

## МНОГОКРИТЕРИАЛЬНЫЕ МЕТОДЫ ПЛАНИРОВАНИЯ КРУПНОМАСШТАБНЫХ КАДРОВЫХ СИСТЕМ

(Обзор)

© 1995 г. Терехов А.И.  
(Москва)

В обзоре представлены многокритериальные методы, используемые при планировании крупномасштабных кадровых систем. Основное внимание уделено: целевому программированию (ЦП), многокритериальной оптимизации с ранжированными по важности критериями. Для обоих случаев рассмотрены возможность и преимущества потоковой формулировки задачи планирования кадров. Обсуждены процедуры взвешивания целей и критериев, сложности их построения при решении задач большой размерности.

Математическое моделирование стало традиционным инструментом планирования и проектирования кадровых систем, анализа и прогноза движения кадров в организациях (см. [1–12]). Классификация и описание моделей достаточно подробно представлены в [5]. Вместе с тем при анализе кадровых проблем, которые в большинстве относятся к слабоструктуризованным, все чаще используются методы принятия решений. Эффективность сочетания мнений и оценок экспертов с математическими моделями наиболее наглядно проявляется на примере многокритериальных задач. Они занимают промежуточное положение между задачами исследования операций и принятия решений и получили широкое распространение, в том числе и в компьютеризованных системах управления кадрами [13–22]. Ниже рассматриваются типичные ситуации и возможности применения ЦП и многокритериальной оптимизации с ранжированными по важности критериями при планировании крупномасштабных кадровых систем.

### 1. ЦЕЛЕВАЯ ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПЛАНИРОВАНИЯ КАДРОВ

Сформулируем модель линейного ЦП в общем виде [23]. Минимизировать

$$\left\{ \sum_{i=1}^m p_i d_i^- + \sum_{i=1}^m q_i d_i^+ \right\} \quad (1)$$

при условиях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j + d_i^- - d_i^+ = b_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^n r_{kj} x_j \leq h_k, \quad k = 1, \dots, l, \quad (3)$$

$$(x_j, d_i^-, d_i^+) \geq 0, \quad (4)$$

где  $x_j$  – переменные решения;  $d_i^-, d_i^+$  – переменные отклонения от цели  $b_i$  в отрицательную (недостижение цели) и положительную (превышение цели) стороны. Соот-

ношения (2) являются целевыми ограничениями модели; (3) – ограничениями обычного типа, которые могут и отсутствовать. Коэффициенты целевой функции (1)  $p_i$  и  $q_i$  – архимедовы веса, связанные с переменными отклонения  $d_i^-$  и  $d_i^+$ . Для задач, формулируемых с помощью приведенной модели, характерна невозможность точного достижения всех целей одновременно, т.е. при  $d_i^- = d_i^+ = 0$ ,  $i = 1, \dots, m$ , система ограничений (2)–(4) несовместна. В связи с этим необходимо найти компромисс между достижением различных целей, характер которого определяется заданием весов  $p_i$  и  $q_i$ ,  $i = 1, \dots, m$ . Задание весов, отражающих приоритеты целей, осуществляется, как правило, в процессе формулирования модели, с опорой на знания и информацию, имеющиеся у лица, принимающего решение (ЛПР), а также привлекаемых к этому экспертов. Однако если такой информации достаточно для выбора приемлемой совокупности весов, наличие большого числа конфликтующих целей (а именно этот случай представляет практический интерес) делает задачу выбора нетривиальной.

Потребности управления крупномасштабными кадровыми системами с учетом разнообразия присущих им особенностей привели к ряду основанных на линейном программировании (ЛП) подходов к оцениванию выбора той или иной политики [13–16]. В указанных работах рассмотрены вопросы моделирования управления персоналом в крупной организации специального типа, предназначенного удовлетворять ее кадровые цели на промежутках планирования от 7 до 20 лет, с использованием возможности пополнения, продвижения по службе и увольнения. Центральное место в методологии такого моделирования занимает ЦП (см. [17]).

Для иллюстрации приведем два типа целевых ограничений в динамической кадровой модели с управляемыми потоками [16]. Пусть  $x(t, g, s)$  – фактическое,  $b(t, g, s)$  – желаемое число индивидов с квалификацией  $s$  в должностном состоянии  $g$  в момент времени  $t$ . Тогда целевое ограничение для каждой допустимой квалификационно-должностной комбинации в момент времени  $t$  имеет вид:  $x(t, g, s) + d_x^-(t, g, s) - d_x^+(t, g, s) = b(t, g, s)$ .

Обозначим теперь  $f(t, g, s)$  – фактическое число продвижений индивидов с квалификацией  $s$  из одного должностного состояния,  $g - 1$ , в другое,  $g$ , на интервале  $(t - 1, t)$ . Если желаемое число продвижений при этом равно коэффициенту продвижения  $p(t - 1, g - 1, s)$ , умноженному на численность индивидов с квалификацией  $s$ , находящихся в момент  $t - 1$  в должностном состоянии  $g - 1$ , то целевое ограничение для продвижений можно записать так:  $f(t, g, s) + d_f^-(t, g, s) - d_f^+(t, g, s) = p(t - 1, g - 1, s) \times x(t - 1, g - 1, s)$ .

Переменные отклонения для обоих ограничений должны быть представлены в целевой функции. Если индексы  $t, g, s$  пробегают значения порядка десятков, то целевая функция будет содержать тысячи переменных отклонения вместе с присвоенными им неотрицательными весами. Варьируя структурой весов, пользователь модели может влиять на характер компромисса в достижении различных целей, например, придавать большую важность удовлетворению определенных целевых заданий по квалификационно-должностному составу кадров позднее (если в перспективе предполагается введение более совершенной техники) или, наоборот, удовлетворению целевых заданий раньше (если задания на отдаленные годы не установлены достаточно точно) и т.д. Таким образом, для того чтобы модель ЦП могла служить эффективным инструментом принятия решений, необходима процедура, помогающая переводить многообразие целевых ситуаций, возникающих в процессе планирования и управления кадрами, и экспертные суждения кадровых менеджеров в совокупность весов, число которых достигает порядка тысяч.

