

ности по нормативам, повышенным не менее чем на 30% по сравнению с соответствующими нормативами, принятыми при образовании годовых фондов поощрения» [3, стр. 6].

Новое состоит в том, что введена материальная ответственность предприятий за невыполнение плана по рентабельности. Кроме того, изменен порядок установления нормативов ответственности. За каждый процент невыполнения плана раньше они исчислялись в процентах к фонду поощрения (не менее 3%), сейчас — в процентах к нормативам поощрения (не менее 130%).

Однако по-прежнему министерства и предприятия не имеют научно обоснованных рекомендаций по установлению конкретных размеров материальной ответственности. Формула «норматив ответственности выше норматива поощрения не менее чем на 30%» оставляет открытым вопрос: на сколько выше должен быть норматив ответственности — на 30, 40 или 50 и т. д. процентов?

Чтобы ответить на этот вопрос, необходимо пересчитать нормативы  $H_1$  и  $H_2$  в процентах к нормативам поощрения за рост прибыли.

Вернемся к формулам, полученным при анализе данных табл. 1. Норматив уменьшения фонда поощрения за каждый процент невыполнения плана по прибыли составляет:  $H_0$  (в % к фонду зарплаты) =  $H_1$  (в % к фонду поощрения)  $\times \Phi$  (в % к фонду зарплаты) : 100.

Норматив поощрения за каждый процент роста прибыли равен  $H_p$  (в % к фонду зарплаты) =  $\Phi$  (в % к фонду зарплаты) :  $P_{\pi}$ .

Отношение  $H_0$  к  $H_p$  дает искомую величину,  $H_1$  — норматив снижения поощрения к нормативу поощрения:

$$\begin{aligned} H_1 &= \frac{H_1 \text{ (в \% к фонду поощрения)} \times \Phi \times P_{\pi}}{100 \times \Phi} = \\ &= \left( \frac{100}{P_{\pi}} + 1 \right) \times \frac{P_{\pi}}{100} = 1 + \frac{P_{\pi}}{100}. \end{aligned}$$

В соответствии с этим:  $H_2$  (в % к нормативу поощрения) =  $K \times [1 + (P_{\pi}/100)]$ .

Теперь можно построить следующую шкалу (табл. 3, Б).

Шкала и формулы дают точный ответ на вопрос: в какой мере нормативы ответственности должны превышать нормативы поощрения. При организации материальной ответственности предприятий за невыполнение планов по прибыли или реализации продукции целесообразно пользоваться нормативами  $H_2$ . Они применимы для всех предприятий и служат стимулированию высоких, реальных планов и их выполнению.

Материальное стимулирование предприятий — это установление правильных соотношений между результатами производства и мерой поощрения в соответствии с требованиями закона распределения по труду. Предлагаемый порядок материальной ответственности предприятий за невыполнение планов служит установлению таких соотношений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Временные указания об образовании и расходовании фонда материального поощрения (для отдельных предприятий, переводимых на новую систему планирования и экономического стимулирования в 1966 году). «Экономическая газета», 1966, № 11.
2. С. И. Шкурко. Новая система материального стимулирования. М., «Экономика», 1966.
3. Методические указания по переводу предприятий, объединений и отраслей промышленности на новую систему планирования и экономического стимулирования. «Экономическая газета», 1966, № 50, приложение.

Поступила в редакцию  
19 IX 1966

## ТОВАРНО-ДЕНЕЖНЫЙ МЕХАНИЗМ В ОПТИМАЛЬНОМ УПРАВЛЕНИИ ХОЗЯЙСТВОМ И ЦЕНООБРАЗОВАНИЕ

В. А. ВОЛКОНСКИЙ

(Москва)

### МОДЕЛИ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ И ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ

1°. Постановка задачи совершенствования экономического механизма предполагает постулирование возможности сравнения различных возможных его состояний, т. е. критерия оптимальности. В этом смысле задача экономической науки есть задача изучения народного хозяйства как некоторого конкретного вида сложной системы оптимального управления. Управление экономической системой невозможно без планирования. Эта функция хозяйственного управления настолько важна, что обычно говорят о системе планирования и управления. Понятие оптимального плана можно определить следующим образом.

Целью социалистического производства является максимальное удовлетворение потребностей общества. Пусть имеется орган, планирующий непроизводительное потребление общества. Пусть этот орган может оценивать полезность для общества любых возможных изменений плана производственного потребления, например путем сопоставления ценности увеличения потребления одного продукта за счет уменьшения потребления другого. Если он при этом пользуется некоторыми оценками благ, то эти оценки назовем потребительскими. План, для которого любые изменения, допустимые с точки зрения возможностей производства, оказываются нецелесообразными, не увеличивающими его полезности для общества, называется оптимальным.

