ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2021, том 57, № 3, с. 5–16

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ

Использование гармонических пропорций для обоснования справедливого уровня распределения доходов

© 2021 г. А.Е. Варшавский

А.Е. Варшавский
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: varshavae@yandex.ru

Поступила в редакцию 12.01.2021

Аннотация. В статье предлагается использовать гармонические пропорции для обоснования справедливого уровня распределения доходов равных групп населения. Рассматриваются три гармонические пропорции, в первую очередь золотое сечение, а также серебряное сечение и пластическое сечение. В работе используются возможности модели распределения доходов, описываемой конечной функциональной последовательностью, которая была предложена в опубликованных ранее работах автора и на основе которой может быть определена аналитическая зависимость для каждой выделенной группы населения (например, 20 и 10%) от уровня неравенства с помощью нового показателя неравенства, взаимосвязанного с коэффициентом Gini и рассчитываемого по статистическим данным либо с помощью квинтильного или децильного коэффициентов фондов. Приведенные оценки сопоставляются с данными международных рейтингов и подтверждают целесообразность выбора уровня неравенства, характеризующегося показателем неравенства в диапазоне примерно 1,25–1,33 (коэффициент Джини около 26–33), что характерно для стран с социально ориентированной экономикой. Найденные для этого диапазона уровня неравенства соотношения доходов отдельных групп населения могут использоваться также в качестве норматива при разработке и реализации государственной политики, нацеленной на приведение неравенства доходов к гармоничному уровню.

Ключевые слова: неравенство, доход, справедливость, гармонические пропорции, модель, распределение, показатель неравенства, золотое сечение.

Классификация JEL: D63, D31, D30, C51.

DOI: 10.31857/S042473880016407-6

1. ВВЕДЕНИЕ

Существующая экономическая ситуация во многих странах характеризуется значительным уровнем неравенства и устойчивой тенденцией его роста после 1970-х годов. Новыми факторами резкого роста неравенства стали глобализация, вывод производств в страны с дешевым трудом, развитие информационно-коммуникационных технологий, цифровизация, повышение роли сектора финансовых услуг, ослабление влияния профсоюзов, изменение правил оплаты труда, снижение норм налогообложения (Atkinson, 2015). В результате доля доходов наиболее богатых 10% населения возросла к 2016 г. до 37% в европейских странах, 41% — в Китае, 46% — в России, 47% — в США и Канаде (Alvaredo et al., 2018; Stone et al., 2020). При этом наблюдается большой диапазон разброса коэффициента Джини — от 23 до 71 (см. (Palma, 2011, 2014), где были проанализированы данные для 135 стран).

По данным Росстата, коэффициент Джини в России значительно вырос по сравнению с СССР: в 1989 г. — 23,8, в 1991 г. — 26,0, в 2014 г. — 42,0 и в 2016 г. — 41,5; при этом альтернативные оценки ведущих российских экономистов выше (Варшавский,2019).

Значительный рост неравенства стимулировал появление работ ведущих экономистов, посвященных связанным с этим проблемам. Дж. Стиглиц (Stiglitz, 2012) подчеркивал, что именно провалы рынка ведут к росту неравенства, усилению несправедливости. В связи с этим в (Doyle, Stiglitz, 2014) предлагалось снизить неравенство в США к 2030 г. до уровня, при котором индекс Пальма (соотношение доходов наиболее богатых 10% и наиболее бедных 40%) будет равен 1 (в 2017 г. он был равен $P = 1{,}76$, оценка по данным OECD), что соответствует коэффициенту Джини около 27 (см. ниже). В монографии (Venkatasubramanian, 2017) рассматриваются проблемы максимизации справедливости; показано, что этому критерию удовлетворяют скандинавские страны (см. также (Milanovic, 2016)).

Анализ долгосрочных изменений распределения доходов и состояний показывает (Piketty, 2014, 2020; Alfani, 2019; Atkinson, Piketty, Saez, 2011), что на протяжении многовековой истории развития человеческого общества рост неравенства и его стабилизация на некотором максимальном уровне сменялись падением только в результате глобальных катастроф. Такая триггерная модель изменения уровня неравенства типична в условиях неконтролируемого развития; в ее основе лежат, очевидно, пороки человеческого общества, то, что называется смертельным грехом — корыстолюбие, сребролюбие, жадность, зависть, властолюбие.

Однако рост неравенства может сдерживаться с помощью мер, предпринимаемых государством, установками общества на создание государства общественного благосостояния и формирование соответствующих институтов. Такая политика осуществляется в настоящее время в странах с так называемой социально-ориентированной экономикой, где распределение доходов считается справедливым, так как там гармонично сочетаются относительно низкое неравенство доходов с низким же неравенством возможностей (Checchi, Peragine, Serlenga, 2010; Айвазян, 2012).

В данной работе показывается, что гармоничное распределение доходов между отдельными группами населения страны характерно для стран, которые занимают первые места в международных рейтингах социального прогресса, справедливости и счастья и где отмечается справедливый уровень неравенства. С этой целью предлагается метод, основанный на использовании свойств гармонических пропорций и разработанной ранее автором модели (см., например, (Варшавский, 2007а, 2010, 2020) и др.).

2. ОБЪЕКТИВНАЯ НЕОБХОДИМОСТЬ СУЩЕСТВОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЕННОГО УРОВНЯ НЕРАВЕНСТВА

В настоящее время многие ученые пришли к выводу, что относительно небольшое неравенство, не превышающее некоторый уровень, способствует экономическому росту и стимулирует труд, а при высоком уровне неравенства экономическое развитие и развитие общества в целом замедляется. При этом значительно повысилось внимание к проблеме меритократии, перераспределению доходов, обеспечивающему определенный баланс между равенством возможностей (equality of opportunity) и равенством результатов (equality of outcomes) (Arrow, Bowles, Durlauf, 2000; Piketty, Saez,2006).

Равенство возможностей предполагает, как указывается в Хартии ООН и Универсальной декларации прав человека, создание социальных, культурных и политических условий, обеспечивающих всем людям возможность полностью использовать свой потенциал (Social justice..., 2006).

Следует напомнить, что, в соответствии с идеями К. Маркса, оплата труда при социализме должна быть пропорциональной результатам — качеству и количеству выполненной работы. Эти идеи в настоящее время завоевывают все больше последователей во многих странах.

Доктрину эгалитаризма отвергал и русский философ И.А. Ильин (Ильин, 1993, с. 63–66): «Люди от природы не равны: они отличаются друг от друга... справедливость требует, чтобы способным были открыты такие жизненные пути, которые останутся закрытыми для неспособных... Подоходный налог устанавливает справедливое неравенство».

Сказанное подтверждает, что требуется найти «требуется нахождение «применительно к современному обществу правильного баланса между жестокостью и гибкостью, который обеспечивает устойчивость системы» (Макаров, 2010, с. 11). В этой связи можно рассматривать и проблему поиска гармоничного распределения доходов. С этой целью рассмотрим сначала, что понимается под гармонией и гармоническими пропорциями.

