
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Модель стимулирования приватизации предприятий

© 2021 г. В.И. Аркин, А.Д. Слестников

В.И. Аркин,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: arkin@cemi.rssi.ru

А.Д. Слестников,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: slast@cemi.rssi.ru

Поступила в редакцию 14.12.2020

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 18-010-00666).

Аннотация. В статье предложена математическая модель, в рамках которой можно ставить и решать задачу стимулирования процесса приватизации государственного предприятия с помощью механизма налоговых каникул после приватизации. В основе модели лежат предположения о возможности выбора момента приватизации, а также о стохастическом характере потока прибыли предприятия и его скачкообразном изменении после приватизации. В качестве базовой схемы выбора момента приватизации и длительности налоговых каникул взята двухуровневая оптимизация, в рамках которой государство стремится максимизировать интегральный бюджетный эффект от функционирования данного предприятия (до и после приватизации). В предположении, что прибыль предприятия моделируется случайными процессами геометрического броуновского движения, в работе получены явные формулы для оптимального момента приватизации и оптимальной длительности налоговых каникул. Изучены условия, при которых оптимальные налоговые каникулы имеют нулевую или положительную длительность либо вообще не существуют. Проведено также исследование зависимости оптимального момента приватизации и оптимальных налоговых каникул от затрат покупателя на приватизацию, а также от величины налоговой нагрузки на предприятие.

Ключевые слова: приватизация, государственные предприятия, бюджетный эффект, неопределенность, срок приватизации, налоговые каникулы.

Классификация JEL: C61, D81, G38.

DOI: 10.31857/S042473880014905-4

Стимулирование процесса приватизации остается актуальным в рамках продолжающегося курса Правительства РФ на приватизацию предприятий, находящихся в государственной собственности. Хотя формы и методы стимулирования этого процесса почти никак не отражены в соответствующих законодательных положениях, в настоящее время для этого обычно используются различные административные и финансовые инструменты, такие как упрощение процедур участия в приватизационных аукционах и конкурсах, совершенствование механизма продажи, консультационное и информационное сопровождение продаж, кредитная поддержка и т. п.

Однако в последнее время увеличился интерес и к другим формам поддержки и стимулирования приватизации, в том числе льготным налоговым режимам с пониженными ставками по ряду налогов. Так, в Налоговый кодекс (п. 2 ст. 146) введено освобождение от НДС для операций по приватизации субъектами малого и среднего предпринимательства арендуемого ими государственного имущества (при соблюдении определенных условий по арендуемому имуществу).

Министерством культуры РФ разработан законопроект, согласно которому покупателям недвижимости, являющейся объектом культурного наследия федерального или регионального значения, могут увеличить имущественный налоговый вычет (с 2 млн до 4 млн руб.) или предоставить освобождения от уплаты налогов на землю (сроком на 7 лет) и на имущество.

В 2019 г. Совет при Президенте РФ по развитию гражданского общества и правам человека (СПЧ) рекомендовал Государственной думе внести изменения в Налоговый кодекс о специальных режимах налогообложения для собственников объектов культурного наследия (памятников

истории и культуры народов России) на период их восстановления или реставрации. Эти режимы должны включать льготы по налогу на имущество, земельному налогу и налогу на прибыль организаций¹.

Почти целый год длились споры «Роснефти» и Минфина о налоговых льготах для одного из крупнейших в России нефтяных месторождений — Самотлорского, которое дает около 10% всей добычи «Роснефти». При приватизации акций «Роснефти» власти РФ дали обязательство по налоговым льготам иностранным инвесторам, при этом «Роснефть» настаивала на снижении ставки налога на добычу полезных ископаемых (НДПИ) вдвое, что было одним из условий приватизации 19,5% ее акций в декабре 2016 г. В итоге Минфин сократил запрашиваемый объем льгот и согласился на снижение НДПИ в рамках данного месторождения ежегодно на 35 млрд руб. в течение 10 лет. При этом, как заявляют в руководстве «Роснефти», положительный эффект наблюдается не только для компании, но и для бюджета (хотя он может быть связан и с другими сопутствующими факторами)².

Хотя налоговые льготы еще реально не работают в качестве одного из стимулов приватизации, исследование их потенциальных возможностей для ускорения приватизации и повышения ее эффективности представляется интересным, по крайней мере с теоретической точки зрения. В данной работе предлагается математическая модель, в рамках которой можно описать процесс приватизации существующего предприятия и исследовать, как введение налоговых льгот после приватизации может повлиять на эффективность приватизации (с точки зрения государства). Описание модели и постановка задачи оптимизации налоговых льгот для процесса приватизации приводится в разд. 1, а решение соответствующей оптимизационной задачи — в разд. 2. Разд. 3 посвящен исследованию свойств решения и выводам, которые могут быть из него получены.

1. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В данной работе объектом исследования является государственное предприятие, а владельцем его основных средств — государство. Для предприятия в некоторый (нулевой) момент времени возникает потенциальная возможность провести приватизацию.

Если приватизация происходит в момент времени τ , то прибыль предприятия до приватизации моделируется случайным процессом π_t^1 , $0 \leq t < \tau$, а после приватизации — случайным процессом $\pi_{t,\tau}^2$, $t \geq \tau$, которые заданы на некотором вероятностном пространстве $(\Omega, \mathcal{P}, \mathbb{F})$ с потоком σ -алгебр \mathbb{F}_t , $t \geq 0$.

Налоговая система представлена в модели коэффициентом налоговой нагрузки γ (долей всех налогов в прибыли) и долей θ дополнительных отчислений в бюджет для государственных предприятий. Величина дополнительных отчислений устанавливается собственником предприятия. Так, для федеральных и многих муниципальных унитарных предприятий она должна составлять не менее 50% оставшейся у предприятия чистой прибыли (после выплаты всех налогов и других обязательных платежей). Поэтому можно считать, что государственное предприятие отдает всего в бюджет долю $\tilde{\theta} = \gamma + \theta(1 - \gamma)$ своей прибыли.

Близкая модель приватизации государственного предприятия, но без налоговых льгот, была предложена в статье (Аркин, Сластников, 2019). Предметами поиска в ней были оптимальный момент приватизации и цена приватизационной сделки, там же можно найти и обзор работ по моделям приватизации, близким к рассматриваемой авторами в настоящей статье. Мы не будем повторять этот обзор, только отметим, что среди таких работ модели с механизмами стимулирования приватизации авторам не встречались.

