ЭКОНОМИКА
И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ

1995
Том 31, вып. 4

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

ОПТИМАЛЬНЫЕ РАВНОВЕСНЫЕ ЦЕНЫ И ТОЧКА ЛАФФЕРА

Гусаков С.В., Жак С.В.

(*Ростов-на-Дону*)

Рассмотрена эконометрическая модель поведения фирмы, основанная на зависимости спроса от цены и собственных затрат от объема производства. Установлены соотношения между ценами и объемами производства, отвечающими интересам фирмы, общества и коллектива, не использующие конкретного вида указанных зависимостей, а лишь их монотонность. Построены общие уравнения для оптимальной равновесной цены, выявлены условия их разрешимости и возникновения феномена Форда. В тех же общих предположениях построена обобщенная кривая Лаффера и исследованы уравнения для отыскания точки Лаффера – критического значения НДС и учетной ставки.

Рыночные отношения могут быть описаны математическими моделями, отражающими интересы отдельных фирм и взаимодействие этих интересов с интересами общества в целом, потребителей выпускаемой продукции и участников производства (кроме владельцев или руководителей). Существенными элементами таких моделей являются зависимости: спроса от цены $S = f(P)$, собственных затрат на единицу продукции от тиража (объема производства) $C = C(R)$ и "внешние параметры" – банковская учетная ставка r, доля прибыли q_0, отчисляемая в виде налога на прибыль, и величина налога на добавленную стоимость q_1. Вид указанных зависимостей либо постулируется, либо строится по статистическим данным, что приводит к различным аналитическим моделям. Так, в [1] $C(R)$ выбирается в квадратическом виде, в [2] добавляется дробно-линейное слагаемое, а $f(P)$ получается (на основе анализа валового экономического эффекта) в [1] линейной, т.е. фактически берется ее линейная аппроксимация, приемлемая при ограничении диапазона изменения цены. В [3, 4] использованы степенные экономические зависимости $f = AP^{-E}$, $C = C_\infty(1 + q(R))$, $q = b_0R^{-q_1}$, $E > 1$, $g_1 < 1$. Несмотря на существенную формальную разницу этих моделей, они приводят к близким качественным выводам – возникает противоречие между интересами фирмы и общества, выявляется парадоксальная и неожиданная роль параметров r, q_0, q_1. В данной статье предпринимается попытка изложения этих исследований без фиксации конкретного вида функций $f(P)$ и $C(R)$ (или $q(R)$).

1. В [1] рассмотрено несколько основных стратегий производства, ориентированных на различные критерии оптимизации, и установлены соотношения между объемами и ценами при этих стратегиях. Покажем, что эти соотношения свободны от конкретного вида производственных функций, зависимости затрат от тиража. В наших обозначениях стратегия предпринимателя, максимизирующая его прибыль, – разность между выручкой W и затратами Q $\Pi = W–Q–\max$, $W = PR$ приводит к цене $P^\vee$ и объему $R^\vee$.

Максимизация общего народнохозяйственного эффекта $U = V–Q–\max$, где $V(R)$ – валовый экономический эффект, определенный в [2] и, вообще говоря, зависящий от Q, приводит к P^ω и R^ω, а максимизация удельных выплат из прибыли участникам производства, эквивалентная максимизации (W/Q) – max, – к P^ρ и R^ρ.

Принимая $P = dV/dR$ (вытекающее из правила максимальной цены продажи), сформулируем эти задачи на "языке" цены P либо объемов производства R. В последнем случае они выглядят так

$$\Pi = RP(R) - Q(R) - \max, \quad P = \frac{dV}{dR},$$

$$\frac{d\Pi}{dR} = \frac{dV}{dR} + R\frac{d^2V}{dR^2} - Q'(R) \equiv g_1(R),$$

$$g_1(R^\nu) = 0, \ \ g_1(R) = W'(R) - Q'(R),$$

$$U = V(R) - Q(R) - \max_R,$$

$$\frac{dU}{dR} = \frac{dV}{dR} - Q'(R) \equiv g_2(R), \ \ g_2(R^\omega) = 0,$$

$$\frac{d}{dR}\left(\frac{W(R)}{Q(R)}\right) = \frac{W'Q - Q'W}{Q^2(R)} = \frac{g_3(R)}{Q^2(R)}, \quad g_3(R^\rho) = 0.$$