3. ГАРМОНИЯ И ГАРМОНИЧЕСКИЕ ПРОПОРЦИИ

Гармония (в переводе с греческого — связь, согласие, стройность) определяется как «категория, отражающая соразмерность и упорядоченность частей целого, единство многообразия, согласованность формы и содержания объекта». Гармония характеризует и социальные отношения в обществе, ее нарушение создает условия для социальных конфликтов (Философский энциклопедический словарь, 1989, с. 108–109).

Еще Аристотель, говоря о гармонии, отмечал: «Во всем, что, будучи составлено из нескольких частей, непрерывно связанных одна с другой или разъединенных, составляет единое целое, сказывается властвующее начало и начало подчиненное. Это общий закон природы, и, как таковому, ему

подчинены одушевленные существа» (Аристотель, 2016, с. 2). Отсюда следует и необходимость количественной оценки пропорций между отдельными частями целого, определяющих гармонию.

Среди гармонических пропорций наиболее известно *золотое сечение* (Golden ratio). Оно определяется как такое деление целого отрезка на две неравные части, при котором меньшая часть так относится к большей, как большая ко всему отрезку. Золотое сечение Лука Пачоли — математик, заложивший основы теории бухгалтерского учета (современник и друг Леонардо да Винчи), называл «божественной пропорцией» (divina proportione) (см. (Пачоли Лука, 2007; Stakhov, 2014)). Используют также, хотя и значительно реже, две другие пропорции: *серебряное сечение* (Silver ratio) и *пластическое сечение* (plastic ratio) (см. (Corbalán, 2016; Fisher, 1993; Stakhov, 2005, 2014; Gazalé, 1999; Суббота, 1994)).

Золотое сечение наблюдается в природе, живописи, скульптуре, архитектуре, музыке, биологии и зоологии, геологии, астрономии (в частности, в астрономии идею гармонии сфер поддерживал Кеплер (Философский энциклопедический словарь, 1989, с. 108–109)). Ему подчиняется расположение листьев и веток многих растений и число лепестков ряда цветков. В медицине оно рассматривается как критерий нормы морфологии внутренних органов человека, соотношения размеров отдельных частей человеческого тела. *Золотое сечение* используется в работах по генетике (Петухов, 2008), для определения гармоничного распределения доходов на основе кривой Лоренца (Алферов, 2006) и даже на рынках Форекс (Fisher, 1993).

Числовое значение золотого сечения, или золотой пропорции, является положительным корнем уравнения золотой пропорции: $a^2 = a + 1$, равным $\phi \approx 1{,}61803$, причем $\phi^{-1} \approx 0{,}61803$.

Серебряное сечение определяется как деление целого отрезка на две неравные части, при котором отношение суммы меньшей и удвоенной большей части к большей равно отношению большей части к меньшей и составляет $1+\sqrt{2}$: $(b+2a)/a = a/b$, откуда $s = 1+\sqrt{2} \approx 2{,}41421$, $\sqrt{s} \approx 1{,}55377$, $s^{-1} \approx 0{,}41421$ и т.д. Серебряное сечение использовалось, в частности, при выборе стандарта размера бумажных листов A1,..., A5, оно часто используется в архитектуре.

И золотое, и серебряное сечения принадлежат к семейству так называемых *металлических сечений*, которые определяются как решение уравнений вида $x^2 - mx - n = 0$. Для золотого сечения $m = n = 1$, для серебряного $m = 2$, $n = 1$.

Кроме металлических сечений, рассматривают также *пластическое сечение*, которое характеризуется так называемым пластическим числом $p \approx 1{,}32472$ — единственным действительным корнем уравнения $a^3 = a + 1$.

Для проведения исследования с целью определения гармоничного распределения доходов, очевидно, необходимо знать аналитические соотношения между определенными доходными группами (квинтилями, децилями и т.д.) при различных уровнях неравенства. Однако существующие показатели неравенства (коэффициент Джини, индекс Тейла и др.) дают только агрегированную оценку неравенства.

Для этой цели используем предложенную автором модель распределения доходов, позволяющую установить аналитическую зависимость каждой 20-, 10%-ной и т.д. группы населения от уровня неравенства с помощью нового показателя неравенства, взаимосвязанного с коэффициентом Джини (Варшавский, 2007а, 2007б, 2010, 2020; Varshavsky, 2010).

4. МОДЕЛЬ, ОПРЕДЕЛЯЮЩАЯ ЗАВИСИМОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДОВ ПО ГРУППАМ НАСЕЛЕНИЯ ОТ УРОВНЯ НЕРАВЕНСТВА

В указанных выше работах автора показано, что относительные (по отношению к доходу наиболее богатой группы с номером n) величины дохода всех групп населения в совокупном доходе могут быть приближенно представлены в виде конечной функциональной последовательности $A(a,n)$, каждый член i которой определяется как отношение доходов соответствующей группы населения i к доходу наиболее богатой группы ($i = n$) и зависит от параметра a, характеризующего уровень неравенства и определяемого как *показатель неравенства a*.

При этом для распределения доходов по 20%-ным группам (квинтилям) предложена следующая конечная степенная последовательность $A(a,5)$, в которой изъяты второй и предпоследний члены и которая используется в качестве базовой:

$$A(a,5) = \{a^{-6}, a^{-4}, a^{-3}, a^{-2}, 1\},\ a \geq 1. \qquad (1)$$

Рассчитываемые с помощью данной модели доли соответствующих 20%-ных доходных групп в общем доходе Qi определяются как[1]:

$$Qi = a^{-(6-i)} / A(a^{-1}), \quad i = 2,3,4; \quad Q5 = 1 / A(a^{-1}), \quad Q1 = a^{-6} / A(a^{-1}), \tag{2}$$

где

$$A(a^{-1}) = 1 + a^{-2} + a^{-3} + a^{-4} + a^{-6} \tag{3}$$

является характеристическим многочленом базовой конечной степенной последовательности $A(a,5)$, все корни которого расположены на единичной окружности.

Высокая точность модели подтверждается результатами оценки доли доходов каждого квинтиля населения различных стран по отношению к доле дохода 20% наиболее богатой части населения, представленных в предыдущих статьях автора (см., например, (Варшавский, 2020)), где приведены результаты оценки для 18 стран OECD).

Модель (1)–(3) для 20%-ных групп используется как базовая для перехода к распределению для 10; 5; 2,5; 1,25%-ных и т.д. групп населения. Например, для 10%-ных групп населения децили распределения доходов равны:

$$D10 = (a^m / (1 + a^m)) / A(a^{-1}),\ D9 = (1 / (1 + a^m)) / A(a^{-1}),\ D8 = b^{-3} / ((1 + b)A(a^{-1})), \ldots,$$

$$D3 = b^{-8} / ((1 + b)A(a^{-1})),\ D2 = b^{-12}(a^m / (1 + a^m)) / A(a^{-1}),\ D1 = b^{12}(1/(1 + a^m))/A(a^{-1}), \tag{4}$$

где $b = \sqrt{a}$ и $m \simeq 2$.