**1. Процедура определения приоритетов и весов в большеразмерных задачах ЦП.** Необходимость эффективно работать с большими целевыми кадровыми программами требует автоматизированных процедур расчета весов, приводящих к приемлемому

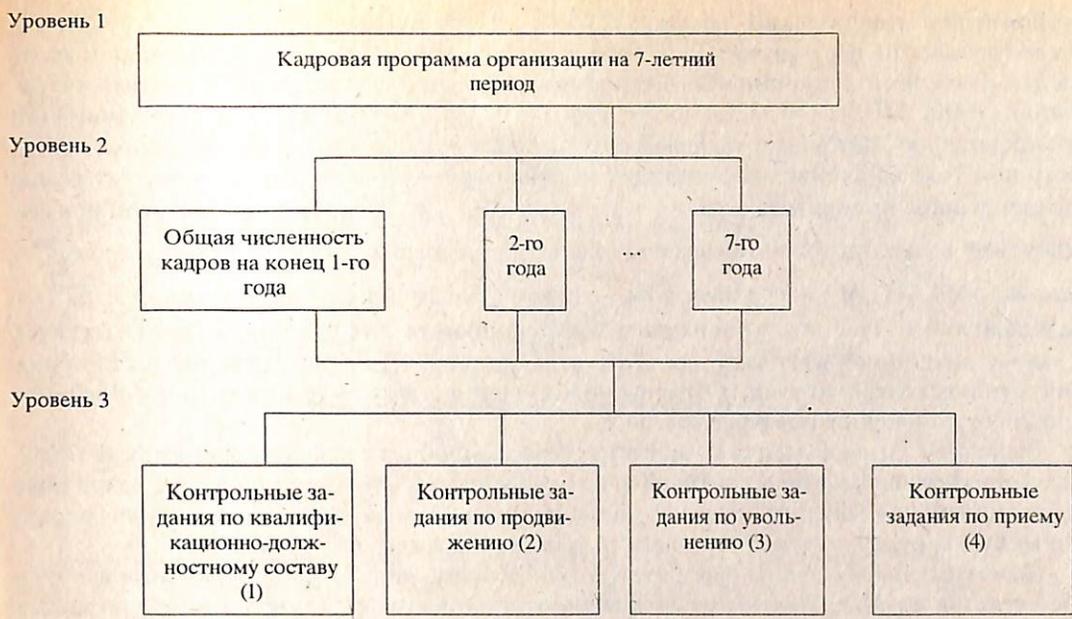


Рис. 1. Иерархия целей в динамической задаче планирования кадров

решению. В [24] дан пример построения такой процедуры на основе разработанного Т. Саати метода анализа иерархий (МАИ) [25]. На рис. 1 приведена трехуровневая иерархия целей в динамической задаче планирования численности и квалификационно-должностного состава кадров в конкретной организации [24]. Уровень 1 представляет собой фокусирующую цель задачи. Цели 2-го уровня отражают основные характеристики политики организации, влияющие на ее кадровую программу; 3-го уровня – осуществляют структурную и динамическую "развертку" целей 2-го. Цели 2-го и 3-го уровней, как правило, конфликтуют друг с другом, поэтому нужно установить приоритеты, отражающие их важность в представлении менеджеров по кадрам. Согласно МАИ, эти приоритеты получаются, исходя из матриц сравнения, элементы которых вырабатываются в ходе обсуждения и компромиссного соглашения между менеджерами, отвечающими за различные функциональные области управления кадрами. Так, для целей 2-го уровня строится матрица  $Q$  размерности  $7 \times 7$ , элемент  $q_{ij}$  которой соответствует значимости цели  $i$  по сравнению с целью  $j^*$ . Нормализованный правый перронов вектор  $V$  матрицы  $Q$  и будет представлять искомые приоритеты целей 2-го уровня для кадровой программы организации. Чтобы определить приоритеты целей 3-го уровня относительно каждой из целей 2-го, необходимо построить семь матриц сравнения размерности  $4 \times 4$  и рассчитать для них семь нормализованных правых перроновых векторов:  $W_1, \dots, W_7$ .

Следующий этап – перевод полученных приоритетов в веса для 28 комбинаций целей 2-го и 3-го уровней: "контрольное задание"/"год планирования". Он предполагает выбор шкалы, достаточно широкой для того, чтобы алгоритм оптимизации мог осуществить надлежащую дифференциацию целей, и удобной для обращения (как правило, целочисленной). Выделим на шкале четыре интервала, в которых должны находиться веса целей, с тем чтобы они могли учитывать сложные приоритеты контрольных заданий, определяемые вектором  $\sum_{i=1}^7 [V]_i W_i$ . Например, если сложные

\* Матрица  $Q$  – обратносимметричная,  $\max\{q_{ij}, q_{ji}\}$  может принимать целочисленные значения от 1 до 9.

приоритеты контрольных заданий: (1), (3), (2), (4) равны 0,43; 0,25; 0,21; 0,11, а в качестве шкалы выбран числовой промежуток от 0 до 1000, то для назначения весов целям с соответствующими контрольными заданиями целесообразно выделить интервалы (1000, 570); (570, 320); (320, 110); (110, 0). Обозначим  $\delta_{it}$  – "уточняющий коэффициент", который в числовом виде выражает суждения функциональных менеджеров о том, на сколько вес задания  $i$  мог бы отклоняться от своего максимума под воздействием приоритета года  $t$ ,  $i = 1, \dots, 4$ ,  $t = 1, \dots, 7$ . Тогда общая формула для назначения веса контрольному заданию  $i$  в году  $t$  имеет вид [24]  $w_{it} = M_i - \delta_{it} (\Delta_i / \delta_i^{\max})$ ,

где  $\Delta_i = M_i - m_i$ ;  $M_i$  – верхняя, а  $m_i$  – нижняя точки шкалы для задания  $i$ ;  $\delta_i^{\max}$  – максимальное значение уточняющего коэффициента для задания  $i$  (соответствует самому низкоприоритетному для этого задания году). Дифференциация весов положительных и отрицательных отклонений осуществляется путем отдельного задания для них уточняющих коэффициентов.

