

4. Теория и методы упрощенного представления в пространстве и во времени реальных изучаемых систем.

5. Изучения свойств исходной информации, методов оценки ее совокупной погрешности и влияния на погрешность результатов.

6. Методы оптимизации экономических систем в вероятностных ситуациях и в условиях неопределенности.

7. Проблема проверки правильности решений, получаемых с помощью математических моделей.

8. Проблема создания оптимальных математических моделей экономических систем, отражающих с необходимой точностью природу и свойства этих систем.

9. Теория надежности сложных экономических систем; методы оценки народнохозяйственных ущербов от «недоотпуска» продукции и т. д.

ЛИТЕРАТУРА

1. В. Д. Моисеев. Центральные идеи и философские основы кибернетики. М., «Мысль», 1965.
2. Методы применения электронно-вычислительных машин в энергетических расчетах. СЭИ СО АН СССР. М., «Наука», 1964.
3. Методы математического моделирования в энергетике. СЭИ СО АН СССР. Иркутск, Восточно-Сибирское книжное изд-во, 1966.
4. Методика технико-экономических расчетов в энергетике. Госкомитет по науке и технике, Академия наук СССР, Мин-во энергетики и электрификации. М., 1966.

Поступила в редакцию
20 XII 1967

ОБОБЩЕННЫЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫЕ ФУНКЦИИ С ПОСТОЯННОЙ ЭЛАСТИЧНОСТЬЮ ЗАМЕЩЕНИЯ*

Я. СТАЛ, Г. ШАКОЛШАИ

(Венгрия)

Последние достижения в теории производственных функций привели к разработке новых параметров (темпы материализованного и автономного технического прогресса), а также позволили произвести числовые измерения некоторых других (эластичность замещения и пр.). Мы попытались, во-первых, обобщить прежние достижения и получить такую производственную функцию, которая дала бы возможность измерить одновременно растущую или падающую эффективность изменения масштабов производства, предельную норму и эластичность замещения, а также темп материализованного и автономного технического прогресса. Во-вторых, мы стремились применить производственную функцию к данным социалистической страны. С этой целью мы использовали несколько необычную исходную посылку, начав исследование не с предельного продукта, а с предельной нормы замещения. Вместе с тем нам пришлось разработать метод для корректирования кратковременных экономических колебаний. Эта проблема, насколько нам известно, до сих пор не разрабатывалась в социалистических странах. В-третьих, мы попытались применить производственную функцию к данным по основным отраслям венгерской экономики**, поскольку численные характеристики межотраслевых различий с точки зрения указанных параметров будут в значительной мере способствовать оптимальному распределению основных ресурсов между отраслями или по крайней мере помогут уяснить механизм распределения. Эту статью нужно рассматривать как первый шаг на пути к указанной цели.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПРЕДПОСЫЛКИ

Мы опирались на три различных направления, наметившихся в теории производственных функций за последнее время: производственные функции Солоу (материализованный и автономный технический прогресс); и метод корректирования краткосрочных экономических изменений); производственные функции Эрроу, Ченери, Минхаса и Солоу (функции с постоянной эластичностью замещения) и производственные функции ряда других авторов, пытающихся измерить растущую или убывающую

* Основой данной статьи является доклад, представленный на Объединенный Европейский Конгресс Эконометрического общества и Института по научному управлению (Варшава, сентябрь 1966 г.). Это исследование выполнено в лаборатории по обмену информации Центрального статистического управления в Будапеште на ЭВМ «Минск». При полной ответственности обоих авторов за весь текст на Я. Стал лежит основная ответственность за раздел «Вывод производственной функции» и вычислительную программу, а на д-ре Г. Шаколшаи — за остальные разделы.

** Первая попытка применить производственную функцию к данным венгерской экономики принадлежит проф. Кадасу, д-ру Карнаи и д-ру Веллишу [4, 2].

эффективность изменения масштабов производства. Мы резюмируем здесь только наиболее существенные элементы предшествующих теоретических и эмпирических исследований. Публикации, посвященные производственным функциям, рассмотрены подробно у А. Уолтерса [3].

Р. Солоу в статье, опубликованной в 1957 г. [4], пытался отделить колебания продукции, вызванные техническими изменениями, от колебаний, происходящих в результате изменения капиталовооруженности. Результат технических перемен измерялся нейтральным сдвигом функций Кобба — Дугласа с постоянной эффективностью изменения масштабов производства:

$$V(t) = e^{\epsilon t} K(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}, \quad (1)$$

где V — продукция; K и L — капитальные и трудовые затраты; ϵ — темп автономного технического прогресса и α — эластичность продукции по отношению к капиталу. Согласно оценкам, темп автономного технического прогресса был равен 1% в первой половине и 2% — во второй половине рассматриваемого периода с 1909 по 1949 год. Эти расчеты привели к поразительным выводам: 87,5% роста валовой продукции на душу явились результатом технических изменений (согласно их определению в этой работе) и только 12,5% были обеспечены за счет роста эффективности капитала.

В статье за 1959 г. [5] Солоу попытался устранить наиболее проблематичное допущение в своей модели — предположение о недостаточной связи между капиталовложениями и техническим прогрессом. Вместо этого он ввел допущение, согласно которому технический прогресс не может быть эффективен без капиталовложений, в которых он материализуется. В этом случае капитальные блага воплощают весь технический прогресс, достигнутый ко времени их ввода, однако согласно данной теории после этого дальнейший технический прогресс невозможен. Результатом таких допущений является опять-таки постоянная эффективность изменения масштабов производства для производственных функций Кобба — Дугласа:

$$V(t) = A J_\lambda(t)^\alpha L(t)^{1-\alpha}, \quad (2)$$

где $J_\lambda(t)$ представляет собой основные фонды, скорректированные на среднегодовой темп материализованного технического прогресса λ . Наиболее простое определение $J_\lambda(t)$ дано Солоу в статье за 1962 г. [6]:

$$J(t) = \sum_{v=-\infty}^t (1 + \lambda)^v B(t-v) I(v), \quad (3)$$

где $I(v)$ — валовые капиталовложения за год v , а $B(t-v)$ — пропорции капитальных благ, инвестированных за год v и все еще существующих в году t . Применение уравнения (2) к американским данным (см. [5, 6]) привело, разумеется, к иным результатам, выявляющим более существенную роль, которую увеличивающаяся эффективность капитала играет в обеспечении экономического роста. В статье за 1962 г. Солоу ввел в производственную функцию корректирующий фактор:

$$V(t) = \exp(a + bu + cu^2) V_p(t), \quad (4)$$

где $V(t)$ и $V_p(t)$ — фактическая и потенциальная продукция, а u — изменения в норме безработицы. Параметры a , b и c оценивались наряду с параметрами собственно производственной функции. Эта поправка необходима потому, что трудовые и капитальные затраты определяют только потенциальную продукцию, которая благодаря циклам и другим крат-