Показатель неравенства a можно определить методом наименьших квадратов по реальным данным о долях дохода 20%-ных групп для каждой страны, а также с помощью соотношения фактических значений крайних квинтилей либо децилей (см. (2) и (4)):

$$a = (Q5 / Q1)^{(1/6)}, \text{ или } a = (D10 / D1)^{1/8}. \tag{5}$$

Доказательства возможности построения модели, основанные на статистическом анализе эмпирических данных, приведены в предыдущих статьях автора. Дополнительное подтверждение справедливости модели, основанное на анализе данных о доле доходов 20%-ных групп населения для 37 стран за 2016 г., приведено в Приложении, п. 1.

Предложенная конечная последовательность отличается тем, что ее характеристический многочлен $A(a^{-1})$ в определенной степени связан с золотым сечением. Действительно, $A(a^{-1})$ можно представить как произведение трех сомножителей с действительными коэффициентами:

$$A(a^{-1}) = (1 - a^{-1} + a^{-2})(1 + ba^{-1} + a^{-2})(1 + ca^{-1} + a^{-2}), \quad a \geq 1, \tag{6}$$

где коэффициенты b и c удовлетворяют следующему условию: $bc = -1$ и $b + c = 1$, — т.е. подчиняются закону золотого сечения: $b = (1 + \sqrt{5}) / 2 = 1{,}618$, $c = (1 - \sqrt{5}) / 2 = -0{,}618$.

Приближенное соотношение между показателем неравенства a и индексом Джини, а также соответствующие квинтильный ($Q5 / Q1$) и децильный ($D10 / D1$) коэффициенты фондов приведены в табл. 1.

В (Варшавский, 2007а, 2010; Varshavsky, 2009, 2010) с помощью данной модели и на основе оценки вектора Шепли и анализа переходных процессов было показано, что при индексе Джини примерно менее 24–25 и более 44–45 возникают определенные проблемы, связанные с развитием общества, а введение специальной функции полезности позволило ориентировочно определить оптимальный уровень неравенства (Джини — около 30). В следующем разделе показано, что использование гармонических пропорций позволяет уточнить эти результаты.

Таблица 1. Связь показателя неравенства a с индексом Джинии квинтильным ($Q5/Q1$) и децильным ($D10/D1$) коэффициентами фондов(Варшавский, 2020)

a	1,2	1,25	1,3	1,35	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,65	1,7	1,75	1,8
Индекс Джини	22	26	30	34	37	40	44	47	49	52	55	57	59
$Q5/Q1$	3,0	3,8	4,8	6,1	7,5	9,3	11,4	13,9	16,8	20,2	24,1	28,7	34,0
$D10/D1$	4,3	6,0	8,2	11,0	14,8	19,5	25,6	33,3	42,9	54,9	69,8	88,0	110,2

[1] Рассчитанные с помощью модели, а также фактические величины квинтилей и децилей обозначаются как Qi и Di с соответствующим пояснением в тексте.

5. УРОВЕНЬ НЕРАВЕНСТВА, СООТВЕТСТВУЮЩИЙ ГАРМОНИЧЕСКИМ ПРОПОРЦИЯМ В РАСПРЕДЕЛЕНИИ ДОХОДОВ

Используя аналитические выражения, приведенные выше, определим, при каком уровне неравенства в распределении доходов между отдельными группами будут соблюдаться гармонические пропорции. Как показывают результаты приведенных ниже расчетов, все три вида гармонических пропорций определяют некоторую область изменения показателя неравенства a и, соответственно, коэффициента Джини.

Рассмотрим два варианта, соответствующих *золотому сечению*.

Вариант 1. Соотношение доходов двух наиболее богатых квинтилей $Q5/Q4$, а также наиболее бедных $Q2/Q1$ и, аналогично, соотношение доходов наиболее богатых децилей $D10/D9$ и наиболее бедных $D2/D1$ соответствуют золотому сечению:

$$Q5/Q4 = Q2/Q1 = a^2 = \phi = 1{,}618,\ a = \phi^{1/2} = 1{,}272;$$

$$D10/D9 = D2/D1 = a^2 = \phi = 1{,}618 \text{ и т.д.}$$

Из (1)–(2) следует, что $Q4/Q3 = Q3/Q2 = a = 1{,}272$ ($Gini \approx 27$).

В этом случае справедливы следующие соотношения.

1. Доход наиболее богатых 10% $(D10)$ равен доходу наиболее бедных 40% населения $(Q1+Q2)$, т.е. *индекс Пальма* (Palma ratio) P, который определяется как отношение доходов наиболее богатых 10% и наиболее бедных 40% населения, равен 1: $P = D10/(Q1+Q2) = 1$. Это следует из аналитического выражения для индекса Пальма P, которое находится из формул (1) и (2):

$$P = D10/(Q1+Q2) = a^8/(1+a^2)^2. \tag{7}$$

Из (7) видно, что $P = 1$ при $a^4 = (1+a^2)$, т.е. когда $a^2 \approx 1{,}618$.

При $P = 1$ доход десятого дециля одновременно равен доходу четвертого квинтиля, т.е. $D10 = Q1+Q2 = Q4$, что легко показать с помощью (1) и (4).

2. Доход наиболее богатых 10% среднего класса $(D9)$ равен доходу второго квинтиля $(Q2)$: $D9 = Q2$, что следует из выражений (2) и (4).

3. Распределение суммарного дохода дециля $D10$ и трех наиболее богатых децилей среднего класса также соответствует золотому сечению: $D10 = (1/\phi)(D9+D8+D7)$.

Таким образом, в случае когда величина показателя неравенства a соответствует золотому сечению: $a^2 = \phi = 1{,}618$, $a = 1{,}272$ ($Gini \approx 27$), — доход 10% самых богатых равен доходу нижних 40% и одновременно доходу 20% верхней части среднего класса, доход второго по уровню дециля равен доходу второго снизу квинтиля и т.д., а соотношения доходов двух наиболее богатых децилей, а также двух наиболее богатых квинтилей соответствуют золотому сечению, т.е. имеют место следующие соотношения:

$$D10 = Q1+Q2;\ D10 = Q4;\ Q4 = Q1+Q2;\ D9 = Q2;\ Q5 = 1{,}618Q4;\ Q2 = 1{,}618Q1;$$

$$Q4 = 1{,}272Q3;\ Q3 = 1{,}272Q2;\ D10 = 0{,}618Q5;\ D10 = 0{,}618(D9+D8+D7).$$

При более низком уровне неравенства ($a \approx 1{,}23$, $Gini = 23 \div 24$) справедливы соотношения:

$$D10 = D7+D6;\ a \approx 1{,}226\ (Gini \approx 23);$$

$$Q5 = 0{,}618(Q4+Q3+Q2);\ a \approx 1{,}235\ (Gini \approx 24).$$

Вариант 2. Общий доход распределяется между наиболее богатыми 20% ($Q5$) и остальными 80% населения в соответствии с золотым сечением:

$$Q5/(Q4+Q3+Q2+Q1) \equiv Q5/(100-Q5) = 1/\phi = 0{,}618, \text{ т.е. } Q5 = 100(1-1/\phi) = 38{,}2.$$

В этом случае показатель неравенства $a = 1{,}297 \approx 1{,}3$ ($Gini \approx 30$).