Решение кадровой задачи может потребовать включить в рассмотрение цели более низкого уровня, например контрольные задания по квалификации в рамках различных должностей для каждого года планового периода. В этом случае в исходную иерархическую структуру вводится новый 4-й уровень и процесс продолжается.

Отметим, что генерация приоритетов в МАИ легко поддается программированию и реализации на ЭВМ. Получаемая в результате автоматизированная процедура может быть использована для расчета многих тысяч весов переменных отклонения в целевых кадровых программах, а также для их корректировки в случае изменения сценария, вытекающего из концепции управления кадровой системой организации. Основная трудность применения МАИ связана с большим объемом работы при осуществлении всех необходимых парных сравнений. Однако в последнее время стали развиваться методы, позволяющие находить пути к сокращению их числа (см., например, [26]).

Вопрос, заслуживающий отдельного упоминания, – нормирование целей, которое, строго говоря, необходимо проводить перед определением весов переменных отклонения [23]. Но, как отмечено в [27], опыт решения кадровых задач показывает, что рассчитанные для различных целевых ограничений нормы обычно малы и примерно равны по величине и их влияние на задачу в лучшем случае минимально.

**2. Поточковая модель распределения кадров с элементами ЦП.** Кроме описанной динамической задачи на каждом шаге планирования, после того как определены увольнения, продвижения и приросты, часто приходится решать задачу о распределении персонала с целью укомплектования им различных подразделений организации [15]. Специальная структура распределительной задачи позволяет представить ее в терминах потокового программирования [28, 29].

Пусть требуется распределить персонал в организации между ее подразделениями с учетом ограничений и установок относительно численности различных его категорий в каждом подразделении (в понятие категории могут входить такие признаки, как "квалификация", "ранг", "должность", "срок службы" и т.д.; в дальнейшем будем придерживаться квалификационно-должностной интерпретации). Эту задачу легко отобразить на сетевую структуру, в которой дуги представляют потоки персонала (переменные управления), а узлы – ограничения (уравнения баланса). Основными являются условия: 1) сохранения потока в каждом узле сети и 2) однородности потока. Узлы подразделяются на источники, имеющие исходные численности персонала; стоки, в которых устанавливаются конечные численности персонала; промежуточные узлы, служащие для поддержания баланса персонала и удовлетворения целей по численности и составу подразделений в разрезе выделенных категорий. Каждая дуга характеризуется тремя параметрами:  $l$ ,  $u$ ,  $c$ , где  $l$  – минимальное значение потока по дуге;  $u$  – пропускная способность, показывающая, какой максимальный поток может протекать по дуге;  $c$  – стоимость передачи единицы потока по данной дуге. На рис. 2 приведен пример простой распределительной сети для одной квалификационно-должностной категории персонала и трех подразделений. Предполагается, что каждое подраз-

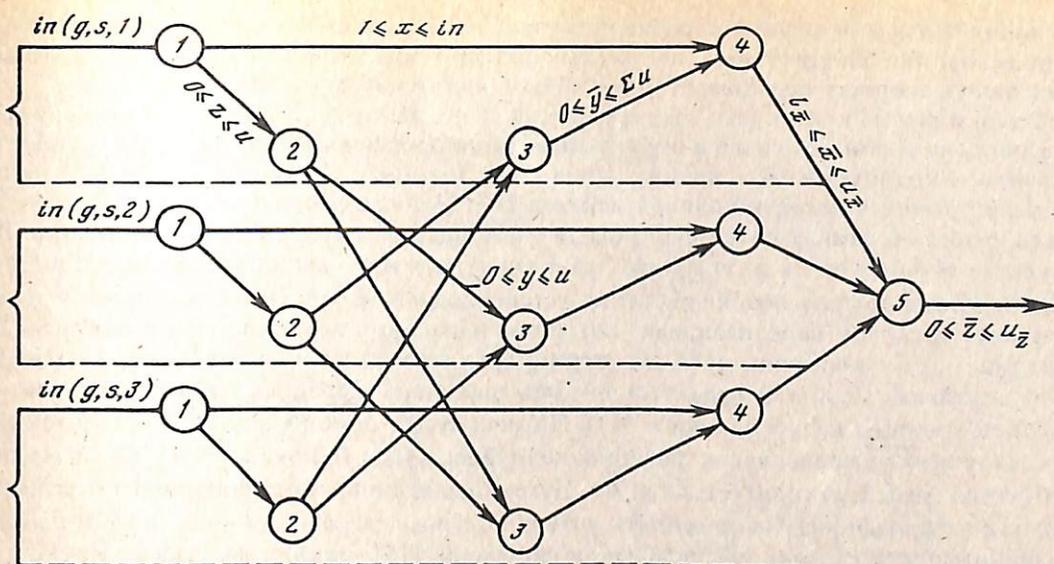


Рис. 2. Фрагмент распределительной сети [15]