Предполагается, что государство заинтересовано в приватизации данного предприятия и имеет возможность стимулировать этот процесс. В качестве механизма стимулирования в модели выступают налоговые каникулы, т.е. освобождение от уплаты налогов в течение некоторого периода времени после приватизации. Налоговые каникулы являются одними из наиболее популярных налоговых льгот в мире (см., например, (Tax Incentives..., 2000) или (Shkodinsky et al., 2019) для России). Для моделей, близких к рассматриваемой в настоящей статье, налоговые каникулы как механизм стимулирования инвестиций в реальном

¹ См. <http://president-sovet.ru/documents/read/668/>

² См. <https://www.vedomosti.ru/business/articles/2019/11/10/815858-oslablenie-rublya>

секторе изучались, в частности, в (Аркин, Слостников, 2007, 2016), а других типов, — например в (Mintz, 1990; Jou, 2000; Azevedo, Pereira, Rodrigues, 2019).

Существенным предположением данной модели является то, что покупатель обладает определенной свободой при выборе момента приватизации τ . При этом он пользуется только экономическими соображениями и исходит из критерия максимизации показателя NPV, в который включены ожидаемая приведенная прибыль от приватизируемого предприятия (с учетом налогов), а также его расходы на приватизацию. В эти расходы входит цена приватизации P , которую покупатель платит государству в бюджет, а также дополнительные расходы M , не идущие в бюджет (например, на процедуру смены собственности, модернизацию и подготовку предприятия к дальнейшей деятельности и т.д.).

Функционирование предприятия рассматривается в непрерывном времени. Для упрощения изложения время жизни предприятия считается бесконечным (хотя это не носит принципиального характера), поэтому NPV для покупателя как функцию от момента приватизации τ и длительности налоговых каникул ν можно представить в виде

$$N(\tau, \nu) = E \left(\int_{\tau}^{\tau+\nu} \pi_{i,\tau}^2 e^{-\rho t} dt + \int_{\tau+\nu}^{\infty} (1-\gamma) \pi_{i,\tau}^2 e^{-\rho t} dt - (P+M)e^{-\rho\tau} \right), \quad (1)$$

где E — знак математического ожидания, ρ — ставка дисконтирования.

Один из основных системных приоритетов современной экономической политики РФ в области приватизации связан с ее использованием для расширения дополнительных доходов бюджета. Принцип обеспечения максимальной бюджетной эффективности приватизации объектов закреплен в прогнозных планах приватизации многих муниципальных образований (см. (Приватизация в современном мире..., 2014)). Поэтому в качестве критерия государства в процессе приватизации предприятия рассматривается интегральный бюджетный эффект $B(\tau, \nu)$ от предприятия на всем периоде его функционирования. Этот показатель в модели представляет собой все ожидаемые приведенные (к нулевому моменту времени) поступления в бюджет от предприятия и состоит из трех частей:

- 1) налогов и дополнительных отчислений от предприятия до момента приватизации;
- 2) дохода от продажи предприятия в момент приватизации;
- 3) налоговых поступлений от уже приватизированного предприятия (после окончания налоговых каникул).

Таким образом,

$$B(\tau, \nu) = E \left(\int_0^{\tau} \tilde{\theta} \pi_i^1 e^{-\tilde{\rho} t} dt + P e^{-\tilde{\rho}\tau} + \int_{\tau+\nu}^{\infty} \gamma \pi_{i,\tau}^2 e^{-\tilde{\rho} t} dt \right). \quad (2)$$

Отметим, что ставки дисконтирования в формулах (1) и (2), вообще говоря, могут быть разными. Так, ставка ρ связана с коммерческими возможностями покупателя, а $\tilde{\rho}$ отражает межвременные предпочтения бюджетных накоплений³.

Описанная модель предполагает отсутствие конкуренции среди покупателей предприятия. В этой ситуации сделка может проводиться непосредственно между государством и покупателем. Для исследования потенциальных возможностей налоговых каникул как стимулирующего фактора приватизации в рамках данной модели используется следующая схема двухуровневой оптимизации.

На нижнем уровне в этой схеме находится покупатель, который при заданной длительности налоговых каникул ν стремится максимизировать свое NPV от приватизации предприятия, выбирая для этого оптимальный момент приватизации $\tau^*(\nu)$ как решение оптимизационной задачи

$$N(\tau, \nu) \rightarrow \max_{\tau} \quad (3)$$

где максимум берется по всем марковским (относительно потока $\mathbb{F}_t, t \geq 0$) моментам τ .

На верхнем уровне располагается государство, которое, зная принцип оптимального выбора покупателем момента приватизации $\tau^*(\nu)$ как функцию от длительности налоговых каникул ν , выбирает оптимальную длительность каникул ν^* так, чтобы максимизировать интегральный бюджетный эффект $B(\tau^*(\nu), \nu)$ по всем налоговым каникулам:

$$B(\tau^*(\nu), \nu) \rightarrow \max_{\nu \geq 0} \quad (4)$$

³ Авторы благодарны рецензенту, обратившему их внимание на эти особенности модели.

Описанная оптимизационная схема позволяет оценить потенциальные возможности механизма приватизации предприятий с точки зрения наполнения бюджета.

Решение $(\tau^*(v^*), v^*)$ задачи двухуровневой оптимизации (3)–(4) можно также рассматривать как равновесие по Штакельбергу в «приватизационной игре» между частным инвестором (покупателем) и государством. В рамках такой теоретико-игровой интерпретации стратегией первого игрока (покупателя) является момент приватизации предприятия $\tau^*(v)$, а стратегией второго игрока (государства) — длительность налоговых каникул v . Предполагается, что второй игрок знает правила (принципы), по которым первый игрок находит свои оптимальные решения при любых стратегиях второго игрока.

2. ОПТИМАЛЬНОЕ СТИМУЛИРОВАНИЕ ПРИВАТИЗАЦИИ

Для того чтобы найти решение в сформулированной выше задаче оптимизации, нам понадобятся некоторые формальные предположения.