Практически при этом же уровне неравенства соблюдается соотношение $Q5/(Q3+Q2+Q1) = 1$, откуда следует уравнение $1 = a^{-3}+a^{-4}+a^{-6}$, корень которого равен $a = 1{,}304$ ($Gini \approx 30$), причем при показателе неравенства $a = 1{,}272$ $\quad Q5/(100-Q5) \approx 0{,}58$.

В (Варшавский, 2007a,2007b) была предложена функция полезности, вид которой совпадает с выражением для $Q4$ (см. (2)), и максимальное значение которой определяет точку устойчивости

при распределении доходов. Производная $Q4$ по a равна нулю при $2a^6 - a^3 - 2a^2 - 4 = 0$, корень этого уравнения $a \approx 1{,}298$ ($Gini \approx 30$) практически совпадает с найденным выше.

Близкие значения a имеют место и при некоторых вариантах *серебряного сечения*: $Q5 = (s^{-0,5})(Q4 + Q3 + Q2 + Q1)$, где $s^{-0,5} = 0{,}6436$; это соотношение соблюдается при $a \approx 1{,}313$ ($Gini \approx 31$); $D10 = (s^{-0,5})(D9 + D8 + D7)$, $a \approx 1{,}293$($Gini \approx 30$).

В случае пластического сечения доход наиболее богатых 20% равен доходу среднего класса, т.е. имеет место соотношение $Q5 = Q4 + Q3$, так как в этом случае из (2) следует: $1 = a^{-2} + a^{-3}$ или $a^3 = a + 1$ и показатель неравенства $a = p = 1{,}3247$ ($Gini \approx 32$).

При очень близком значении показателя неравенства $a = 1{,}329$ ($Gini \approx 32$) можно также показать, что доход наиболее богатой части среднего класса равен доходу нижних 60%:

$$D9 + D8 + D7 = D6 + D5 + D4 + D3 + D2 + D1.$$

Полезно также в качестве промежуточных нормативов при снижении неравенства знать соотношения, которые имеют место при несколько большем уровне неравенства:

$$D10 = D9 + D8,\ a \approx 1{,}353\ (Gini \approx 34);$$

$$D10 = D7 + D6 + D5,\ a \approx 1{,}359\ (Gini \approx 34);$$

$$D10 = (D5 + D4 + D3 + D2 + D1),\ a \approx 1{,}354\ (Gini \approx 34),$$

т.е. при $a \approx 1{,}35$ ($Gini \approx 34$) можно приближенно считать равными доходы наиболее богатых 10% ($D10$), следующих за ними 20%, принадлежащих среднему классу ($D9 + D8$), более бедных 30%, также представителей среднего класса ($D7 + D6 + D5$), и 50% наиболее бедных ($D5 + D4 + D3 + D2 + D1$).

Таким образом, диапазон изменения показателя неравенства, близкий к $1{,}27 \le a \le 1{,}33$ ($27 \le Gini \le 32$), соответствует гармоническим пропорциям и приведенные выше соотношения децилей и квинтилей могут использоваться как целевые нормативы для органов государственного управления. В Приложении, п. 2, приведены также соотношения, которые имеют место при несколько большем уровне неравенства и которые полезно также использовать в качестве промежуточных нормативов.

6. ПОКАЗАТЕЛИ НЕРАВЕНСТВА В СОЦИАЛЬНО-ОРИЕНТИРОВАННЫХ СТРАНАХ

В настоящее время в ряде стран уровень неравенства доходов достаточно низкий — индекс Джини равен примерно 25–35 (напомним, что в СССР в 1989 г. он составлял 23,8). В первую очередь следует назвать группу «Nordic model» (Финляндия, Дания, Швеция, Норвегия и Исландия) (Andersen et al., 2007). Социально-экономическая система этих стран, предоставляющая домашним хозяйствам трансферты и социальные услуги, финансируемые за счет высоких налогов, основана на принципах равенства возможностей, справедливого распределения богатства и общественной ответственности за тех, кто не может воспользоваться минимальными условиями для нормальной жизни (Welfare state, n/d; Kenton, 2019). Для нее характерны значительные государственные и частные инвестиции в человеческий капитал (включая уход за детьми, сферы образования и НИОКР), сильные профсоюзы (в 2016 г. профсоюзами там было охвачено от 49 до 89% занятых), координация уровня заработной платы, высокие пособия по безработице, значительный государственный сектор, стимулирование конкуренции; чувство доверия среди граждан к государственным учреждениям и т.д. К этой модели в определенной степени близки некоторые другие страны, в частности Нидерланды и Австрия (Andersen et al., 2007).

На становление социально-ориентированной экономики большое влияние оказали события в России в 1917 г.: «Скандинавские левые социал-демократы в 1918–1919 гг. учились на опыте русской революции и большевиков» (Кан, 1980).

Высокий уровень государственных расходов в скандинавских странах требует высокого уровня налогообложения: максимальные ставки НДФЛ равны в Дании — 55,9%, Норвегии — 38,4%, Швеции— 57,1%. При этом максимальная ставка НДФЛ в Дании применяется ко всем доходам, превышающим средний уровень в 1,3 раза, в Норвегии — в 1,6 раза, и в Швеции — в 1,5 раза.

Доля поступлений от НДФЛ составляла в 2017 г. (данные OECD) в Дании 24,2% ВВП, в Норвегии — 10,3% ВВП, в Финляндии — 12,6% и в Швеции — 13,3% (в России, по данным Росстата, в 2019 г. — 3,6% ВВП). При этом в Норвегии и Швеции отчисления на социальное обеспечение

работодателя и работника в сумме составляют соответственно 18,8 и 29,2% оплаты труда работника, не имеющего детей и получающего среднюю заработную плату (в США — 14,7%). А в Дании нет таких взносов, и для финансирования социальных программ используется часть доходов от НДФЛ (Asen, 2020).

В этих странах отмечается высокое качество жизни, что подтверждается данными таких индексов международных рейтингов, как Индекс социального прогресса (Social Progress Index — SPI), Индекс социальной справедливости (Social Justice Index — SJI), Индекс счастья (Ranking of Happiness).