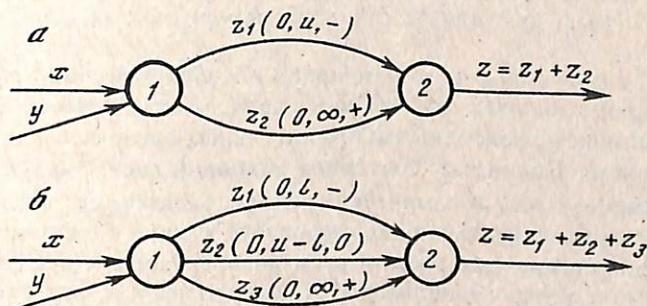


Рис. 3. Целевые сетевые структуры

деление имеет начальную численность  $in(g, s, i)$ ,  $i = 1, 2, 3$ , и может передавать персонал в любое другое подразделение. Все узлы, входящие в сеть, делятся на пять типов. С каждым подразделением ассоциируются узлы типа 1, ..., 4. Узел типа 1 является источником, исходная совокупность персонала в котором распадается на два потока лиц: 1) остающихся в том же подразделении и 2) переходящих в другие подразделения. Первый поток  $x$  направлен из узла типа 1 в узел типа 4, а второй —  $z$  — из 1 в 2. В узле типа 2 происходит распределение персонала из данного подразделения во все остальные. Потоки  $y$  направлены из 2 в 3 и сохраняют идентификатор исходного подразделения. В каждом узле типа 3 происходит объединение всех поступлений в соответствующее подразделение; в результате перемешивания теряется идентификатор исходного подразделения. В узле типа 4 потоки  $x$  и  $\bar{y}$  суммируются в поток  $\bar{x}$ , имеющий нижнюю и верхнюю границы, отвечающие минимальному и максимальному заданиям по численности данной категории в каждом подразделении. С помощью узла 5 суммируются численности персонала всех подразделений и полученная численность ограничивается сверху заданной величиной. Кроме отмеченных ограничений в задачу входят также двусторонние ограничения на потоки  $x, z, y, \bar{y}$ . Если теперь требуется минимизировать затраты на перемещения персонала, то задача его распределения превращается в задачу о потоке минимальной стоимости с линейными функциями стоимости дуг [28, 29]. Целесообразность такого представления состоит в том, что для

больших задач (где число категорий персонала и подразделений организации велико) использование специальных потоковых алгоритмов может дать значительный выигрыш в скорости решения по сравнению с общими методами ЛП.

Однако реальная большая задача распределения персонала вследствие введения в нее многочисленных условий и ограничений, часто противоречащих друг другу, может оказаться недопустимой с точки зрения ЛП. Подобная ситуация, как мы видели раньше, является исходной для применения ЦП. Покажем, что элементы ЦП могут быть учтены в рамках потоковой модели с помощью некоторой ее модификации. В качестве стоимости  $c$  в этом случае будут выступать веса, выбираемые таким образом, чтобы заставлять потоки достигать установленных целей. Приведем пример двух сетевых структур, "нацеливающих" потоки на нижнюю и верхнюю границы (рис. 3). На рис. 3, б верхняя дуга с отрицательным весом позволяет потоку  $x + y$  достигать, если это возможно, нижней границы  $l$ , а средняя с нулевым весом — верхней границы  $u$  ( $z_2 = 0$ , пока  $z_1 \leq l$ ). Нижняя дуга с положительным весом представляет всякое превышение заданной величины  $u$  ( $z_3 = 0$ , пока  $z_2 \leq u - l$ ). Сетевая структура (рис. 3, а) трактуется так же. Путем аналогичных модификаций потоковой модели в терминах ЦП может быть учтена большая часть условий и ограничений, возникающих в задачах распределения персонала [15], причем выбор весов будет определять важность отклонений решения от тех или иных целевых заданий. В [15] подобный подход применен к реальной задаче распределения персонала в крупной организации. Адекватная задаче потоковая модель с элементами ЦП включала 19 тыс. узлов и 75 тыс. дуг; для ее решения использованы известные потоковые алгоритмы.

Сочетание ЦП с потоковой формулировкой обеспечивает ряд преимуществ, важнейшими из которых являются: возможность представить задачу в наглядной графической форме, наличие эффективных вычислительных алгоритмов и целочисленность получаемых решений. Поскольку состояния кадровой системы  $x(t, g, s)$  формально можно интерпретировать как динамические потоки, было бы естественным попытаться представить динамическую задачу планирования кадров в виде потоковой задачи с целевыми модификациями для развернутой во времени сети. В ряде случаев это возможно (что демонстрирует, например, [20]), однако дело усложняется при наличии в задаче сквозных по времени ограничений, требующих, например, устойчивости перспектив продвижения персонала и т.п. Кроме того, при построении больших сетей всегда приходится балансировать между их размерами (числом узлов и дуг) и степенью агрегированности потоков, допустимой для рассматриваемой реальной задачи.

## 2. МНОГОКРИТЕРИАЛЬНАЯ ЗАДАЧА О НАЗНАЧЕНИЯХ С РАНЖИРОВАННЫМИ КРИТЕРИЯМИ

Другой пример задач, обладающих сетевой структурой, — о назначениях. Для таких задач, возникающих при управлении персоналом в крупных организациях специального типа [18, 19, 21], характерны: большое количество учитываемых факторов, многокритериальность с ранжированными по важности критериями, необходимость получения решений в оперативном режиме. Все это предъявляет определенные требования к их моделированию.

Пусть  $N$  индивидов должны быть назначены на  $k_1 + k_2 + k_3$  должностей. Критерием высшего порядка при этом является максимизация общего числа заполняемых вакансий. В рамках общего максимального заполнения вакансий на каждую должность поступает персонал в соответствии с назначаемым ей приоритетом; должности с одинаковым приоритетом объединяются в группы. Будем считать, что есть три группы  $G_1, G_2, G_3$  (перечисленные в порядке убывания приоритета), причем в группу  $G_j$  входит  $k_j$  должностей. Предположим также, что в каждой должности  $i$  из  $G_1$  имеется  $m_i$  вакансий,  $i = 1, \dots, k_1$ , а в каждой должности из  $G_2$  и  $G_3$  —  $r$  и  $s$  вакансий. На рис. 4

