

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ПОСТАНОВКА КЛАССА ЗАДАЧ «ПРЯМЫХ ПЛАНОВЫХ РАСЧЕТОВ»

В. С. ПРОСКУРОВ

(Москва)

Вопросы создания автоматизированной системы плановых расчетов рассмотрены в [1]. В [2] сделана попытка выделить и сформулировать класс расчетов под названием «прямые плановые расчеты», которые занимают значительное место в АСПР. В данной статье дается дальнейшее уточнение класса прямых плановых расчетов. Отличительной чертой настоящей постановки является стремление свести до минимума исходную информацию, а требования к гибкости и полноте расширить до практических требований, выдвигаемых плановыми расчетами.

Создание автоматизированной системы плановых расчетов (АСПР) требует детального представления о схеме и последовательности разработки народнохозяйственного плана. На первом этапе (разработка АСПР для центрального планового органа) наибольший интерес представляет организация разработки плана в Госплане СССР.

Очевидно, в настоящее время преждевременно говорить о полной и детальной схеме. Отсутствие необходимой информации и сложность ее получения позволяют наметить лишь принципиальные контуры такой схемы. Однако для первого этапа даже принципиальная схема представляет большой интерес. Естественно, что для получения стилизованной схемы приходится отбрасывать второстепенные, несущественные детали, имея в виду, что при их учете может произойти и некоторое изменение принципиальной схемы.

Практика народнохозяйственного планирования выработала два основных типа плана — текущий (годовой) и перспективный (пятилетний). Различные модификации: двух-, трех- и семилетние планы оказались нежизненными. Мы не рассматриваем здесь разработку плановых показателей на более длительную перспективу — 15—20 лет, которые носят программный, прогнозный характер, хотя их значение, особенно в настоящее время, трудно переоценить.

Рассматривая общую схему разработки плана, удобнее сначала остановиться на схеме пятилетнего плана.

Первым шагом при разработке плана является определение уровня синтетического показателя, достижение которого возможно за рассматриваемый период. Таким показателем является объем национального дохода. Вторым шагом является определение фонда потребления и накопления. Третьим — распределение накопления по конкретным сферам и отраслям и т. д.

Таким образом, можно заметить, что основным типом движения информации является движение сверху вниз от более агрегированных показателей к менее агрегированным, а основным действием — разбиение (см.

схему):

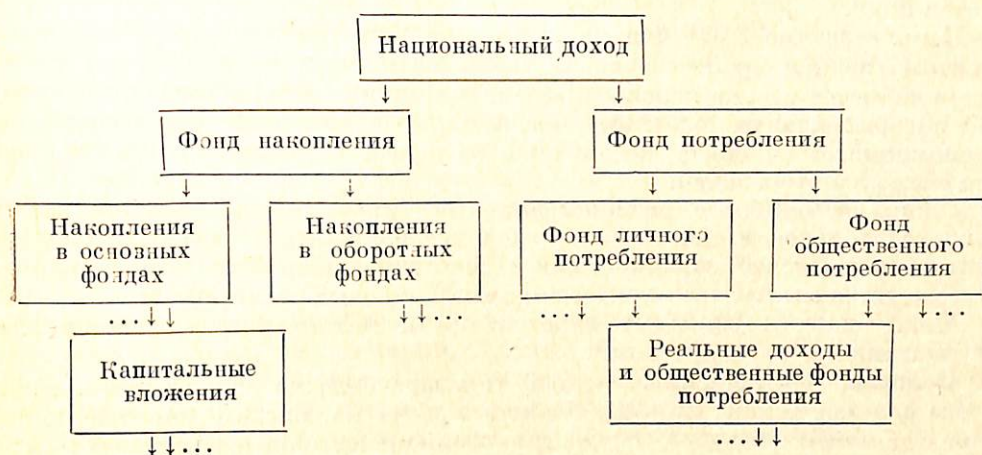


Схема разбиения показателей при составлении варианта плана

Такое разагрегирование экономических показателей и формирование количественных значений показателей плана проходит до определенного уровня, соответствующего уровню компетенции планового органа. После этого процесс разагрегирования продолжается в плановых и хозяйственных органах, расположенных «ниже». Важнейшей информацией этого уровня процесса являются укрупненные (средние) нормативы затрат. Принципиально важно в этом процессе наличие критерия (формализованного, интуитивного), на основе которого и происходит разагрегирование.

Этот процесс продолжается в принципе до самого низшего уровня. Полученный «желательный» вариант плана сравнивается с фактически имеющимися ресурсами, приводится в соответствие с ними и передается в вышестоящую организацию в качестве «приемлемого» варианта плана. С этого момента начинается движение информации снизу вверх и формирование синтетических показателей на основе разукрупненных.

