

ЗАМЕТКИ И ПИСЬМА

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МАКСИМАЛЬНОЙ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

В. Е. ХЛГАТЯН

(Ереван)

В предлагаемой заметке изложена математическая модель максимальной рентабельности предприятия и показано ее практическое применение на предприятии обувной промышленности.

1. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАКСИМАЛЬНОЙ РЕНТАБЕЛЬНОСТИ ПРЕДПРИЯТИЯ

В нашей литературе [1] математическая модель рентабельности сводится к задаче линейного программирования, преследующей цель достижения предприятием, производящим различные виды продукции, максимальной рентабельности при имеющихся ресурсах.

Модель математически формулируется так: дана целевая функция

$$Z = \sum_{j=1}^n p_j x_j$$

при ограничениях

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i, & i = 1, 2, 3, \dots, m, \\ x_j &\geq 0, & j = 1, 2, 3, \dots, n. \end{aligned}$$

Однако эта модель не отражает рентабельности предприятия и в таком виде не может иметь практического значения. Целевая функция модели и ее ограничения нуждаются в существенном уточнении.

Целевая функция. В приведенной модели величина p_j представляет собой не рентабельность, а прибыль в рублях с каждой единицы продукции j -го вида. Как известно, прибыль — это разница между оптовой ценой предприятия и полной себестоимостью, а рентабельность — отношение прибыли к полной себестоимости в процентном выражении. Следовательно, для достижения максимальной рентабельности необходимо отыскать такое количество продукции $\sum x_j$, которое обеспечило бы при соответствующих ограничениях максимальную прибыль с минимальной себестоимостью.

По нашему мнению, целевую функцию в задаче определения максимальной рентабельности надо формулировать как

$$R = \sum_{j=1}^n r_j x_j \bigg/ \sum_{j=1}^n x_j$$

при тех общих условиях. Здесь R — максимальная рентабельность предприятия; r_j — рентабельность j -го вида продукции; x_j — количество продукции j -го вида.

Условия задачи. Для приближения к действующей практике планирования в условиях задачи необходимо учесть не только возможности (ресурсы) предприятия, но и установленный государством план выпуска продукции с ассортиментной разбивкой, сортность изделия, увеличение или сокращение объема производства продукции j -го вида и т. д. Эти новые параметры требуют локализации общих условий задачи: 1) если количество продукции j -го вида не должно быть меньше k_j (k —

фиксированная величина), то $x_j \geq k_j$; 2) если количество продукции j -го вида не должно быть больше k_j' (k' — также фиксированная величина), то $x_j \leq k_j'$; 3) если общий объем продукции не должен быть меньше Σk_j , то $\Sigma x_j \geq \Sigma k_j$; 4) если общий объем продукции не должен быть больше $\Sigma k_j'$, то $\Sigma x_j \leq \Sigma k_j'$.

В этих условиях математическая модель максимальной рентабельности принимает следующую форму:

$$R = \sum_{j=1}^n r_j x_j / \sum_{j=1}^n x_j$$

при ограничениях

$$\sum_{j=1}^n a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, 3, \dots, m,$$

$$x_j \geq k_j, \quad x_j \leq k_j', \quad \sum x_j \geq \Sigma k_j, \quad \sum x_j \leq \Sigma k_j'.$$

Однако в этом случае задача имеет нелинейный вид. Поэтому при ее решении в первую очередь добавляются максимизации выражения, стоящего в числителе. При экономическом же анализе и сопоставлении возможных вариантов производственной программы в качестве критерия выбора одного из них должны использоваться величины, выражаемые всей дробью, т. е. величины средней рентабельности выпускаемой предприятием продукции, полученные по формуле среднеарифметической взвешенной.

2. ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ И АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ

Для практического применения модели максимальной рентабельности условия задачи обобщены в двух таблицах.

Разработка данных табл. 1 не представляет трудностей. Дадим некоторые пояснения к табл. 2. На любой вид обуви приходится более 40 элементов затрат, количественные взаимосвязи между которыми можно выявить только с помощью ЭВМ. Для использования модели в условиях обычной счетной техники в табл. 2 число элементов значительно сокращено, затраты сгруппированы по четырем основным видам.

Таблица 1

Виды продукции (артикул обуви)	Месячный план * обувной фабрики					
	количество, тыс. пар	% к итогу	на единицу продукции			
			цена, ** руб.	себестоимость, руб.	прибыль, руб.	рентабельность, %
В/К-5346	7,3	33,0	7,11	6,72	0,39	5,8
Н/К-4246	7,0	31,7	7,43	6,21	1,22	19,6
П/Б-4342	7,8	35,3	8,98	7,61	1,37	18,0
Всего	22,1	100,0	—	—	—	14,5***

* Можно взять кварталный, полугодовой, годовой план.

