

---

---

**МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ  
ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ**

---

---

**Математическая модель совместного использования основных средств  
предприятий машиностроения**

© 2021 г. Г.В. Колесник, М.Б. Рыбаков

**Г.В. Колесник,**

*Российский экономический университет им. Г.В. Плеханова, Москва; e-mail: kolesnik.gv@rea.ru*

**М.Б. Рыбаков,**

*АО «Вертолеты России», Москва; e-mail: rybakovmb@gmail.com*

Поступила в редакцию 09.06.2021

**Аннотация.** Высокая конкуренция на рынках товаров и услуг делает актуальной задачу повышения эффективности использования производственных активов предприятий. Одним из возможных направлений ее решения является совместная эксплуатация активов различными субъектами по мере их необходимости. Особенно активно данное направление начало развиваться в последнее десятилетие благодаря возможности по агрегированию спроса и предложения и автоматизированному заключению контрактов, предоставляемым современными цифровыми технологиями. Основой построения систем управления производственными активами при совместном их использовании является математическая модель, позволяющая определять оптимальные режимы загрузки активов в целях снижения общей стоимости владения и получения дополнительной операционной прибыли. В статье рассматривается математическая модель многопродуктовой территориально-распределенной производственной системы, отражающая особенности деятельности машиностроительных предприятий и предполагающая возможность совместного пользования основными средствами. Формулируются экономические и социальные критерии эффективности управления основными средствами для максимизации прибыли предприятий, минимизации логистических издержек и простоев. Исследованы оптимальные режимы функционирования системы при данных критериях. Показано, что совместное использование основных средств при определенных условиях позволяет существенно повысить эффективность операционной деятельности предприятий.

**Ключевые слова:** управление активами, основные средства, совместное использование, цифровая платформа, производственно-транспортная задача.

**Классификация JEL:** D24, L23, L64.

**DOI:** 10.31857/S042473880017517-7

## ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время все более широкое применение в различных сферах экономической деятельности находит бизнес-модель совместного использования, позволяющая сгладить недостатки классического владения активами, одновременно не лишая субъектов преимуществ от возможности их эксплуатации (Belk, 2014; Шмелева, Безделов, Рыбаков, 2020). Согласно статистике РАЭК объем транзакций на основных платформах совместного потребления в России в 2019 г. составил около 769,5 млрд руб. с годовым темпом роста около 50%<sup>1</sup>. Наибольший вклад в объем и рост экономики совместного пользования вносят сектора С2С-продажи, различного рода услуг для совместного пользования, а также краткосрочная P2P-аренда жилых помещений (Cheng, 2016; Mair, Reischauer, 2017). Среднегодовой темп роста лидирующих секторов в 2018–2019 гг. составлял от 30 до 59%<sup>2</sup>.

В отличие от P2P-сектора в промышленности модели совместного пользования активами нашли ограниченное применение. До недавнего времени в сложных производственных системах

---

<sup>1</sup> Экономика совместного потребления в России-2019. РАЭК/ТИАР-Центр, 2020 ([https://tiarcenter.com/wp-content/uploads/2020/03/RAEC\\_Sharing-economy-in-Russia-2019\\_March-2020.pdf](https://tiarcenter.com/wp-content/uploads/2020/03/RAEC_Sharing-economy-in-Russia-2019_March-2020.pdf)).

<sup>2</sup> Частных продавцов в интернете стало больше покупателей // РБК. 2019 (<https://www.rbc.ru/business/23/10/2019/5daff0bd9a794715e7d154b3>).

с распределенной территориальной структурой отсутствовала возможность создания оперативных планов переназначения мощностей из-за сложности и трудоемкости сбора и обработки информации о состоянии их загрузки, совместимости и взаимном дополнении. Это делало нерентабельными стратегии краткосрочной аренды производственных активов, в результате чего наиболее распространенным способом совместного использования активов в промышленности стал лизинг, ориентированный на долгосрочную аренду. В настоящее время лизинговая индустрия является одним из важных инфраструктурных элементов национальных экономических систем и мирового рынка, удовлетворяя потребности промышленности в специализированных активах. По оценке *World Leasing Yearbook*, годовой объем лизинговых сделок на мировом рынке в 2019 г. составил более 1362 млрд долл.<sup>3</sup> Основными сегментами лизинга являются производственные активы для транспортной, строительной, добывающей отраслей, тогда как доля оборудования машиностроения составляет всего порядка 1%.

Бурное развитие цифровых технологий в последние десятилетия позволило значительно снизить транзакционные издержки заключения сделок краткосрочной аренды активов за счет применения цифровых платформ, способных агрегировать большое число предложений и автоматизировать процедуры заключения контрактов (Уринцов, Староверова, Свиридова, 2019). Это дает возможность предприятиям проводить более гибкую политику развития и использования своих производственных активов с учетом текущей конъюнктуры рынков, способствующую повышению эффективности хозяйственной деятельности.