Математические предположения. Будем считать, что поток прибыли предприятия до приватизации π_t^1 описывается процессом геометрического броуновского движения

$$\pi_t^1 = \pi_0^1 \exp\{(\alpha_1 - 0,5\sigma_1^2)t + \sigma_1 w_t^1\}, \quad t \geq 0, \quad (5)$$

где задано начальное значение π_0^1 , а $w_t^1, t \geq 0$ — винеровский процесс. Прибыль приватизированного предприятия описывается семейством геометрических броуновских движений $\pi_{t,\tau}^2$ (здесь параметр τ имеет смысл момента приватизации):

$$\pi_{t,\tau}^2 = \pi_{\tau,\tau}^2 \exp\{(\alpha_2 - 0,5\sigma_2^2)(t - \tau) + \sigma_2 w_{t-\tau}^2\}, \quad \tau \geq 0, \quad t \geq \tau, \quad (6)$$

где $w_s^2, s \geq 0$ — винеровский процесс, а начальное состояние прибыли (после приватизации) $\pi_{\tau,\tau}^2$ связано с последним состоянием прибыли до приватизации π_τ^1 соотношением

$$\pi_{\tau,\tau}^2 = k\pi_\tau^1, \quad k > 0 \quad (7)$$

(строго говоря, в правой части равенства (7) следовало бы писать $\pi_{\tau-0}^1$, но в силу непрерывности процесса геометрического броуновского движения $\pi_{\tau-0}^1 = \pi_\tau^1$).

Моделирование прибыли в виде процесса геометрического броуновского движения широко используется в теории реальных опционов и финансовой математике (см., например, (McDonald, Siegel, 1986; Dixit, Pindyck, 1994; Ширяев, 1998)). Параметры геометрического броуновского движения имеют естественную экономическую интерпретацию: они являются средним значением и дисперсией (волатильностью) мгновенного темпа роста процесса. Поскольку время жизни предприятия не ограничено, для корректности дальнейших рассуждений следует считать, что $\max(\alpha_1, \alpha_2) < \min(\rho, \tilde{\rho})$, т.е. все ставки дисконтирования превышают все средние темпы роста прибылей.

В момент приватизации происходит скачок прибыли — она мгновенно изменяется в k раз. Такой скачок можно связывать как с перестройкой деятельности предприятия после смены собственника, так и с определенными условиями приватизации, которые выдвигает государство. Мы не накладываем каких-либо дополнительных условий ни на величину коэффициента k , влияющего на стартовые условия приватизированного предприятия, ни на соотношение между параметрами прибыли до и после приватизации.

Сделанные предположения о динамике прибыли дают возможность найти решение задачи двухуровневой оптимизации (3)–(4).

Оптимальный момент приватизации. Далее будем обозначать через $E_t(\cdot) = E(\cdot | \mathbb{F}_t)$ условное математическое ожидание при известной информации до момента времени t . Из предположений (5)–(7) и свойств геометрического броуновского движения имеем:

$$\begin{aligned} N(\tau, v) &= E\left(\int_\tau^{\tau+v} (E_\tau \pi_{t,\tau}^2) e^{-\rho t} dt + (1-\gamma) \int_{\tau+v}^\infty (E_\tau \pi_{t,\tau}^2) e^{-\rho t} dt - (P+M)e^{-\rho\tau}\right) = \\ &= E\left(\pi_{\tau,\tau}^2 e^{-\rho\tau} (1 - e^{-\rho 2v}) / \rho_2 + (1-\gamma) \pi_{\tau,\tau}^2 e^{-\rho\tau} e^{-\rho 2v} / \rho_2 - (P+M)e^{-\rho\tau}\right) = \\ &= E\left(\pi_{\tau,\tau}^2 (1 - \gamma(v)) / \rho_2 - (P+M)\right) e^{-\rho\tau} = E\left((1 - \gamma(v)) k \pi_\tau^1 / \rho_2 - (P+M)\right) e^{-\rho\tau}, \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned}
 B(\tau, v) &= E \left(\int_0^\infty \tilde{\theta} \pi_t^1 e^{-\tilde{\rho}t} dt - \int_\tau^\infty \tilde{\theta} \pi_t^1 e^{-\tilde{\rho}t} dt + \int_{\tau+v}^\infty \gamma \pi_{t,\tau}^2 e^{-\tilde{\rho}t} dt + P e^{-\tilde{\rho}\tau} \right) = \\
 &= \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \pi_0^1 + E \left(\gamma \int_{\tau+v}^\infty (E_\tau \pi_{t,\tau}^2) e^{-\tilde{\rho}t} dt - \tilde{\theta} \int_\tau^\infty (E_\tau \pi_t^1) e^{-\tilde{\rho}t} dt + P e^{-\tilde{\rho}\tau} \right) = \\
 &= \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \pi_0^1 + E \left(\frac{\gamma}{\tilde{\rho}_2} e^{-\tilde{\rho}_2 v} \pi_{\tau,\tau}^2 e^{-\tilde{\rho}\tau} - \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \pi_\tau^1 e^{-\tilde{\rho}\tau} + P e^{-\tilde{\rho}\tau} \right) = \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \pi_0^1 + E \left[\left(\frac{k}{\tilde{\rho}_2} \tilde{\gamma}(v) - \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \right) \pi_\tau^1 + P \right] e^{-\tilde{\rho}\tau},
 \end{aligned} \tag{9}$$

где $\rho_i = \rho - \alpha_i$, $\tilde{\rho}_i = \tilde{\rho} - \alpha_i$, $i = 1, 2$, $\gamma(v) = \gamma \exp\{-\rho_2 v\}$, $\tilde{\gamma}(v) = \gamma \exp\{-\tilde{\rho}_2 v\}$ (далее ради краткости будем писать γ и $\tilde{\gamma}$).

Таким образом, задача покупателя предприятия (3) — это задача оптимальной остановки случайного процесса π_t^1 (геометрического броуновского движения), где в качестве функции выигрыша берется аффинная функция от этого процесса. Известно, что оптимальный момент остановки в такой задаче является первым моментом выхода случайного процесса за некоторый уровень (см., например, (Dixit, Pindyck, 1994) или (Аркин, Слостников, 2007) — для более общего случая). В данной модели оптимальный момент приватизации равен первому моменту времени, когда текущая прибыль госпредприятия превысит некоторый уровень, т.е.

$$\tau^*(v) = \min\{t \geq 0 : \pi_t^1 \geq \pi^*(v)\}, \tag{10}$$

где $\pi^*(v) = \frac{\beta}{(\beta-1)} \frac{\rho_2}{k(1-\gamma(v))} (P + M)$, β — положительный корень квадратного уравнения $0,5\sigma_1^2\beta(\beta-1) + \alpha_1\beta - \rho = 0$, причем $\beta > 1$, поскольку $\rho > \alpha_1$.