кросрочным колебаниям может отличаться от фактической продукции. Применение производственной функции к фактической продукции без такой поправки может, таким образом, привести к смещенным оценкам параметров. Солоу никогда не рассматривал материализованный и автономный технический прогресс в рамках одной и той же модели. Эта попытка была предпринята Интрилигейтором, который, следуя за Солоу, получил производственную функцию

$$V(t) = \exp(a + bu + cu^2) A e^{\epsilon t} J(t)^{\alpha} M(t)^{1-\alpha}, \quad (5)$$

где $M(t)$ выражает трудовые затраты, которые могут быть скорректированы на количество отработанных человеко-часов, уровень образования, распределение по возрасту, полу и другие факторы. Указанная выше функция применялась с использованием различных комбинаций временных рядов $J_{\lambda}(t)$ и $M(t)$. Материализованный технический прогресс или временные ряды трудовых затрат M , дающие наибольшее приближение, рассматривались как наилучшая оценка примененных параметров. Результаты Интрилигейтора показали, что материализованный и автономный технический прогресс могут быть оценены совместно. Наиболее вероятные оценки для материализованного и автономного технического прогресса составили соответственно 4,0 и 1,67% в год.

Во всех этих исследованиях применялась та или иная форма производственной функции Кобба — Дугласа, предполагающая, что эластичность замещения между капиталом и трудом равна единице. Эрроу, Ченери, Минхас и Солоу построили производственную функцию с постоянной эластичностью замещения [7]:

$$V(t) = \gamma [K(t)^{-\rho} + (1 - \delta)L(t)^{-\rho}]^{-1/\rho}, \quad (6)$$

где эластичность замещения $\sigma = 1 / (1 - \rho)$ постоянна, но может быть отлична от единицы. В эмпирических исследованиях, основанных на анализе международных сравнений межотраслевых выборок, эти авторы пришли к заключению, что значение σ в большинстве случаев несколько ниже единицы.

Производственные функции Кобба — Дугласа и производственные функции с постоянной эластичностью замещения имеют одно и то же свойство: и те, и другие являются линейно-однородными, т. е. предполагают постоянный эффект от изменения масштабов производства. Однако давней традицией, восходящей к Смигу и Рикардо, является признание возрастающей или убывающей эффективности, и в течение долгого времени предпринимались попытки получить числовые оценки изменения масштабов производства. Сошлемся на две последние работы Брауна и Попкина [8] и Уолтерса [9], которые, используя видоизмененные функции Кобба — Дугласа, где суммы эластичности продукции по отношению к труду и капиталу могут превышать единицу, получили веские доказательства того факта, что в современных индустриальных странах наблюдается растущая эффективность изменения масштабов производства. Согласно оценкам, эффективность изменения масштабов производства равна приблизительно 1,2 (Уолтерс) или даже 1,5 (Браун и Попкин).

Наше исследование опирается на эти результаты; мы попытались обобщить эти данные и развить теоретические предпосылки несколько дальше. В выводе нашей функции мы исходили из концепции предельной нормы замещения между капиталом и трудом.

При выводе производственной функции обычно исходят из предположения о равенстве или пропорциональности между предельным продуктом, заработной платой и нормой эффективности капиталовложений. Оставляя в стороне теоретические трудности, такое допущение можно принять для социалистической экономики в гораздо меньшей степени, чем для экономики западных стран. В социалистических странах нет конкурирующих рынков и распределение ресурсов основано на материальных балансах, а не на принципе предельной производительности. Этот факт делает еще более настоятельным применение принципа предельной нормы замещения, поскольку он отражает экономическую реальность в социалистических странах, для которых концепция предельного продукта оказывается неприемлемой.

Другой практической проблемой, вызывающей затруднения, является наличие даже в социалистических странах краткосрочных экономических колебаний определенного типа. Однако до сих пор не делалось попыток внести в исходные данные коррективы, связанные с краткосрочными колебаниями. В частности, что касается Венгрии, то в рамках рассматриваемого периода с 1950 по 1963 гг. могут быть отчетливо выделены несколько подпериодов: быстрая индустриализация в первом, застой во втором, снова быстрый рост в третьем и умеренное замедление процесса роста в четвертом. Однако во всех этих фазах развитие основных ресурсов и тем самым производственных возможностей протекало более или менее равномерно. Капиталовложения поддерживались на высоком уровне, а трудовые ресурсы в промышленности расширялись даже в годы застоя и снижения продукции. Из этого следует вывод, что существовала разница между потенциальной и действительной продукцией в течение рассматриваемого периода, и должен быть найден метод для элиминирования этих различий.

Метод, которым обычно пользуются для корректировки этих различий в капиталистических странах, основан на анализе колебаний в норме безработицы. Этот метод неприемлем для нас, поскольку полная занятость поддерживалась в Венгрии даже в периоды застоя. Мы попытались поэтому скорректировать отклонения действительной продукции от потенциальной, используя данные Ракса об экстенсивном расширении капитала. Эти данные показывают действительное количество часов, отработанных на «среднем» станке в процентах по отношению к количеству часов в год, равному 8760.