Характерными особенностями этого процесса являются отсутствие стабильных нормативов затрат (нормативы изменяются под влиянием изменения ассортимента выпускаемой продукции и носят конкретный характер) и отсутствие критерия. Основным действием в этом процессе является объединение (свод).

При движении информации снизу вверх на каждом уровне агрегирования происходит сравнение «приемлемого» варианта плана с «желательным». В случае расхождения этих планов в один из них вносятся коррективы.

После этого цикл повторяется. Тем самым достигается увязка плана на каждом уровне. Положительной стороной в этом процессе является скорость достижения увязки на каждом уровне. Существенным недостатком такой организации разработки плана является то, что, несмотря на сбалансированность плана на каждом уровне, возможен небаланс всего плана. Такое положение возможно потому, что информация обрабатывается сразу по всем направлениям и во всех уровнях, и изменения, вносимые на более низких уровнях, могут не учитываться на более высоких.

Этот недостаток может быть преодолен в том случае, если сравнение и увязка «желательного» и «приемлемого» вариантов плана происходит после полного получения последнего. Однако при ручной обработке данных эта процедура заняла бы слишком много времени, очевидно, не намного

меньше (если не больше), чем плановый период, на который разрабатывается план.

Использование ЭВМ для получения «приемлемого» варианта плана и автоматизации процесса увязки «желательного» и «приемлемого» вариантов является весьма перспективным. Принципиальная возможность строгой алгоритмизации плановых расчетов, выполняемых при разработке «приемлемого» варианта, позволяет выделить и формализовать несколько типовых плановых задач.

Одним из наиболее распространенных типов (классов) таких задач является получение одного или нескольких плановых показателей по значениям показателей, заданных или ранее полученных. Такой класс плановых расчетов мы называем «класс прямых плановых расчетов».

Ниже даются основные определения и математическая постановка рассматриваемого класса задач.

Основные определения. Данный тип задач можно объединить в один класс под названием: «прямые плановые расчеты». Введем основные понятия, с помощью которых можно дать формальное определение задач данного класса.

Экономический показатель — это понятие, отражающее объективное экономическое явление или процесс. В дальнейшем термины экономический показатель и просто показатель будем употреблять как равнозначные.

Каждый экономический показатель имеет наименование (слово, группа слов). Каждый имеет один или несколько признаков (призначную часть). Призначная часть экономического показателя характеризует его конкретное проявление (во времени, пространстве, социальном разрезе и т. д.). Она имеет наименование (слово, группа слов).

Можно сказать, что экономический показатель состоит из основания и призначной части. Два экономических показателя будут различны, если у них одно основание, но разные призначные части, т. е. экономический показатель с данной призначной частью определяет конкретное представление экономического показателя с данным основанием.

Каждый экономический показатель имеет количественное выражение (значение экономического показателя). При этом каждому конкретному представлению экономического показателя соответствует одно значение.

Экономические показатели могут быть зависимыми (связанными) и независимыми (несвязанными). Два экономических показателя называются зависимыми (связанными), если значение одного из них используется для получения значения другого. В противном случае два показателя независимы (не связаны).

Из двух связанных (зависимых) показателей один является подчиняющим, другой — подчиненным. Подчиненным называется показатель, значение которого используется для получения значения подчиняющего показателя.

Связь двух показателей может быть непосредственной (строгой) и опосредствованной. Из двух непосредственно связанных показателей один называется непосредственно (строго) подчиненным, а другой — непосредственно (строго) подчиняющим.

Элементарным расчетом называется действие, выполняемое над значениями (значением) строго подчиненных (подчиненного) экономических показателей (показателя) для определения значения строго подчиняющего экономического показателя. Элементарный расчет представляется объединением: наименованием строго подчиняющего экономического показателя, наименованием строго подчиненных (подчиненного) экономических показателей (показателя), наименованием элементарного расчета, формулой (или алгоритмом), по которой определяется значение строго подчиняющего

экономического показателя по значениям (значению) строго подчиненных (подчиненного) экономических показателей (показателя), и формой изображения. Таким образом, элементарный расчет имеет определенное содержание и представляется в определенной форме.

Мы будем рассматривать элементарные плановые расчеты, т. е. такие, которые выполняются при разработке плана.

Элементарные плановые расчеты могут быть зависимыми (связанными) и независимыми (несвязанными). Два элементарных плановых расчета зависимы, если в каждом из них найдется хотя бы по одному показателю, которые зависимы между собой. В противном случае элементарные плановые расчеты независимы.