Индекс SPI (The Social, 2019) рассчитывается на основе 54 показателей, объединенных в три группы: основные потребности человека (питание, доступ к медицинской помощи, обеспеченность жильем и др.), основы благополучия (доступ к базовым знаниям, уровень грамотности населения, доступ к информации и средствам коммуникации, уровень здравоохранения и др.), возможности развития (уровень личных и гражданских свобод, возможность реализации своего потенциала и др.). Он определяет уровень обеспечения социальных и экологических потребностей населения большого числа стран. SPI характеризует благосостояние общества непосредственно по социальным и экологическим результатам, а не по экономическим показателям. В 2019 и 2020 г. на первом месте была Норвегия, на последнем — Южный Судан. Среднее значение индекса для первых 10 стран равно 89,4; средняя величина индекса Джини — 29,1 (у России — 62 место, SPI = 69,71).

Индекс SJI (Hellmann, Schmidt, Heller, 2019) для стран ЕС и OECD рассчитан на основе 38 количественных и 8 качественных показателей (показатели бедности; показатели, характеризующие доступ к качественному образованию; показатели рынка труда; социальные показатели, характеризующие неравенство доходов, гендерное неравенство, дискриминацию по возрасту; проблемы развития последующих поколений — экология; затраты на науку, государственный долг; проблемы здравоохранения). Первые 10 мест заняли следующие страны: Исландия, Норвегия, Дания, Финляндия, Швеция, Нидерланды, Словения, Новая Зеландия, Германия, Великобритания; средний индекс Джини у этих стран был равен 28,6, а средний SJI — 7,14.

Индекс счастья для 156 стран (Helliwell, Layard, Sachs, 2019) также показал, что первые 10 мест заняли страны с невысоким уровнем неравенства: индекс Джини у них оказался в диапазоне 25,5 (Исландия) — 34,9 (Новая Зеландия).

Эти данные свидетельствуют о том, что качество жизни и уровень благосостояния выше в странах с меньшим неравенством и что государственная политика является по-настоящему эффективной, если она нацелена не только на повышение экономических показателей, но и на улучшение благосостояния людей, как ныне живущих, так и будущих поколений.

7. СООТВЕТСТВИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ГАРМОНИЧЕСКОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДОХОДОВ И ИНДЕКСА СОЦИАЛЬНОГО ПРОГРЕССА

Представляет интерес, как приведенные данные рейтингов согласуются с полученными выше оценками гармонических пропорций в распределении доходов между равными группами населения. С этой целью рассмотрим подробнее оценки индекса SPI для первых 20 стран (табл. 2).

Анализ этих данных показывает, что распределение доходов, характеризуемое приведенными выше показателями, соответствующими гармоничным пропорциям, типично именно для стран, занимающих первые места по уровню социального прогресса, социальной справедливости, качеству жизни и индексу счастья.

Действительно, средние показатели для первых 5 стран, представленных в табл. 2, равны: a=1,262, $Gini$ = 27,3, $D10/Q5$ = 0,615, $Q5/Q4$ = 1,618, $D10/Q4$ = 0,996, $D10/Q12$ = 0,986, $Q5/Q14$ = 0,578, что очень близко к показателям, определенным с помощью золотого сечения. Средние показатели для следующих 10 стран равны соответственно 1,306; 31,2; 0,625; 1,813; 1,079; 1,178; 0,648, а для стран, занимающих 16–20 места,— 1,294; 30,7; 0,610; 1,652; 1,009; 1,128; 0,622 соответственно. Отличие этих показателей от тех, которые соответствуют гармоническим пропорциям, не превышает нескольких процентов.

Таблица 2. Индексы социального прогресса (SPI) и социальной справедливости (SJI) для первых 20 стран и значения соотношений $D10/Q5$, $Q5/Q4$, $D10/Q4$, $D10/Q12$, $Q5/Q14$ ($Q12 = Q1 + Q2$; $Q45 = Q4 + Q5$; $Q14 = Q1 + Q2 + Q3 + Q4$)

Страна	SPI	SJI	*Gini*	a^*	$D1$	$Q1$	$Q12$	$Q45$	$Q5$	$D10$	$D10/Q5$	$Q5/Q4$	$D10/Q4$	$D10/Q12$	$Q5/Q14$
Норвегия	90,95	2	26,2	1,260	3,3	8,9	23,6	57,9	35,2	21,3	0,605	1,551	0,938	0,903	0,543
Дания	90,09	3	26,1	1,244	3,9	9,6	23,8	58,1	35,5	21,7	0,611	1,571	0,960	0,912	0,550
Швейцария	89,89	12	29,6	1,285	3,4	8,2	21	61,9	39,1	24,3	0,621	1,715	1,066	1,157	0,642
Финляндия	89,56	4	26,6	1,249	4	9,5	23,6	58,6	36,2	22,2	0,613	1,616	0,991	0,941	0,567
Швеция	89,45	5	28,2	1,270	3,6	8,7	22,6	59,4	36,9	23	0,623	1,640	1,022	1,018	0,585
Исландия	89,29	1	25,5	1,238	4	9,8	24,2	57,8	35,4	21,5	0,607	1,580	0,960	0,888	0,548
Новая Зеландия	88,93	8	34,9	1,340	2,9	7,3	19,2	64,5	42,2	27,5	0,652	1,892	1,233	1,432	0,730
Германия	88,84	9	29,4	1,290	3,2	8,2	21,8	60,6	37,7	23,2	0,615	1,646	1,013	1,064	0,605
Канада	88,81	11	31,0	1,312	2,8	7,6	20,6	61,7	38,5	23,6	0,613	1,659	1,017	1,146	0,626
Япония	88,34	24	33,9	1,355	2,3	6,5	18,9	63,8	40,4	25	0,619	1,726	1,068	1,323	0,678
Нидерланды	88,31	6	28,5	1,275	3,3	8,7	22,4	59,8	37,1	23	0,620	1,634	1,013	1,027	0,590
Австралия	88,02	23	33,0	1,329	2,8	7,3	19,7	63,4	40,2	24,9	0,619	1,733	1,073	1,264	0,672
Великобритания	87,98	10	35,7	1,355	2,4	6,9	18,9	64,8	42,7	28	0,656	2,828	1,267	1,481	0,745
Ирландия	87,97	13	30,9	1,294	3,3	8,5	21,9	60,6	38,1	23,8	0,625	1,693	1,058	1,087	0,616
Франция	87,79	14	29,1	1,275	3,5	8,8	22,4	60,2	38,2	24	0,628	1,736	1,091	1,071	0,618
Люксембург	87,66	18	30,4	1,303	3	7,9	21	61,5	38,3	23,2	0,606	1,651	1,000	1,105	0,621
Испания	87,47	25	34,1	1,366	2	6,2	18,5	64,1	40,2	24,4	0,607	1,682	1,021	1,319	0,672
Португалия	87,12	21	33,1	1,333	2,7	7,3	20	63,2	40,8	25,9	0,635	1,821	1,156	1,295	0,689
Бельгия	86,77	17	26,6	1,255	3,7	9	22,9	58,7	35,2	21	0,597	1,498	0,894	0,917	0,543
Австрия	86,40	16	28,4	1,285	2,9	8,2	22,2	59,7	36,8	22,3	0,606	1,607	0,974	1,005	0,582
Показатели распределения доходов, характеризующегося гармоническими и близкими к ним пропорциями**			24	1,23	3,9	9,9	24,8	56,8	34,2	20,6	0,602	1,513	0,911	0,830	0,520
			26	1,25	3,6	9,3	23,8	58,1	35,4	21,6	0,610	1,563	0,953	0,908	0,548
			27	1,272	3,3	8,7	22,7	59,4	36,7	22,7	0,618	1,618	1,000	1,000	0,581
			30	1,3	3,0	8,0	21,4	61,1	38,4	24,1	0,628	1,690	1,062	1,127	0,623
			33	1,325	2,7	7,4	20,3	62,6	39,9	25,4	0,637	1,756	1,119	1,251	0,663
			34	1,35	2,4	6,8	19,3	64,0	41,3	26,7	0,646	1,823	1,177	1,385	0,704