Поскольку корни рассматриваемых уравнений отвечают максимуму соответствующего критерия, то производные $g_i(R)$ при прохождении через нуль меняют знак с плюса на минус, поэтому из

$$g_1(R^\omega) = R\left.\frac{d^2V}{dR^2}\right|_{R=R^\omega} < 0$$

(так как в [1] показано, что $d^2V/dR^2 < 0$) следует $R^\omega > R^\nu$; из $g_3(R^\nu) = Q'(R^\nu)[Q(R)- -W(R)] < 0$ (поскольку $Q'(R) > 0$, $Q(R) < W(R)$ для рентабельного производства) вытекает $R^\nu > R^\rho$ и из этих двух неравенств

$$R^\omega > R^\nu > R^\rho. \tag{1}$$

На "языке P", учитывая зависимость спроса от цены $R = f(P)$ и то, что из $P = dV/dR$ следует $V(P) = \int\limits_0^P Pf'(P)dP$, эти задачи имеют вид

$$\Pi = \Phi_1(P) = Pf(P) - S(P) - \max_P, \quad S(P) = Q(f(P)),$$

$$\frac{d\Pi}{dP} \equiv \varphi_1(P) = Pf'(P) + f(P) - S'(P),$$

$$\varphi_1(P^\nu) = 0,$$

$$U \equiv \Phi_2(P) = V(P) - S(P) - \max_P,$$

$$\frac{dU}{dP} \equiv \varphi_2(P) = Pf'(P) - S'(P), \quad \varphi_2(P^\omega) = 0,$$

$$\Phi_3(P) = \frac{W}{Q} = \frac{Pf(P)}{S(P)} - \max_P,$$

$$\frac{d\Phi_3}{dP} = \frac{[Pf'(P) + f(P)]S - S'(P)Pf(P)}{S^2} \equiv \frac{\varphi_3(P)}{S^2},$$

$$\varphi_3(P^\rho) = 0.$$

Поскольку $\varphi_i(P)$ также переходят через нуль, убывая, из $\varphi_1(P^\omega) = f(P^\omega) > 0$ следует $P^\omega < P^\nu$; из $\varphi_3(P^\nu) = S'(P^\nu)[S(P^\nu) - W(P^\nu)] > 0$ (так как $S'(P) = Q'(R)R'(P) < 0$, $S(P) < W(P)$) вытекает $P^\nu < P^\rho$, т.е.

$$P^\omega < P^\nu < P^\rho. \tag{2}$$

Впрочем, имея в виду, что $f(P)$ – убывающая функция, из (1) непосредственно следует (2) и наоборот (при этом не требуется предположения о вогнутости $V(R)$).

2. Рассмотрим условия, обеспечивающие максимум прибыли предпринимателя (фирмы), используя указанные эконометрические зависимости $D = f(P)$ и $C(R)$, но не фиксируя их аналитический вид (ограничиваясь более или менее очевидным условием их монотонного убывания, т.е. $f'(P) < 0$, $C'(R) < 0$). При наличии налога на добавленную стоимость (q_1) цена потребителя P_1 отличается от цены производителя P: $P_1 = P(1 + q_1)$, и спрос определяется именно ценой $P_1 : D = f(P_1)$.