** Средняя цена с учетом сортности продукции. Для фабрики установлен план выпуска продукции первого сорта 77% и второго сорта — 23%, причем цена первого сорта на 10% выше цены второго.

*** Получено с помощью среднеарифметических взвешенных.

Таблица 2

Виды нормативных затрат	На единицу продукции			Ресурсы планируемого периода, тыс.
	В/К-5346	Н/К-4246	П/Б-4342	
Мягкая кожа, дм	24	23	20	581,0
Жесткая » , дм	13	15	14	368,0
Трудовые затраты, чел.-	3	2,3	2,8	80,54
веко-час.				
Оборудование, ед.	0,03	0,04	0,02	0,885

Цель задачи — определение максимальной рентабельности фабрики с обязательным выполнением ассортимента плана.

Используя математическую модель, переходим к решению

$$R = \sum_{j=1}^n r_j x_j / \sum_{j=1}^n x_j = \sum_{j=1}^3 r_j x_j / \sum_{j=1}^3 x_j = \frac{5,8 \cdot x_1 + 19,6 \cdot x_2 + 18 \cdot x_3}{x_1 + x_2 + x_3}$$

при условии

$$\sum_{j=1}^3 a_{ij} x_j \leq b_i, \quad i = 1, 2, \dots, 7 \quad x_i \geq k_j,$$

или

$$\begin{aligned} 24x_1 + 23x_2 + 20x_3 &\leq 581,0, \\ 13x_1 + 15x_2 + 14x_3 &\leq 368,0, \\ 3x_1 + 2,3x_2 + 2,8x_3 &\leq 80,54, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 &\leq 88,5^*, \\ x_1 &\leq 7,3, \\ x_2 &\leq 7,0, \\ x_3 &\leq 7,8. \end{aligned} \quad (1)$$

Задача решается симплекс-методом**, в соответствии с требованиями которого с помощью дополнительных переменных $x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}$ и искусственных переменных x_{11}, x_{12}, x_{13} систему неравенств (1) превращаем в следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} 24x_1 + 23x_2 + 20x_3 + x_4 &= 581,0, \\ 13x_1 + 15x_2 + 14x_3 + x_5 &= 368,0, \\ 3x_1 + 2,3x_2 + 2,8x_3 + x_6 &= 80,54, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_7 &= 88,5, \\ x_1 - x_8 + x_{11} &= 7,3, \\ x_2 - x_9 + x_{12} &= 7,0, \\ x_3 - x_{10} + x_{13} &= 7,8. \end{aligned} \quad (2)$$

По условиям задачи необходимо максимизировать функцию $5,8x_1 + 19,6x_2 + 18x_3 + 0 \cdot x_4 + 0 \cdot x_5 + 0 \cdot x_6 + 0 \cdot x_7 + 0 \cdot x_8 + 0 \cdot x_9 + 0 \cdot x_{10} - M \cdot x_{11} - M \cdot x_{12} - M \cdot x_{13}$ и полученный результат разделить на $x_1 + x_2 + x_3$.

Задача решается по шагам. Оптимальное решение получается на шестом шаге. Для экономического анализа результатов ниже приводятся данные четвертой и шестой симплексных таблиц*** (табл. А и Б).

Данные табл. А показывают, что:

1) на четвертом шаге достигается плановый уровень производства с соответствующим ассортиментом, т. е. $x_1 = 7,3$ тыс. пар обуви артикула В/К-5346, $x_2 = 7,0$ тыс. пар — Н/К-4246 и $x_3 = 7,8$ тыс. пар — П/Б-4342;

2) на этой стадии целевая функция принимает значение:

$$R = \frac{5,8 \cdot 7,3 + 19,6 \cdot 7,0 + 18 \cdot 7,8}{7,3 + 7,0 + 7,8} = \frac{319,94^{****}}{22,1} = 14,47\%;$$

3) кроме основных, в базис вошли также дополнительные переменные x_4, x_5, x_6 и x_7 . Соответствующие им элементы в столбце вектора свободных членов В показывают резервы, которые остаются после выполнения плана, т. е. $x_4 = 88,8$ тыс. дм мягкой кожи, $x_5 = 58,9$ тыс. дм жесткой кожи, $x_6 = 20,7$ тыс. человеко-час. и $x_7 = 23,0$ тыс.: 100 = 230 ед. оборудования****.