Примечание. В таблице для всех стран приведены фактические данные, кроме показателя неравенства.

* Показатель неравенства a рассчитан на основе данных OECD, 2017 г.: $a = (Q5/Q1)^{1/6}$.

** Показатели рассчитаны с использованием модели (1)–(4) и данных табл. 1.

Источники: OECD Income Distribution Database (IDD) (http://stats.oecd.org/Index.aspx? DataSetCode=IDD) и рассчитанные показатели распределения доходов, характеризующегося гармоническими и близкими к ним пропорциями.

8. ВЫВОДЫ

Таким образом, для стран с социально ориентированной экономикой характерно гармоничное распределение доходов между равными группами населения, что подтверждается сопоставлением реальных и полученных с помощью предложенной модели данных.

Приведенные оценки и их сопоставление с данными международных рейтингов подтверждают целесообразность выбора уровня неравенства, характеризующегося величиной показателя неравенства, находящейся в диапазоне, близком к 1,25–1,33 (индекс Джини — около 26–33). Найденные для этого диапазона соотношения доходов отдельных групп населения могут использоваться в качестве нормативов при разработке и реализации государственной политики, нацеленной на приведение неравенства к гармоничному уровню.

Безусловно, при этом следует учитывать, что «не существует одной-единственной научной истины относительно идеального уровня неравенства» и что выбор этого уровня должны сделать демократические институты (Alvaredo et al., 2018). Кроме того, по-видимому, необходимо учитывать размеры территории и численность населения каждой страны.

Реальная возможность контроля уровня неравенства подтверждается развитием стран с социально ориентированной экономикой. Очевидно, при этом необходимо большое внимание уделять этике отношений в человеческом обществе, укреплению институтов, борющихся с человеческими пороками.

Государственная политика должна способствовать перераспределению доходов населения путем введения прогрессивной шкалы НДФЛ. При этом передача богатыми значительной части своего высокого дохода государству с помощью прогрессивной ставки НДФЛ должна морально поощряться.

Можно напомнить также слова Аристотеля: «Сделать государство достойным зависит уже не от судьбы, а от знания и свободной воли. Добродетель государства сказывается в том, что граждане, участвующие в государственном управлении, добродетельны» (Аристотель, 2016).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Анализ данных World Income Inequality Database (WIID) о чистом персональном доходе за 2016 г. для 37 стран показывает с достаточной точностью справедливость предположения о том, что распределение доходов по 20%-ным группам (квинтилям) описывается конечной степенной последовательностью $A(a,5) = \{a^{-6}, a^{-4}, a^{-3}, a^{-2}, 1\}$, каждый член которой является отношением доходов группы i населения к доходу наиболее богатой группы ($i = 5$), т.е. $Q1/Q5 = a^{-6}$, $Q2/Q5 = a^{-4}$, $Q3/Q5 = a^{-3}$, $Q4/Q5 = a^{-2}$, $Q5/Q5 = 1$, где a — показатель неравенства, $a \geq 1$. Действительно, результаты регрессионного анализа показывают, что $\{\ln(Q2/Q5)\}/\ln(a) \approx -4$ (коэффициент регрессии: −4,026), $\{\ln(Q3/Q5)\}/\ln(a) \approx -3$ (коэффициент регрессии: −2,948) и $\{\ln(Q4/Q5)\}/\ln(a) \approx -2$ (коэффициент регрессии: −1,935), где $\ln a = (1/6)\ln(Q5/Q1)$ (см. рисунок). Это подтверждается также низкими значениями стандартных ошибок: 0,03209, 0,03362, 0,03158, соответственно, причем для всех трех зависимостей *P-value* = 0,000.

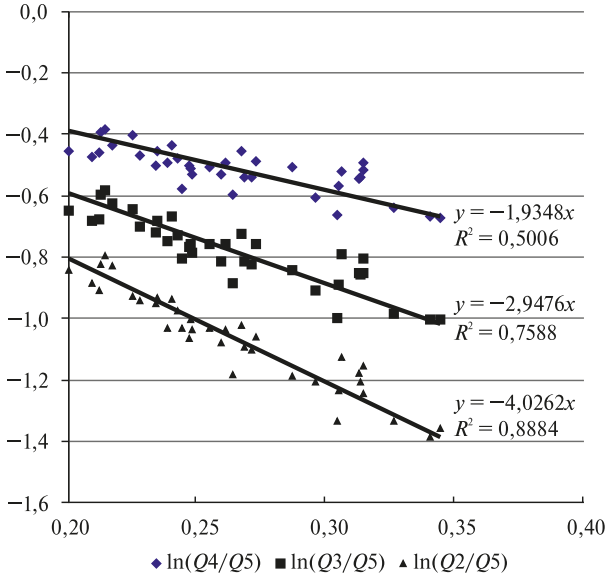

Рисунок. Оценка показателей степени трех членов конечной степенной последовательности $A(a, 5)$: $\{\ln(Q2/Q5)\}/\ln(a) = -4$ (коэффициент регрессии −4,026), $\{\ln(Q3/Q5)\}/\ln(a) = -3$ (коэффициент регрессии: −2,948) и $\{\ln(Q4/Q5)\}/\ln(a) = -2$ (коэффициент регрессии равен −1,935), где $\ln(a) = (1/6)\ln(Q5/Q1)$

Источник: World Income Inequality Database (WIID) (https://www.wider.unu.edu/project/wiid---world-income-inequality-database)

2. Можно показать, используя формулы (2) и (3), что при высоком уровне неравенства, когда наиболее богатые 20% получают половину и более от общего дохода, имеют место соотношения: $Q5/(Q4 + Q3 + Q2 + Q1) \equiv Q5/(100-Q5) = 1, Q5 = 50$ при $a \approx 1{,}513$ (*Gini* ≈ 44); $D10/(Q4+Q3) = 1$ при $a \approx 1{,}53$ (*Gini* ≈ 46); $D10/(D9+D8+D7) = 1$ при $a \approx 1{,}55$ (*Gini* ≈ 47), так как $a^4 = 2a^2 + 1$, $a^2 = 1 + 2^{1/2} = 2{,}414$ (серебряное сечение); $D10/(D7+D6+D5+D4+D3+D2+D1) = 1$ при $a \approx 1{,}55$ (*Gini* ≈ 47) и т.д.

