am(q, S), \quad q^I \in W^I(1). \quad (45)$$

Здесь натуральное r определяется условием $(A^I)^r > 0$.

Доказательства этого и следующего утверждений приведены в Приложении.

Следствие. Если g_1 , G_1 , $b_{\min}^r$ и $b_{\max}^r$ таковы, что удовлетворяются условия $g_1(g_1 - 1)^{-1} (b_{\min}^r)^{1/r} > 1 > G_1(G_1 - 1)^{-1} (b_{\max}^r w_{\min}^{-1})^{1/r}$, то стационарное состояние (44) существует.

Последнее неравенство выполняется, например, при $w_i^1 = n_i^{-1}$, $\sum_{j=1}^{n_i} a_{ji} < 1 \forall i \in I$.

Мы построили соответствие $\lambda \rightarrow S(\lambda)$ для $\lambda \in (\lambda_{\min}, \lambda_{\max})$. В общем случае оно не является однозначным. Установим теперь обратное соответствие.

Положим $S_{\max}^1 = \min_i S_i(p, x_2)$, $S_{\min}^1 = \max_i S_i(p, x_1)$, где x_1 и x_2 введены в доказательстве утверждения 5 (см. Приложение), $S_{\min}^1$ и $S_{\max}^1$ зависят от p .

Утверждение 6. Пусть выполняются условия утверждения 5. Тогда при достаточно большом G_1 и g_1 , близком к единице, каждому $S \in [S_{\min}^1, S_{\max}^1]$ соответствует такое $\lambda > 0$ и такой вектор $q > 0$, что

$$\lambda q = q^1 A m(q, S), \quad q^1 \in W^1(1). \quad (46)$$

Из утверждений 5 и 6 следует, что система n уравнений (45) плюс одно уравнение нормировки разрешима относительно λ при каждом S из $[S_{\min}^1, S_{\max}^1]$ и относительно S при каждом λ из интервала $(\lambda_{\min}, \lambda_{\max})$.

Примеры. Для спроса $D(q, p, S) = \exp\left[\frac{-kq + \gamma p}{S}\right]$ эластичность $\varepsilon = kq/S$, $q^*(p, S, c) = c + S/k$, $m(p, S) = 1 + S/kc(p)$, т.е. выполняются A1–A4 при произвольно большом G_1 и g_1 , сколь угодно близком к единице. Пусть $n_1 > 1$. Обозначим $\bar{k}$ – вектор $(k_1^{-1}, \dots, k_{n_1}^{-1})$. Каждому λ , для которого $\lambda E - A^1$ – положительно обратима (E – единичная матрица), соответствует $S(\lambda)$ – решение (45), если $p^1 = S(\lambda) \bar{k} (\lambda E - A^1)^{-1} \in W(1)$. Если A^1 – продуктивна, стационарное состояние существует.

Рассмотрим функцию $D(q, p, S) = \frac{S}{q + bS} \left(a + \frac{\gamma p}{q + bS} \right) \exp\left(-\frac{kq}{S}\right)$. Она удовлетворяет A1–A3 при $4\lambda(b + \sqrt{b}) > 1$ – условию, достаточном для монотонности $\varepsilon(q, p, S)$, где $\varepsilon = \frac{qk}{S} + \frac{q}{q + bS} \frac{a(q + bS) + 2\gamma p}{a(q + bS) + \gamma p}$. При этом $\varepsilon(0) = 0$, $\varepsilon(\infty) = \infty$ при любых фиксированных $S > 0$. Эластичность убывает по S , причем $\lim_{S \rightarrow 0} \varepsilon(q, p, S) = \infty$, $\varepsilon(q, p, \infty) = 0$.

Пусть $n = 2$ ((27) не выполняется). Положим $p_2 = 1 - p_1$ и рассмотрим систему (45)

$$\lambda p_1 = (1 - p_1) a_{21} \frac{\varepsilon_1(p_1, 1 - p_1, S)}{\varepsilon_1(p_1, 1 - p_1, S) - 1},$$

$$\lambda(1 - p_1) = p_1 a_{12} \frac{\varepsilon_2(1 - p_1, p_1, S)}{\varepsilon_2(1 - p_1, p_1, S) - 1}.$$

Предположим, что она разрешима (матрица A импримитивна) в $\text{int } E_+^2$. Если $\varepsilon_{11} - \varepsilon_{12} > 0$ и $-\varepsilon_{21} + \varepsilon_{22} < 0$ (т.е. γ достаточно мало), то можно проверить, что для неявной функции $\lambda(S)$, определенной этой системой, $(d\lambda/dS) > 0$, т.е. стационарное состояние единственно.