Поскольку налог на добавленную стоимость при покупке комплектующих изделий и сырья возвращается фирме, прибыль ее при продаже всего объема произведенных изделий при кредитовании расходов банком равна: $\Pi = (P_1R - R(Pq_1 - C_п\tilde{q}_1)] - (1+r)[C_п(1+\tilde{q}_1) + C(R)] = R[P - (1+r)(C_п + C(R))] - RrC_пq_1$, где $C_п$ – стоимость комплектующих изделий и сырья; $\tilde{q}_1$ – соответствующая им ставка налога на добавленную стоимость, возможно, отличная от q_1; r – банковская учетная ставка. И из общих соображений, и из анализа выражения для прибыли следует, что прибыль фирмы при равенстве спроса и предложения $R = f(P_1)$ больше, чем при дефиците и перепроизводстве (в последнем случае необходимо учесть еще затраты на хранение непроданной продукции). Отсюда возникает задача отыскания равновесной цены P, дающей максимум прибыли.

Структура затрат $C(R)$ имеет вид

$$C(R) = C_\infty(1 + q(R)),\ q(R)\downarrow,\ q(\infty) = 0,$$

поэтому, вводя масштаб цены C_∞, т.е. полагая $P_1 = C_\infty x$, $f(P_1) = \varphi(x)$, получаем выражение для прибыли как функции безразмерной переменной $x : \Pi = C_\infty\Phi(x)$,

$$\Phi(x) = \varphi(x)\left\{\frac{x}{1+q_1} - (1+r)(1+\alpha_0 + q(\varphi(x)) - \alpha_0\tilde{q}_1 r\right\} - \max_x, \tag{3}$$

где $\alpha_0 = C_п/C_\infty$.

Вычисляя производную $\Phi'(x)$, получаем для оптимальной равновесной цены

$$\Phi'(x) = \frac{\varphi'(x)}{1+q_1}\left\{x + \frac{\varphi(x)}{\varphi'(x)} - \beta\left[1 + \alpha_0 + (q(R) + Rq'(R))\big|_{R=\varphi(x)} + \alpha_0 q_1\frac{r}{1+r}\right]\right\} = 0,$$

$$\beta = (1+r)(1+q_1),$$

или обозначая $\varphi_1(x) = x + \varphi(x)/\varphi'(x)$, $\varphi_2(x) = q(R) + Rq'(R)\big|_{R=\varphi(x)}$

$$\varphi_1(x) = \beta(1 + \alpha_1 + \varphi_2(x)),\quad \alpha_1 = \alpha_0\left(1 + \tilde{q}_1\frac{r}{1+r}\right). \tag{4}$$

Это общее уравнение для частного случая, когда φ и q – функции с постоянной эластичностью, т.е. $\varphi = A_1x^{-E}$, $q = b_0R^{-g_1}$, $E > 1 > g_1$, принимает вид

$$\varphi_1 = \left(1 - \frac{1}{E}\right)x,\quad \varphi_2 = b_0A_1^{-g_1}(1-g_1)x^b = b_1x^b,$$

$$Eg_1 = b,\quad \frac{E-1}{E}x - \beta[1 + \alpha_1 + b_1x^b] = 0. \tag{4'}$$

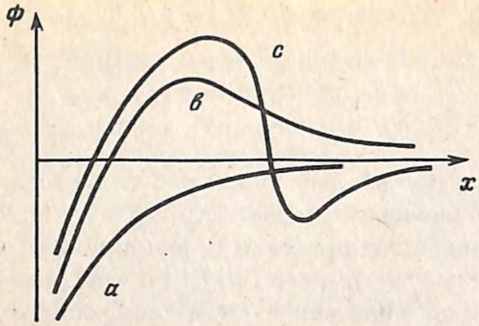

Рис. 1

Решение этого уравнения зависит от того, $b < 1$ или $b > 1$. Справедливо следующее утверждение.

Утверждение. *Для рентабельного производства существует единственный положительный корень* (4′), *отвечающий максимуму* $\Phi(x)$ (*т.е. корень отсутствует лишь при* $\Phi(x) < 0\ \forall x > 0$, *при этом* $\Phi'(x) > 0\ \forall x > 0$, $\Phi(+\infty) = 0$).