Чтобы избежать вырожденного случая $\tau^*(v) = 0$ (моментальная приватизация), будем считать, что $\pi_0^1 < \pi^*(\infty) = \beta\rho_2(P + M) / (k(\beta-1))$. Это обеспечивает положительность (с вероятностью 1) оптимального момента приватизации.

При оптимальном поведении покупателя предприятия (т.е. использовании им оптимального момента приватизации (10)) интегральный бюджетный эффект равен

$$\begin{aligned}
 B(\tau^*(v), v) &= \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \pi_0^1 + E \left[\left(\frac{k}{\tilde{\rho}_2} \tilde{\gamma}(v) - \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \right) \pi_{\tau^*}^1 + P \right] e^{-\tilde{\rho}\tau^*(v)} = \\
 &= \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \pi_0^1 + \left[\left(\frac{k}{\tilde{\rho}_2} \tilde{\gamma}(v) - \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \right) \pi^*(v) + P \right] \left(\frac{\pi_0^1}{\pi^*(v)} \right)^\beta = \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \pi_0^1 + b_0 b(v),
 \end{aligned} \tag{11}$$

где $\tilde{\beta}$ — положительный корень квадратного уравнения $0,5\sigma_1^2\tilde{\beta}(\tilde{\beta}-1) + \alpha_1\tilde{\beta} - \tilde{\rho} = 0$,

$$\begin{aligned}
 b_0 &= \left(\frac{k(\beta-1)\pi_0^1}{\beta\rho_2(P+M)} \right)^\beta P, \quad b(v) = (1-\gamma)^\beta \left[\left(\frac{k}{\tilde{\rho}_2} \tilde{\gamma} - \frac{\tilde{\theta}}{\tilde{\rho}_1} \right) \frac{\beta\rho_2(1+m)}{k(\beta-1)(1-\gamma)} + 1 \right] = \\
 &= (1-\gamma)^\beta + c_0 (1-\gamma)^{\tilde{\beta}-1} (\tilde{\gamma} - \tilde{\theta}\lambda), \quad c_0 = \frac{\beta(1+m)}{\beta-1} \times \frac{\rho_2}{\tilde{\rho}_2}, \quad \lambda = \frac{\tilde{\rho}_2}{k\tilde{\rho}_1}, \quad m = \frac{M}{P}.
 \end{aligned} \tag{12}$$

Величина λ равна отношению ожидаемых приведенных доналоговых прибылей неприватизированного и приватизированного (в момент времени τ) предприятия, а именно, как нетрудно убедиться, при сделанных предположениях (5)–(7) о потоке прибыли предприятия до и после приватизации

$$\lambda = E_\tau \left(\int_\tau^\infty \pi_t^1 e^{-\tilde{\rho}(t-\tau)} dt \right) / E_\tau \left(\int_\tau^\infty \pi_{t,\tau}^2 e^{-\tilde{\rho}(t-\tau)} dt \right).$$

Такую величину, введенную в (Аркин, Слостников, 2019), можно интерпретировать как показатель *доналоговой эффективности приватизации* (или показатель *эффективности приватизации*). При увеличении потока прибыли после приватизации величина λ уменьшается, поэтому с некоторой долей условности можно говорить, что чем эффективнее приватизация, тем показатель λ меньше⁴. Аналогично можно рассматривать и показатель *налоговой эффективности приватизации*, если вместо отношения приведенных прибылей взять отношение поступлений в бюджет от потока прибыли приватизированного

⁴ Возможно, было бы логичнее называть показателем доналоговой эффективности приватизации величину, обратную к λ , т.е. $1/\lambda$. Мы используем λ в качестве такого показателя во многом из-за более простой и удобной записи формулы.

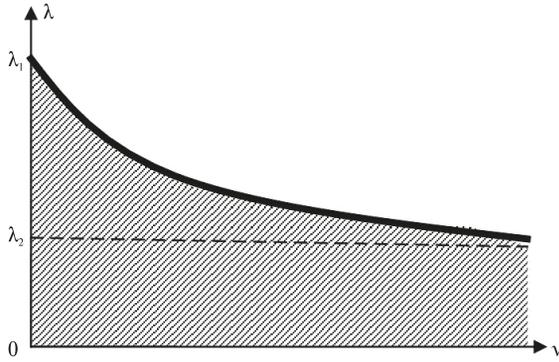


Рис. 1. Область бюджетно-эффективной приватизации

мент времени. Если приватизация с каникулами длительности v увеличивает оптимальный интегральный бюджетный эффект $B(\tau^*(v), v)$ по сравнению с отсутствием приватизации (т.е. $B(\tau^*(v), v) > B(\infty, 0)$), ее можно назвать *бюджетно-эффективной приватизацией*.

Из формул (11) и (12) следует, что приватизация с налоговыми каникулами длительности v увеличивает интегральный бюджетный эффект $B(\tau^*(v), v)$ (при оптимальном поведении покупателя) в том и только том случае, когда $b(v) > 0$, т.е.

$$1 - \gamma + c_0(\gamma - \tilde{\theta}\lambda) > 0, \text{ или } \lambda < \lambda(v) := \frac{1 + (c_0 - 1)\hat{\gamma}}{c_0 \tilde{\theta}} = \frac{\beta - 1 + \gamma e^{-\rho_2 v}(1 + \beta m)}{\beta(1 + m)[\gamma(1 - \theta) + \theta]}. \quad (13)$$

Тем самым неравенство (13) является необходимым и достаточным условием для того, чтобы оптимальная приватизация (с использованием налоговых каникул длительности v) была бюджетно-эффективной.

На рис. 1 приведен вид области в пространстве параметров (v, λ) , где существует бюджетно-эффективная приватизация (здесь v — длительность налоговых каникул, а λ — показатель эффективности приватизации).