Рассмотрим объединение конечного числа связанных элементарных плановых расчетов. Экономические показатели, входящие в это объединение, имеют разное старшинство (ранг). Будем называть экономические показатели, не имеющие подчиненных показателей, экономическими показателями нулевого ранга. Экономические показатели, имеющие в подчинении показатели только нулевого ранга, будут называться показателями первого ранга. Подчиняющий показатель имеет ранг, на единицу больший, чем самый высокий ранг любого из строго подчиненных ему показателей.

Все экономические показатели нулевого ранга из данного объединения элементарных плановых расчетов называются исходными (входными) показателями данного объединения. Значения этих показателей называются входными (исходными) для данного объединения.

Показатели, для которых в данном объединении элементарных плановых расчетов нет подчиняющих, называются результирующими для данного объединения. Значения этих показателей называются результирующими значениями для данного объединения.

Показатели, для которых в данном объединении элементарных плановых расчетов имеются как подчиненные, так и подчиняющие показатели, называются промежуточными для данного объединения. Значения этих показателей называются промежуточными значениями для данного объединения.

Будем говорить, что все, что не принадлежит объединению элементарных плановых расчетов, лежит «вне». Например, значения входных (исходных) показателей данного объединения поступают «извне». Значения результирующих показателей, как правило, передаются во «вне». Иногда из данного объединения элементарных плановых расчетов во «вне» могут быть потребованы значения промежуточных или исходных (входных) показателей.

Перечень экономических показателей, которые вместе со своими значениями требуются во «вне», называется выходом данного объединения. Эти экономические показатели называются выходными, а их значения — выходными значениями.

Группа элементарных плановых расчетов, объединенная в соответствии со смыслом входных, результирующих и выходных показателей, называется таблицей планового расчета. Дальше вместо «таблица планового расчета» будем писать просто «таблица».

Каждая таблица имеет заголовок (название таблицы).

Каждая таблица имеет форму. Форма таблицы определяется ее размерами, положением заголовка, количеством экономических показателей, взаимным расположением наименований показателей, их признаков и не- которыми другими дополнительными требованиями.

Положение наименования основания экономического показателя и его признаков в таблице может быть различным.

Таблица имеет строки и столбцы. Строка (столбец) таблицы состоит из

наименования основания экономического показателя или (и) наименования признака экономического показателя (или призначной части) (заголовков строки, столбца) и количественных значений экономических показателей.

Строки и столбцы таблицы нумеруются порядковыми числами. Строки — сверху вниз, а столбцы — слева направо. Номера строк и столбцов в таблице могут не писаться.

Значения экономических показателей, вошедших в таблицу, образуют матрицу. Все заголовки столбцов таблицы образуют вертикальный вход таблицы (шапку). Все заголовки строк таблицы образуют горизонтальный вход таблицы.

Слова, буквы, символы, представляющие форму таблицы, назовем словарем таблицы. Будем говорить, что таблица представляется (описывается) ее словарем.

Таблицы могут быть зависимыми (связанными) и независимыми (несвязанными). Две таблицы связаны (зависимы), если в каждой из них найдется хотя бы по одному показателю, которые зависимы между собой. В противном случае таблицы независимы (несвязаны).

Для таблиц планового расчета вводятся понятия подчиняющей, подчиненной, строго (непосредственно) подчиненной, строго (непосредственно) подчиняющей, входной, промежуточной, результирующей, выходной, нулевого ранга, произвольного ранга, аналогичного тому, как это было сделано для показателей.

Так как таблица представляет собой объединение элементарных плановых расчетов, то определения входных, промежуточных, результирующих, выходных экономических показателей таблицы аналогичны соответствующим определениям для объединения элементарных плановых расчетов.

Непосредственно связанные таблицы расчета имеют общие экономические показатели. Назовем такие экономические показатели общими для связанных таблиц.

Группа таблиц планового расчета, объединенная в соответствии со смыслом входных, результирующих и выходных таблиц, называется прямым сводным плановым расчетом. Дальше вместо слов «прямой сводный плановый расчет» будем писать «плановый расчет».

Таблицы, входящие в плановый расчет, нумеруются порядковыми числами. Правило нумерации может быть произвольным при соблюдении единственного условия: разным таблицам соответствуют разные номера.

Каждый экономический показатель имеет координаты: k — номер таблицы, в которую он входит; i — номер строки, в которой записывается его количественное значение; j — номер столбца, в котором записывается его количественное значение.