8. "ОДНОПРОДУКТОВАЯ" МОДЕЛЬ

Если в многопродуктовой модели просто положить $n = 1$, тождество Вальраса $D_1(p, S) = S/p$ придет в противоречие с A2, задача единственного монополиста не будет иметь решения, т.е. непосредственный однопродуктовый анализ монополизированной экономики неосуществим. Чтобы обойти эти трудности и построить одномерный аналог системы (11), воспользуемся идеей модели Сидрауского [22].

Пусть в экономике n идентичных монополистов выпускает n продуктов. В процессе производства единицы продукта каждый монополист затрачивает одинаковые количества ресурсов всех остальных монополистов, т.е. $I = F = N$, $A = (a_{ij})_{n \times n}$, $a_{ij} = \alpha \forall i, j, i \neq j$, $a_{ii} = 0$. Функции конечного спроса на каждый продукт также одинаковы: $D_i(p, S) = D(p, S)$. Если все монополисты пользуются одинаковыми прогнозами и начальные цены всех продуктов одинаковы, то в указанных условиях решения монополистов будут совпадать и цены в будущем также окажутся равными. Поэтому, упрощая запись, можно считать, что спрос D является функцией трех аргументов: цены монополиста q , цен остальных продуктов p и совокупных расходов S . Рекуррентная система (11) может быть теперь представлена в следующей форме

$$p(t+1) = \pi_e(t)p(t)am_0(q(t)), \quad (47)$$

где $p(t) \in \text{int } E_+^1$, $a = (n-1)\alpha$,

$$q(t) = \frac{p(t)}{\mu_e(t)S(t)}. \quad (48)$$

В (47) использована однородность степени ноль функции $m(p, \mu S) = m\left(\frac{p}{\mu S}, 1\right) \equiv m_0(q)$.

Утверждение 7. Пусть выполняются A1–A3. Тогда функция $m_0(q)$ не возрастает по q .

Доказательство. Функция $m(p, \mu S)$ не убывает по μS и однородна нулевой степени, т.е. она не возрастает по p . Если $q_2 > q_1$, то $m_0(q_2) = m(q_2, 1) \leq m(q_1, 1) = m_0(q_1)$. Утверждение доказано.

Следствие. Стационарное состояние существует, если найдется q^0 такое, что $am_0(q^0) = 1$. Если $m'_0(q^0) < 0$, стационарное состояние единственно. Если оно не единственно, то стационарными являются все точки отрезка $q \in [q_1^0, q_2^0]$. Для них $am_0(q) = 1$.

Поведение цен и суммарного выпуска в такой "однопродуктовой" экономике задается начальными условиями и рекуррентными соотношениями, аналогичными выписанным в начале разд. 6: формулами (47), (48), а также выражениями для уточнения ожидаемого темпа инфляции

$$\pi_e(t+1) = \pi_e(t)(\alpha + (1-\alpha)am(q(t))), \quad (49)$$

динамики совокупных расходов

$$S(t+1) = S(t) \frac{1 - \gamma + d\mu_e(t)\pi_e(t) + \beta(\pi_e(t))}{1 - \gamma + \beta(\pi_e(t+1))} \quad (50)$$

и адаптации ожидаемого роста выпуска

$$\mu_e(t+1) = \alpha\mu_e(t) + (1-\alpha) \frac{S(t+1)}{\pi_e(t)S(t)}. \quad (51)$$

Выпуск определяется соотношением

$$R(t+1) = \frac{S(t+1)}{p(t+1)}(1-a)^{-1}. \quad (52)$$

Нелинейная система (47) – (52) включает четыре существенных переменных p , μ_e , π_e и S и все еще чересчур сложна для полного анализа. Поэтому ограничимся двумя важными ситуациями: 1) поведения цен и выпусков сразу после освобождения цен по

реформе 1992 г., когда система оказалась в состоянии, далеком от равновесия, и начала перестраиваться, двигаясь в направлении равновесия; 2) движения системы в окрестности равновесия. В каждой ситуации будет принята своя система упрощающих предположений.