Эти данные позволяют легко подсчитать также трудовые и материальные затраты, необходимые для выполнения плана: 492,2 тыс. дм мягкой кожи (581,0—88,8), 309,1 тыс. дм жесткой кожи (368,0—58,9), 59,84 тыс. человеко-час. (80,54—20,70) и 655 ед. оборудования (885—230).

* С целью упрощения арифметических действий четвертое неравенство умножено на 100, для чего использованы соответствующие свойства детерминантов.

** С применением искусственного базиса (или М-метода).

*** Остальные таблицы опускаются, так как не имеют существенного значения для анализа.

**** 319,94 — одновременно первый элемент индексной строки столбца В.

***** Ответ уменьшен на 100, см. сноску к (1).

Таблица А

Базис- ный век- тор X	Вектор свобод- ных чле- нов B	5,8	19,6	18	0	0	0	0	0	0	0	—M	—M	—M
		x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉	x ₁₀	x ₁₁	x ₁₂	x ₁₃
x ₄	88,8	0	0	0	1	0	0	0	24	23	20	—24	—23	—20
x ₅	58,9	0	0	0	0	1	0	0	13	15	14	—13	—15	—14
x ₆	20,7	0	0	0	0	0	1	0	3	2,3	2,8	—3	—2,3	—2,8
x ₇	23,0	0	0	0	0	0	0	1	3	4	2	—3	—4	—2
x ₁	7,3	1	0	0	0	0	0	0	—1	0	0	1	0	0
x ₂	7,0	0	1	0	0	0	0	0	0	—1	0	0	1	0
x ₃	7,8	0	0	1	0	0	0	0	0	0	—1	0	0	1
Индек- сная строка	319,94	0	0	0	0	0	0	0	—5,8	—19,6	—18	M+5,8	M+19,6	M+18

Таблица Б

Базис- ный век- тор X	Вектор свобод- ных чле- нов B	5,8	19,6	18	0	0	0	0	0	0	0	—M	—M	—M
		x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₅	x ₆	x ₇	x ₈	x ₉	x ₁₀	x ₁₁	x ₁₂	x ₁₃
x ₉	2,99	0	0	0	0,61	—0,87	0	0	3,3	1	0	—3,3	—1	0
x ₁₀	1	0	0	0	—0,65	1	0	0	2,6	0	1	2,6	0	—1
x ₆	11	0	0	0	0,4	0,8	1	0	2,68	0	0	—2,68	0	0
x ₇	9,1	0	0	0	—1,1	1,5	0	1	5,1	0	0	—5,1	0	0
x ₁	7,3	1	0	0	0	0	0	0	—1	0	0	1	0	0
x ₂	9,99	0	1	0	0,04	—0,87	0	0	3,3	0	0	—3,3	0	0
x ₃	8,8	0	0	1	—0,65	1	0	0	—2,6	0	0	2,6	0	0
Индек- сная строка	396,64	0	0	0	0,2	1	0	0	12	0	0	M-12	M	M

И наконец, на индексной строке имеются отрицательные элементы (—5,8, —19,6, —18), означающие, что на этом (четвертом) шаге еще не найдено оптимальное решение задачи.

Переходим к анализу шестой симплексной таблицы (табл. Б).

- 1) Прежде всего в индексной строке нет ни одного отрицательного числа; это означает, что на шестом шаге достигается оптимальное решение.
- 2) В базис вошли все три основные переменные, значения которых показывают, что необходимо производить $x_1 = 7,3$, $x_2 = 9,99$ и $x_3 = 8,8$ тыс. пар обуви.
- 3) Максимальная рентабельность принимает значение:

$$R = \frac{5,8 \cdot 7,3 + 19,6 \cdot 9,99 + 18 \cdot 8,8}{7,3 + 9,99 + 8,8} = \frac{369,64}{26,09} = 15,2\%.$$

4) Кроме основных, в базис вошли также дополнительные переменные x_9 , x_{10} , x_6 и x_7 , причем $x_9 = 2,99$ и $x_{10} = 1$, т. е. необходимо произвести сверх плана 299 тыс. пар обуви x_2 ($x_2 = 7,0 + 2,99 = 9,99$); и 1 тыс. пар обуви x_3 ($x_3 = 7,8 + 1 = 8,8$); $x_6 = 11$, т. е. после достижения оптимального решения остается резерв в 11 тыс. человеко-час., и $x_7 = 9,1$, или резерв в 91 ед. оборудования. Из дополнительных переменных в базис не вошли x_4 и x_5 ; это означает, что при оптимальном решении мягкая и жесткая кожи (x_4 и x_5) почти полностью используются. Не вошла в базис и дополнительная переменная x_8 , т. е. при оптимальном решении не предусматривается увеличения выпуска обуви вида x_1 сверх плана.