Область, изображенная на рис. 1, характеризуется двумя величинами, соответствующими крайним значениям длительности налоговых каникул — 0 и ∞ , а именно:

$$\lambda_1 = \lambda(0) = \frac{\beta - 1 + \gamma(1 + \beta m)}{\beta(1 + m)[\gamma(1 - \theta) + \theta]}, \quad \lambda_2 = \lambda(\infty) = \frac{\beta - 1}{\beta(1 + m)[\gamma(1 - \theta) + \theta]}. \quad (14)$$

Если $\lambda > \lambda_1$, то никакими налоговыми каникулами нельзя сделать приватизацию бюджетно-эффективной. В этом случае можно говорить, что приватизация не может обеспечить дополнительные поступления в бюджет даже при ее стимулировании налоговыми каникулами.

Если $\lambda \leq \lambda_2$, то приватизация будет бюджетно-эффективной с любыми налоговыми каникулами.

В области $\lambda_2 < \lambda \leq \lambda_1$ бюджетная эффективность приватизации возникает только для налоговых каникул ограниченной длительности: $0 \leq v \leq \tilde{v}$, где \tilde{v} — корень уравнения $\lambda(v) = \lambda$, а $\lambda(v)$ определено в (13).

В рамках данной модели будет рассматриваться только бюджетно-эффективная приватизация, когда для параметров модели выполнено соотношение (13), необходимым условием для которого является ограничение на показатель эффективности $\lambda \leq \lambda_1$.

Оптимальные налоговые каникулы. Перейдем к нахождению оптимальных налоговых каникул v^* , т.е. решению задачи (4). Из соотношения (11) следует, что эта задача равносильна максимизации функции $b(v) = (1 - \gamma)^\beta + c_0(1 - \gamma)^{\beta-1}(\gamma - \tilde{\theta}\lambda)$ по v . Далее,

$$b'(v) = -\tilde{\rho}_2 \gamma (1 - \gamma)^{\beta-2} \left[-(\beta - 1)(1 - \gamma + c_0(\gamma - \tilde{\theta}\lambda)) + (1 - \gamma)(-1 + c_0) \right] \propto \beta(c_0 - 1)\gamma - (\beta - 1)c_0\tilde{\theta}\lambda + \beta - c_0. \quad (15)$$

Символ « \propto » означает положительную пропорциональность (т.е. равенство с точностью до положительного множителя). Поскольку $\gamma = \gamma(v)$ убывает по v , а $c_0 > 1$, то $b'(v)$ будет убывающей функцией.

Для дальнейшего анализа необходимо рассмотреть различные возможные случаи поведения $b'(v)$ в граничных точках $v = 0$ и $v \rightarrow \infty$.

и неприватизированного предприятия. Такой показатель отличается от λ множителем $\tilde{\theta} / \tilde{\gamma}(v)$.

Будем считать, что ставки дисконтирования у покупателя и государства (бюджета) одинаковые, т.е. $\rho = \tilde{\rho}$. Такое предположение не носит принципиального характера, а вводится только для того, чтобы не усложнять анализ модели и интерпретацию результатов.

Бюджетно-эффективная приватизация. Величина $\theta\pi_0^1 / \rho_1$ (см. формулу (11)) представляет собой интегральный бюджетный эффект от неприватизированного предприятия (на бесконечном интервале времени его функционирования), который формально можно записать как $B(\infty, 0)$, что соответствует приватизации в бесконечный момент времени.

1. Если $b'(0) \leq 0$, то $b'(v) < 0$ при всех $v > 0$, т.е. $b(v)$ убывает. Поэтому оптимальными будут нулевые налоговые каникулы ($v^* = 0$). Условие $b'(0) \leq 0$ равносильно тому, что $(\beta - 1)c_0\tilde{\theta}\lambda \geq \beta[1 + (c_0 - 1)\gamma] - c_0$, или $\lambda \geq \lambda^0$, где

$$\lambda^0 = \frac{\beta[1 + (c_0 - 1)\gamma] - c_0}{(\beta - 1)c_0\tilde{\theta}} = \frac{\beta + \gamma - 2 - (1 - \beta\gamma)m}{(\beta - 1)(1 + m)[\gamma(1 - \theta) + \theta]} \quad (16)$$

Заметим, что величина λ^0 не обязательно положительна, например, $\lambda^0 < 0$ в случае, когда $m = 0$ и $\beta < 2 - \gamma$. Учитывая, что приватизация должна быть бюджетно-эффективной, а показатель λ положителен, приходим к выводу, что если показатель эффективности приватизации λ удовлетворяет ограничениям $\max(0, \lambda^0) < \lambda \leq \lambda_1$, то $v^* = 0$.

2. Пусть теперь $b'(0) > 0$, а $b'(\infty) = -(\beta - 1)c_0\tilde{\theta}\lambda + \beta - c_0 < 0$. Эти условия можно записать в виде неравенств $\lambda_0 < \lambda < \lambda^0$, где λ^0 — определено в (16),

$$\lambda_0 = \frac{\beta - c_0}{(\beta - 1)c_0\tilde{\theta}} = \frac{\beta - 2 - m}{(\beta - 1)(1 + m)[\gamma(1 - \theta) + \theta]} \quad (17)$$

При выполнении этих условий существует $v^* > 0$ такое, что $b'(v^*) = 0$ и знак производной меняется в точке v^* с положительного на отрицательный. Это означает, что $b(v)$ достигает максимума в точке v^* , которая удовлетворяет уравнению

$$\beta(c_0 - 1)\gamma(v^*) = (\beta - 1)c_0\tilde{\theta}\lambda - \beta + c_0, \quad (18)$$

т.е. $v^* = (\rho_2)^{-1} \log\left(\beta(c_0 - 1)\gamma / [(\beta - 1)c_0\tilde{\theta}\lambda - \beta + c_0]\right)$.

Заметим, что приватизация с каникулами v^* будет бюджетно-эффективной, поскольку

$$\begin{aligned} (\beta - 1)c_0\tilde{\theta}\lambda &= \beta[1 + (c_0 - 1)\gamma(v^*)] - c_0 = (\beta - 1)[1 + (c_0 - 1)\gamma(v^*)] - \\ &- (c_0 - 1)(1 - \gamma(v^*)) < (\beta - 1)[1 + (c_0 - 1)\gamma(v^*)], \end{aligned}$$

т.е. выполнено условие (13). Отметим, что при $\lambda \rightarrow \lambda_0$ оптимальные каникулы v^* неограниченно возрастают.