Для (4′) реализована эффективная процедура вычисления корня с заданной степенью точности. При этом замена $x = (E/E{-}1)\beta(1 + \alpha_1)u$ позволяет перейти к уравнению, содержащему лишь один параметр c, зависящий от изменяющихся и управляемых величин: $u = 1 + cu^b$, $c = (E\beta/(E-1))^b \cdot b_1(1 + \alpha_1)^{b-1}$.

Сформулируем условия, гарантирующие существование решения уравнения (4). Они носят экономический характер, но согласуются с аналитическими условиями для частного случая (4′):

1°. $\Phi(0) < 0$, $\Phi'(0) > 0$, т.е. прибыль при нулевой отпускной цене отрицательна и растет с увеличением последней.

2°. $\Phi(+\infty) = 0$, т.е. прибыль при бесконечной цене равна нулю, так как спрос падает быстрее, чем растет цена в силу эластичности спроса, $E > 1$.

3°. Существуют значения цены, при которых производство рентабельно: $\exists x > 0$, $\Phi(x) > 0$ или $\max \Phi(x) > 0$.

Теорема 1. *При условиях* 1°–3° (*и гладкости функций* $\varphi(x)$, $q(R)$) *существует оптимальная равновесная цена* x^*, *являющаяся корнем уравнения* (4).

Справедливость ее следует из того, что при предположениях 1°, 2° зависимость $\Phi(x)$ имеет вид, отвечающий рис. 1 (варианты *a, b, c*). Предположение 3° исключает вариант *a*, откуда следует существование точки максимума, а в силу гладкости φ, q эта точка является корнем уравнения $\Phi'(x) = 0$, т.е. (4).

Вместо 1°, 2° можно записать достаточные условия, обеспечивающие их выполнение

$$\varphi \geqslant 0,\ \ \varphi' \leqslant 0,\ \ \varphi(0) = +\infty,\ \ q(+\infty) = 0,$$

$$\varphi_1 \geqslant 0,\ \ \varphi_1(0) = 0,\ \ \varphi_2(0) = 0,\ \ \varphi_2 \geqslant 0\ \ (\text{или}$$

$$q(R) + Rq'(R) \geqslant 0,\quad \lim_{x\to+\infty} x\varphi(x) = 0,\quad \lim_{R\to+0} Rq(R) = 0).$$

Легко видеть, что тогда

$$(1 + q_1)\lim_{x\to+0}\Phi(x) < 0,$$

$$(1 + q_1)\lim_{x\to+0}\Phi'(x) > 0,$$

$$(1 + q_1)\lim_{x\to+\infty}\Phi(x) = \lim_{x\to+\infty}\varphi(x)[x - \beta\beta_1 - \beta q(\varphi)] = 0,$$

т.е. (при дополнительном условии 3°) утверждение верно.

Отметим, что из $q(R) + Rq'(R) \geqslant 0$ и требования разрешимости уравнения (4) вытекает выполнение неравенства $\varphi_1 > 0$. Равенство $\varphi_1(0) = 0$ эквивалентно условию, что ценовая эластичность спроса больше единицы.

3. Важное социально-экономическое значение имеет ситуация, отвечающая "феномену Форда": оптимальная равновесная цена $\overset{*}{P_1}$ соответствует уменьшению цены относительно ее начальной величины P_0. Если (4) имеет единственный корень, то

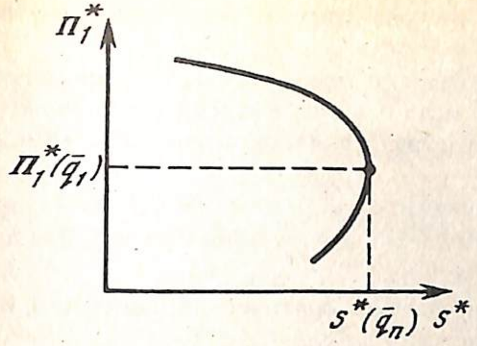

Рис. 2. q_0 = const, r = const

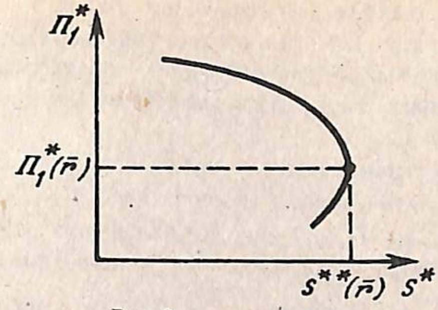

Рис. 3. q_0 = const, q_1 = const

условие (необходимое и достаточное), определяющее феномен Форда, очевидно: $\Phi'(x^0) < 0$ или, так как $\varphi'(x) < 0$,