Сложность хозяйственной системы приводит к необходимости распределения функций по разработке и выполнению плана между различными хозяйственными органами, т. е. децентрализации функций планирования и управления. Поэтому центральной задачей теории оптимального управления является разработка такой системы взаимоотношений между хозяйственными органами, при которой стремление каждого органа к максимизации своего индивидуального выигрыша («локального критерия оптимальности») соответствует движению всей системы к оптимуму. Такую систему можно назвать системой децентрализованного оптимального планирования и управления.

Важнейшее значение в этом отношении имеет товарно-денежный механизм, т. е. механизм, который способствует сведению каждого хозяйственного ресурса к единому измерителю с помощью цен. Роль цен при этом состоит в измерении ценности для общества единицы каждого ресурса или в сопоставлении того вклада в общий критерий оптимальности, который может внести эта единица. Теория оптимального планирования показывает, что в широком классе моделей этим свойством обладают объективно обусловленные оценки (см., например, [1, 2]).

Это свойство цен приводит к естественному показателю для оценки хозяйственной деятельности производственных единиц и органов экономического управления в виде прибыли (разности результатов и затрат). С другой стороны, оно дает возможность оценивать затраты ресурсов органами, ответственными за непроизводственное потребление общества, и распределять эти затраты в соответствии с общественным предпочтением и принятыми принципами распределения (например в соответствии с принципом распределения по труду).

Крупнейшим достижением мировой экономико-математической науки является строгое обоснование того, что такая система цен при широких условиях существует и что возможно установление системы децентрализованного оптимального управления на основе товарно-денежных отношений.

Математическим обоснованием этого служат модели линейного и выпуклого программирования и модели экономического равновесия (см., например, [3, пп. 8.8 и 9.2]). Изучение моделей равновесия приводит к важному выводу о том, что в тех условиях и в той мере, в какой модели линейного или выпуклого программирования оказываются адекватными хозяйственной реальности, система цен и план производства и потребления являются оптимальными с точки зрения всего хозяйства в том и только в том случае, если они в наибольшей степени соответствуют интересам каждого хозяйственного органа в отдельности. Точнее, план оптимален, если: 1) орган, планирующий непроизводственное потребление, формирует план, оптимальный с точки зрения удовлетворения общественных потребностей в пределах общего фонда потребления (в денежном выражении); 2) план каждого производственного комплекса соответствует максимуму его прибыли и 3) цена на каждый ресурс такова, что производство равно потреблению (равновесные цены).

Этот вывод относится не только к статическому состоянию, когда условия производства не меняются. Термины «план» и «цены» в этом утверждении можно понимать и в перспективном значении, как «план развития производства» и «ожидаемая или планируемая динамика цен», а равенство производства и потребления — выполняющимся в каждую единицу времени. Сопоставление цен (или ценности) ресурсов в разные моменты времени должно производиться с учетом дисконтирования, т. е. коэффициентов приведения к одному моменту времени. Состояние экономического равновесия можно точно интерпретировать как систему долгосрочных договоров о поставках продукции или производстве работ с указанием динамики цен на весь период действия договора, причем каждый хозяйственный орган имеет право отказаться от предложенного ему договора, но такой отказ для него невыгоден.

В отношениях вышестоящих и нижестоящих хозяйственных организаций это совпадает с представлением о плане-договоре (см. [4]), когда каждое предприятие имеет право отказаться от предлагаемого плана, если представит другой вариант плана, обеспечивающий ему большую прибыль.

#### ОГРАНИЧЕНИЯ В ИСПОЛЬЗОВАНИИ ТОВАРНО-ДЕНЕЖНОГО МЕХАНИЗМА

2°. При теоретическом анализе возможностей использования децентрализации функций оптимального планирования и ценообразования удобно разделить два вопроса: 1) о принципиальной возможности, чтобы основанная на ней система показателей хозяйственной деятельности за принятие решений на всех уровнях управления не привела к нарушению экономического равновесия, или оптимального режима народного хозяйства, когда вся

информация о состоянии равновесия или оптимума уже выработана в системе управления народным хозяйством; 2) о выработке оптимального плана и оптимальной системы цен или информации о состоянии экономического равновесия.

До сих пор речь шла о первом из этих вопросов.