Последствия реформы 1992 г. и изменение целевых установок и поведения производителей показывают, что к концу 1991 г. в народном хозяйстве существовал не только значительный денежный "навес", о котором так много говорили, но и сложились макроэкономические пропорции цен и ВВП, весьма далекие от равновесных при складывавшихся после освобождения цен экономических отношениях. На языке модели индекс монополистической рентабельности $m_0(q(0))$ был очень высок ($am_0 > 1$), что позволяло монополистам резко наращивать цены и при отсутствии инфляционных ожиданий ($\pi_e(0) = 1$). Даже значительный дефицит государственного бюджета и денежный навес не могли поддержать увеличение расходов на уровне роста цен, и производство начало снижаться. Повышение цен вызвало возрастание инфляционных ожиданий, поддерживающих их рост, несмотря на снижение индекса монополистической рентабельности.

Для иллюстрации рассмотрим максимально упрощенный пример. Допустим, во-первых, $\beta(\pi) = \beta = \text{const}$, так как реакция сбережений населения на инфляционные ожидания на начальном этапе реформы неопределенна и не оказывает существенного влияния на происходящее. Положим $d/(1 - \gamma + \beta) = k_1$. Допустим, что $am(q) = q_0/q$, где q_0 – корень $am(q_0) = 1$. Положим также $\alpha = 0,5$, $p(0) = S(0) = 1$, $\pi_e(0) = \mu_e(0) = 1$. Тогда $q(0) = 1$. Примем, что $q_0 = 2$ и рассчитаем приближенно* начальный участок траекторий цен и выпусков. Для случая, когда $d = 0$ и влияние денежного навеса не учитывается, результаты приведены в табл. 1. В табл. 2 рассчитаны те же траектории для ситуации $d/(1 - \gamma + \beta) = 0,2$.

Исследуем теперь локальную устойчивость системы (47) – (52) в окрестности стационарного состояния. Положим $q(t) = p(t)/S(t) = q^0 + q_1(t)$, где q^0 – корень уравнения $am_0(q) = 1$; $\pi_e(t) = \pi(1 + \pi_1(t))$, где π – корень уравнения (43); $\mu_e(t) = 1 + \mu_1(t)$. Пренебрегая членами второго порядка относительно q_1, π_1, μ_1 , получим, что в малой окрестности стационарного решения

$$S(t+1)/S(t) = \pi(1 + k_1(\mu_1(t) + \pi_1(t)) + k_2(\pi_1(t) - \pi\pi_1(t+1))) \quad (53)$$

и $am_0\left(\frac{q(t)}{\mu_e(t)}\right) = 1 + b(q_1(t) - q^0\mu_1(t))$, где $k_1 = \frac{d}{1 - \gamma + \beta(\pi)}$, $k_2 = \frac{\beta(\pi)}{1 - \gamma + \beta(\pi)}$, $b = am'_0(q^0)$, β' и m'_0 – производные соответствующих функций при стационарных значениях аргументов. Полагая далее $x(t) = (q_1(t), \pi_1(t), \mu_1(t))$, после некоторых преобразований построим линейное приближение системы (47) – (52)

$$x(t+1) = Bx(t), \quad (54)$$

где

$$B = \begin{pmatrix} 1 + b + k_2b\pi(1 - \alpha) & 1 - k_1 + k_2(\pi - 1) & -(b + k_1 + k_2\pi b(1 - \alpha)) \\ (1 - \alpha)b & 1 & -(1 - \alpha)b \\ -k_2b\pi(1 - \alpha)^2 & (1 - \alpha)(-1 + k_1 + k_2(1 - \pi)) & \alpha + (1 - \alpha)k_1 + k_2\pi b(1 - \alpha)^2 \end{pmatrix}.$$

По переменным $q(t)$, темпу инфляции π и (53) цены и совокупные расходы восстанавливаются с точностью до общего положительного множителя.

* Приближенность заключается в том, что используется вспомогательная величина $x(t) = 1 - q(t)/q^0$.

При этом полагается $am_0(q) = (1 - x(t))^{-1} \approx 1 + x(t)$.