$$\varphi_1(x^0) - \beta(1 + \alpha_1 + \varphi_2(x^0)) > 0. \qquad (5)$$

При фиксированном α_0 (т.е. доле покупных компонент продукции) это условие накладывает ограничение на q_1 и r: $\beta < \bar{\beta} = \varphi_1(x^0)/(1 + \alpha_1 + \varphi_2(x^0)) > 0$. Однако если $\Phi(x)$ не унимодальна, т.е. (4) имеет не единственное решение, это условие может оказаться неверным, требует дополнений.

4. Вычисленная по (4) (или в частном случае (4′)) оптимальная равновесная цена P_1^* дает возможность найти максимальную прибыль Π^*, зависящую от параметров q_1, r, и отвечающую ей чистую прибыль Π_1, налоговый (и банковский) сбор S

$$\Pi_1^* = \Pi^*(1 - q_0) = F_1(q_0, q_1, r),$$
$$S^* = \Pi^* q_0 + \tilde{Q}r + R[Pq_1 - C_\text{п}\tilde{q}_1] = F_2(q_0, q_1, r), \qquad (6)$$
$$\tilde{Q} = R[C_\text{п}(1 + \tilde{q}_1) + C(R)], \quad R = f(P_1^*).$$

Если зафиксировать q_0 (изымаемую государством долю прибыли) и один из параметров q_1 или r, то (6) можно рассматривать как параметрические уравнения зависимости между S^* и Π_1^*, вид которой по модельным расчетам для частного случая (4′) приведен на рис. 2, 3. Из них видно, что имеется "точка поворота", отвечающая $\bar{q}_1$ или $\bar{r}$, такая, что при $0 \leqslant q_1 \leqslant \bar{q}_1$ (или $0 \leqslant r \leqslant \bar{r}$) эти два показателя (максимизируемые критерии) образуют множество Парето (рост одного из них связан с убыванием другого) и выбор точки на этом множестве требует дополнительных соображений, например фиксации необходимой величины $\bar{S}$ или нижней границы нормы прибыли, соответствующей эффективности вложений в альтернативных отраслях. Превышение же критических значений параметров $\bar{q}_1$ или $\bar{r}$ ведет к убыванию обоих показателей, т.е. нежелательно ни для фирмы, ни для государства*.

Этот факт аналогичен обнаруженному Лаффером [5] явлению, когда рост учетной ставки ($r > \bar{r}$) приводит к уменьшению банковского сбора, и представляют интерес установление связи между точкой Лаффера и "точкой поворота", а также получение уравнений для вычисления критических значений $\bar{q}_1$ или $\bar{r}$.

Ответ на первый вопрос дается следующим утверждением.

Теорема 2. *Точка Лаффера, т.е. значение $\bar{r}$, соответствующее максимуму $S(r)$, совпадает с точкой поворота, максимума $S(\Pi_1)$ при оптимальной равновесной цене*

* При малых q_0 возможно вырождение, когда все значения параметра отвечают множеству Парето, а при больших q_0 могут соответствовать нежелательному, абсурдному множеству.

(*если изменяемым параметром является* q_1, *то это утверждение совершенно аналогично*: max $S(q_1)$ *отвечает* max $S(\Pi_1)$).

Доказательство. Оно сводится к сопоставлению уравнений, определяющих положение соответствующих максимумов. Если один из них, например max $S(r)$, существует, то критическое значение параметра $\bar{r}$ является решением уравнения $dS/dr = 0$.