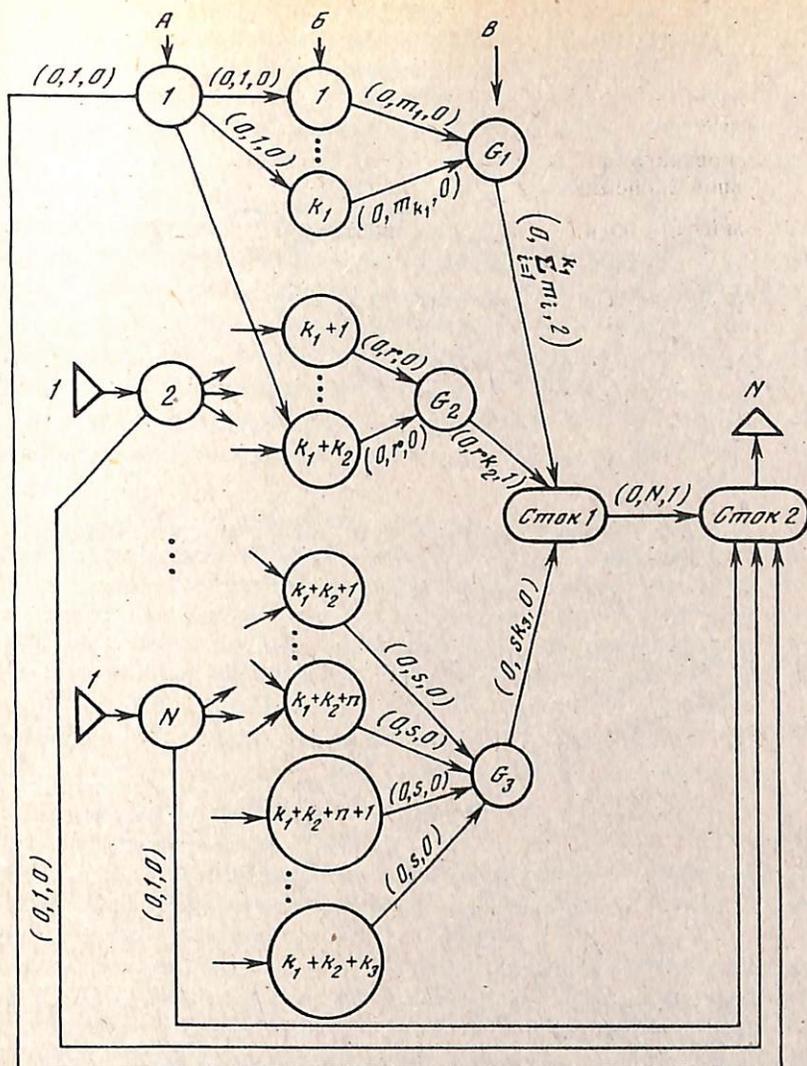


Рис. 4. Исходная сетевая структура для задачи о назначениях: А – индивидуальные узлы; Б – должностные узлы; В – узлы группы должностей

приведена потоковая модель персонала с критериями общего максимального и максимального приоритетного заполнения групп должностей. Модель представляет собой задачу о перевозках с ограниченной пропускной способностью [28, 29].

Рассмотрим два дополнительных типа критериев: 1) пропорционального или диспропорционального заполнения должностей в каждой группе в случае невозможности их полного заполнения и 2) подгонки индивидуальных характеристик к должностным требованиям. Покажем, как критерии обоих типов в некоторых случаях могут быть введены в исходную сетевую структуру (рис. 4).

Предположим, что при недостатке персонала, назначаемого в группы  $G_1, G_2, G_3$ , процедура распределения персонала должна стремиться обеспечить пропорциональное заполнение должностей, входящих в  $G_1$  и  $G_2$  а для  $G_3$  – 100%-ное заполнение первых  $n$  должностей и 100%-ное заполнение оставшихся  $k_3 - n$  должностей,  $0 \leq p \leq 1$ .

Критерий диспропорционального распределения для  $G_3$  моделируется с помощью сетевой структуры, показанной на рис. 5. Данная сетевая структура не уменьшает совокупного числа лиц, назначаемых в группу  $G_3$ . При наличии достаточного коли-

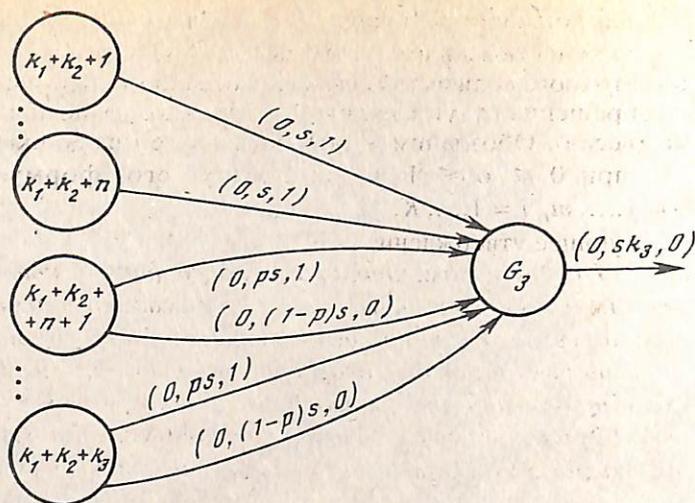


Рис. 5. Сетевой фрагмент для диспропорционального распределения

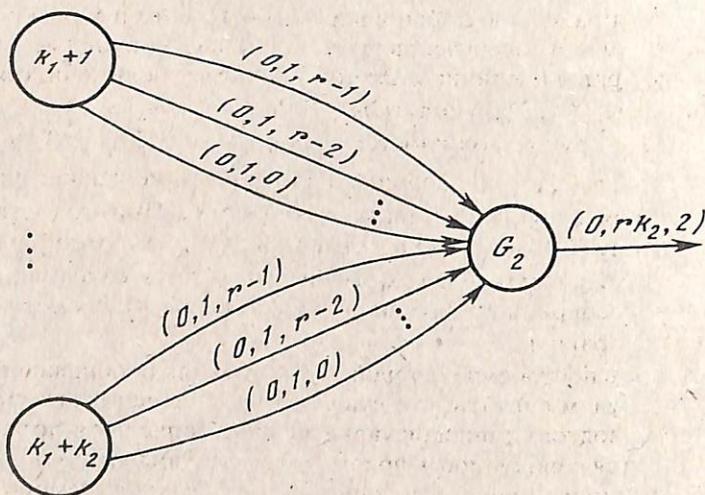


Рис. 6. Сетевой фрагмент для наиболее равномерного заполнения должностей

чества квалифицированного персонала она будет стремиться к обеспечению диспропорционального заполнения должностей этой группы. Если коэффициенты целевой функции, соответствующие дугам из узлов  $G_1$  и  $G_2$  в Сток 1 (рис. 4), увеличить на 1, то приведенная сетевая структура будет совместима с критериями более высокого порядка.