3. Рассмотрим случай $b'(\infty) \geq 0$, которому соответствует неравенство для показателя эффективности $\lambda \leq \lambda_0$, где λ_0 определено в (17). При этом $b'(v) > 0$ при всех $v \geq 0$, т.е. $b(v)$ — возрастающая функция, и $b(v) \rightarrow 1 - c_0\tilde{\theta}\lambda$ при $v \rightarrow \infty$. Таким образом, функция $b(v)$ не достигает максимума, и оптимальных налоговых каникул не существует.

Собирая полученные выше результаты и учитывая, что показатель эффективности приватизации λ должен быть положительным, приходим к следующему утверждению.

Теорема. Пусть приватизация является бюджетно-эффективной. Тогда:

- 1) если $\max(0, \lambda^0) \leq \lambda \leq \lambda_1$, где λ^0 определено в (16), то оптимальные налоговые каникулы равны нулю;
- 2) если $\max(0, \lambda_0) < \lambda < \max(0, \lambda^0)$, где λ_0 определено в (17), то длительность оптимальных налоговых каникул v^* описывается формулой (18);
- 3) если $0 < \lambda \leq \max(0, \lambda_0)$, то оптимальных налоговых каникул не существует.

Иллюстрацией к сформулированной теореме может служить рис. 2, на котором изображены графики длительности оптимальных налоговых каникул v^* как функции от показателя эффективности приватизации для различных случаев взаимного расположения величин λ_0 , λ^0 и нуля.

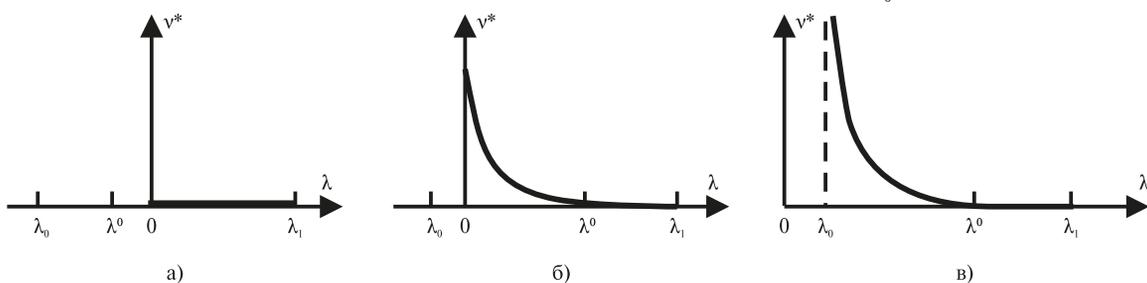


Рис. 2. Длительность оптимальных налоговых каникул в зависимости от показателя эффективности приватизации λ

3. МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

В этом разделе мы изучим свойства оптимальных налоговых каникул v^* и установим, какие выводы из них могут быть сделаны.

Нулевые каникулы. Как следует из теоремы, п. 1, если величина λ^0 не положительна, то $v^* = 0$ для всех значений показателя эффективности приватизации λ (обеспечивающих бюджетную эффективность, т.е. $\lambda \leq \lambda_1$). Этой ситуации соответствует рис. 2а. Условие $\lambda^0 \leq 0$ можно записать в виде

$$\beta + \gamma - 2 \leq (1 - \beta\gamma)m, \quad (19)$$

$$\text{или } \beta \leq \frac{2 + m - \gamma}{1 + \gamma m} = 1 + \frac{(1 - \gamma)(1 + m)}{1 + \gamma m}.$$

Нетрудно показать, что показатель β , являющийся положительным корнем квадратного уравнения $0,5\sigma_1^2\beta(\beta - 1) + \alpha_1\beta - \rho = 0$, монотонно убывает по параметрам прибыли предприятия (до приватизации) — среднему темпу роста α_1 и волатильности σ_1 ⁵. Поэтому ограничение сверху для β означает, что волатильность σ_1 должна быть больше некоторого порогового значения ($\sigma_1 \geq \bar{\sigma}$). Кроме того, $\beta \rightarrow 1$ при $\sigma_1 \rightarrow \infty$, т.е. при большой волатильности неравенство (19) будет выполняться и оптимальные налоговые каникулы будут нулевыми при любых показателях эффективности приватизации.

Таким образом, при большой неопределенности (волатильности) прибыли предприятия (до приватизации) механизм налоговых каникул не является эффективным инструментом стимулирования приватизации (с точки зрения бюджетного эффекта).

Оптимальные каникулы ограниченной длительности. Рассмотрим теперь ситуацию на рис. 2б, когда $\lambda_0 < \lambda < \lambda^0$. Эти неравенства, с учетом (17) и (19), можно записать как

$$1 + \frac{(1 - \gamma)(1 + m)}{1 + \gamma m} < \beta < 2 + m. \quad (20)$$

Неравенства (20) соответствуют умеренной неопределенности, когда волатильность прибыли предприятия лежит между двумя пороговыми значениями $\underline{\sigma} < \sigma_1 < \bar{\sigma}$. При этом длительность оптимальных налоговых каникул для всех значений показателя эффективности приватизации λ не будет превышать величины v_{max} , определяемой из уравнения для оптимальных каникул (18) при подстановке в него $\lambda = 0$ (см. рис. 2б), т.е. $v_{max} = (\rho_2)^{-1} \log((1 + \beta m)\gamma / (2 + m - \beta))$.

Бесконечные налоговые каникулы. Обратимся, наконец, к наиболее сложной ситуации, когда $\lambda_0 > 0$ (см. рис. 2в), что можно записать, согласно (17), в виде неравенства

$$\beta > 2 + m, \quad (21)$$

которому соответствует ограниченная волатильность σ_1 , не превышающая порогового значения $\underline{\sigma}$. Здесь тип оптимальных налоговых каникул будет зависеть от величины показателя эффективности приватизации λ .