Но производная второй зависимости равна: $dS/d\Pi_1 = (dS/dr)/(d\Pi_1/dr)$, причем $d\Pi/dr < 0$, поэтому уравнения $dS/d\Pi_1 = 0$ и $dS/dr = 0$ имеют общие корни. Для $S(q_1)$ и $S(\Pi_1)$, $\Pi_1 = \Pi_1(q_1)$, доказательство аналогично.

Отсюда же вытекают и уравнения для определения критических значений $\bar{q}_1$ или $\bar{r}$

$$\frac{dS}{dr} = \frac{\partial S}{\partial r} + \frac{dP_1}{dr}\frac{\partial S}{\partial P_1} = 0, \quad \frac{dS}{dq_1} = \frac{\partial S}{\partial q_1} + \frac{\partial S}{\partial P_1}\frac{dP_1}{dq_1} = 0, \tag{7}$$

где dp_1/dr и dp_1/dq_1 вычисляются из (4). Эти уравнения достаточно сложны и вряд ли возможно разработать эффективные общие методы их решения, не использующие конкретного вида $f(P_1)$ и $q(R)$, тем более что, имея процедуру решения (4), т.е. отыскания оптимальной равновесной цены, можно строить кривые того же типа, как на рис. 2 и 3, и по ним (визуально или численно) определять критические параметры $\bar{q}_1$, $\bar{r}$.

При отыскании критического значения $\bar{q}_1$ возникает одна методологическая проблема. При $r = 0$, если в частном случае (4′) параметр A рассчитывается по начальным данным: $A = D_0P_0^E(1+q_1)^E = A_0(1+q_1)^E$, уравнение (4′) для P оказывается независящим от q_1. Следовательно, оптимальная цена P^*, прибыль и оптимальный объем выпуска R^* также не зависят от q_1 и критического значения $\bar{q}_1$ не существует (зависимости $S(\Pi_1)$ представляют собой прямые, параллельные оси абсцисс). Поэтому необходимо либо иметь в виду, что $r \neq 0$, либо учесть, что константа A является объективной характеристикой и лишь вычисляется по начальным данным, поэтому после ее отыскания эта величина в дальнейших расчетах остается постоянной при изменении q_1 и тогда критическая точка $\bar{q}_1$ существует.

5. Рассмотрим детальнее уравнение для точки Лаффера в том же частном случае ($\varphi = A_1x^{-E}$, $q = b_0R^{-g_1}$), положив при этом $q_1 = 0$, т.е. $\beta = 1 + r$, $\tilde{\alpha}_0 = \alpha_0 = \alpha_1$.

Уравнение (4) при этом имеет вид

$$\frac{E-1}{E}x = (1+\alpha_0 + b_1x^b)\beta, \tag{8}$$

$$b = Eg_1, \quad b_1 = b_0A_1^{-g_1}(1-g_1),$$

и обозначая

$$u = ((E-1)/E)x/(1+\alpha_0),$$

получаем вместо (7) систему уравнений для u и r

$$u = 1 + \beta^b u^b d,$$

$$\frac{1}{\beta} = 1 + \gamma_1\left(1 - \frac{q_1}{u}\right)\left(1 - \frac{u_1}{u}\right), \tag{9}$$

где

$$u_1 = \frac{b}{b-1}, \quad d = b_1(1+\alpha_0)^{b-1}((E-1)/E)^{-b}$$

и $\gamma_1 = ((1-g_0)/(E(1-g_1)))(b-1)$.