Рассмотрим произвольную группу  $G$ , содержащую  $K$  должностей, причем в каждой должности  $i$  имеется  $m_i$  вакансий. Определим сетевую структуру, которая, не уменьшая общегруппового числа назначений, стремилась бы обеспечить максимально одинаковую долю заполненных вакансий в различных должностях  $G$ .

Предположим, что должности пронумерованы так, что  $m_1 \leq \dots \leq m_K$ . Соединим должностной узел  $i, i = 1, \dots, K$ , с узлом группы  $Gm_i$  дугами (вакансий), имеющими границы  $(0, 1)$ . Единичный поток по одной из этих дуг соответствует назначению одного индивидуума на должность  $i$  и тем самым заполнению  $1/m_i$  части имеющихся в ней вакансий. Взвесим теперь дуги таким образом, чтобы минимизировать отклонения

в долеом заполнении должностей группы  $G$ . Поскольку дуги, соединяющие индивидуальные узлы с должностными, имеют нулевые коэффициенты целевой функции, то при наличии достаточного количества квалифицированного персонала вакансионные дуги в оптимальном решении будут заполняться в порядке убывания коэффициентов целевой функции (весов). Обозначим  $w_{ijG}(\alpha)$  вес на дуге  $j$  из должностного узла  $i$  в узел группы  $G$  при  $0 \leq \alpha \leq 1$  и определим его формулой  $w_{ijG}(\alpha) = 1 - (j - \alpha)/m_i$ ,  $j = 1, \dots, m_i$ ,  $i = 1, \dots, K$ .

Справедливо следующее утверждение.

**Утверждение [18].** Предположим, что имеется достаточно квалифицированный персонал для заполнения вакансионных дуг в оптимальном решении в порядке строгого убывания их весов. Тогда при использовании приведенной выше функции: 1) заполнению вакансии  $j$  в должности  $i$  будут предшествовать назначения, которые приближают долю заполнения всех должностей с номерами  $k > i$  настолько это возможно к  $(j - \alpha)/m_i$ ; 2) расхождение в доле заполнения между произвольными парами должностей не превысит  $1/m_i$ . Наилучшее приближение  $j_k/m_k$  к  $(j - \alpha)/m_i$  достигается при  $\alpha = 1/2$ .

**Примечание.** Во многих алгоритмах потокового программирования требуются целочисленные коэффициенты целевой функции. Умножим каждый из введенных весов на одно и то же число и округлим результат до ближайшего наименьшего целого или нуля. Для того чтобы разные веса были переведены таким путем в различные числа, выбранный множитель должен переводить попарные ненулевые разности весов в числа, большие или равные единице. Это обеспечивает величина, обратная  $\min\{M_1, M_2\}$ , где  $M_1 = \min\{1/m_i \forall i\}$ ,  $M_2 = \min\{1/2m_i - 1/2m_k : m_i < m_k \forall i, \forall k\}$ .

Поскольку во 2-й группе должностей  $m_i = r \forall i$ , то  $w_{ijG_2} = [r(1 - (j - 1/2)/r)] = r - j$ ,  $j = 1, \dots, r$ ,  $i = 1, \dots, k_2$ , где  $[x]$  — наибольшее целое число, меньшее или равное  $x$ . Соответствующая сетевая структура показана на рис. 6. При недостатке персонала, назначаемого в группу  $G_2$ , такая сетевая структура дает наиболее равномерное заполнение должностей этой группы. Для сохранения приоритета максимального заполнения группы  $G_1$  весовой коэффициент дуги из  $G_1$  в Сток 1 (рис. 4) нужно увеличить на  $r - 1$ , после чего он станет равным  $3 + (r - 1) = r + 2$ .

Рассмотрим теперь построение сетевой структуры для отображения критериев 2-го типа. Как и в [18], будем считать, что существуют четыре строго упорядоченных по важности критерия подгонки индивидуальных характеристик к должностным требованиям. Пусть имеется совокупность приемлемых пар "индивидуум — должность" и соответствующие им упорядоченные наборы подгоняемых характеристик  $(a_1, \dots, a_4)$ . В качестве примера предположим, что характеристики  $a_1, a_3, a_4$  являются бинарными значениями 0, 1, а  $a_2$  может принимать значения 0, 1, ..., 32. Чтобы реализовать критерии подгонки, для каждой приемлемой пары "индивидуум — должность" введем следующую сетевую структуру (рис. 7). При конкурирующих назначениях такая структура обеспечит лексикографическое сравнение наборов учитываемых характеристик.

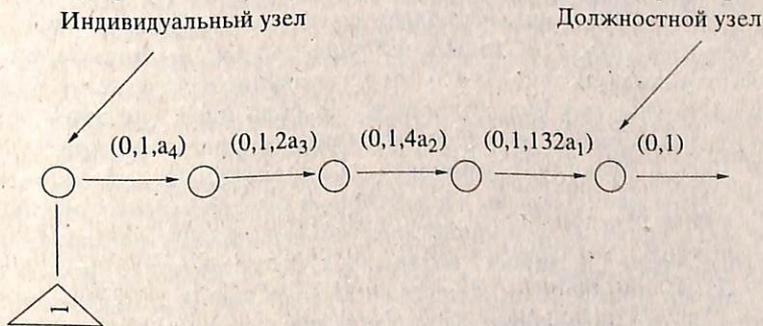


Рис. 7. Сетевой фрагмент для конкурирующих назначений

Сетевые фрагменты для реализации одиннадцати рассмотренных критериев можно объединить в единую сетевую структуру, моделирующую задачу о перевозках в следующей математической постановке:

максимизировать

$$\sum_{k=1}^{11} w_k C_k X \quad (5)$$

при

$$AX = B, \quad 0 \leq X \leq U, \quad (6)$$

где  $A$  – матрица инцидентий дуг и узлов;  $B$  – вектор-столбец поставок и потребностей;  $U$  – вектор-столбец пропускных способностей дуг;  $X$  – вектор-столбец потоков по дугам сети;  $C_k X$  –  $k$ -й критерий задачи;  $w_1 \geq \dots \geq w_{11} = 1$  – весовые коэффициенты, определяющие предпочтение критериев.