В этих данных в течение рассматриваемого периода обнаруживаются вполне отчетливые долгосрочные тенденции. Исходя из предположения, что значения уровня соответствуют потенциальной, а колебания вокруг уровня — фактической продукции, предполагая также, что тренд является параболическим, мы рассчитали процентные отклонения от значений уровня, характеризующие движение экстенсивности использования капитала. Эти отклонения показывают недоиспользование капитала в 1950 г., явившееся результатом долгосрочных сдвигов, происшедших под влиянием войны, резкий рост использования капитала в годы ускоренной индустриализации, резкий спад в следующем подпериоде и, как и ожидалось, незначительные колебания вокруг уровня в последующие годы. Сравнивая эти данные с процентными отклонениями продукции от параболического уровня, мы обнаружили высокую степень корреляции между этими рядами отклонений. Можно предполагать, таким образом, что различия между фактической и потенциальной продукцией могут быть скорректированы на основе этих данных. Мы использовали методы, разработанные Солоу [6] (это описывается ниже).

ВЫВОД ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ

Исходя из указанных выше соображений, введены следующие допущения.

1. Затраты основных ресурсов определяют потенциальную продукцию, которая может отличаться от фактической. Эта разница может быть скорректирована с помощью уравнения

$$V(t) = \Phi(u(t)) V_p(t), \tag{7}$$

где $V(t)$ и $V_p(t)$ выражают соответственно фактическую и потенциальную продукцию; u — динамический ряд, на котором основана корректировка, и $\Phi(u) = \exp(a + bu + cu^2)$.

2. Отношение между потенциальной продукцией и затратами может быть выражено функцией

$$V_p(K(t), L(t)) = e^{\varepsilon t} V_{p'}(K(t), L(t)), \tag{8}$$

где ε является темпом автономного нейтрального технического прогресса, а $K(t)$ и $L(t)$ — соответственно капитальными и трудовыми затратами. Функция $V_{p'}(K(t), L(t))$ является однородной степени μ , непрерывной и дважды дифференцируемой.

3. Возможно сбережение труда посредством использования большего количества капитала, и это замещение может быть описано как движение вдоль изоквант $V_{p'}(K(t), L(t)) = V_p$, где V_p есть произвольное фиксированное число. В данном случае есть только одна дифференцируемая функция $K = K_{V_{p'}}(L)$, для которой $V_{p'}(K(L), L) = V_p$. Обозначим предельную норму замещения между трудом и капиталом через

$$\eta_{V_p} = -dK_{V_p}(L)/dL.$$

4. Эластичность замещения между капиталом и трудом σ является постоянной (из-за предположения об однородности — одной и той же постоянной для каждой изокванты), другими словами:

$$\frac{\eta}{K/L} \frac{d(K/L)}{d\eta} = \sigma = \text{const.}$$

Исходя из приведенного выше предположения, обозначим через $K^* = K(t^*)$, $L^* = L(t^*)$ и $V^{**} = V_p$, (K^*, L^*) капитал, труд и продукцию соответственно в произвольной точке времени t^* . На этой изокванте в силу п. 4 предельная норма замещения

$$\eta = \frac{\eta^*}{(K^*/L^*)^{1/\sigma}} \left(\frac{K}{L}\right)^{1/\sigma}, \quad \text{где } \eta^* = -\left.\frac{dK}{dL}\right|_{(K^*, L^*)}.$$

Подставляя $\eta = -dK/dL$ и еще раз интегрируя, для уравнения изокванты $V_{p'}(K, L) = V^{**}$ получаем

$$K^{1-1/\sigma} + \frac{\eta^*}{(K^*/L^*)^{1/\sigma}} L^{1-1/\sigma} = K^{*1-1/\sigma} + \frac{\eta^*}{(K^*/L^*)^{1/\sigma}} L^{*1-1/\sigma}, \tag{9a}$$

если $\sigma \neq 1$, и

$$\log K + \frac{\eta^*}{K^*/L^*} \log L = \log K^* + \frac{\eta^*}{K^*/L^*} \log L^*, \tag{9b}$$

если $\sigma = 1$, т. е. соответственно

$$K^{*1/\sigma} K^{1-1/\sigma} + \eta^* L^{*1/\sigma} L^{1-1/\sigma} = K^* + \eta^* L^*, \tag{10a}$$

ИЛИ

$$KL\eta^*L^*/K^* = K^*L^*\eta^*L^*/K^* \quad (106)$$

Допустим теперь, что (V_p, K, L) являются произвольными точками на поверхности, где $V_p - V_p(K, L) = 0$. Благодаря допущению однородности $((V^{**}/V_p)^{1/\mu}K, (V^{**}/V_p)^{1/\mu}L)$ является точкой на изокванте $V_p(K, L) = V^{**}$ и, следовательно,

$$K^{*1/\sigma} \left(\left(\frac{V^{**}}{V_p} \right)^{1/\mu} K \right)^{1-1/\sigma} + \eta^*L^{*1/\sigma} \left(\left(\frac{V^{**}}{V_p} \right)^{1/\mu} L \right)^{1-1/\sigma} = K^* + \eta^*L^* \quad (11a)$$

ИЛИ

$$\left(\frac{V^{**}}{V_p} \right)^{1/\mu} K \left(\left(\frac{V^{**}}{V_p} \right)^{1/\mu} \right)^{\eta^*L^*/K^*} = K^*L^*\eta^*L^*/K^* \quad (116)$$

И ОТСЮДА

$$V_p(K, L) = V^{**} \left(\frac{K^{*1/\sigma} K^{1-1/\sigma} + \eta^*L^{*1/\sigma} L^{1-1/\sigma}}{K^* + \eta^*L^*} \right)^{\mu/(1-1/\sigma)} \quad (12a)$$

ИЛИ

$$V_p(K, L) = V^{**} \left(\frac{KL\eta^*L^*/K^*}{K^*L^*\eta^*L^*/K^*} \right)^{\mu K^*/(K^* + \eta^*L^*)} \quad (126)$$

Если мы обозначим $V_p(K^*, L^*) = V^*$, то получим

$$V(t) = \exp \{ a + bu(t) + cu^2(t) \} \vee$$

$$\times \exp[\varepsilon(t - t^*)] V^* \left(\frac{K^{*1/\sigma} K(t)^{1-1/\sigma} + \eta^*L^{*1/\sigma} L(t)^{1-1/\sigma}}{K^* + \eta^*L^*} \right)^{\mu/(1-1/\sigma)}, \quad (13a)$$

если $\sigma \neq 1$, и

$$V(t) = \exp [a + bu(t) + cu^2(t)] \times \\ \times \exp [\varepsilon(t - t^*)] V^* \left(\frac{K(t)L(t)\eta^*L^*/K^*}{K^*L^*\eta^*L^*/K^*} \right)^{\mu K^*/(K^* + \eta^*L^*)}, \quad (136)$$

если $\sigma = 1$.