Группа экономических показателей планового расчета может образовать цикл (или в терминах теории графов элементарный контур). Чтобы счет значений экономических показателей, входящих в цикл, можно было закончить, вводятся дополнительные ограничения на значения одного из этих показателей. При каждом «обороте» в цикле после получения значений этого показателя проверяется соблюдение этих условий. Если условия соблюдаются, цикл «разрывается» и счет в цикле прекращается; если же условия не соблюдаются, то по заданному правилу корректируются указанные величины и счет продолжается.

Так как плановый расчет представляет собой объединение элементарных плановых расчетов, то определения входных, результирующих, промежуточных, выходных экономических показателей планового расчета аналогичны соответствующим определениям для объединения элементарных плановых расчетов.

Процесс счета значений экономических показателей, принадлежащих плановому расчету, осуществляется по такой схеме: а) задаются входные (исходные) значения для всех входных (исходных) экономических показателей; б) по формулам определяются значения промежуточных и результирующих показателей, принадлежащих таблицам нулевого ранга; в) по формулам определяются значения промежуточных и результирующих показателей, принадлежащих таблицам первого, второго и т. д. ранга, вплоть до результирующих таблиц.

Назовем таблицей результатов таблицу, полученную после записи значений входных и рассчитанных промежуточных и результирующих показателей.

Перечень таблиц результатов планового расчета, таблицы этого перечня и условия, по которым из этого перечня определяются номера таблиц результатов, которые выдаются во «вне», называются выходом планового расчета.

Условия, по которым определяются номера таблиц результатов, требуемых после счета во «вне», назовем условиями выдачи результатов.

Выход планового расчета, полученный после его счета, анализируется. Если результаты счета удовлетворяют заданным требованиям, то счет прекращается. В противном случае осуществляются по определенному правилу корректировка значений входных показателей и новый счет. Причем счет осуществляется в этом случае не во всех таблицах, а лишь в тех, для которых были изменены значения входных показателей и всех связанных с последними.

Счет значений промежуточных и результирующих показателей в таблицах, для которых заданы значения входных показателей и которые связаны с последними вплоть до результирующих таблиц, и соответствующие таблицы результатов называются вариантом счета планового расчета (или просто вариантом). Вариант бывает полным, когда счет осуществлен по значениям всех входных показателей планового расчета. В противном случае вариант называется неполным.

Параметрами планового расчета являются: n — число таблиц в плановом расчете; m_k — число экономических показателей для k -й таблицы (для всех k).

Число таблиц и число экономических показателей, формулы счета значений промежуточных и результирующих показателей, формы таблиц (следовательно, словари таблиц) могут меняться. Причины, по которым это может происходить, бывают разные. Например, отсутствие требуемых значений входных показателей и переход на другие входные показатели; усовершенствование методики планового расчета; появление новых входных показателей; изменение требований к выходу и т. д. Поэтому при переходе от одного варианта к другому следует ввести необходимые изменения в плановом расчете.

Постановка задачи. Рассмотрим плановый расчет, в котором n таблиц, m_k — число экономических показателей в k -й таблице, $k \in \{k\}$; $\{k\}$ — множество номеров таблиц — множество (не обязательно упорядоченное) целых чисел. Как было сказано выше, каждый экономический показатель имеет координаты k, i, j .

Значение экономического показателя с координатами k, i, j будем обозначать через x_{kij} . Величина x_{kij} или задается как входное (исходное) число, или рассчитывается по формуле. Обозначим формулу, по которой расчитывается x_{kij} , через f_{kij} . Если x_{kij} — входное значение, поступающее из другой таблицы, то для обозначения этого факта вводится формула $f_{kij}^{k' i' j'}$, где $k' i' j'$ — координаты того экономического показателя, который является

общим с показателем kij . Если x_{kij} поступает «извне» для данного планового расчета, то для всех таких источников вводятся свои координаты, которые обозначим через $\bar{s} \in \{\bar{s}\}$. Здесь $\{\bar{s}\}$ — множество всех координат (векторов s), внешних для данного планового расчета источников значений входных показателей. Для обозначения факта поступления значения показателя «извне» вводится формула f_{kij}^s .

Рассмотрим n нуль-графов O_{m_k} (n — число таблиц, $k \in \{k\}$; m_k — число экономических показателей в k -й таблице).

Установим взаимно однозначное соответствие между таблицами расчета и нуль-графами O_{m_k} так, чтобы таблице с номером k соответствовал только нуль-граф O_{m_k} и обратно.

Установим взаимно однозначное соответствие между вершинами нуль-графа O_{m_k} и экономическими показателями, входящими в k -ю таблицу данного расчета. Обозначим каждую вершину нуль-графа O_{m_k} тройкой чисел kij — координатами сопоставленного вершине в силу установленного взаимно однозначного соответствия экономического показателя.