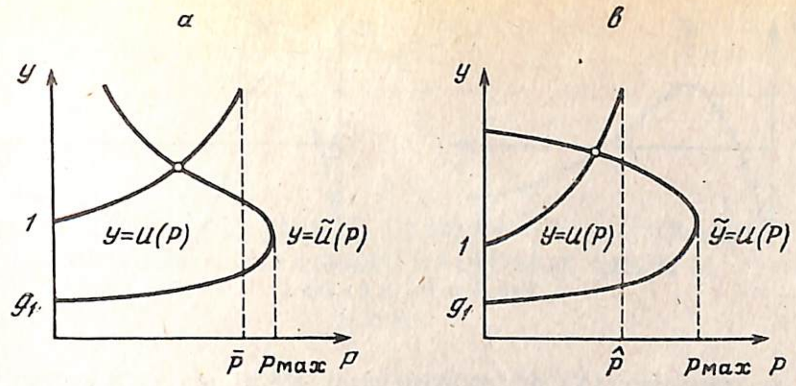

Рис. 4. $a : b < 1$; $b : b > 1$

При $b < 1$ первое уравнение определяет (для всех β) однозначную зависимость $u(\beta)$, причем $u(\beta)$ монотонно растет от наименьшего значения $u(1) > 1$ до бесконечности (если можно говорить о бесконечном значении учетной ставки r). При $b > 1$ все обстоит так же, но максимально допустимое значение β равно $\beta = (c_1/d)^{1/b}$, $c_1 = (b-1)^{b-1}/b^b$. Положив $z = g_1/u$, представим второе уравнение в виде

$$1-\frac{1}{\beta}=\gamma_0(1-z)(Ez+1-b)=\varphi(z),\quad \gamma_0=\frac{(1-q_0)}{E(1-g_1)}. \tag{10}$$

Тогда

$$z(\beta)=(1-z_1+\sqrt{(1+z_1)^2-4p})/2,\quad z_1=(1-b)/E,\quad 0<z_1<1,\quad p=\frac{1-1/\beta}{\gamma_0 E},$$

и это позволяет получить зависимость $\tilde{u}(\beta)$ или $\tilde{u}(p)$, определяемую вторым уравнением, которая изображена на рис. 4.

В рассматриваемом случае всегда существует единственная точка пересечения кривых, определенных (9), т.е. единственная точка Лаффера, независимо от расположения $\bar{p} = 1/\gamma_0 E = (1-g_1)/(1-q_0)$, что отвечает $\beta = \infty$, и $p_{\max} = (1 + (1-\beta)/E)^2/4$.

Процедуры вычисления корня, т.е. критического значения β или r, легко реализуемы, так как реализована и апробирована процедура решения первого уравнения (9).

Подробные выкладки здесь опущены.

6. Традиционная точка Лаффера, т.е. точка максимума прибыли банка Π как функции учетной ставки r, может быть легко вычислена на основе того же подхода, если рассматривать банк в качестве предприятия, продукция которого – выдача кредитов в объеме R, цена – учетная ставка, а расходы Q складываются из постоянных затрат (не зависящих от объема финансовых операций), издержек, пропорциональных R, и удельных затрат, убывающих с увеличением R, т.е. $Q(R) = a + b_1R + (b_2R^{-g})R$, $g < 1$.

Считая, что спрос на кредиты падает с ростом учетной ставки (с постоянной эластичностью E), т.е. $R = A/r^E$ (или $R = A/(1 + r)^E$), $E > 1$, получаем $\Pi(r) = Rr-Q(R) = Ar^{-E+1}-a-b_1Ar^{-E}-b_2A^{-g+1}r^{Eg-E}$ (в альтернативном случае роль r играет $y = 1 + r$).