Если $\lambda \geq \lambda_0$, оптимальными каникулами будут *нулевые*; если $\lambda_0 < \lambda < \lambda^0$ — *положительные*. В случае, когда $0 < \lambda < \lambda_0$, интегральный бюджетный эффект $B(\tau^*(v), v)$ возрастает по v . При этом максимум эффекта $B(\tau^*(v), v)$ не достигается ни на каких налоговых каникулах конечной длительности, но условно можно говорить, что оптимальные каникулы являются *бесконечными*. В данном случае это означает, что если доналоговая эффективность приватизации достаточно велика (соответствующий показатель меньше величины λ_0), то с точки зрения интегрального бюджетного эффекта государству выгодно вообще не облагать предприятие налогами после приватизации, а довольствоваться лишь непосредственным доходом от продажи предприятия (величиной P). Конечно, если существуют какие-то априорные ограничения сверху на длительность налоговых каникул, то в этой ситуации следует использовать каникулы максимально возможной длительности.

Для дальнейшего анализа перепишем формулу (18), определяющую оптимальные налоговые каникулы v^* , в виде

$$\gamma(v^*) = \gamma e^{-\rho_2 v^*} = \left[(\beta - 1)\bar{\theta}\lambda(1 + m) + 2 + m - \beta \right] / (1 + \beta m). \quad (22)$$

⁵ В этом нетрудно убедиться непосредственным дифференцированием, соответствующие выкладки приведены, например, в (Аркин, Сластников, 2019).

Исходя из формулы (10), введем также оптимальный уровень прибыли для продажи предприятия с оптимальными налоговыми каникулами:

$$\pi^{**} = \pi^*(v^*) = \frac{\beta}{\beta-1} P(1+m) \rho_1 \frac{\lambda}{1-\gamma(v^*)}. \quad (23)$$

Уровень π^{**} полностью определяет момент τ^{**} приватизации предприятия при оптимальном поведении покупателя (исходящего из критерия NPV) и государства (предоставляющего налоговые каникулы длительности v^*), а именно $\tau^{**} = \min\{t \geq 0: \pi_t^! \geq \pi^{**}\}$. При этом увеличение π^{**} означает, что приватизация предприятия наступит позже (с вероятностью 1), а уменьшение π^{**} соответствует более ранней приватизации.

Зависимость от эффективности приватизации. Из соотношений (22) и (23) следует, что длительность оптимальных налоговых каникул v^* убывает, а оптимальный уровень π^{**} возрастает по показателю λ . Это означает, что с ростом (доналоговой) эффективности приватизации, т.е. с уменьшением показателя λ , оптимальные каникулы (когда они существуют) должны увеличиваться, при этом приватизация будет наступать раньше.

Зависимость от цены приватизации и дополнительных затрат покупателя. Прежде всего заметим, что оптимальные каникулы v^* не зависят явно от цены сделки приватизации P , а зависят от относительной доли дополнительных затрат покупателя $m = M/P$. Из формулы (22) получаем

$$\begin{aligned} (\gamma(v^*))_m &\propto [(\beta-1)\tilde{\theta}\lambda + 1](1+\beta m) - \beta[(\beta-1)\tilde{\theta}\lambda(1+m) + 2 + m - \beta] = \\ &= (\beta-1)^2(1-\tilde{\theta}\lambda) \geq (\beta-1)^2(1-\tilde{\theta}\lambda^0) \propto 1-\gamma + \beta m(1-\gamma) > 0, \end{aligned}$$

поскольку (22) имеет место при условии $\lambda \leq \lambda^0$. Таким образом, оптимальные каникулы v^* убывают по m . Отсюда и из (23) следует, что оптимальный уровень π^{**} возрастает по m (при фиксированной цене сделки P). Это означает, что если относительная доля дополнительных затрат покупателя на приватизацию предприятия увеличивается, оптимальные каникулы следует уменьшить, при этом момент приватизации наступит позже.

Зависимость от налоговой нагрузки. В отличие от предыдущих параметров зависимость v^* и π^{**} от коэффициента налоговой нагрузки γ носит более сложный характер и определяется несколькими соотношениями между параметрами модели β , m , θ и показателем эффективности приватизации λ . В данной статье мы не будем подробно разбирать все возможные ситуации, а ограничимся лишь одним крайним случаем, когда волатильность прибыли неприватизированного предприятия σ_1 велика (этот случай, кстати, не очень понятен с экономической интуитивной точки зрения).

Итак, будем рассматривать случай, когда $\beta < 2 + m$. Как уже обсуждалось выше, это неравенство соответствует тому, что волатильность σ_1 превышает некоторое пороговое значение. В частности, при неограниченном увеличении σ_1 показатель β будет приближаться к 1. Из (17) следует, что в рассматриваемом случае $\lambda_0 < 0$ при всех значениях налоговой нагрузки γ и, значит, всегда существуют оптимальные налоговые каникулы конечной длительности (иногда нулевой).

В то же время величина $\tilde{\lambda}^0(\gamma) = \max(0, \lambda^0)$, где λ^0 определено в (16), характеризующая границу между нулевыми и положительными оптимальными налоговыми каникулами, сначала будет нулевой при малых налоговых нагрузках $0 < \gamma \leq \tilde{\gamma} := (2 + m - \beta) / (1 + \beta m)$, а затем становится положительной. Это означает, что оптимальные налоговые каникулы v^* при малых γ будут нулевыми для любых показателей эффективности приватизации λ , а при $\gamma > \tilde{\gamma}$ могут быть как положительными (если $\lambda < \tilde{\lambda}^0(\gamma)$), так и нулевыми (если $\lambda \geq \tilde{\lambda}^0(\gamma)$). Кроме того, с ростом γ оптимальные каникулы не убывают, поскольку из формулы (22) следует, что

$$e^{-\rho_2 v^*} = \frac{\gamma(v^*)}{\gamma} = \frac{(\beta-1)(1+m)}{1+\beta m} \left(\lambda(1-\theta) + \frac{\lambda\theta}{\gamma} + \frac{2+m-\beta}{\gamma(\beta-1)(1+m)} \right), \quad (24)$$

а $2 + m - \beta > 0$. Из (24) следует, что $\gamma(v^*)$ является возрастающей функцией от γ , поэтому оптимальный уровень π^{**} также будет возрастать с ростом налоговой нагрузки, т.е. приватизация будет наступать позже.

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье предложена математическая модель, в рамках которой можно ставить и решать задачу стимулирования процесса приватизации государственного предприятия с помощью механизма налоговых каникул после приватизации. В основе модели лежат предположения о возможности выбора момента приватизации, а также о скачкообразном изменении прибыли предприятия после приватизации. Для выбора момента приватизации и длительности налоговых каникул взята схема двухуровневой оптимизации, в которой государство, зная принцип поведения покупателя (максимизация NPV от приватизированного предприятия), предлагает ему такие налоговые каникулы, чтобы максимизировать интегральный бюджетный эффект от функционирования данного предприятия (до и после приватизации).