В каждом нуль-графе O_{m_k} проведем дуги согласно связям, существующим между экономическими показателями рассматриваемого планового расчета. Каждый нуль-граф O_{m_k} тогда превратится в граф $g_k(O_{m_k}, U_k)$.

Обозначим словарь k -й таблицы через A_k . Будем говорить, что граф $g_k(O_{m_k}, U_k)$ изображается по форме и в терминах словаря A_k .

Обозначим матрицу k -й таблицы через (q_k) . Формулы к k -й таблице можно объединить в матрицу (f_{kij}^σ) .

Здесь

$$\sigma = \begin{cases} \times - \text{пусто,} & \text{если } x_{kij} \text{ считается,} \\ k'i'j', & \text{если } x_{kij} = x_{k'i'j'}, \\ s, & \text{если } x_{kij} \text{ поступает «извне» для данного} \\ & \text{расчета.} \end{cases}$$

Обозначим матрицу (q_k) , исходные значения которой заданы, а рассчитываемые обращены в нули, через (q_k^b) . Зная элементы матрицы (q_k^b) , с помощью формул (f_{kij}^σ) определим рассчитываемые элементы. Полученную матрицу обозначим через (q_k^p) . В матрице (q_k^p) изменим некоторые элементы. Полученную матрицу будем обозначать через (q_k^b) . Наконец, матрицу, у которой все элементы равны нулю, обозначим через (q_k^0) .

Таким образом, плановый расчет задается:

$$\{g_k(O_{m_k}, U_k)\}, \quad k \in \{k\}, \quad (1)$$

$$\{(f_{kij}^\sigma)\}, \quad (2)$$

$$\{(q_k)\}, \quad (3)$$

$$\{A_k\}. \quad (4)$$

В силу сказанного выше между элементами матрицы (q_k) таблицы k и элементами матрицы (f_{kij}^σ) установлено взаимно однозначное соответствие. В таблице k планового расчета вместо элементов матрицы (q_k) поставим соответствующие элементы матрицы (f_{kij}^σ) , полученную таблицу назовем k -й алгоритмической таблицей планового расчета. Будем говорить, что алгоритмическая таблица записывается по форме и в терминах словаря и формул таблицы.

Рассмотрим нуль-граф O_n . Установим взаимно однозначное соответствие между вершинами нуль-графа O_n и таблицами планового расчета. Обо-

значим каждую вершину нуль-графа O_n номером $k \in \{k\}$ таблицы, сопоставленной вершине в силу установленного взаимно однозначного соответствия.

Вершины нуль-графа O_n соединим дугами согласно связям, существующим между таблицами данного расчета. Получим граф $G(O_n U_n)$, который представляет схему взаимосвязи таблиц планового расчета. Поэтому граф $G(O_n, U_n)$ будем также называть схемой взаимосвязи таблиц планового расчета.

Множество графов $\{g_k(O_{m_k}, U_k)\}$ и граф $G(O_n, U_n)$ описываются формулами $f_{hij}^{k'i'j'}$ и f_{hij}^s из $\{(f_{hij}^\sigma)\}$. Поэтому плановый расчет задается множествами (2) — (4).

Значения входных показателей могут быть заданы в виде последовательности

$$x_{k_1 i_1 j_1}, x_{k_2 i_2 j_2}, \dots, x_{k_l i_l j_l}. \quad (5)$$

Изменения в плановом расчете вполне описываются множествами:

$$\{(f_{hij}^\sigma)\}, \quad k \in \{k_p\}, \quad i_k \in \{i_{kr}\}, \quad j_k \in \{j_{kv}\}, \quad (6)$$

$$\{(q_k)\}; \quad k \in \{k_p\}, \quad (7)$$

$$\{A_k\}; \quad k \in \{k_p\}. \quad (8)$$

Здесь $\{k_p\}$ — множество номеров таблиц планового расчета, для которых произведены изменения; $\{i_{kr}\}$ — множество номеров строк в k -й таблице, для которых произведены изменения; $\{j_{kv}\}$ — множество номеров столбцов в k -й таблице, для которых произведены изменения.