Легко показать, что (13a) может быть сведено к обобщенной форме производственной функции с постоянной эластичностью замещения (6), т. е. к форме:

$$V(t) = \exp [a + bu + cu^2] \exp [\varepsilon(t - t^*)] \gamma (\delta K^{-\rho} + (1 - \delta)L^{-\rho})^{-\mu/\rho}, \quad (14a)$$

где

$$\rho = \left(\frac{1}{\sigma} \right) - 1, \quad \delta = \frac{K^{*1/\sigma}}{K^{*1/\sigma} + \eta^*L^{*1/\sigma}}, \quad \left(\gamma = V^* \frac{K^{*1/\sigma} + \eta^*L^{*1/\sigma}}{K^* + \eta^*L^*} \right)^{\mu/(1-1/\sigma)}.$$

Подобно этому можно показать, что (136) может быть сведено к обобщенной форме производственной функции Кобба — Дугласа (1), т. е. к форме

$$V(t) = \exp [a + bu(t) + cu^2(t)] \exp [\varepsilon(t - t^*)] AK(t)^{\alpha} L(t)^{\mu(1-\alpha)}, \quad (146)$$

где

$$\alpha = \frac{K^*}{K^* + \eta^*L^*}, \quad A = V^* \left(\frac{L^{*(\alpha-1)}}{K^{*\alpha}} \right)^{\mu}.$$

Легко также показать, что (13а) и (13б) удовлетворяют условиям, сформулированным в пп. 1—4.

Для фиксированных V^* , K^* , L^* , η^* и σ можно вычислить по принципу наименьших квадратов оценки для a , b , c , ε и μ из уравнения

$$\log \frac{V(t)}{V^*} = a + bu(t) + cu^2(t) + \varepsilon(t - t^*) + \frac{1}{1 - 1/\sigma} \log \left(\frac{K^{*1/\sigma} K(t)^{1-1/\sigma} + \eta^* L^{*1/\sigma} L(t)^{1-1/\sigma}}{K^* + \eta^* L^*} \right) \mu \quad (15a)$$

или для фиксированных V^* , K^* , L^* оценить a/μ , b/μ , c/μ , ε/μ , $1/\mu$ и $1/(K^* + \eta^* L^*)$ (и тем самым a , b , c , ε , μ и η) из

$$\log \frac{L(t)}{L^*} = \frac{1}{\mu} \log \frac{V^*}{V(t)} + \frac{a}{\mu} + \frac{b}{\mu} u(t) + \frac{c}{\mu} u^2(t) + \frac{\varepsilon}{\mu} (t - t^*) + \frac{1}{K^* + \eta^* L^*} K^* \log \frac{K(t)L^*}{K^*L(t)}. \quad (15b)$$

Фактически расчеты производились по уравнению (15а), отправляясь от значений V^* , K^* , L^* за базисный год t^* . Параметрам η и σ придавались различные значения, и те, которые давали наилучшее приближение, рассматривались как наиболее вероятные значения этих параметров. Можно также включить различные J_λ ряды капитала, т. е. ряды, скорректированные на разные темпы материализованного технического прогресса так же, как и различные ряды затрат труда, скорректированные на разницу в образовательном уровне, возрастной структуре и других показателях трудовых ресурсов. В этом случае материализованный технический прогресс λ или затраты труда M , дающие наибольшую точность приближения, можно рассматривать как наилучшие оценки параметров. В данной работе, однако, эти возможности реализованы в ограниченном объеме. Кроме того, были проделаны также контрольные расчеты для установления, в какой мере результаты зависят от выбора года, принятого за базу.

ПРИМЕНЕНИЕ ФУНКЦИИ К АМЕРИКАНСКИМ ДАННЫМ

Сначала вкратце охарактеризуем наши попытки применить выведенную в предыдущем разделе производственную функцию к американским данным. Эти расчеты были проделаны лишь для того, чтобы испытать приемлемость нашего метода на тех временных рядах, которые уже служили базой для аналогичных исследований. Проверка стала неизбежной, так как применение указанной функции к венгерским данным приводит к смещенным оценкам некоторых параметров. Вновь отметим, что мы не пытались детально проанализировать эти результаты.

Чтобы сделать наши выводы как можно более сравнимыми с выводами Интрилигейтора, мы воспользовались без каких-либо изменений опубликованными им данными [10]. Он использовал данные министерства торговли о валовом национальном продукте [11]; несколько рядов по трудовым ресурсам, часть из которых взвешена по количеству отработанных человеко-часов, уровню образования и распределению по полу и возрасту; некоторые ряды по капиталу, вычисленные с различными темпами материализованного технического прогресса (они основаны на рядах эффективности капитала Аттье [12]), а также нормы безработи-

цы, рассчитанные на базе рядов о полной занятости и количестве отработанных человеко-часов Ноулса [13]. Его расчеты сделаны со всеми возможными комбинациями приведенных выше рядов по труду и капиталу. Наилучшие результаты получены при сочетании невзвешенных рядов по труду Ноулса [13] и рядов по капиталу, предполагающих среднегодовой темп материализованного технического прогресса, равный 4%. Поэтому мы использовали только эти ряды по труду и ряды по капиталу, предполагающие среднегодовой темп материализованного технического прогресса, равный 3, 4 и 5%. Некоторые предварительные расчеты, не приведенные здесь, показывают, однако, что остальные ряды Интрилигейтора по капиталу и труду приводят к худшим результатам и в нашем исследовании.

Мерой точности приближения служила сумма квадратических отклонений, поскольку этот показатель обладает значительной «отзывчивостью». Величины η^* и σ имеют тенденцию к минимуму, а результаты других наших расчетов, не приведенных в этой работе, показывают, что этот минимум не может быть локальным. В наших расчетах мы рассматривали в качестве базисного 1930 г., который представляется как средняя величина за предыдущий год резкого бума и за последующий год глубокого спада. Результаты обработки венгерских данных показывают, что выбор различных базисных лет практически ведет к одним и тем же результатам.