Перейдем к общим выводам. Во-первых, предложенная модель обеспечивает достижение уровня рентабельности более высокого, чем тот, который может быть достигнут при использовании других критериев (максимизация прибыли или минимизация себестоимости). Это можно видеть из табл. 3, где вместе с плановыми показателями приводятся результаты решения нашей задачи по каждому из трех критериев.

Наиболее высокой уровень рентабельности — 15,2% — будет достигнут при производстве 7,3 тыс. пар обуви вида x_1 (В/К-5346), 9,99 тыс. пар вида x_2 (Н/К-4246) и

Таблица 3

Показатели	По плану				По прибыли (или по себестоимости)*				По рентабельности			
	x_1	x_2	x_3	всего	x_1	x_2	x_3	всего	x_1	x_2	x_3	всего
Количество, тыс. пар	7,3	7,0	7,8	22,1	7,3	7,0	12,0	26,3	7,3	9,99	8,8	26,09
Прибыль, тыс. руб.	2,8	8,5	10,7	22,0	2,8	8,5	16,3	27,6	2,8	12,2	12,1	27,01
Себестоимость, тыс. руб.	49,1	43,5	59,4	152,0	49,1	43,5	91,4	184,0	49,1	62,0	67,0	178,1
Рентабельность, %	5,8	19,6	18,0	14,5	5,8	19,6	18,0	15,0	5,8	19,6	18,0	15,2

* И при максимизации прибыли, и при минимизации себестоимости получены одинаковые показатели по объему производства, прибыли, себестоимости и рентабельности.

8,8 тыс. пар обуви вида x_3 (П/Б-4342). В двух других случаях рентабельность не достигает этого уровня.

Во-вторых, предложенный подход решения задачи не требует перебора вариантов и менее трудоемок, чем тот метод, который предлагается в [2], где для определения максимальной рентабельности требуется составить не менее четырех вариантов.

В-третьих, этим методом можно определить максимальную рентабельность не только отдельных предприятий, но и объединений (фирм, управлений), несколько изменив целевую функцию и условия задачи. Так, в целевой функции через x_j будет обозначаться искомое количество продукции по промышленному объединению, а в условиях задачи через b_i — ограничение ресурсов как для объединения (в основном по сырью), так и для отдельных предприятий (в основном по трудовым затратам и оборудованию). Определение математическими методами максимальной рентабельности промышленных объединений, ввиду большого ассортимента и многочисленных ограничений, возможно только с применением ЭВМ.

ЛИТЕРАТУРА

1. С. И. Зуховицкий, Л. И. Авдеева. Линейное и выпуклое программирование. М., «Наука», 1964.
2. Ю. И. Любвицкий. Научная подготовка решений (исследование операций). [Реферат]. Реферативный сб. «Экономика промышленности», 1961, № 2, 2Д10, ч. 3.

Поступила в редакцию
6 IV 1965

ОБ ОПТИМАЛЬНОЙ СТРУКТУРЕ ПРОИЗВОДСТВА НИЗКОМОЛЕКУЛЯРНЫХ КИСЛОТ И ПОПУТНО ПОЛУЧАЕМЫХ ПРОДУКТОВ

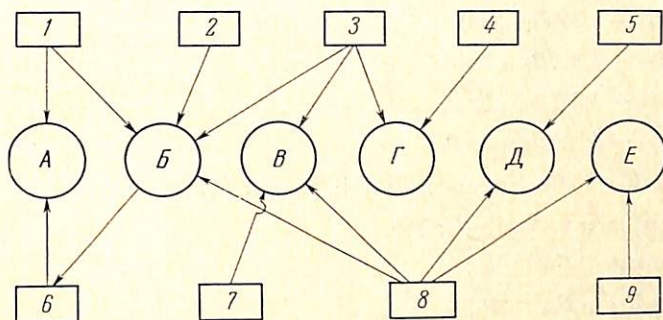
В. П. ГОРЕНБУРГ, В. Л. КЛИМЕНКО, Е. Б. ЦЫРКИН

(Ленинград)

Низкомолекулярные кислоты являются важными продуктами органического синтеза. Наибольшее распространение получила уксусная кислота, производство которой исчисляется сотнями тысяч тонн. Многоотоннажным является также и производство уксусного ангидрида, синтез которого до последнего времени осуществлялся на основе уксусной кислоты.