Математическим аналогом второго вопроса является область методов решения задач оптимального программирования и нахождения точек равновесия в теории игр. Изучение итеративных процессов показывает, что решение этого вопроса также может проводиться децентрализованно, т. е. что точка равновесия или оптимума может быть найдена в результате обмена информацией между хозяйственными органами, каждый из которых многократно решает задачу оптимизации, руководствуясь своим индивидуальным (локальным) критерием оптимальности. Такие итеративные процессы могут строиться на основе той или иной имитации действия рыночного механизма. Это объясняет, почему во многих ситуациях процесс заключения непосредственных контрактов между поставщиками и потребителями может оказаться наиболее эффективным способом нахождения оптимального плана.

В то же время известно, что стихийный процесс изменения спроса, предложения и цен на рынке не может считаться универсальным способом нахождения точки равновесия, так как он может приводить и приводит к экономическим циклам. На языке математики аналогом этого факта являются незатухающие, циклические колебания, которые можно исследовать в итеративных процессах теории игр и оптимального программирования.

Таким образом, возможно использование товарно-денежного или рыночного механизма для организации процесса децентрализованной выработки оптимального плана. Однако такой процесс нуждается в регулировании.

3°. Изучение экономико-математических моделей показывает, что широкий класс задач планирования и управления плохо аппроксимируется моделями линейного или выпуклого программирования. Например, модели отраслевого перспективного планирования должны по существу содержать целочисленные переменные для учета неделимости капитальных вложений (переменные типа «строить — не строить»). Существенную специфику вносят также стохастика и неопределенность.

Попытки определить величины, аналогичные оценкам для задач с дискретными переменными, не дают хороших результатов. Такие величины не обладают многими естественными свойствами, которые делают оценки таким важным инструментом экономического управления. По-видимому, использование оценок целесообразно в той мере и в таких условиях, в какой достаточно адекватным отражением реальности служат модели с непрерывными переменными и даже, точнее, модели выпуклого программирования. (Как уже говорилось, строгое обоснование возможности применения товарно-денежного механизма как инструмента выбора оптимальных решений связано именно с предположением выпуклости.)

Достаточно адекватными реальности такие модели оказываются в условиях текущего планирования, когда все дискретные переменные, определяющие производственные мощности, можно считать заданными. Именно оценки ресурсов (т. е. оценки ограничений по балансу ресурсов) в таких моделях с фиксированными (оптимальными) вариантами строительства и реконструкции предприятий естественно считать оптимальными оценками. Однако скачкообразный характер изменения ограничений по производственным возможностям и неопределенность эффективности тех или иных перспективных решений делают многие оценки неустойчивыми и колеблющимися как в процессе выработки плана, так и в процессе его реализации.

Оценка «узких мест» является высокой, а после «расшивки» этого узкого места соответствующая оценка падает. Изменение оценок, как правило, не должно носить строго скачкообразного характера, так как резкость этих изменений смягчается возможностью накопления запасов. Однако не всегда это дает возможность сгладить колебания, так что их использование в практике планирования может оказаться нерациональным.

При рассмотрении вопросов перспективного планирования в масштабах всего хозяйства (определение оптимальных пропорций и темпов развития отраслей производства) вновь появляется возможность использовать модели с непрерывными переменными за счет того, что они должны строиться в укрупненных показателях (например, на базе межотраслевых балансов).

Усреднение оценок и других показателей плана за достаточно длительные отрезки времени и по крупным группам ресурсов (индексы цен на группы ресурсов) обеспечивает достаточную устойчивость исходных данных и решений таких моделей. Это можно рассматривать как обоснование возможности руководствоваться показателем прибыли в оценке работы крупных производственных комплексов за длительные периоды.

#### ПЛАН И РЫНОК

4°. В последнее время большое внимание уделяется вопросам соотношения «плана и рынка» в рациональной экономической системе. Все сказанное выше приводит к выводу о том, что если учитывать все ограничения, указанные в предыдущем разделе, то в рамках социалистического хозяйства противопоставление этих понятий не правомерно.

С одной стороны, оформление плана как всеобъемлющей системы договоров, при которой каждый хозяйственный орган обладает большой самостоятельностью и ответственностью и стимулируется проявлять инициативу для повышения его эффективности, может служить только укреплению принципов планового управления хозяйством.

С другой стороны, в современном индустриальном хозяйстве никакие рыночные отношения не могут мыслиться без составления планов работы хозяйственных комплексов на более или менее длительный период. А всеобъемлющая система длительных контрактов между вышестоящими и нижестоящими хозяйственными органами, оформленных в рамках хозяйственного законодательства, эквивалентна по своему экономическому значению принципу планового управления.