Если распределение доходов еще более несправедливо, т.е. основная часть общего дохода достается наиболее богатым и $a = 1{,}618$ и $a^2 = 2{,}618$, то соотношения доходов двух наиболее богатых, а также двух наиболее бедных квинтилей (децилей) равны $Q5/Q4 = Q2/Q1 = D10/D9 = D2/D1 = a^2 = \phi^2 = 2{,}618$, $a = \phi = 1{,}618$, *Gini* ≈ 50. И когда доход наиболее богатых 20% превышает суммарный доход остальных 80% населения в 1,618 раз, т.е. при соотношении $Q5/(Q4+Q3+Q2+Q1) \equiv Q5/(1-Q5) = 1{,}618$, $Q5 = 61{,}8$, показатель неравенства $a = 1{,}786$ (*Gini* ≈ 58).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

Айвазян С.А. (2012). Анализ качества и образа жизни населения. ЦЭМИ РАН. М.: Наука. [**Aivazian S.A.** (2012). Quality of life and living standards analysis (econometric approach). Central Economics and Mathematics Institute of RAS. Moscow: Nauka (in Russian)].

Алферов С.А. (2006). Гармоничное распределение доходов и Золотая пропорция // *Академия Тринитаризма*. Режим доступа: http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320025.htm [**Alferov S.A.** (2006). Harmonious

distribution of income and Golden proportion. Available at: http://www.trinitas.ru/rus/doc/0232/009a/02320025.htm (in Russian)].]

Аристотель (2016). Политика. Пер. с древнегреч. С.А. Жебелева. М.: АСТ [**Aristotle** (2016). Politics. Translated from ancient Greek by S.A. Zhebelev (in Russian).]

Варшавский А.Е. (2007а). Значительное снижение неравенства доходов — важнейшее условие перехода к инновационной экономике, основанной на знаниях // *Экономика и математические методы*. № 4. С. 35–55. [**Varshavsky A.E.** (2007a). Significant reduction of income inequality is the most important condition for the transition to an innovative economy based on knowledge. *Economics and Mathematical Methods*, 43, 4, 35–55 (in Russian).]

Варшавский А.Е. (2007б). Замедление распространения инноваций и перехода к обществу знаний при росте экономического неравенства // *Концепции*. № 2 (19). С. 3–36. [**Varshavsky A.E.** (2007b). Slowing down diffusion of innovations and transition to knowledge-based society under income inequality growth. *Concepcii*, 2 (19), 3–36 (in Russian).]

Варшавский А.Е. (2010). Проблемы взаимного изменения основных составляющих социальной стратификации при шоковых воздействиях // *Экономика и математические методы*. Т. 46. № 2. С. 3–22. [**Varshavsky A.E.** (2010). Problems of mutual changes of the main components of social stratification under the shocks. *Economics and Mathematical Methods*, 46, 2, 3–22 (in Russian).]

Варшавский А.Е. (2019). Чрезмерное неравенство доходов — проблемы и угрозы для России // *Социологические исследования*. Т. 10. № 19. С. 52–61. DOI: 10.31857/S013216250006136–2 [**Varshavsky A.E.** (2019). Excessive income inequality — problems and threats for Russia. *Sociological Studies (Socis),* 10, 19, 52–61 (in Russian).]

Варшавский А.Е. (2020). Модель распределения доходов на основе конечной функциональной последовательности и ее применение для анализа неравенства //*Экономика и математические методы*. Т. 56. № 4. С. 20–31. [**Varshavsky A.E.** (2020). Model of income distribution on the basis of a finite functional sequence and its application for inequality analysis. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 4, 20–31 (in Russian).]

Ильин И.А. (1993). В поисках справедливости. О грядущей России: Избранные статьи. Под ред. Н.П. Полторацкого. М.: Воениздат. С. 63–66. Режим доступа: http://www.gosudarstvo.voskres.ru/ilin/nz/nz-76–77.htm [**Ilyin I.A.** (1993). In search of Justice. On the coming Russia: Selected articles. N.P. Poltoratsky (ed.). Moscow: Voenizdat (in Russian).]

Кан А.С. (1980). История скандинавских стран. М.: Высшая школа. [**Kan A.S.** (1980). History of the Scandinavian countries. Moscow: Vysshaja shkola (in Russian).]

Макаров В.Л. (2010). Социальный кластеризм. Российский вызов. М.: Бизнес Атлас. [**Makarov V.L.** (2010). *Social clusterism. Russian challenge*. Moscow: Business Atlas (in Russian).]

Пачоли Лука (2007). О божественной пропорции. Репринт изд. 1509. С приложением перевода А.И. Щетникова. М.: Фонд «Русский авангард». Режим доступа: http://www.mathnet.ru/links/0e248efcdc261905a990b7024c861729/mo490.pdf [**Pacioli Luca** (2007). About the divine proportion. Translated by A.I. Shchetnikov. Moscow: Foundation "Russkii avangard" (in Russian). Originally published: **Pacioli Luca (Paciollo)** (1509). Divina proportione. Venice: Paganino de Paganinis.]

Петухов С.В. (2008). Матричная генетика, алгебры генетического кода, помехоустойчивость. М.: Регулярная и хаотическая динамика. [**Petoukhov S.V.** (2008). *The matrix genetics, algebras of the genetic code, noise immunity*. Moscow: Regular & Chaotic Dynamics (in Russian)].

Суббота А.Г. (1994). «Золотое сечение» («section aurea») в медицине. Лекции. СПб.: Воен.-мед. акад. [**Subbota A.G.** (1994). *"The Golden Section" ("section aurea") in medicine. Lectures*. St. Petersburg: Voen.-med. akad. (in Russian).]

Философский энциклопедический словарь (1989). С.С. Аверинцев и др. (ред. колл.). 2-е изд. М.: Советская энциклопедия. С. 108–109. [*Philosophical Encyclopedia* (1989). S.S. Averintsev et al. (eds.). 2nd ed. Moscow: Sovetskaja entsiklopedija, 108–109 (in Russian).]