Дифференцирование $\Pi(r)$ приводит к уравнению

$$\Pi'(r)=\frac{A(E-1)}{r^{E+1}}[-r+a_0+a_1r^b]=0,$$

$$b=Eg,\quad a_0=\frac{E}{E-1}b_1,\quad a_1=\frac{E}{E-1}b_2A^{-g}(1-g),$$

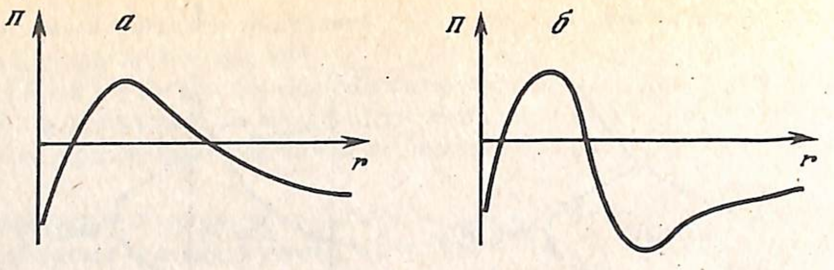

Рис. 5. a–$b < 1$; b – $b > 1$

т.е. к тому же уравнению (4′), из которого следует, что при $b < 1$ всегда, а при $b > 1$ при возможности рентабельного функционирования банка существует единственный положительный корень $\bar{r}$, отвечающий максимуму $\Pi(r)$.

Вид $\Pi(r)$ (кривая Лаффера) приведен на рис. 5.

Отметим, что значения r, определяющие диапазон положительности П, также вычисляются по уравнению того же вида, но с иными коэффициентами. Приведем результаты модельных расчетов.

Пусть $E = 1{,}5$, $g = 0{,}4$ (т.е. $b = 0{,}6$, $E/(E{-}1) = 3$). Для определения A исходим из того, что годовая учетная ставка при объеме кредита $R_0 = 100$ тыс. руб. равна 210%, т.е. $r_0 = 2{,}1$, $A = R_0 r_0^E = 304, 318$ тыс. руб. Если $b_1 = 0{,}15$, иначе говоря, прямые затраты на кредит 15%, а $b_2 R_0^{1-g} = 5$ тыс. руб. или $b_2 = 5/100^{0,6} = 0{,}3155$. Отсюда следует: $a_0 = 0{,}45$, $a_1 = 0{,}032$; $\bar{r}$ определяется уравнением $r = 0{,}45 + 0{,}032\, r^{0,6}$ или, полагая $r = 0{,}45$ и $c = a_1 a_0^{b-1} = 0{,}044$, $u = 1 + 0{,}044\, u^{0,6}$.

За три итерации получаем: $\bar{u} = 1{,}045278$, $\bar{r} = 0{,}47$, т.е. 47%.

При $R = A/(1 + r)^E$ и тех же $E = 1{,}5$, $g = 0{,}4$ имеем $R_0 = 100$ тыс. руб., $r_0 = 2{,}1$, $A = 545{,}81$, $b_1 = 0{,}15$ ($a_0 = 0{,}45$), $b_2 = 0{,}3155$; для $y = 1 + r$

$$y = \frac{E}{E-1}(b_1 + 1) + \frac{E}{E-1}(1-g) b_2 A^{-g} y^b = 3,45 + 0,04565 y^{0,6}$$

или

$$y = 3,45u, \;\; c = 0,0278, \;\; u = 1 + 0,0278u^{0,6}, \;\; u = 1,028286, \;\; \bar{y} = 3,54, \;\; \bar{r} = 2,54, \text{ т.е. } 254\%.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. *Залесский А.Б.* О влиянии полного хозрасчета предприятий на эффективность их функционирования // Экономика и мат. методы. 1990. Т. 26. Вып. 6.
2. *Залесский А.Б.* Об учете в критериальных показателях чистого эффекта в сфере потребления продукции // Экономика и мат. методы. 1986. Т. XXII. Вып. 6.
3. *Сулейман М.М.* Модели маркетинга и их программная поддержка. Автореф. канд. дис. Ростов-на-Дону, 1992.
4. *Жак С.В., Пенязев О.А., Сулейман М.М.* Модели поведения предпринимателя и система налогобложения. – Деп. ВИНИТИ. № 2060-В93.
5. *Макконнел К.Р., Брю С.Л.* Экономикс: принципы, проблемы и политика. Т. 1–2. М.: Республика, 1992.
6. *Соколовский Л.Е.* Налог на добавленную стоимость и предприятие, максимизирующее прибыль // Экономика и мат. методы. 1992. Т. 28. Вып. 4.

Поступила в редакцию
26 V 1994