Таблица 1

Траектории цен, выпусков и инфляционных ожиданий при $d = 0$

Параметры	Время, t						Стационарное состояние
	0	1	2	3	4	5	
$p(t)$	1	2	3,33	3,6	3,0	3,44	?
$R(t)$	1	0,67	0,43	0,43	0,65	0,64	0,5
$\pi_e(t)$	1	1,25	1,41	1,2	0,94	0,97	1
$\mu_e(t)$	1	1	0,9	0,8	0,82	0,94	1

Таблица 2

Траектории цен, выпусков и инфляционных ожиданий при $d(1 - \gamma + \beta)^{-1} = 0,2$

Параметры	Время, t						Стационарное состояние
	0	1	2	3	4	5	
$p(t)$	1	2	4,38	8,02	10,76	11,47	∞
$R(t)$	1	0,8	0,57	0,42	0,41	0,44	0,5
$\pi_e(t)$	1	1,25	1,52	1,65	1,46	1,19	1,25
$\mu_e(t)$	1	1,1	1,06	0,96	0,88	0,87	1

Система (47) – (52) называется локально асимптотически устойчивой, когда $x(t) \rightarrow 0$ для всех достаточно малых $\|x(0)\|$. Если спектральный радиус матрицы B меньше единицы, система локально асимптотически устойчива и неустойчива, если он больше единицы.

Положим $k_1 = k_2 = 0$. Тогда характеристическое уравнение системы (54) $B(\lambda) = \lambda^3 - (2 + \alpha + b)\lambda^2 + (1 - b + 2\alpha + 4\alpha b - a^2 b)\lambda - (\alpha - b - 2\alpha b) = 0$. При $\alpha = 0$ и $-0,5 < b < 0$ (нижняя граница завышена, но при $am(q) = q^0/q$, когда $q^0 = 1$, $b = -1$, процесс неустойчив) процесс (47) – (52) локально асимптотически устойчив. По теореме Островского о непрерывности собственных значений [23, с. 71], его устойчивость сохраняется при малых $\alpha > 0$ и k_1, k_2 . Таким образом, при небольших дефицитах d и быстрой адаптации ожиданий процесс устойчив. Условия устойчивости нуждаются в дальнейшем изучении.

Как влияет дефицит государственного бюджета на объем производства? При анализе стационарного состояния было показано, что равновесный выпуск не зависит от дефицита. Рассмотрим теперь, каков переходный процесс при изменении дефицита. Пусть экономика находится в стационарном состоянии при уровне дефицита d и темпе инфляции π . При этом $\mu_e(t) = 1$, $q(t) = q^0$, $\pi_e(t) = \pi$. При увеличении дефицита до d_1 равновесный темп инфляции возрастает до $\pi_1 > \pi$. Очевидно, $\pi_1(0) = \frac{\pi - \pi_1}{\pi_1} < 0$, $\mu_1(0) = 0$, $q_1(0) = 0$ и на следующем шаге $q_1(1) < 0$. Так как $q(t)$ обратна величине выпуска, последний возрастает. Однако в устойчивом случае этот прирост постепенно исчезнет.

1. Монополизированная экономика в стационарном состоянии обладает вполне определенным (хотя, быть может, и не единственным) уровнем производства, которому соответствует некоторое соотношение цен и совокупных расходов. По-видимому, институциональная реформа совершилась в ситуации, когда реальный уровень производства и отношения "доходы — цены" были значительно выше устойчивых уровней для существующей монополизированной структуры экономики. Возникло значительное неравновесие, повлекшее за собой быстрый рост цен и снижение производства. Наличие вынужденных сбережений (денежного навеса) и большой дефицит государственного бюджета усугубили ситуацию, но не они ее предопределили. Даже в их отсутствие были возможны высокая (хотя и временная) инфляция и значительное и постоянное снижение производства.

2. В стационарном состоянии постоянный темп инфляции зависит от дефицита государственного бюджета и величины массовых остатков и денежных балансов как функции ожидаемого темпа инфляции. Инфляции нет только при отсутствии бюджетного дефицита. По мере же его роста как доли ВВП темп инфляции возрастает. Даже локальная устойчивость стационарного состояния неопределенна, она может иметь или не иметь места в зависимости от вида функций спроса на продукты и денежные остатки и от того, как складываются и пересматриваются ожидания темпов инфляции. В отличие от стандартных моделей увеличение дефицита государственного бюджета, т.е. "накачка" экономики деньгами, не приводит к устойчивому росту производства. Если локальная устойчивость стационарного состояния отсутствует, нельзя сказать чего-либо определенного о динамике объемов производства и темпах инфляции. Если устойчивость имеет место, рост дефицита вызовет временное увеличение выпуска, который затем стабилизируется на прежнем уровне, но увеличение темпа инфляции окажется постоянным.

3. Если стационарное состояние не единственно, не известно, какой ценой можно перейти от одного к другому.