В случае когда прибыль предприятия до и после приватизации моделируется случайными процессами геометрического броуновского движения, в работе получены явные формулы для оптимального момента приватизации и оптимальной длительности налоговых каникул.

Показано, что при большой неопределенности прибыли предприятия (до приватизации) механизм налоговых каникул не является эффективным инструментом стимулирования приватизации (с точки зрения интегрального бюджетного эффекта), поскольку оптимальные налоговые каникулы будут нулевыми. Напротив, если волатильность прибыли не превышает некоторого порогового значения, оптимальные каникулы могут быть нулевой или положительной длительности в зависимости от величины введенного показателя эффективности приватизации. Кроме того, могут возникнуть ситуации, когда оптимальные каникулы не существуют и государству выгодно (с точки зрения интегрального бюджетного эффекта) вообще не облагать предприятие налогами после приватизации.

Показано, что оптимальная длительность налоговых каникул зависит не от цены сделки приватизации (идущей в бюджет), а лишь от доли дополнительных затрат покупателя (не идущих в бюджет) относительно цены приватизации. При этом с увеличением этой доли оптимальные каникулы уменьшаются, а момент приватизации наступает позже.

В работе проведено исследование зависимости оптимального момента приватизации и оптимальной длительности налоговых каникул от величины налоговой нагрузки на предприятие. В частности, если волатильность прибыли неприватизированного предприятия превышает некоторое пороговое значение, то при любой налоговой нагрузке существуют оптимальные налоговые каникулы (конечной длительности). При этом для маленькой нагрузки длительность таких каникул будет нулевой, а при большой нагрузке может оставаться нулевой или становиться положительной в зависимости от величины показателя эффективности приватизации. Кроме того, с ростом налоговой нагрузки приватизация будет наступать позже.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Аркин В.И., Сластников А.Д. (2007). Инвестиционные ожидания, стимулирование инвестиций и налоговые реформы // *Экономика и математические методы*. Т. 43. № 2. С. 76–100. [Arkin V.I., Slastnikov A.D. (2007). Theory of investment expectations, investment incentives, and tax reforms. *Economics and Mathematical Methods*, 43, 2, 76–100 (in Russian).]
- Аркин В.И., Сластников А.Д. (2016). Сравнительный анализ различных принципов назначения налоговых каникул // *Экономика и математические методы*. Т. 52. № 3. С. 78–91. [Arkin V.I., Slastnikov A.D. (2016). Comparative analysis of various principles of the granting tax holidays. *Economics and Mathematical Methods*, 52, 3, 78–91 (in Russian).]
- Аркин В.И., Сластников А.Д. (2019). Математическая модель приватизации унитарного предприятия в реальном секторе // *Журнал Новой экономической ассоциации*. № 3 (43). С. 12–33. [Arkin V.I., Slastnikov A.D. (2019). Mathematical model of unitary enterprise privatization in the real sector. *The Journal of the New Economic Association*, 3 (43), 12–33 (in Russian).]
- Приватизация в современном мире: теория, эмпирика, «новое измерение» для России (2014). А.Д. Радыгин (ред.). М.: Издательский дом «Дело» РАНХиГС. [*Privatization in the modern world: Theory, empiricism, “a new dimension” for Russia* (2014). A.D. Radygin (ed.). Moscow: Izdatel'skii dom “Delo” RANKhiGS (in Russian).]
- Ширяев А.Н. (1998). Основы стохастической финансовой математики. Т. 1–2. М.: Фазис. [Shiryayev A.N. (1999). *Essentials of stochastic finance. Facts, models, theory*. Singapore: World Scientific.]

- Azevedo A., Pereira P.J., Rodrigues A. (2019). Foreign direct investment with tax holidays and policy uncertainty. *International Journal of Finance and Economics*, 24, 2, 727–739.
- Dixit A.K., Pindyck R.S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.
- Jou J.B. (2000). Irreversible investment decisions under uncertainty with tax holidays. *Public Finance Review*, 28, 1, 66–81.
- McDonald R., Siegel D. (1986). The value of waiting to invest. *Quarterly Journal of Economics*, 101, 707–727.
- Mintz J.M. (1990). Corporate tax holidays and investment. *The World Bank Economic Review*, 4, 1, 81–102.
- Shkodinsky S.V., Suglobov A.E., Karpovich O.G., Titova O.V., Orlova E.A. (2019). Tax holidays as an upcoming tool of tax incentive for business renewal. In: *Optimization of the Taxation System: Preconditions, Tendencies and Perspectives*. I. Gashenko, Y. Zima, A. Davidyán (eds). Springer, Cham, 67–74.
- Tax incentives and foreign direct investment. A global survey* (2000). ASIT advisory studies. No. 16. UNCTAD. N.Y., Geneva: United Nations.

The model of stimulating the privatization process for state-owned enterprises

© 2021 V.I. Arkin, A.D. Slastnikov

V.I. Arkin,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: arkin@cemi.rssi.ru

A.D. Slastnikov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: slast@cemi.rssi.ru

Received 14.12.2020

The study is supported by Russian Foundation for Basic Research (project 18-010-00666).

Abstract. The paper describes a model which allows setting and solving the problem of stimulating the privatization process for state-owned enterprises with the help of tax holidays. The model assumes the possibility to choose the moment of privatization, as well as the stochastic behavior of the enterprise's profits and its change after privatization. The proposed scheme allows to find the optimal (in NPV criterion of the buyer) time of privatization and the optimal (in integral budgetary effect criterion) duration of tax holidays. In the case when the profit before and after privatization is modeled by random processes of geometric Brownian motion, the explicit formulas are obtained for the optimal time of privatization and the optimal duration of tax holidays. We derive the conditions, under which the optimal tax holidays have zero, or positive duration, or do not exist. Besides, we study the dependence of both the optimal time of privatization and the optimal tax holidays on privatization cost and the tax burden to enterprises.

Keywords: privatization, state-own enterprises, budgetary effect, uncertainty, time of privatization, tax holidays.

JEL Classification: C61, D81, G38.

DOI: 10.31857/S042473880014905-4