Непредвиденные изменения условий производства или предпочтения общества и прогнозы таких изменений в будущем вызывают соответствующие изменения планов. Система оптимальных или равновесных цен неразрывно связана с планом, и изменения плана должны вести к изменению системы цен. Другими словами, изменение внешних условий вызывает изменение всего состояния экономического равновесия (планов производства и цен вместе с планируемой динамикой их изменения в будущем). Отсюда вытекают высокие требования к гибкости системы планирования и ценообразования. Очевидно, эти требования не могут быть выполнены при полностью централизованном установлении цен. Изучение моделей экономического равновесия показывает, что функции установления оптимальных цен могут быть *децентрализованы* так же, как и процесс разработки плана.

Рациональная степень децентрализации определяется объемом информации, которая должна быть переработана для успешного руководства тем или иным хозяйственным комплексом, и имеющимися средствами ее переработки, т. е. в конечном итоге определяется возможной скоростью и точностью ее переработки в различных звеньях системы управления. Нагляд-

ный пример зависимости степени децентрализации от возможностей переработки информации дает изменение организации управления в крупных американских фирмах (см. [5]). Процесс усиления децентрализации управления, происходивший, начиная с 20-х годов, сменился в конце 50-х годов тенденцией к новому усилению централизации в связи с широким использованием ЭВМ.

В принципе можно представить себе положение, когда при наличии достаточного парка вычислительных машин рациональная система обмена информации между хозяйственными органами вполне заменит рыночный механизм в его функции выработки информации о состоянии экономического оптимума. Однако, учитывая, что на всех уровнях управления имеется область неформальных решений, принимаемых человеком, такую информацию не следует использовать автоматически как директивную. Она должна рассматриваться как консультативная информация, как план-рекомендация, окончательное, юридическое оформление которого есть функция человека.

Нельзя не отметить еще одну проблему, говоря о соотношении рынка и плана, проблему обеспечения эффективности тех стимулов, которые заставляют руководителей хозяйства на всех уровнях хозяйственной иерархии стремиться к улучшению хозяйственной деятельности. Важную роль в этом смысле играет материальное поощрение. Однако было бы неверно сводить этот вопрос только к распределению переменной части заработной платы в соответствии с хозяйственными результатами.

Еще более важное значение имеет вопрос, поставленный проф. А. М. Бирманом\*, о неотвратимости последствий плохого хозяйствования, которую должен обеспечить рыночный механизм. Практика хозяйственного управления у нас и за рубежом дает обширный материал для анализа этой проблемы, которая является одной из ключевых проблем политической экономики социализма и связана также с социально-экономическими вопросами. Однако ее обсуждение не входит в задачу данной статьи.

### ПРИНЦИПЫ РАСЧЕТА ЦЕН

5°. Теоретическое положение о том, что оптимальные цены есть цены равновесия, не снижает важности вопроса о формулировке принципов и методов расчета цен, достаточно близких к оптимальным и эффективным с точки зрения практического осуществления таких расчетов. Среди экономистов часто происходят споры о природе цен: являются ли основой цен затраты (например затраты труда) или эффект (потребительские оценки)? Одним из достижений экономико-математической науки является разрешение этого противоречия. Как известно, оптимальными цены могут быть только в том случае, *если полностью учтенные затраты на производство продукта совпадают с его потребительской оценкой*. Если речь идет о процессе разработки оптимального плана и системы цен, то необходимо исчислять оценки как по затратам, так и по результатам и корректировать план и цены в случае их несовпадения. Ввиду сложности приобретает затратных оценок наибольшее практическое значение приобщение затратный принцип расчета. О совпадении или несовпадении цен, рассчитанных по затратному принципу, с потребительскими оценками обычно можно узнать только косвенно по факту реализации продукции. Под затратным принципом расчета цен обычно понимают следующее.

Оценка продукта равна суммарной оценке текущих материальных затрат на его производство плюс прокатная оценка производственных мощ-

\* А. М. Бирман. Неотвратимость. «Литературная газета», № 2, январь 1967 г.