Такая модель, включающая порядка 10 тыс. узлов и 78 тыс. дуг, реализована для назначения персонала в крупной организации [18]. При ее численном решении на миникомпьютере использован метод декомпозиции и стандартные потоковые алгоритмы.

### 3. ВЫВОДЫ И ОБСУЖДЕНИЯ

При планировании крупномасштабных кадровых систем все большее распространение приобретает сочетание традиционных математических моделей с методами принятия решений. Характерными особенностями задачи, приводящими к целевой постановке в форме (1)–(4) (или ее модификаций) являются: наличие большого количества целей (как правило, порядка тысяч); несовместимость множества ограничений задачи и поэтому отсутствие для нее единственного решения; некоторая степень неопределенности в целевых значениях, что особенно присуще перспективному планированию.

Для поиска компромиссного решения в задаче ЦП важную роль играет процедура взвешивания целей с использованием экспертных суждений и предпочтений ЛПР. Весьма эффективна предложенная в [24] автоматизированная процедура, основанная на МАИ. Она обеспечивает быстрые многократные прогонки задачи ЦП при исследовании чувствительности ее решения относительно весов, что позволяет сделать доступным ЛПР для окончательного выбора не один, а целый ряд вариантов компромисса. Сетевая структура многих кадровых задач и возможность введения в нее элементов ЦП позволяют реализовать вычислительные преимущества за счет применения специальных потоковых алгоритмов. На основе сказанного, а также опыта практических приложений [13–17] можно квалифицировать ЦП как полезный инструмент структуризации и решения сложных задач управления кадрами, обеспечивающий сочетание техники обработки экспертных оценок с математическими моделями кадровых процессов.

Примером многокритериальных задач со строгим упорядочением критериев по важности (которое может вытекать из существа задачи или определяться ЛПР) служит рассмотренная задача (5)–(6). Агрегирование критериев в единую целевую функцию представляется в ряде случаев целесообразным, при этом принципиальная возможность нахождения весов, обеспечивающих предпочтение критериев, следует из [30]. Такой подход позволяет, опираясь на характерную для задач о назначении сетевую структуру, использовать эффективные потоковые алгоритмы, что немало важно в борьбе с большой размерностью. Следует, однако, отметить, что, за исключением малого числа "хороших" задач, на этом пути приходится сталкиваться с вычислительными проблемами, возникающими главным образом из-за сложности достаточно точного машинного представления весов предпочтения, получаемых посредством обычной процедуры [30, 31]. Это стимулирует поиск возможностей

определения приемлемых весов, успешным примером которого может служить метод [31], понижающий значения весов на несколько порядков за счет использования двудольной структуры графа задач. Как и в предыдущем случае, при решении многокритериальных задач с ранжированными критериями практический интерес представляет анализ чувствительности, в ходе которого исследуется воздействие на решение переключения приоритетов.

В обзоре не представлены интерактивные методы. Достаточно широко распространенные на практике [23] эти методы тем не менее ограничены при решении больших кадровых задач в операциональной обстановке [27].

Для расчета реальных потоковых моделей или приближенных к реальности экспериментов используются следующие вычислительные средства и ресурсы. Решение многокритериальной задачи о назначениях [18] с 10 тыс. узлов и 750 тыс. дуг на миникомпьютере (по быстродействию примерно в 20 раз уступает CDC CYBER 175/176) требует от 2 до 4 ч при различных схемах агрегирования 11 критериев. Расчет 27 тыс. должностных назначений для 40-тысячного персонала [21] порождает сетевую задачу с превышающим 1 млн числом переменных, одна прогонка которой на персональном компьютере с микропроцессором INTEL-80386 занимает около 10 мин. В [15] не указываются используемые вычислительные средства, однако отмечается, что время решения полномасштабной сетевой задачи с 75 тыс. узлов и 125 тыс. дуг слишком велико и поэтому пришлось прибегнуть к ее агрегированию с неизбежной потерей информации. Применение суперкомпьютеров значительно повышает скорость расчета больших сетевых задач, что немаловажно при необходимости их многократных прогонок. Так, решение задачи о распределении персонала с сетевым компонентом, включающим 17 тыс. узлов и 36 тыс. дуг, при 3700 дополнительных ограничениях методом линейно-квадратичного штрафа [22] на CRAY Y-MP занимает 2,3 мин. Другой резерв повышения эффективности расчета больших и сверхбольших сетевых задач – параллельные вычисления на многопроцессорных системах. В [32] разработан основанный на прямом симплекс-методе параллельный алгоритм для задачи о потоке минимальной стоимости. Решение с его помощью тестовой задачи о перевозках, включающей 50 тыс. узлов и 1 млн. дуг, на 10-процессорной вычислительной системе потребовало 42 мин, притом что использовались довольно медленные процессоры. Таким образом, с точки зрения программно-технического обеспечения многокритериальные методы планирования крупномасштабных кадровых систем в их сетевой реализации имеют хороший потенциал практического применения.

В основе рассмотренных технологий принятия решений лежат модели оптимизации. По функциональному назначению они отличаются от моделей имитационного типа, к числу которых относится, например, большинство стохастических моделей (марковских, восстановления и др. (подробнее см. [1, 5])). Функция вторых – расчет последствий определяемой на входе стратегии управления, в то время как функция первых – расчет наилучшей стратегии управления, исходя из имеющихся на входе ограничений и контрольных заданий. Что же касается механизма описания процесса и применяемого для этого математического аппарата, то детерминистский характер моделей оптимизации вполне оправдан в контексте рассматриваемых в обзоре крупномасштабных кадровых систем.

МАИ не исчерпывает всех возможностей учета и обработки качественной информации при прогнозе и планировании кадров в крупных организациях. Так, при определении оптимальных размеров перспективной потребности в специалистах для управления энергосистемой страны [33] с помощью мнений экспертов применена статистическая процедура, использующая байесовский подход. В прогностической модели профессорско-преподавательского состава [34] для квантификации таких показателей служебных способностей индивида, как состояние здоровья, память, эрудиция, опыт, организаторские способности, и их связи с возрастом продвижения используется аппарат расплывчатой математики и метод Дельфи. Показательно, однако, что свое

сравнение метода Дельфи и процедуры иерархического анализа Т. Саати подытоживает словами: "Многие исследователи, пользующиеся ею на практике, рекомендовали ее использование при планировании и прогнозировании как краткую и простую процедуру, отражающую мнения участников с весьма эффективным результатом" [25, с. 85]. В отличие от других аналогичных методов МАИ способен иметь дело с несогласованными суждениями, и, хотя предполагает наличие у людей кардинальных предпочтений, не требует, чтобы эти предпочтения удовлетворяли аксиомам полезности.