Оценки значений параметров, коэффициенты детерминации и коэффициенты Дарбин — Уотсона были получены для 3, 4 и 5% темпов роста технического прогресса, материализованного в капитале.

Наилучшее приближение получено с $\lambda = 5\%$, $\sigma = 0,8$ и $\eta^* = 11$. Последнее означает, что один процент увеличения трудовых затрат эквивалентен 11% — росту эффективности капитала. С приведенными выше значениями остальных параметров мы получили для ϵ и μ 1,40 и 1,52% соответственно. Точность приближения высока, и последние два параметра показывают высокий уровень значимости. Нужно упомянуть, однако, что практически та же точность приближения получается с другими (и не очень отличающимися) комбинациями приведенных параметров.

Не пытаясь тщательно проанализировать эти результаты, мы, тем не менее, можем утверждать, что наши выводы чрезвычайно близки к выводам, полученным другими исследователями. Для темпов роста материализованного технического прогресса мы получили практически те же самые значения, что Солоу и Интрилигейтор. Что касается автономного технического прогресса, наши оценки несколько выше (по-видимому, даже выше, чем 5% за год, но, поскольку у нас не было соответствующих рядов по капиталу с $\lambda > 5\%$ за год, эта возможность не могла быть проверена). Оценки эффективности от изменения масштабов производства хорошо согласуются с оценками, которые получили Браун, Попкин и Уолтерс, а оценки эластичности замещения — с оценками Эрроу, Ченери, Минхаса и Солоу. Учитывая, что ряды по капиталу воплощают технический прогресс, несколько затруднительно интерпретировать предельные нормы замещения, но они, по-видимому, вполне сравнимы с величиной 0,1383, т. е. с лучшей оценкой, полученной Интрилигейтором для эластичности продукции по отношению к капиталу и рассчитанной с 4%-ным среднегодовым темпом материализованного технического прогресса. Эти результаты, по-видимому, говорят о приемлемости метода, описанного и примененного в нашей работе.

**ПРИМЕНЕНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ
К ВЕНГЕРСКИМ ДАННЫМ**

В конечном счете наша задача заключалась в том, чтобы применить нашу функцию к венгерским данным и, если удастся, — к основным отраслям венгерской экономики. В этой первой работе, однако, мы использовали данные только по двум отраслям: добывающей промышленности и машиностроению. Исходные данные были частично получены из официальных публикаций ЦСУ ВНР, частично — из временных рядов, составленных и опубликованных Рашем. Учитывая, что наиболее проблематичные данные — ряды по капиталу и ряды по экстенсивному использованию капитала — были заимствованы из его работ, наше исследование оказалось возможным, в конечном счете, благодаря его трудам.

Таблица 1

Исходные данные по добывающей промышленности и машиностроению Венгрии

Год	Добывающая промышленность				Машиностроение			
	1	2	3	4	1	2	3	4
1950	4832677	2200000	75373	-0,0694	5405710	2410000	197444	--0,1588
1951	5487057	2660000	85349	-0,0106	7773203	3370000	257980	--0,0452
1952	6269659	3430000	97813	0,0629	10176628	4250000	300528	0,1302
1953	6853294	4220000	114437	0,0657	11965223	4700000	321796	0,1168
1954	6950567	5100000	121818	0,0626	10535977	4650000	305393	0,0190
1955	7215855	5850000	122871	0,0019	10975108	4800000	291275	--0,0045
1956	6610113	6160000	125520	-0,0930	10184612	4700000	298426	--0,0829
1957	6641063	6950000	128995	-0,0419	11438226	5000000	274642	--0,1084
1958	7684532	7950000	135021	-0,0032	13586137	5700000	286204	-0,0319
1959	8007300	9350000	141299	0,0166	15610284	6200000	312053	0,0106
1960	8361019	10200000	145007	-0,0138	18488004	7050000	343433	0,0441
1961	8785481	11200000	149086	0,0011	21031963	7750000	350136	0,0101
1962	8891596	11200000	150187	--0,0200	23579114	8150000	379938	--0,0006
1963	9355852	12200000	154094	0,0417	25040333	9050000	397289	0,0113

1 — чистая продукция, рассчитанная из чистой продукции за 1964 г. по данным ЦСУ [15] с индексами чистой продукции ЦСУ [14]; 2 — ряды эффективного капитала Раша [16]; 3 — средняя годовая численность занятых по данным ЦСУ [15]; 4 — экстенсивное использование капитала, процентные отклонения от значений параболического уровня, рассчитанные из рядов Раша [16].

Эти данные сведены в табл. 1. Ряды, в которых представлена стоимость, добавленная обработкой, рассчитаны на базе индексов чистой продукции ЦСУ ВНР [14]. Отправной точкой служат данные о чистой продукции за 1964 г. Данные о чистой продукции были получены из цифр о валовой продукции ЦСУ ВНР путем вычитания стоимости потребленных материалов (плюс часть рубрики «остальная стоимость») [15]. Приведенные выше индексы чистой продукции не являются индексами чистой продукции в собственном смысле этого слова. Они построены из индексов продукции, как правило, в натуральном выражении, но они исключают двойной счет, который возможен из-за суммирования валовой продукции предприятий (индексы валовой продукции).

Временные ряды по капиталу (основным производственным фондам) относятся к капиталу-брутто и были составлены и опубликованы Рашем [16]. За 1956—1963 гг. он основывался на данных ЦСУ, полученных из балансов предприятий и пересчитанных в единые цены; эти данные не скорректированы на изменения в качестве продукции и другие побочные факторы. Основой для расчета рядов за 1950—1955 гг. послужили данные о величине капитала на 1-е января 1956 г., из которых последовательно исключены валовые капиталовложения и добавлены оценочные

данные о стоимости списанного оборудования. Это тот же самый метод, который применен Голдсмитом [17] и Винским [18]. Перемножив эти ряды капитала на параметры экстенсивного использования капитала, Раш получил ряды эффективности капитала, которые были использованы для наших расчетов.