постей и рабочей силы, выступающих как ограничения при его производстве. В свою очередь, сумма прокатных оценок производственной мощности (оборудование и т. д.) за все годы ее функционирования (с учетом коэффициент приведения к моменту ее создания, см. [8]) должна быть равна общей сумме затрат на ее создание, т. е. стоимости (оценке) производственных фондов. Прокатные оценки отдельных видов фондов для каждой единицы времени, как уже говорилось, должны колебаться. Но для получения приемлемых устойчивых значений (усредненных по времени и по видам фондов) можно принять, что прокатная оценка каждого вида фондов за единицу времени составляет определенный процент от общей оценки этих фондов (норма прибыли). Если принять, что оценка используемой рабочей силы пропорциональна заработной плате работников, то получим затратный метод расчета цен. Он состоит в установлении цены продукта как суммы текущих материальных затрат плюс величина, пропорциональная заработной плате работников, плюс определенная доля (процент) от стоимости производственных фондов. Очевидно, что при таком методе остается много неясностей и условностей при решении таких вопросов, как исчисление оценки фондов и ее изменения со временем, распределение постоянных затрат и процентов от стоимости фондов по разным видам продукции и т. д. Большой части этих условностей можно избежать, если рассчитывать план и цены на основе детальных моделей оптимального планирования. Усредненные показатели, близкие к оптимальным, которые могли бы быть использованы в перспективных расчетах, можно получить и с помощью затратного метода при условии, что нормы прибыли и коэффициенты пропорциональности между оценками труда и заработной платой получены на основе расчета многоотраслевых моделей перспективного планирования в укрупненных показателях. Благодаря наличию обратных производственных связей нахождение системы цен, удовлетворяющей такому затратному принципу, может быть осуществлено путем итеративного процесса их последовательного уточнения. Для реализации такого процесса могут быть использованы идеи метода расчета трудоемкостей, изложенного в работе [6]. В процессе изменения цен могут измениться и исходные данные укрупненных моделей. Поэтому итеративный процесс может включать в себя также уточнение норм прибыли по отраслям и других укрупненных показателей.

Так как оптимальные цены, как уже говорилось, являются в то же время и затратными (при правильном понимании и применении этого принципа), то расчет цен по затратному принципу и их постоянная корректировка в соответствии с изменениями плана могут рассматриваться как подалгоритм общего алгоритма нахождения оптимального плана и оптимальных цен. Для этого цены на продукцию каждой отрасли, рассчитанные по затратному принципу, должны использоваться для сравнения экономического эффекта ее применения и совершенствования планов во всех отраслях, потребляющих эту продукцию. Очевидно, эти цены могут быть использованы не для всех целей, для которых могли бы быть использованы оценки, рассчитанные более дифференцировано. Например, они не годятся для сравнения эффективности разных видов оборудования в пределах одной и той же отрасли: для этого они должны корректироваться в соответствии со спросом и предложением и т. д.

Таким образом, в основе затратного метода лежит замена прокатных оценок различных видов оборудования единой нормой прибыли по целой отрасли производства. Еще более сильным огрублением является *гипотеза о равенстве норм прибыли для всех отраслей* (принцип цены производства, см. [7]). Такое предположение оправдано в том случае, если темпы изменения (оптимальных) прокатных оценок во всех отраслях одинаковы.

Теоретическим обоснованием разумности принципа цены производства может служить известная модель Неймана [3], вообще любая модель, в которой соотношение оценок оказываются постоянными во времени. *В условиях неизменности цен во времени принцип цены производства (единая норма прибыли) соответствует принципу оптимальности.* Действительно, оптимальность плана и оценок означает, что никакому хозяйственному комплексу изменение плана не может дать увеличения прибыли (согласно оптимальным оценкам). В то же время неравенство норм прибыли по отраслям означало бы возможность увеличить сумму прибыли за счет передачи части фондообразующих средств из одной части хозяйства в другую. *При учете движения цен это соображение перестает быть верным.* Предположим, что продукция некоторой отрасли становится все более дефицитной, так что прокатная оценка ее производственных мощностей возрастает. Тогда оказывается выгодным их увеличивать даже за счет таких вариантов капитальных вложений (строительство и реконструкция), для которых в настоящий момент прибыль на 1 руб. капиталовложений существенно ниже средней, так как эти затраты окупятся при увеличении прокатной оценки (и прибыли) в будущем. Это означает, что восстановительная стоимость фондов (по замыкающим вариантам) должна быть такова, что в настоящее время норма прибыли в данной отрасли (согласно оптимальным оценкам) должна быть ниже средней. Наоборот, *если прокатная оценка производственных мощностей отрасли убывает, т. е. продукция дефицитна в настоящий момент и со временем ее дефицитность будет снижаться, то норма прибыли в этой отрасли в настоящий момент должна быть выше средней* (ср. [8, стр. 228—229]).