Рассмотренные в обзоре математические методы могут быть полезны при планировании подготовки и обеспечения кадрами в системе высшего образования, укомплектования личным составом подразделений вооруженных сил на профессиональной основе или, например, при отработке кадровой модели и формировании кадрового состава федеральной государственной службы России.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бартоломью Д. Стохастические модели социальных процессов. М.: Финансы и статистика, 1985.
2. Grinold R.C., Marshall K.T. Manpower Planning Models. N.Y.: North-Holland, 1977.
3. Vajda S. Mathematics of Manpower Planning. N.Y.: J. Wiley and Sons, 1978.
4. Румчев В.Г., Конин А.Л. Кадровые подсистемы АСУ: математические модели. М.: Радио и связь, 1984.
5. Романов А.К., Терехов А.И. Математическое моделирование движения кадров в организациях. М.: АН СССР. Отдел вычисл. математики, 1986.
6. Clough D.J., Lewis C.C., Oliver A.L. (Eds.). Manpower Planning Models. London: English Univ. Press, 1974.
7. Bryant D.T., Niehaus R.J. (Eds.). Manpower Planning and Organization Design. N.Y.: Plenum Press, 1978.
8. Stewman S. Markov Models of Occupational Mobility: Theoretical Developments and Empirical Support // J. Math. Sociol. 1976. V. 4. № 2.
9. Edwards J.S. A Survey of Manpower Planning Models and Their Application // J. Oper. Res. Soc. 1983. V. 34. № 11.
10. Smith A.R., Bartholomew D.J. Manpower Planning in the United Kingdom: an Historical Review // J. Oper. Res. Soc. 1988. V. 39. № 3.
11. Schindler S., Semmel T. Station Staffing at Pan American World Airways // Interfaces. 1993. V. 23. № 3.
12. Романов А.К., Терехов А.И. Математические модели процессов мобильности. Обзор // Экономика и мат. методы. 1980. Т. XVI. Вып. 2.
13. Collins R.W., Gass S.I., Rosendahl E.E. The ASCAR Model for Evaluating Military Manpower Policy // Interfaces. 1983. V. 13. № 3.
14. Holz B.W., Wroth J.M. Improving Strength Forecasts: Support for Army Manpower Management // Interfaces. 1980. V. 10. № 6.
15. Gass S.I. On the Development of the Large-scale Personnel Planning Models // Lect. Notes Contr. and Inf. Sci. 1984. V. 59.
16. Gass S.I., Collins R.W., Meinhardt C.W. The Army Manpower Long-range Planning Systems // Oper. Res. 1988. V. 36. № 1.
17. Bres E.S., Burns D., Charnes A., Cooper W.W. A Goal Programming Model for Officer Accessions // Manag. Sci. 1980. V. 26. № 8.
18. Klingman D., Phillips N.V. Topological and Computational Aspects of Preemptive Multicriteria Military Personnel Assignment Problems // Manag. Sci. 1984. V. 30. № 11.
19. Liang T.T., Thompson T.J. A Large-scale Personnel Assignment Model for Navy // Decis. Sci. 1987. V. 18. № 2.
20. Blanco T.A., Krass J.A., Louie C. An Application of Dynamic Modelling to the Sea Shore Rotation Planning Problem in the Navy // Comput. Math. Applic. 1988. V. 16. № 12.
21. Blausch D.O., Brown G.G., Hundley D.R. and al. Mobilizing Marine Corps Officers // Interfaces. 1991. V. 21. № 4.

22. *Krass I.A., Pinar M.C., Thompson T.J., Zenios S.A.* A Network Model to Maximize Navy Personnel Readiness and its Solution // *Manag. Sci.* 1994. V. 40. № 5.
23. *Hannan E.L.* An Assessment of Some Criticisms of Goal Programming // *Comput. and Oper. Res.* 1985. V. 12. № 6.
24. *Gass S.I.* A Process for Determining Priorities and Weights for Large-scale Linear Goal Programmes // *J. Oper. Res. Soc.* 1986. V. 37. № 8.
25. *Саати Т.* Принятие решений. Метод анализа иерархий. М.: Радио и связь, 1993.
26. *Harker P.T.* Shortening the Comparison Process in AHP // *Math. Modell.* 1987. V. 8. № 1.
27. *Gass S.I.* The Setting of Weights in Linear Goal-Programming Problems // *Comput. and Oper. Res.* 1987. V. 14. № 3.
28. *Йенсен П., Барнес Д.* Потокное программирование. М.: Радио и связь, 1984.
29. *Glover F., Klingman D., Phillips N.V.* Network Models in Optimizing and Their Application in Practice. N.Y.: J. Wiley and Sons, 1992.
30. *Sheraly H.D., Soyster A.L.* Preemptive and Nonpreemptive Multi-objective Programming: Relationships and Counterexamples // *J. Optimization Theory and Applications.* 1983. V. 39. № 2.
31. *Phillips N.V.* A Weighting Function for Preemptive Multicriteria Assignment Problems // *J. Oper. Res. Soc.* 1987. V. 38. № 9.
32. *Barr R.R., Hickman B.L.* Parallel Simplex for Large Pure Network Problems: Computational Testing and Sources of Speedup // *Oper. Res.* 1994. V. 42. № 1.
33. *Gunel E.* Deciding on Manpower Needs using Expert Opinions // *J. of Information and Optimization Sci.* 1987. V. 8. № 1.
34. *Chen Ling, Pen-Guozhong.* A Predictive Method of Teacher's Structure in China's University (1985–2000) // *Manag. Sci.* 1987. V. 33. № 6.

Поступила в редакцию  
22 IX 1994