Ряды по труду отображают данные ЦСУ о среднегодовой численности занятых. Они не скорректированы на изменения в длительности средней рабочей недели, которые в рассматриваемый период были весьма незначительны. Ряды по экстенсивному использованию капитала составлены и опубликованы Рашем [16]. Данные за 1958—1963 гг. основаны на числе рабочих мест, которые могут быть заполнены одновременно, и на количестве отработанных человеко-часов. И те, и другие данные собраны ЦСУ. Данные за 1950—1957 гг. рассчитаны Рашем с помощью приближенного метода, основанного на различиях в использовании капитала в разные смены.

Мы уже упоминали, что между отклонениями экстенсивного использования капитала и отклонениями чистой продукции от соответствующих расчетных уровней мы обнаружили высокую степень корреляции. Несмотря на это, следует отметить, что ряды, используя которые мы пытались скорректировать различия между фактической и потенциальной продукцией, содержат ряд недостатков. Тенденции экстенсивного использования капитала нельзя признать приемлемыми по нескольким причинам. С одной стороны, теоретические соображения говорят о том, что значения уровня должны стремиться к определенному пределу, поскольку экстенсивное использование капитала не может ни вырасти, ни упасть за пределы значений, лежащих между 0 и 1. Исходя из сказанного, линия уровня должна быть выпуклой или вогнутой вниз в зависимости от того, растет она или убывает. Однако метод наименьших квадратов приводит к кривизне противоположного характера. С другой стороны, результаты некоторых других исследователей показывают, что экстенсивное использование капитала понизилось после 1963 г.—последнего года, охваченного нашими данными. Поэтому правдоподобно, что значения уровня, вычисленные для последних лет, лежат несколько выше действительных значений. Учитывая, однако, вспомогательный характер этих поправок, мы не делали попыток усовершенствовать этот метод в наших экспериментальных расчетах.

Несмотря на эти недостатки, по нашему мнению, гораздо более целесообразно внести такие поправки, чем не делать никаких поправок совсем. Попытки решить эту проблему путем исключения экстраординарных лет, как это неоднократно пытались сделать, мы считаем неприемлемыми, поскольку исключение одних экстраординарных лет превращает в экстраординарные другие годы.

Результаты подытожены в табл. 2, 3. В обоих случаях в качестве базисных лет были выбраны два года: 1951 и 1961 гг.— для добывающей промышленности и 1951 и 1962 гг.— для машиностроения. Наименьшие отклонения в каждом случае соответствуют $\sigma = \infty$, что практически то же самое, что и $\sigma = 100$. Наилучшие оценки для η^* равны приблизительно 175 000 в добывающей промышленности и 25000 — в машиностроении. Практическое значение этих результатов таково. Согласно этим результатам, для замещения одного рабочего в венгерской добывающей промышленности нужно в семь раз больше капиталовложений, выраженных в единицах эффективности капитала, чем в машиностроении. Учитывая, что норма экстенсивного использования капитала в добывающей промышленности выше, чем в машиностроении, эта разница меньше в обычных единицах капитала, чем в единицах эффективности рядов по капи-

Таблица 2

Оценки регрессии по добывающей промышленности Венгрии

η	σ	5	20	100
Базисный год 1951				
150	r	0,9820		0,9822
	δ	2,2977		2,3073
	a	0,0077 (0,0171)		0,0075 (0,0171)
	b	0,8939 (0,1616)		0,8906 (0,1614)
	c	-1,2547 (3,1154)		-1,2291 (3,1036)
	ε	0,0194 (0,0068)		0,0185 (0,0070)
	μ	0,3336 (0,0946)		0,3402 (0,0959)
	D	455 711 400 000		452 779 800 000
175	r	0,9821	0,9821	0,9822
	δ	2,2922	2,2991	2,3011
	a	0,0080 (0,1707)	0,0078 (0,1705)	0,0078 (0,1707)
	b	0,8911 (0,1620)	0,8885 (0,1618)	0,8878 (0,1618)
	c	-1,3271 (3,1206)	-1,3108 (3,1117)	-1,3063 (3,1092)
	ε	0,0200 (0,0067)	0,0193 (0,0068)	0,0191 (0,0068)
	μ	0,3353 (0,0951)	0,3403 (0,0961)	0,3417 (0,0963)
	D	455 576 300 000	453 309 300 000	452 676 200 000
200	r	0,9820		0,9822
	δ	2,2876		2,2959
	a	0,0083 (0,0171)		0,0080 (0,0170)
	b	0,8890 (0,1623)		0,8857 (0,1621)
	c	-1,3842 (3,1253)		-1,3673 (3,1143)
	ε	0,0205 (0,0065)		0,0197 (0,0067)
	μ	0,3365 (0,0955)		0,3425 (0,0966)
	D	455 615 800 000		452 784 700 000
Базисный год 1961				
150	r	0,9820		0,9822
	δ	2,3044		2,3076
	a	0,0151 (0,0103)		0,0149 (0,0103)
	b	0,8977 (0,1612)		0,8908 (0,1614)
	c	-1,1640 (3,1100)		-1,2244 (3,1032)
	ε	0,0187 (0,0070)		0,0184 (0,0070)
	μ	0,3311 (0,0939)		0,3401 (0,0959)
	D	456 143 300 000		452 793 800 000
175	r		0,9821	0,9822
	δ		2,3008	2,3014
	a		0,0153 (0,0103)	0,0153 (0,0103)
	b		0,8893 (0,1617)	0,8879 (0,1617)
	c		-1,2898 (3,1100)	-1,3021 (3,1088)
	ε		0,0191 (0,0069)	0,0191 (0,0069)
	μ		0,3399 (0,0960)	0,3416 (0,0963)
	D		453 313 900 000	452 677 100 000
225	r	0,9821		
	δ	2,2896		
	a	0,0160 (0,0103)		
	b	0,8898 (0,1621)		
	c	-1,3599 (3,1232)		
	ε	0,0202 (0,0066)		
	μ	0,3360 (0,0954)		
	D	455 584 000 000		
250	r	0,9820		0,9821
	δ	2,2861		2,2882
	a	0,0162 (0,0103)		0,0160 (0,0103)
	b	0,8883 (0,1624)		0,8830 (0,1625)
	c	-1,4032 (3,1269)		-1,4535 (3,1228)
	ε	0,0206 (0,0065)		0,0205 (0,0065)
	μ	0,3368 (0,0956)		0,3433 (0,0970)
	D	455 657 500 000		453 248 400 000

r — коэффициент детерминации; δ — статистика Дарбина-Уотсона; a — параметры, полученные для корректирования отклонений действительной и потенциальной продукции; b — среднегодовой темп автономного технического прогресса; c — степень однородности; ε — сумма квадратических отклонений; μ — эластичность замещения между капиталом и трудом; D — предельная норма замещения между капиталом и трудом.