Изменения, производимые в плановом расчете, могут быть различными (см. стр. 575). Приведем примеры возможных изменений для $\{k\}$.
 $\{k_p\} \supset \{k\}$ — изменения проведены в каждой таблице из $\{k\}$

$$\text{и введены новые таблицы,} \quad (9)$$

$$\{k_p\} \subset \{k\} \text{ — изменения проведены в части таблиц из } \{k\}, \quad (10)$$

$$\{k_p\} \cap \{k\} = \emptyset \text{ — вводятся только новые таблицы,} \quad (11)$$

$$\{k_p\} \cap \{k\} \neq \emptyset \text{ — } (\{k_p\} \text{ не есть подмножество } \{k\}) \text{ — вводятся} \quad (12)$$

новые таблицы, часть старых изменяется.

Обозначим условия выдачи результатов через B . Будем говорить, что выход планового расчета определяется условиями B . Условия B изменяются с изменениями в плановом расчете. Рассматриваемая задача может быть сформулирована следующим образом.

I. Пусть задан плановый расчет

$$\{(f_{hij}^\sigma)\}, \{(q_k)\}, \{A_k\}, B, \quad \text{где } k \in \{k\}.$$

II. Пусть заданы изменения планового расчета

$$\{(f_{hij}^\sigma)\}, \{(q_k)\}, \{A_k\}, B', \quad \text{где } k \in \{k_p\}, \quad i_k \in \{i_{kr}\}, \quad j_k \in \{j_{kv}\}.$$

B' — изменения условий B .

III. Пусть задана последовательность исходных значений экономических показателей $x_{k_1 i_1 j_1}; x_{k_2 i_2 j_2} \dots; x_{k_l i_l j_l}$.

Требуется: 1) произвести изменения II; 2) выдать по форме и в терминах словаря и формул таблиц измененные алгоритмические таблицы; последовательность (III); 3) по заданной последовательности III получить

соответствующие матрицы (q_k^b) ; 4) провести вариант счета планового расчета; 5) по форме и в терминах словарей $\{A_k\}$, $k \in \{k\} \cup \{k_p\}$ выдать таблицы результатов по требованиям условий B и B' .

Чтобы ввести подклассы класса прямых плановых расчетов, дадим дополнительные определения.

Признак призначной части экономического показателя может быть простым и сложным (составным). Признак называется простым, если он характеризует экономический показатель в одномерном конкретном проявлении. В противном случае признак будет сложным. Наименование сложного признака есть произведение (конъюнкция) соответствующего числа простых признаков:

$$\Pi = \Pi_1 \wedge \Pi_2 \wedge \Pi_3 \wedge \dots \wedge \Pi_r = \Pi_1 \Pi_2 \dots \Pi_r.$$

Наименование призначной части экономического показателя представляет собой конъюнкцию наименований соответствующего числа признаков (простых и сложных).

Если наименование каждого из сложных признаков призначной части представить в виде конъюнкции наименования соответствующего числа простых признаков, то наименование призначной части представит конъюнкцию только простых признаков.

Если наименование какого-нибудь признака входит в призначную часть несколько раз, то в конъюнктивном представлении наименования призначной части оставляется одно вхождение наименования этого признака, а остальные вхождения исключаются.

Наименование призначной части экономического показателя, представленное в виде конъюнкции наименований простых признаков, входящих в конъюнкцию не более одного раза, называется наименованием призначной части правильной упрощенной формы.

Мы будем рассматривать экономические показатели только с призначной частью правильной упрощенной формы. Экономические показатели с призначной частью неправильной формы в данной работе не рассматриваются.

Каждый признак призначной части экономического показателя имеет область определения, которая дискретна и конечна.

Обозначим наименование экономического показателя через $O\Pi_1\Pi_2\dots\Pi_r$. Здесь O — основание экономического показателя, $\Pi_1\Pi_2\dots\Pi_r$ — призначная часть; r — число признаков.

Таким образом, наименование экономического показателя представляет собой конъюнкцию наименования основания и наименования призначной части.

Как было сказано выше, наименование призначной части экономического показателя представляет собой конъюнкцию наименований признаков, входящих в призначную часть. Следовательно, наименование экономического показателя есть конъюнкция наименования основания и наименований признаков призначной части.

Будем считать, что количество признаков в наименовании призначной части экономического показателя определяет степень конкретности экономического показателя. Будем называть экономический показатель, имеющих r признаков в призначной части, экономическим показателем r -й степени конкретности.

Рассмотрим наименования двух экономических показателей одной степени конкретности: $O_1\Pi_1^1\Pi_2^1, \dots, \Pi_r^1$ и $O_2\Pi_1^2\Pi_2^2, \dots, \Pi_r^2$.

Пусть P_i^1 — область определения признака Π_i^1 ($1 \leq i \leq r$), а P_i^2 — признака Π_i^2 ($1 \leq i \leq r$).