Для иллюстрации этого положения предположим, что оптимальные прокатные оценки производственных мощностей изменяются во времени с постоянным темпом. Обозначим через  $\xi$  темп падения прибыли в некоторой отрасли, рассчитанной в оптимальных оценках, или прокатной оценки мощностей определенного вида. Тогда в оптимальном плане затраты на создание единицы такой мощности должны быть равны сумме (или интег-

ралу) прокатных оценок за все будущие годы, т. е. быть в  $\int_0^{\infty} e^{-\xi t} dt = 1/\xi$

раз больше, чем прокатная оценка в начальный момент. Другими словами, норма прибыли или отношение прокатной оценки фондов к их полной оценке должны быть равны темпу падения этой оценки во времени.

В данном случае, когда говорилось об оптимальных оценках, имелись в виду ненормированные оценки, т. е. приведенные к одному моменту времени. Чтобы использовать оценки в качестве цен или прогноза цен, их надо нормировать с целью сделать по возможности более стабильными и при сопоставлении оценок, относящихся к различным периодам времени, использовать коэффициент приведения (см. [8—9]) или норму дисконтирования. Если предположить, что коэффициент приведения также растет во времени с постоянным темпом  $\rho$ , то темп падения нормированной прокатной оценки будет  $\xi' = \xi - \rho$ . Однако можно сформулировать следующее правило, не зависящее от нормировки: норма прибыли в любой отрасли хозяйства должна быть выше (ниже) средней нормы прибыли на ту же величину, на которую темп падения оценки фондов (или производственных мощностей) в этой отрасли выше (ниже) среднего темпа падения оценки фондов по всему хозяйству.

Необходимо подчеркнуть еще раз, что в силу существенной дискретности переменных в моделях создания производственных мощностей равенство затрат и результатов в оптимальном плане имеет только статисти-

ческий смысл. Оно выполняется только в той мере, в какой оказываются адекватными реальности народнохозяйственные модели, полученные с помощью статистического усреднения показателей. Поэтому и цены, исчисленные по затратному принципу, могут быть только статистическим приближением к оптимальным оценкам.

Решение общей задачи народнохозяйственного планирования с непрерывными и дискретными переменными и выбор в качестве цен оценок ресурсов из (линейных) задач текущего планирования дало бы разрешение многих спорных вопросов в области ценообразования, которые не могут получить однозначного и полного решения без учета фактора целочисленности. Таким является, например, вопрос о включении постоянных текущих затрат в цены разных видов продукции, имеющий важное практическое значение при исчислении цен на основе затратного принципа.

#### УПРОЩЕННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ ИНДЕКСОВ СРЕДНЕОТРАСЛЕВЫХ ЦЕН НА ОСНОВЕ МЕЖОТРАСЛЕВОГО БАЛАНСА

6°. Многоотраслевые модели перспективного планирования характеризуются, как правило, большой размерностью, так как должны включать показатели за большое число лет. В то же время желательно иметь возможность быстро и легко делать расчеты по таким моделям для различных вариаций исходных данных и различных постановок задачи. Это делает актуальной разработку экономных специальных алгоритмов для расчета таких моделей. То же самое относится к моделям планового ценообразования (или моделям прогноза цен) как к двойственным модификациям задач планирования. В работе [10] описана модель перспективного планирования и предлагается весьма рациональный алгоритм, использующий специфику ее структуры. Ниже будет показано, как идея построения этой модели и метод ее решения могут быть использованы для построения и расчета упрощенной модели планового ценообразования.

Пусть имеется  $n$  производственных отраслей и следующие величины означают  $n$ -мерные векторы (верхний индекс означает, что величина относится к году  $t$ ):  $x^t$  — вектор валового выпуска отраслей (в год  $t$ );  $y^t$  — конечный продукт (непроизводственное потребление и накопление).

Ограничения модели следующие:

$$(E - a^t)x^t \geq y^t + \sum_{\tau \geq 1} b(\tau) \Delta x^{t+\tau}, \quad t = 1, 2, \dots^* \quad (Ia)$$

Здесь  $a^t$  — матрица прямых затрат с учетом затрат на реновацию и возмещение выбывающих фондов;  $b(\tau)$  — матрица капитальных затрат на единицу прироста основных мощностей за  $\tau$  лет до их полного освоения.

Вектор  $\Delta S^t = \sum_{\tau \geq 1} b(\tau) \Delta x^{t+\tau}$  есть вектор производственного накопления или прироста фондов за год  $t$ ,

$$(l^t, x^t) \leq L^t, \quad (Ib)$$

где  $l^t$  — вектор коэффициентов трудоемкости, а  $L^t$  — ресурсы труда в год  $t$ . Положим еще, что  $y^t = g^t + h^t e^{\lambda t}$ , где  $g^t$  и  $h^t$  — известные векторы;  $\lambda$  — темп роста потребления — параметр, который должен быть максимизирован. Записанные ограничения должны выполняться во все будущие годы:  $t = 1, 2, 3, \dots$

\* Здесь и дальше  $\Delta \xi^t = \xi^{t+1} - \xi^t$ .