Таблица 3

Оценки регрессии по машиностроению Венгрии

τ	σ	5	20	100
Базисный год 1951				
20	r	0,9931		0,9932
	δ	1,9869		2,0000
	a	-0,0681 (0,0251)		-0,0674 (0,0250)
	b	1,0994 (0,2915)		1,0839 (0,2927)
	c	3,3510 (1,5728)		3,3362 (1,5643)
	e	0,0709 (0,0128)		0,0698 (0,0130)
	μ	0,5633		0,5763 (0,2271)
D	3 609 356 000 000		3 571 976 000 000	
25	r	0,9931	0,9932	0,9932
	δ	2,0202	1,9972	2,0337
	a	-0,0677 (0,0251)	-0,0675 (0,0250)	-0,0670 (0,0250)
	b	1,1188 (0,2859)	1,0872 (0,2925)	1,1045 (0,2870)
	c	3,3272 (1,5754)	3,3394 (1,5661)	3,3124 (1,5674)
	e	0,0731 (0,0120)	0,0700 (0,0129)	0,0721 (0,0122)
	μ	0,5484 (0,2211)	0,5736 (0,2268)	0,5605 (0,2223)
D	3 600 175 000 000	3 579 793 000 000	3 564 372 000 000	
30	r	0,9931		0,9932
	δ	2,0426		2,0560
	a	-0,0675 (0,0252)		-0,0608 (0,0251)
	b	1,1353 (0,2816)		1,1221 (0,2826)
	c	3,3106 (1,5785)		3,2961 (1,5716)
	e	0,0748 (0,0114)		0,0739 (0,0115)
	μ	0,5356 (0,2174)		0,5467 (0,2186)
D	3 600 721 000 000		3 566 751 000 000	
Базисный год 1962				
20	r	0,9931		0,9932
	δ	1,9701		1,9992
	a	-0,0566 (0,0153)		-0,0560 (0,0153)
	b	1,0913 (0,2940)		1,0835 (0,2928)
	c	3,3628 (1,5722)		3,3368 (1,5643)
	e	0,0699 (0,0131)		0,0697 (0,0130)
	μ	0,5694 (0,2278)		0,5767 (0,2271)
D	3 617 601 000 000		3 572 325 000 000	
25	r		0,9932	0,9932
	δ		2,0274	2,0330
	a		-0,0551 (0,0154)	-0,0550 (0,0154)
	b		1,1052 (0,2874)	1,1041 (0,2871)
	c		3,3180 (1,5687)	3,3129 (1,5673)
	e		0,0721 (0,0122)	0,0721 (0,0122)
	μ		0,5597 (0,2226)	0,5608 (0,2224)
D		3 572 135 000 000	3 564 373 000 000	
30	r	0,9931		
	δ	2,0309		
	a	-0,0548 (0,0156)		
	b	1,1263 (0,2839)		
	c	3,3193 (1,5767)		
	e	0,0739 (0,0117)		
	μ	0,5426 (0,2194)		
D	3 599 662 000 000			
35	r	0,9931		0,9932
	δ	2,0485		2,0710
	a	-0,0542 (0,0157)		-0,0538 (0,0157)
	b	1,1402 (0,2803)		1,1365 (0,2792)
	c	3,3061 (1,5796)		3,2850 (1,5745)
	e	0,0753 (0,0112)		0,0754 (0,0111)
	μ	0,5318 (0,2163)		0,5354 (0,2156)
D	3 602 013 000 000		3 573 068 000 000	

талу, использованных в этой работе. Чрезвычайно высокое значение эластичности замещения предполагает в то же время, что предельная норма замещения, т. е. количество капиталовложений, необходимое для замены одного рабочего, не меняется, если отношение капитала к труду растет.

Показатели точности приближения и другие параметры представлены в табл. 2, 3. В обоих случаях различные базисные годы привели практически к одним и тем же результатам. Из этого, по-видимому, следует, что базисный год в этих расчетах может быть выбран произвольно.

Что касается других параметров, прежде всего нужно подчеркнуть, что величина параметра ϵ в обоих случаях равна приблизительно единице и отлична от нуля на очень высоком уровне значимости. Этот результат в значительной степени подтверждает нашу точку зрения, согласно которой в эти расчеты должны быть введены поправки на краткосрочные экономические изменения. Из этого следует, что 1% падения или роста нормы экстенсивного использования капитала указывает (но отнюдь не обязательно является причиной) на то, что имеет место 1%-ное падение или рост продукции сверх того падения или роста, которые произошли в результате изменений капитала, связанных с изменениями в экстенсивности его использования.

Важность этих выводов в значительной мере снижается из-за того, что значения ϵ и μ нельзя рассматривать как приемлемые. Значения ϵ слишком велики, тогда как значения μ чрезвычайно малы. 7%-ный среднегодовой темп автономного технического прогресса (или даже 2%-ный рост в добывающей промышленности) так же, как и эффективность изменения масштабов производства, равная 0,34 или 0,56, противоречат как теоретическим, так и практическим соображениям. Мы вынуждены поэтому предположить, что эти два параметра в значительной степени компенсируют друг друга. Следует также отметить, что в результате анализа межотраслевых выборок один из авторов этой статьи совершенно определенно указал на то, что в венгерской обрабатывающей промышленности преобладает постепенное увеличение эффективности от изменения масштабов производства [19].