4. Внешним признаком неэффективности монополии считается ее чрезмерная прибыльность [6, 7] в равновесном состоянии. Наоборот, обычная норма прибыли рассматривается как признак отсутствия вредного монопольного эффекта [24, 25]. В монополизированной экономике взаимное воздействие монополистов приводит к снижению их прибыли до нормальных размеров. По крайней мере в стационарном состоянии доля материальных издержек в цене в монополизированной и конкурентной экономике могут совпадать. Однако это вовсе не является свидетельством эффективности, поскольку производственные мощности недоиспользуются.

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Доказательство утверждения 5. 1). Рассмотрим сначала случай $A' > 0$, $r = 1$. Выберем произвольное λ в заданном интервале и произвольный вектор

$$p \in P = \{p \in P(a): p^I \in W^I(1), p^F \in W^F(R) = \{p \in E_+^{n-m}: \sum_{i=n_1+1}^n w_i^2 p_i \leq R, w_i^2 > 0, \sum_{i=n_1+1}^n w_i^2 = 1\}\};$$

величина R будет установлена ниже. Построим непрерывное отображение

$$P \rightarrow P. \text{ Положим сначала } q = q(p, S) = \frac{1}{\lambda} p^I A m(p, S). \text{ В силу утверждений 2, 3 функции}$$

m непрерывны и не убывают по S . Положим $q^* = p^I A \frac{x}{x-1}$, где $x \in (g_1, G_1)$. Тогда из

A3 следует, что для любого $p \in P$ найдется $S_i(p, x)$ такое, что $\varepsilon_i(q_i^*, p_{-i}, S_i(p, x)) = x$,

т.е. q_i^* – решение (3) при $c_i = p^I A_i$ и $m_i(p, S_i(p, x)) = x / (x - 1) \forall i \in N$. Выберем x_1 и x_2 так, чтобы $x_1 / (x_1 - 1) = G_1 / (G_1 - 1) + \sigma_1$, $x_2 / (x_2 - 1) = g_2 / (g_2 - 1) + \sigma_2$ и положим

$$S_{\max} = \max_i S_i(p, x_2), \quad S_{\min} = \min_i S_i(p, x_1). \text{ Очевидно, } w^I q^I(p, S_{\min}) \leq \frac{1}{\lambda} p^I B \left(\frac{G_1}{G_1 - 1} + \sigma_1 \right) \leq \\ \leq \frac{b_{\max}}{\lambda w_{\min}} \left(\frac{G_1}{G_1 - 1} + \sigma_1 \right), \quad w^I q^I(p, S_{\max}) \geq \frac{1}{\lambda} p^I B \left(\frac{g_1}{g_1 - 1} - \sigma_1 \right) \geq \frac{b_{\min}}{\lambda} \left(\frac{g_1}{g_1 - 1} - \sigma_1 \right), \text{ пос-}$$

кольку существует $j \in I$ такое, что $p_j \geq 1 (p^I \in W^I(1))$. Если $\lambda_{\min}^I < \lambda < \lambda_{\max}^I$, то, выбирая достаточно малое σ_1 , убедимся, что $w^I q^I(p, S_{\min}) < w^I q^I(p, S_{\max})$, т.е. существует $S_0 \equiv S_0(p, \lambda) \in [S_{\min}, S_{\max}]$ такое, что $q^I(p, S_0) \in W^I(1)$. Очевидно, интервал допустимых λ непуст, если $\frac{w_{\min} b_{\min}}{b_{\max}} > G g^{-1} \frac{g_1 - 1}{G - 1}$. Это неравенство выполняется, когда G_1

достаточно велико, а g_1 близко к единице. Покажем теперь, что $q \in P(a)$ при некотором $a > 0$. Положим $a_0 = \min_{i,j} a_{ij} > 0$. Поскольку $p^I A_i \geq a_0, i \in I$, а $m(p, S_0) \geq$

$$\geq \frac{G_1}{G_1 - 1} - \sigma_1, \text{ то } q_i(p, S_0) \geq \frac{1}{\lambda} a_0 \frac{G_1}{G_1 - 1} \geq \frac{g_1 - 1}{G_1 - 1} \frac{G_1}{g_1} a_0 =: a, i \in I. \text{ Так как } p \in P(a) \text{ и } p_i \geq a, j \in I, \text{ то } p^I A_i^F \geq a a_0 \text{ и } q_i(p, S_0) \geq a^2. \text{ Осталось найти число } R \text{ такое, что } q \text{ отображает } P \text{ в себя. Поскольку } a^2 \leq p^I A_i \leq \frac{a_{\max}}{w_{\min}} =: G_4, \text{ где } a_{\max} = \max_i \max_j a_{ji}, \text{ то}$$