Будем говорить, что наименования призначных частей двух экономических показателей одной степени конкретности упорядочены по признакам, если $P_i^1 \equiv P_i^2$ для всех i ($1 \leq i \leq r$).

Понятие упорядоченности по признакам можно распространить на три, четыре и т. д. на n экономических показателей.

Два упорядоченных по признакам экономических показателя будем называть соответствующими, если у них одинаковые основания и $\Pi_i^1 \neq \Pi_i^2$ хотя бы для одного i ($1 \leq i \leq r$).

Очевидно, что два соответствующих экономических показателя тождественны, если $\Pi_i^1 = \Pi_i^2$ для всех i ($1 \leq i \leq r$).

Если основание наименования экономического показателя записывается в заголовке строки (столбца) таблицы, то согласно определению соответствующих экономических показателей строка (столбец) таблицы планового расчета состоит из соответствующих экономических показателей.

Справедливы следующие правила:

1) если в данной таблице планового расчета призначные части экономических показателей, образующих строку (столбец), имеют общий признак (признаки), то его (их) можно вынести в заголовок (наименование) строки (столбца), объединив с наименованием основания экономического показателя;

2) если общий признак (признаки) призначной части принадлежит всем строкам (столбцам) данной таблицы, то общую часть (части) можно вынести в заголовок (наименование) таблицы;

3) если общий признак (признаки) призначной части принадлежит всем строкам (столбцам) всех таблиц данного планового расчета, то общую часть можно вынести в заголовок (наименование) планового расчета.

Плановый расчет, у которого общие признаки вынесены в заголовки строк, таблиц, расчета, назовем плановым расчетом приведенного вида. Мы рассматриваем плановые расчеты только приведенного вида. Поэтому вместо слов «плановый расчет приведенного вида» будем всюду писать «плановый расчет».

Назовем автономным плановым расчетом прямой плановый расчет $\{(f_{kij}^\sigma)\}$, $\{(q_k)\}$, $\{A_k\}$, B , где $k \in \{k\}$, если для каждого $k \in \{k\}$ область определения функций (f_{kij}^σ) принадлежит (q_k) .

Рассмотрим S автономных плановых расчетов. Для каждого расчета определены: p — номер расчета ($1 \leq p \leq S$); n_p — число таблиц в плановом расчете с номером p ; k_p — номер таблицы в плановом расчете с номером p ($1 \leq k_p \leq n_p$); m_{k_p} — число строк в k -й таблице p -го расчета; l_{k_p} — число столбцов в k -й таблице p -го расчета.

Таким образом, каждый автономный плановый расчет определяется

$\{(f_{k_p ij}^\sigma)\}$, $\{(q_{k_p})\}$, $\{A_{k_p}\}$, B_p , где $k_p \in \{k_p\}$, $1 \leq p \leq S$.

Назовем сводным плановым расчетом для S автономных плановых расчетов $\{(f_{k_p ij}^\sigma)\}$, $\{(q_{k_p})\}$, $\{A_{k_p}\}$, B_p , где $k_p \in \{k_p\}$, $p = 1, 2, \dots, S$,

прямой плановый расчет $\{(f_{kij}^\sigma)\}$, $\{(q_k)\}$, $\{A_k\}$, B , где $k \in \{k\}$, если для каждого $k \in \{k\}$ область определения функций (f_{kij}^σ) принадлежит матрицам (q_k) , (q_{k_1}) , (q_{k_2}) , ..., (q_{k_p}) , причем таблицы $k_1, k_2, \dots, k_t$ содержат все экономические показатели, соответствующие экономическим показателям k -й таблицы, и каждая из таблиц $k_1, k_2, \dots, k_t$ содержит хотя бы по одному экономическому показателю, соответствующему одному из показателей таблицы k .

Назовем *аналитическим плановым расчетом* для S автономных и (или) сводных плановых расчетов

$$\{(f_{k_p}^{\sigma}{}_{ij})\}, \{(q_{k_p})\}, \{A_{k_p}\}, B_p, \text{ где } k_p \in \{k_p\}, p = 1, 2, \dots, S,$$

прямой плановый расчет

$$\{(f_{kij}^{\sigma})\}, \{(q_k)\}, \{A_k\}, \quad (*)$$

где $k \in \{k\}$ и выдаются на печать все таблицы результатов, если для любого $k \in \{k\}$ область определения функций $\{(f_{kij}^{\sigma})\}$ принадлежит матрицам

$$(q_k), \bigcup_{k_p \in \{k_p\}} (q_{k_p}).$$

Можно привести эквивалентное определение аналитического планового расчета, использующее понятие базовой матрицы*.