Рассмотрим двойственную задачу. Обозначим оценки ограничений (Ia) и (IIб) соответственно через  $p$  и  $w$ . Тогда ограничения двойственной задачи могут быть записаны в виде:

$$p^t(E - a^t) \leq w^t L^t - \Delta \left[ \sum_{\tau \geq 1} p^{t-\tau-1} b(\tau) \right], \quad (IIa)$$

$$\sum_{t=0}^{\infty} p^t h^t t e^{\lambda t} = 1. \quad (IIб)$$

Равенство (IIб) является нормировочным. Его удобнее заменить нормировкой другого вида. Например, удобно считать заданным значение оценки труда  $w^0$  в год  $t = 0$  (на начало планового периода).

Критерием для двойственной задачи является максимизация величины

$$\sum_{t=0}^{\infty} (p^t g^t - w^t L^t).$$

Невозможность надежного прогноза исходных данных модели на далекую перспективу требует введения дополнительных предположений, которые позволили бы оставить в модели условия вида (Ia), (Iб) и (IIa) только для ближайших лет (плановый период).

В работах [9, 10] используется предположение об экспоненциальном характере роста валовых выпусков отраслей во времени

$$x_j^t = x_j^0 e^{\alpha_j t}. \quad (Iв)$$

Это приводит к существенно нелинейной модели, неизвестными в которой являются показатели экспонент  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_n)$  и  $\lambda$  (величины  $x^0$  известны).

Решение задачи с таким предположением может быть использовано для задания краевых условий на конец планового периода для расчетов на плановый период по моделям без такого предположения, содержащим показатели каждого года в отдельности.

Аналогичное предположение естественно сделать относительно неизвестных в двойственной задаче II.

Однако, если значения параметров  $x^0$ , характеризующих производство в начале планового периода, естественно считать известным, то этого нельзя сказать о ценах, которые подлежат определению и на начало планового периода. При гипотезе экспоненциального убывания оценок  $p_j$  и  $w$  каждая из них определяется двумя параметрами на все моменты времени. Представим это предположение в виде

$$p_j^t = p_j^T e^{\beta_j(T-t)}, \quad w^t = w^0 e^{-\omega t}. \quad (IIв)$$

Предположение экспоненциального изменения неизвестных позволяет оставить в моделях I и II только ограничения, относящиеся к конечному набору моментов времени  $t$  (лет). Обозначим выбранное множество моментов времени через  $T$ . Множество  $T$  для модели I может содержать, например, все годы от  $t = 0$  до  $t = T$  или только один год  $T$  — последний год планового периода. В связи с тем, что в модели II каждая оценка, изменяющаяся во времени по экспоненте, определяется двумя неизвестными параметрами, множество  $T$  для этой модели должно содержать по крайней мере два значения  $t$ , например  $t = 0$  и  $t = T$ . Иначе некоторые неизвестные будут принимать бесконечные значения, что экономически бессмысленно.

Очевидно, для вычисления критерия необходимо задаться определенной гипотезой изменения параметров  $g_j^t$  на послеплановый период, например предположить, что они остаются постоянными.

Ограничение (IIa) двойственной модели содержит значения  $p$ , относящиеся к доплановому периоду, в качестве оценки тех производственных фондов, затраты на создание которых были произведены до начала планового периода. Эти значения, несмотря на то, что они относятся к прошлому, естественно считать искомыми, а не известными величинами. Это соответствует переоценке производственных фондов в соответствии с перспективами изменения оценок в будущем, что и нужно, если рассматривать цены как инструмент экономического управления.

Для решения двойственной задачи (модели II) можно применить метод, предложенный в работе [10] для решения прямой задачи.

Заметим, что, если задано значение  $\omega$  — темп падения оценки труда, то известны значения  $w^t$  для всех моментов времени:  $w^t = w^0 e^{-\omega t}$ .

При этом задача сводится к отысканию векторов  $p^t$  и  $\beta$ , максимизирующих величину

$$\varphi = \sum_j \sum_{t=0}^{\infty} p_j^T e^{\beta_j(T-t)} g_j^t$$

при условиях (IIa) для  $t \in T$ .