$$\text{при } g_2 = k, G_2 = k^{-1}, \text{ где } k = a^2 G_4^{-1}, \text{ получим из (7), что } \frac{m_i(p, S)}{m_j(p, S)} \leq G_3(g_2, G_2) \forall p \in$$

$$\in P(a) \cap W^I(1), S, i, j \in N. \text{ Очевидно, } 1 = \frac{1}{\lambda} w^I p^I A^I m^I(p, S_0) \geq \frac{1}{\lambda} w^I p^I A^I m_0^I(p, S) \geq \frac{b_{\min}}{\lambda} \times \\ \times m_0^I(p, S_0), \text{ где } m_0^I - \text{диагональная матрица с элементами } m_0(p, S_0) = \min_{j \in I} m_j(p, S_0).$$

$$\text{Таким образом, } m_0(p, S_0) \leq \frac{\lambda}{b_{\min}} \text{ и из (7) } m_i(p, S_0) \leq \frac{\lambda}{b_{\min}} G_3. \text{ Отсюда } q^F = \\ = \frac{1}{\lambda} p^I A^F m_i(p, S_0) \leq \frac{G_3}{b_{\min}} p^I A^F \leq \frac{G_3 G_4}{b_{\min}} \text{ и при } R = (n - n_1) \frac{G_3 G_4}{b_{\min}} \text{ получим, что } q(p)$$

отображает P в P . Осталось показать, что $q(p)$ непрерывна и, воспользовавшись теоремой Брауэра, установить (45). Непрерывность $m(p, S_0(p, \lambda))$ по p следует из непрерывности $m(p, S)$ и монотонности по $S(S_0(p, \lambda) - \text{либо точка, либо отрезок, } S_0(p, \lambda) \text{ ограничены в совокупности для } p' \text{ из } \sigma\text{-окрестности } p)$. Утверждение доказано для $A' > 0$.

2) Пусть теперь A' – неразложимая примитивная матрица, т.е. существует натуральное r такое, что $(A')^r > 0$. Рассмотрим теперь отображение $q(p, S)$, где $q^I(p, S) = \frac{1}{\lambda^r} p^I (A^I m^I(p, S))^r, q^F(p, S) = \frac{1}{\lambda} p^I A^F m^F(p, S)$. Для $x_1, x_2, S_i(p, x), S_{\min}$ и $S_{\max}$,

$$\text{определенных выше, получим } w^I q^I(p, S_{\min}) \leq \frac{1}{\lambda^r} p^I B^r \left(\frac{x_1}{x_1 - 1} \right)^r \leq \frac{1}{\lambda^r} \frac{b_{\max}^r}{w_{\min}} \left(\frac{G_1^r}{G_1 - 1} \right).$$

$$\text{Здесь первое неравенство следует из того, что } (A^I m^I(p, S_{\min}))^r \leq \left(A^I D \left(\frac{x_1}{x_1 - 1} \right) \right)^r =$$

$= (A^I)^r \left(\frac{x_1}{x_1 - 1} \right)^r, D \left(\frac{x_1}{x_1 - 1} \right)$ – диагональная матрица с диагональными элементами $\frac{x_1}{x_1 - 1}$. Аналогично, $w^I q^I(p, S_{\max}) \geq \frac{1}{\lambda^r} b_{\min}^r \left(\frac{g_1}{g_1 - 1} \right)^r$. Отсюда следует, что для

$\lambda \in (\lambda_{\min}(r), \lambda_{\max}(r))$ существует $S_0 \equiv S_0(p, \lambda)$, обеспечивающее $q^I(p, S_0) \in W^I(1)$.