Alfani G. (2019). *Handbook of Cliometries*. C. Diebolt, M. Haupert (eds.). Berlin: Heidelberg, Springer Verlag, Springer Nature Switzerland, 1173–1201.

Alvaredo F., Chancel L., Piketty T., Saez T., Zucman G. (2018). *World inequality report 2018*. Paris, Berkeley, World Inequality Lab. Available at: https://wir2018.wid.world/download.html

Andersen T., Holmström B., Honkapohja S., Korkman S., Söderström H., Vartiainen J. (2007). *The Nordic model. Embracing globalization and sharing risks*. Helsinki: ETLA.

Arrow K., Bowles S., Durlauf S. (2000). *Meritocracy and economic inequality*. Princeton: Princeton University Press.

Asen E. (2020). *Insights into the tax systems of Scandinavian countries*. February 24. Available at: https://taxfoundation.org/bernie-sanders-scandinavian-countries-taxes/

Atkinson A. (2015). *Inequality: What can be done?* Cambridge: Harvard University Press.

Atkinson A., Piketty T., Saez E. (2011). Top incomes in the long run of history. *Journal of Economic Literature*, 49, 1, 3–71.

Checchi D., Peragine V., Serlenga L. (2010). Fair and unfair income inequalities in Europe. *IZA Discussion Paper No. 5025*. June 2010. Bonn.

Corbalán F. (2016). *The golden ratio: The mathematical language of beauty*. Washington: National Geographic.

Doyle M., Stiglitz J. (2014). Eliminating extreme inequality: A sustainable development goal, 2015–2030. *Ethics and International Affairs*, 28 (10), 1–7.

Fisher R. (1993). *Fibonacci applications and strategies for traders*. N.Y.: John Wiley & Sons, Inc.

Gazalé M. (1999). *Gnomon: From pharaohs to fractals*. Princeton: Princeton University Press.

Helliwell J., Layard R., Sachs J. (2019). *World happiness report 2019*. N.Y.: Sustainable Development Solutions Network.

Hellmann T., Schmidt P., Heller S. (2019). *Social justice in the EU and OECD*. Index report 2019. Bertelsmann Stiftung. December.

Kenton W. (2019). *Welfare state*. July 14. Available at: https://www.investopedia.com/terms/w/welfare-state.asp

Milanovic B. (2016). *Global inequality: A new approach for the age of globalization*. Cambridge: Belknap Press of Harvard University Press.

Palma J.G. (2011). Homogeneous middles vs. heterogeneous tails, and the end of the 'Inverted-U': The share of the rich is what it's all about. *Cambridge Working Papers in Economics (CWPE) 1111*. Cambridge: Cambridge University. Available at: http://www.econ.cam.ac.uk/dae/repec/cam/pdf/cwpe1111.pdf

Palma J.G. (2014). Has the income share of the middle and upper-middle been stable over time, or is its current homogeneity across the world the outcome of a process of convergence? The 'Palma Ratio' revisited. *Cambridge Working Papers in Economics 1437*. Cambridge: Faculty of Economics, University of Cambridge.

Piketty T. (2014). *Capital in the twenty-first century*. Cambridge: Harvard University Press.

Piketty T. (2020). *Capital and ideology*. Cambridge: Harvard University Press.

Piketty T., Saez E. (2006). The evolution of top incomes: A historical and international perspective. *American Economic Review*, 96 (2), 200–205. Available at: http://emlab.berkeley.edu/users/saez/piketty-saezOUP04US.pdf

Social justice in an Open World (2006). N.Y.: United Nations.

Stakhov A. (2005).The generalized principle of the golden section and its applications in mathematics, science, and engineering. *Chaos, Solitons & Fractals*, 26 (2), 263–289.

Stakhov A. (2014). A history, the main mathematical results and applications for the mathematics of harmony. *Applied Mathematics*, 5, 363–386.

Stiglitz J. (2012). *The price of inequality: How today's divided society endangers our future*. N.Y., L.: W.W. Norton & Company.

Stone C., Trisi D., Sherman A., Beltran J. (2020). *A guide to statistics on historical trends in income inequality*. January 13. Available at: https://www.cbpp.org/research/poverty-and-inequality/a-guide-to-statistics-on-historical-trends-in-income-inequality

The Social Progress Index 2019 (2019). Available at: https://socialprogress.in/2019/09/social-progress-index-2019-reveals-progress-in-sustainable-development-goals-too-slow-threatens-chances-of-fulfilling-2030-agenda/

Varshavsky A. (2009). A new model of income distribution based on polynomial with roots on the unit circle. 8th International Conference of the International Development Ethics Association (IDEA) on *"Ethics of Human Development and Global Justice: Responsibilities of Institutions and Citizens for Action on Poverty"*. F. Arenas-Dolz, L.C. Sanahuja, L. Palop, L. Giancristofaro (eds.). Valencia: Etica del desarrollo humano y justicia global, 451–456. ISBN: 978–84–7642–791–0. Available at: http://naullibres.com/libro/etica-del-desarrollo-humano-y-justicia-global

Varshavsky A. (2010). Assessing reasonable limits of inequality on the basis of a new model of income distribution. *Intellectual Economics*, 1 (7), 63–75. Available at: https://www.mruni.eu/upload/iblock/451/Varshavsky.pdf

Venkatasubramanian V. (2017). *How much inequality is fair? Mathematical principles of a moral, optimal, and stable capitalist society*. Columbia: Columbia University Press.

Welfare state (n/d). Encyclopædia Britannica. Available at: https://www.britannica.com

Using harmonic proportions to justify fair level of the income distribution

© 2021 A.E. Varshavsky

A.E. Varshavsky
Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia; e-mail: varshavae@yandex.ru

Received 12.01.2021

Abstract. The harmonic proportions are used in the article to justify the fair level of income distribution for the equal groups of the population. Three harmonic proportions are considered: first of all, the "golden ratio", as well as the "silver ratio" and the "plastic ratio". The paper describes the possibilities of the new model of income distribution described by a finite functional sequence that was proposed in the earlier author's articles. This model makes it possible to estimate quantitatively the income shares of quintile and decile of different levels of inequality using a new indicator of inequality that is correlated with Gini coefficient and estimated using statistical data or the quintile and decile dispersion ratios. These estimates are compared with the data of international ratings and confirm the desirability of choosing a level of inequality characterized by the inequality indicator in the range of approximately 1.25–1.33 (Gini coefficient about 26–33), which is typical for social market economies. The income ratios of individual population groups found for this range of inequality levels can be used as a standard in the development and implementation of state policy aimed at achieving some harmonious inequality level.

Keywords: inequality, income, fair, harmonious proportions, model, distribution, indicator of inequality, golden ratio.

JEL Classification: D63, D31, D30, C51.

DOI: 10.31857/S042473880016407-6