В мировой практике получили распространение следующие методы синтеза уксусной кислоты: 1) прямое окисление ацетальдегида; 2) окисление ацетальдегида с одновременным получением уксусной кислоты и уксусного ангидрида (метод фирмы Спейшим, Франция); 3) жидкофазное окисление легких бензиновых фракций с одновременным получением муравьиной и пропионовой кислот; 4) жидкофазное окисление бутана с одновременным получением муравьиной кислоты, метилэтилкетона и этилацетата. Последние два продукта являются ценными растворителями.

Перечисленные методы производства уксусной кислоты различны как по используемому сырью, так и по ассортименту получаемых побочных продуктов. Выход побочных продуктов на единицу веса кислоты при различных методах не одинаков, причем их весовое соотношение при каждом данном способе производства есть величина практически постоянная. Кроме того, все перечисленные продукты могут быть получены другими методами и из другого сырья (рисунк) *. При этом затраты на



выработку продуктов, получающихся одновременно с уксусной кислотой в комплексном производстве, отличаются от затрат в раздельном производстве. Уксусный ангидрид, получаемый по методу фирмы Спейшим одновременно с уксусной кислотой, может быть произведен также пиролизом уксусной кислоты, синтезированной по любому из четырех существующих методов.

Соотношение потребностей народного хозяйства в каждом из продуктов не совпадает с весовым выходом их в комплексных производствах.

Проектом плана на 1966—1970 гг., составленным директивными органами с участием проектных и исследовательских организаций в конце 1965 г., намечалось строительство нескольких крупных установок по производству уксусной кислоты всеми существующими технологическими методами. При этом учитывалась только потребность в уксусной кислоте. Техничко-экономические показатели отдельных методов не сопоставлялись.

Предлагаемая нами методика расчета производства и потребления перечисленных выше продуктов обеспечивает удовлетворение потребностей народного хозяйства по всем продуктам при минимальных затратах. В качестве исходных данных приняты проектные технико-экономические показатели производства по всем рассматриваемым методам, а также определенная условно величина потребности в каждом из продуктов на 1966—1970 гг. **.

Задача формулируется так: на основании плановых данных о росте потребности в уксусной кислоте и продуктах, получаемых одновременно с ней, определить масштабы производства этих продуктов известными методами при минимальных затратах в народном хозяйстве.

Введем следующие обозначения: i — порядковый номер продукта (i_1 — уксусная кислота, i_2 — уксусный ангидрид, i_3 — муравьиная кислота, i_4 — пропионовая кислота, i_5 — метилэтилкетон, i_6 — этилацетат); j — порядковый номер технологического метода производства (j_1 — окисление ацетальдегида в уксусную кислоту, j_2 — окисление ацетальдегида в уксусную кислоту и уксусный ангидрид (метод фирмы Спейшим), j_3 — окисление бензина с получением уксусной и муравьиной кислот, метилэтилкетона, j_4 — окисление бутана с получением уксусной, муравьиной и пропионовой кислот, и этилацетата, j_5 — производство метилэтилкетона из вторичного бутилового спирта; j_6 — производство пропионовой кислоты окислением пропионового альдегида, получаемого оксосинтезом, j_7 — производство муравьиной кислоты из формиата натрия, j_8 — получение этилацетата из кислоты и этанола, $j_9, 10, 11, 12$ — производство уксусного ангидрида пиролизом уксусной кислоты, полученной соответственно методами $j_1, 2, 3, 4$); B_{ij} — выпуск i -го продукта по j -му методу (тыс. т); S_{ij} — проведенные затраты i -го продукта при получении его по j -му методу (руб./т); a_{ij} — коэффициент выхода отдельных продуктов в комплексном производстве (отношение веса продукта к весу одновременно получаемой уксусной кислоты); P_i — план выпуска i -го продукта (тыс. т).

P_i определялось как разность между потребностью народного хозяйства в i -м продукте на начало 1971 г. и мощностью установок по производству этого продукта на начало 1966 г., т. е. по приросту производства за период 1966—1970 гг. При этом пред-

* На рисунке: A — E — получаемые продукты i ; 1—9 — методы их производства j .

** В подготовке исходных данных принимала участие Г. И. Краюхина.