Интервал допустимых λ непуст, если $\frac{G(g_1 - 1)}{g(G_1 - 1)} < \left(\frac{w_{\min} b_{\min}}{b_{\max}} \right)^{1/r}$. Если в определении

$P(a)$ положить $a = \frac{g_1 - 1}{G_1 - 1} \frac{G_1}{g_1} a_0^r$, где $a_0^r = \min_{i,j \in I} a_{ij}^r$, a_{ij}^r – элементы матрицы $(A^I)^r$, то, как и

раньше, установим, что $q(p, S_0)$ отображает $P(a)$ в себя. Далее, переопределив $a_{\max}$

аналогично предыдущему, установим, что при $R = (n - n_1) \frac{G_3 G_4}{(b_{\min}^r)^{1/r}} q(p, S_0(p, \lambda))$

отображает P в себя. Неподвижная точка обладает свойством

$$q^I = \frac{1}{\lambda^r} q^I(A^I m^I(q, S_0(q, \lambda))^r, q^F = \frac{1}{\lambda} q^I A^F \times m^F(q, S_0(q, \lambda)).$$

Пусть $\frac{1}{\lambda} q^I A^I m^I(q, S_0(q, \lambda)) = p^I$. Тогда $\frac{1}{\lambda^{r-1}} p^I (A^I m^I(q, S_0(q, \lambda)))^{r-1} = q^I$ и, подставляя

q^I из последнего равенства в предпоследнее, получим $p^I = \frac{1}{\lambda^r} p^I (A^I m^I(q, S_0(q, \lambda)))^r$.

Так как матрица $A^I m^I(q, S_0(q, \lambda))$ неразложима, то ее собственный вектор единствен, т.е. $p^I = q^I$ и q^I удовлетворяет (46). Утверждение доказано.

Доказательство утверждения 6. Рассмотрим множество P , положив в его определении $P(a) = \{p \in E_+^n: p_j > a_1 \forall j \in I \text{ и } p_i > a_2 \forall i \in F\}$. Положительные a_1 и a_2 , а также R будут установлены ниже. Так как $m(p, S) \geq 1$, то $A^I(p) = A^I m^I(p, S)$ – неразложимая матрица и в силу теоремы 7.3 [26] матрица $A^I(p)$ обладает единственным с точностью до скалярного множителя положительным собственным вектором $q^I(p)$ и собственным значением $\lambda(p)$, удовлетворяющим уравнениям $\lambda(p) q^I(p) = q^I(p) A^I(p)$.

Пусть $q^I(p) \in W(1)$. Положим $q^F(p) = \frac{1}{\lambda(p)} q^I(p) A^F m^F(p, S)$. Найдем a_1, a_2 и R , при которых $q = (q^I, q^F)$ отображает P в себя. Из АЗ и $S \in [S_{\min}^I, S_{\max}^I]$ следует, что $\frac{G_1}{G_1 - 1} \leq m_i \leq \frac{g_1}{g_1 - 1} \forall i$, т.е. $A < A(p) \leq A \frac{g_1}{g_1 - 1}$ и из леммы 2 [27, с. 327] следует, что

$\lambda_A \leq \lambda(p) \leq \lambda_A \frac{g_1}{g_1 - 1}$. Из определения q^I вытекает, что

$$q^I = \lambda(p)^{-r} (A^I m^I(p, S))^r, \text{ т.е. } q^I \geq \left(\frac{g_1 - 1}{g_1} \right)^r a_0^r \equiv a_1 \quad \forall j \in I,$$

где a_0^r – минимальный элемент матрицы $(A^I)^r$. Положим $a_2 = a_1 \min_{i \in F} \sum_{j \in I} a_{ji}$. Тогда

$q_i > a_2$ для $i \in F$. Так как $q^I A_i \leq G_4$, то $q_i^F \leq G_4 \frac{g_1}{g_1 - 1}$ и при $R = (n - n_1)G_4 \frac{g}{g_1 - 1}$ получим $q: P \rightarrow P$.

Пусть задан произвольный вектор $p \in P$ и $p^\vee \rightarrow p$, $p^\vee \in P$. Так как m – непрерывные функции, то $m(p^\vee, S) \rightarrow m(p, S)$. Поскольку $0 < \lambda_A < \lambda(p^\vee) < \lambda_A g_1 (q_1 - 1)^{-1} < \infty$, то $\lambda(p^\vee) \rightarrow \lambda$. Так как $q(p^\vee) \rightarrow \bar{q}$, то $\lambda \bar{q} = \bar{q}^I A m(p, S)$. Из однозначности $q(p)$ следует, что $q(p) = \bar{q}$, т.е. отображение q непрерывно на P . По теореме Брауэра существует неподвижная точка, удовлетворяющая (46).