Рассмотрим S автономных и (или) сводных плановых расчетов

$$\{(f_{k_p}^{\sigma}{}_{ij})\}, \{(q_{k_p})\}, \{A_{k_p}\}, B_p, \text{ где } k_p \in \{k_p\}, p = 1, 2, 3, \dots, S.$$

Назовем экономический показатель базовым для аналитического планового расчета (*), если его значение входит в область определения функций $\{(f_{kij}^{\sigma})\}$.

Пусть $\{O_i P_1^i P_2^i, \dots, P_r^i\}$ — множество базовых показателей. Составим матрицу, у которой строки (столбцы) образуют соответствующие экономические показатели из множества базовых показателей. Обозначим полученную матрицу через (q_b) и будем называть ее базовой.

Аналитическим плановым расчетом для S автономных и (или) плановых расчетов $\{(f_{k_p}^{\sigma}{}_{ij})\}, \{(q_{k_p})\}, \{A_{k_p}\}, B_p$, где $k_p \in \{k_p\}, p = 1, 2, \dots, S$, называется прямой плановый расчет $\{(f_{kij}^{\sigma})\}, \{(q_k)\}, \{A_k\}$, где $k \in \{k\}$ и выдаются на печать все таблицы результатов, если для любого $k \in \{k\}$ область определения функций (f_{kij}^{σ}) принадлежит матрице (q_b) .

Автономные плановые расчеты, свободные плановые расчеты, аналитические плановые расчеты являются по определению прямыми плановыми расчетами, но каждый из них обладает частными особенностями. Следовательно, можно говорить о трех подклассах класса прямых плановых расчетов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Б. А. Волчков, Ю. Р. Лейбkind, Ю. М. Самохин. Некоторые вопросы создания автоматизированной системы разработки народнохозяйственного плана. Экономика и матем. методы, 1966, т. II, вып. 1.
2. В. С. Проскуров, О. М. Юнб. Автоматизация разработки планового баланса денежных доходов и расходов населения. Экономика и матем. методы, 1966, т. II, вып. 4.

Поступила в редакцию
13 I 1967

* Название базовой матрицы предложено М. А. Макаркиным.

МЕТОД ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО УЛУЧШЕНИЯ ПЛАНА ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОДНОГО КЛАССА ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

А. Е. БАХТИН, Ю. И. ВОЛКОВ

(Новосибирск)

В заметке рассматривается вопрос об использовании метода последовательного улучшения плана для решения класса линейных задач с матрицей специальной структуры. Предполагается, что эта матрица наряду с произвольным блоком содержит транспортный блок.

Известно, что при применении общих алгоритмов линейного программирования для решения больших задач встречаются значительные трудности, ограничивающие размеры решаемых задач. Опыт показывает, что для многих практически важных задач, если учесть их особенности, эти трудности могут быть успешно преодолены. Эта общая идея учета специфики и использована при организации вычислений в методе последовательного улучшения плана для решения рассматриваемых задач. Основным выигрышом получается за счет компактной записи необходимой оперативной информации.

1. Постановка задачи. Заданы вещественные числа $c_j, j = 1, \dots, n, c_{ik}, (i, k) \in J \subset \{(i, k) : i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, m; l \neq k\}$ и m -мерные векторы-столбцы $\bar{a}_j = (a_{ij})_{i=1, \dots, m}, j = 1, \dots, n, \bar{a} = (a_i)_{i=1, \dots, m}$.

Требуется найти неотрицательный вектор $X = (x_j)_{j=1, \dots, n}$ и систему неотрицательных чисел $X = \{x_{ik}\}, (i, k) \in J$, минимизирующие функцию

$$\sum_{j=1}^n c_j x_j + \sum_{(i,k) \in J} c_{ik} x_{ik} \quad (1)$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - \sum_{k: (i,k) \in J} x_{ik} + \sum_{l: (l,i) \in J} x_{li} = a_i, \quad i \in \mu = \{1, \dots, m\}. \quad (2)$$

Сформулированная задача допускает следующую экономическую интерпретацию. Имеется несколько технологических способов производства различных продуктов. Известно задание на выпуск каждого вида продукции. В некоторых случаях разрешается замена одного вида продукции другим, что связано с дополнительными затратами. Требуется найти интенсивности использования технологических способов и указать, в каких объемах выгодно произвести замену продуктов, чтобы выполнить задание по выпуску с наименьшими суммарными затратами.

На схеме 1 показана структура матрицы поставленной задачи линейного программирования. Матрица ограничений (2) этой задачи содержит m строк и $n + n'$ столбцов, где n' — число элементов в множестве пар J .