Эти результаты объясняются долгосрочным характером капиталовложений и политики в отношении трудовых ресурсов в социалистических странах, отсутствием возможности внести достаточно удовлетворительные коррективы, связанные с краткосрочными экономическими колебаниями, а также нехваткой данных о трудовых ресурсах, взвешенных по изменениям в средней продолжительности рабочей недели. Поэтому основные ресурсы (согласно расчетам данной работы) продолжали расти даже в годы застоя или снижения продукции, что приводит к занижению эффективности от изменения масштабов производства, а это, в свою очередь, приводит к завышению темпов автономного технического прогресса. Можно надеяться, что на последующих стадиях нашей работы благодаря использованию более точных данных или, по крайней мере, независимых оценок для μ мы сможем получить более точные результаты.

Можно упомянуть, что мы обнаружили межотраслевые различия также для ϵ и μ , и эти расхождения делают межотраслевые различия в эффективности капиталовложений еще более отчетливыми. Мы надеемся, что такие и подобные им результаты могут быть весьма эффективно использованы в планировании экономического развития страны.

ЛИТЕРАТУРА

1. K. Kádás. Az emberi munka termelékenységeinek statisztikai vizsgálatá a magyar gyáriparban. A Cobb — Douglas — fele statisztikai törvény kiegészítése. Magyar Statisztikai Szemle, 1944, N 7—8.

2. J. Kornai, P. Wellisch. A kalkulatic Kamatlab es bertarifa a husszulejaratu gazdasagossagi szamitasokban. Közgazdasági Szemle, 1964, № 1.
3. A. A. Walters. Production and Cost Functions: An Econometric Survey. *Econometrica*, 1963, v. 31.
4. R. M. Solow. Technological Change and the Aggregate Production Function. *Rev. Econ. and Statist.*, 1957, v. 39.
5. R. M. Solow. Investment and Technical Progress. *Mathematical Methods in the Social Sciences*, Stanford, 1960.
6. R. M. Solow. Technical Progress, Capital Formation, and Economic Growth. *Amer. Econ. Rev.*, 1962, v. 52.
7. K. J. Arrow, H. B. Chenery, B. S. Minhas, R. M. Solow. Capital — Labor Substitution and Economic Efficiency. *Rev. Econ. and Statist.*, 1961, v. 43.
8. M. Brown, J. Popkin. A Measure of Technological Change and Returns to Scale. *Rev. Econ. and Statist.*, 1962, v. 44.
9. A. A. Walters. A Note on Economies of Scale. *Rev. Econ. and Statist.*, 1963, v. 45.
10. M. D. Intriligator. Embodied Technical Change and Productivity in the United States 1929—1958. *Rev. Econ. and Statist.*, 1965, v. 47.
11. Income and Output. U. S. Department of Commerce. OBE, Washington, 1958.
12. R. Attiyh. Effective Capital Series (статья не опубликована; данные заимствованы из работы [10].)
13. J. M. Knowles. The Potential Economic Growth in the U. S. Joint Economic Committee Study Paper 20, Washington, 1960.
14. Ipari adattár. Központi Statisztikai Hivatal. Budapest, 1966.
15. Statisztikai Evkonyv, 1964. Központi Statisztikai Hivatal. Budapest, 1965.
16. L. Rácz. Az állóalapok és a termelés összefüggése a magyar iparban. Budapest, 1966.
17. R. Goldsmith. A Perpetual Inventory of National Wealth. *Studies of Income and Wealth*, 1953, v. XIV (N. Y.).
18. I. Vinski. National Product and Fixed Assets in the Territory of Yugoslavia, 1909—1959. *Income and Wealth Series*, v. IX (London).
19. Gy. Szakolczai. A beruházási struktúra és a növekedési ütem összefüggése. Budapest, 1966, szeptember.

Поступила в редакцию
3 III 1967

КАЛЕНДАРНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ ПОСТАВОК

Э. Б. ФИГУРНОВ

(Москва)

1. ПОСТАНОВКА ВОПРОСА

Оптимальный план производства должен решать одновременно и вопросы наилучших способов движения товаров и пребывания их в запасе с момента выпуска поставщиком до момента использования у потребителя. Теоретическая и техническая сложность составления в настоящее время оптимального плана ставит задачу поэтапной разработки допустимого плана, достаточно близкого к оптимальному.

Поскольку издержки общества на подготовку товаров к поставке (расходы на упаковку, хранение готовой продукции, погрузку и др.), а также расходы с момента получения товара потребителем до момента запуска в производство (выгрузка, приемка, подготовка к производству, хранение в запасе) мало зависят от прикрепления поставщиков к потребителям, задачу оптимизации плана производства и задачи календарного планирования издержек можно решать независимо от задачи календарного планирования поставок. Решение этих задач дает возможность решать задачу календарного планирования поставок, исходя из заданных объемов производства и заданного прикрепления поставщиков к потребителям.

Рациональная организация поставок зависит от большого числа факторов, часть которых носит нелинейный и вероятностный характер. Многие из них по-разному влияют на издержки поставщика, потребителя и транспортной организации. Так, при росте размера поставки увеличиваются издержки хранения товара у поставщика и потребителя. К этим издержкам следует отнести оплату работников складов, расходы по текущему содержанию и ремонту складов, амортизацию складских основных средств, издержки, связанные с естественной убылью и порчей товара при хранении. Увеличение размера поставки приводит к росту омертвленных оборотных средств. Вместе с тем рост размера поставок во многих случаях сокращает расходы общества на доставку товаров. Уменьшаются также некоторые виды издержек снабжения у поставщика и потребителя. Это издержки, связанные пропорционально числу поставок, а именно расходы по лабораторному испытанию каждой партии поставленного товара, канцелярские расходы по оформлению поставки (выписка счетов и т. п.), почтово-телеграфные расходы на извещение о прибытии груза, заработная плата лиц, выполняющих эти работы, частично расходы на командировки по заготовке материалов, штрафы за простой вагонов и др.

Однако главная трудность задачи календарного планирования поставок в том, что она имеет исключительно большую размерность. В СССР не менее 100 тыс. потребителей (предприятий, организаций, снабженческих баз), каждый из которых связан, допустим, со 100 поставщиками. В году 365 дней. Поэтому задача определения размеров и дат поставок, минимизирующая затраты общества по сбыту, транспортировке и снабжению,