Для завершения доказательства осталось показать, что $S_{\min}^I \leq S_{\max}^I$. Пусть от противного найдется S такое, что $S_{\max}^I < S < S_{\min}^I$. Тогда $\exists i: m_i(p, S) > \frac{g_1}{g_1 - 1}$ и $\exists j: m_j(p, S) < \frac{G_1}{G_1 - 1}$, т.е. в силу $A_4 \ g_1 G_1 (g_1 - 1)^{-1} (G_1 - 1)^{-1} < m_i(p, S) (m_j(p, S))^{-1} < G_3 (a_2 G_4^{-1}, a_2^{-1} G_4)$, что невозможно при достаточно большом G_1 и g_1 , близком к единице. Утверждение доказано.

ЛИТЕРАТУРА

1. Львов Д.С. Реальный курс экономических преобразований // Экономика и мат. методы. 1994. Т. 30. Вып. 1.
2. Бим А.С., Шмелева Н.А., Марголит Г.Р. Анализ и перспективы институциональных преобразований в экономике России // Экономика и мат. методы. 1994. Т. 30. Вып. 3.
3. Сухотин Ю.В. Стабилизация экономики и социальное расслоение // Экономика и мат. методы. 1994. Т. 30. Вып. 2.
4. Гурвич Е.Т., Левин М.И., Мовшович С.М., Шейнин Р.Л. Реформа: что происходит на предприятиях // Российский Монитор. Вып. 1. М.: Изд-во МО, 1992.
5. Гурвич Е.Т., Левин М.И., Мовшович С.М., Шейнин Р.Л. Приватизация: первые обнадеживающие результаты // Российский Монитор. Вып. 2. М.: Изд-во МО, 1993.
6. Макконнел К.Р., Брю С.Л. Экономика. М.: Республика, 1992.
7. Tirole J. The Theory of Industrial Organization. Boston, MIT Press, 1990.
8. Вороновский М.М. Модель инфляции в экономике переходного периода // Экономика и мат. методы. 1994. Т. 30. Вып. 3.
9. Волконский В.А., Гурвич Е.Т., Канторович Г.Г. Цены в 1992 г.: диспропорции и механизм инфляции // Экономика и мат. методы, 1993. Т. 29. Вып. 3.
10. Полтерович В.М. Экономическая реформа 1992 г. Битва правительства с трудовыми коллективами // Экономика и мат. методы. 1993. Т. 29. Вып. 4.
11. Kreps D.M. A Course in Microeconomic Theory. N.I; L., 1990.
12. Gul F., Sonnenschein H., Wilson R. Foundation of Dynamic Monopoly and the Case Conjecture // J. Econ. Theory. 1986. V. 39. № 1.
13. Milgrom P., Roberts J. Limit Pricing and Entry under Incomplete Information // Econometrica. 1982. № 50.
14. Sachs J., Larrain F. Macroeconomics in the Global Economy. New Jersey: Prentice Hall, 1993.
15. Papademos L., Modigliani F. The Supply of Money and the Control of Nominal Income / Friedman B.M., Hahn F.H. (Eds) Handbook of Monetary Economics. 1990. V.1.
16. McCallum B.T. Inflation: Theory and Evidence / Friedman B.M., Hahn F.H. (Eds). Handbook of Monetary Economics. 1990.
17. Коуз Р. Природа фирмы // Фирма, рынок и право. М.: Дело, 1993.
18. Fisher F.M. Disequilibrium Foundation of Equilibrium Economics. Amsterdam, 1988.
19. Dornbusch R., Fischer S. Macroeconomics. N.Y. McGraw-Hill, 1990.

20. *Friedman M.* The Quantity Theory of Money / *Friedman M.* (Ed) Quantity Theory of Money. Chicago: Univ. Press, 1956.
21. *Cagan P.* The Monetary Dynamics of Hyperinflation / *Friedman M.* (Ed) Quantity Theory of Money. Chicago: Univ. Press, 1956.
22. *Sidrauski M.* Rational Choice and Patterns of Growth in a Monetary Economy // Amer. Econ. Rev. Papers and Proc., 1967.
23. *Уилкинсон Дж.Х.* Алгебраическая проблема собственных значений. М.: Физматгиз, 1970.
24. *Коуз Р.* Экономика организации отрасли: программы исследования // Фирма, рынок, право. М.: Дело, 1993.
25. *Brozen Y.* The Antitrust Task Force Deconcentration Recommendation // J. Law and Economics. 1970. V. 13.
26. *Никайдо Х.* Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир, 1972.
27. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. М.: ГИТТЛ, 1954.

Поступила в редакцию
26 XII 1994