Рассмотрим для простоты случай, когда  $T$  содержит два значения  $t$ :  $t = 0$  и  $t = T$ . Чтобы использовать метод, описанный в [10], запишем условие (IIa) для  $t = 0$  в виде

$$\beta \leq (\beta - \varepsilon p^0) + \varepsilon \left[ p^0 a^0 + \sum_{\tau \geq 1} (p^{\tau-1} - p^\tau) b(\tau) + w^0 l^0 \right], \quad (\text{IIa}')$$

где  $\varepsilon$  — достаточно малое положительное число. Кроме того, перепишем условие (IIa) для  $t = T$ :

$$p^T \leq p^T a^T + \sum_{\tau \geq 1} (p^{T-\tau-1} - p^{T-\tau}) b(\tau) + w^T l^T. \quad (\text{IIб}')$$

Докажем, что правая часть неравенства (IIб') и член в квадратных скобках в неравенстве являются неубывающими функциями от компонент вектора  $(p^T, \rho)$  при неотрицательных  $\beta_j$ . Предположение неотрицательности показателей  $\beta_i$  соответствует известному факту убывания оценок в моделях перспективного планирования. Очевидно, достаточно доказать, что это утверждение верно для каждой компоненты вектора

$\sum_{\tau \geq 1} (p^{t-\tau-1} - p^{t-\tau}) b(\tau)$  при любом  $t$ .  $j$ -я компонента этого вектора равна

$$\sum_{\tau \geq 1} \sum_{i=1}^n p_i^T [e^{\beta_i(T-t+\tau+1)} - e^{\beta_i(T-t+\tau)}] b_{ij}(\tau).$$

Дифференцирование каждого члена этой суммы по  $p_i^T$  и  $\beta_i$  показывает, что обе производные не отрицательны при неотрицательном  $\beta_i$ . Если заранее известна хотя бы грубая оценка сверху для величин  $\beta$  и  $p^T$ , то можно выбрать  $\varepsilon$  настолько малым, что разность  $\beta - \varepsilon p^0$ , а следовательно, и вся правая часть неравенства (IIa') будет неубывающей.

Пользуясь результатами работы [10], можно доказать, что если множество неотрицательных векторов  $(p^T, \beta)$ , удовлетворяющих этим неравенствам (IIa', IIб'), не пусто, то это множество имеет максимальную точку, т. е. такой вектор  $(p_*^T, \beta_*)$ , что все другие векторы этого множества покомпонентно не превосходят вектора  $(p_*^T, \beta_*)$ . Этот вектор, очевидно,

является решением задачи, так как он максимизирует критерий  $\varphi$ . Для нахождения максимального вектора в [10] предлагается алгоритм типа метода простой итерации для решения систем линейных уравнений. Расходимость процесса итераций указывает на несовместность системы неравенств.

Таким образом, для каждого значения  $\omega$  итеративный процесс дает возможность найти максимальную точку множеств (IIa', IIб') и значение величины  $\varphi(\omega)$ , если множество не пусто, либо убедиться, что решения не существует. Следовательно, вся задача сводится к отысканию максимума функции от одного переменного  $\omega$ :

$$\varphi(\omega) = w^0 \sum_{t=0}^{\infty} e^{-wt} L^t.$$

Это является вполне осуществимой задачей для современных ЭВМ.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. А. Л. Лурье. Абстрактная модель оптимального хозяйственного процесса и о.о. оценки. Экономика и матем. методы, 1966, вып. II, № 2.
2. В. А. Волконский. Схема оптимального перспективного планирования и оценки ресурсов. В сб. Применение математики в экономических исследованиях, т. 3. М., «Мысль», 1965.
3. С. Карлин. Математические методы в теории игр, программировании и экономике. М., «Мир», 1964.
4. В. С. Немчинов. О дальнейшем совершенствовании планирования и управления народным хозяйством. М., Экономиздат, 1963.
5. Новейшие тенденции в организации управления крупными фирмами в США. Коллектив авторов под ред. С. М. Меньшикова. М., «Наука», 1966.
6. И. А. Машинский. Народнохозяйственная трудоемкость продукции. М., «Наука», 1966.
7. В. Д. Белкин. Цены единого уровня и экономические измерения на их основе. ИЭЛ, М., 1963.
8. Л. В. Канторович. Экономический расчет наилучшего использования ресурсов. М., Изд-во АН СССР, 1959.
9. В. А. Волконский. Модель оптимального планирования и взаимосвязи экономических показателей. В сб. Модели и алгоритмы оптимального планирования. ЦЭМИ АН СССР. М., 1966.
10. В. З. Беленький. Некоторые модели оптимального планирования, основанные на схеме межотраслевого баланса. Экономика и матем. методы, 1967, т. III, вып. 4.

Поступила в редакцию  
8 X 1966