Несмотря на то что в настоящее время различным аспектам экономики совместного пользования посвящено значительное число как российских, так и зарубежных публикаций, они фокусируются в основном на исследованиях С2С-сектора как наиболее развитого (Платонова, 2019). Большое внимание уделяется крауд-финансовым технологиям (Ахмадиева, 2017; Безделов, 2018), совместному использованию активов в сфере услуг и торговли (Muñoz, 2016; Scaraboto, 2015). Вопросы внедрения этих механизмов в бизнес-стратегии промышленных предприятий представляются еще недостаточно изученными. В связи с этим крайне важным является исследование ролей, перспектив и эффектов совместного пользования активами в промышленности для всех заинтересованных сторон, включая владельцев и пользователей ресурсов, органы управления, а также платформы взаимодействия.

В части исследований промышленного производства зарубежными авторами отмечается растущая тенденция к применению стратегий, ориентированных на услуги (*servitization*), заключающихся в повышении ценности бизнеса путем предоставления, помимо основной продукции, дополнительно широкого спектра сопутствующих продуктов и услуг различным заинтересованным сторонам (Vandermerwe, Rada, 1988; Baines et al., 2009). Совместное использование активов предприятия рассматривается в контексте этой тенденции, наряду с такими явлениями, как контракты жизненного цикла, пакетные предложения, обучение, экологические сервисы и другое (Ferran et al., 2017). Дальнейшее развитие таких моделей может привести к системным изменениям в производственном секторе, что окажет существенное влияние на развитие мировой экономики.

Возможным применением данного подхода служит создание цифровых платформ уровня крупных холдинговых компаний и отраслей, которые позволяли бы предприятиям, не являющимся специализированными лизинговыми компаниями, получать дополнительную прибыль от совместного использования активов для выполнения конкретных заказов. Помимо основных средств, данный подход также может быть распространен на управление финансовыми, нематериальными активами и человеческими ресурсами предприятий.

В работах (Bettoni, 2018; Silva et al., 2019) излагается рамочная концепция и архитектура общеевропейской платформы производственных услуг MANU-SQUARE (*manufacturing ecosystem of qualified resources exchange*), предназначенной для оптимизации цепочек поставок путем предоставления временно свободных основных средств для удовлетворения производственного спроса.

Данная концепция определяет общие принципы функционирования платформы. Однако практическое применение таких инструментов требует разработки математических моделей, учитывающих отраслевые особенности и позволяющих определять оптимальные режимы функционирования производственной системы с точки зрения различных критериев.

<sup>3</sup> World Leasing Review (<http://newsletter.world-leasing-yearbook.com/winter-2021#/page/1>).

В настоящей статье формулируется математическая модель оптимизации эксплуатации основных средств предприятий машиностроения, предполагающая возможность совместного их использования хозяйствующими субъектами, подключенными к цифровой платформе. Исследуются свойства оптимальных решений и проводится оценка приращения эффективности от внедрения стратегий совместного использования основных средств.

### МОДЕЛЬ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОСНОВНЫХ СРЕДСТВ

В рассматриваемой задаче объектом моделирования является совокупность производственных процессов территориально-распределенной системы предприятий высокотехнологичных отраслей промышленности. Исследователями выделяются следующие характерные свойства производственных процессов таких предприятий (Селезнева, Клочков, 2020):

- наличие избыточных производственных мощностей, содержание которых приводит к дополнительным издержкам;
- длительный производственный цикл высокотехнологичной продукции;
- возможность неоднократного использования одного и того же оборудования на различных стадиях производственного процесса;
- нерегулярность заказов, обусловленная высокой стоимостью производимой продукции, а также зависимостью от социально-политических условий;
- олигополистический характер конкуренции и сетевая структура рынков, что обуславливает мультипликативный эффект изменения объемов производства.

В работе (Селезнева, 2020) отмечается, что наличие у производителей свободных конструкторских либо производственных мощностей является необходимым условием поддержания конкурентной среды на рынках высокотехнологичной продукции.

Эти особенности делают актуальной задачу оптимизации загрузки имеющихся основных средств путем их предоставления другим предприятиям для выполнения заказов в рамках объединяющей производственной системы (объединения, холдинга или отрасли в целом). Особую актуальность данная задача приобретает для крупномасштабных холдинговых структур, возникших при реформировании высокотехнологичных отраслей машиностроения (авиастроения, судостроения, оборонной промышленности) и включающих предприятия, производящие аналогичную продукцию и располагающие схожими типами основных производственных активов (Попович, Дроговоз, 2009).

Формально модель совместного использования основных средств в территориально-распределенной производственной системе может быть представлена как производственно-транспортная задача, предполагающая одновременную оптимизацию режимов эксплуатации оборудования отдельных входящих в нее предприятий (решение производственной задачи) и перевозок сырья и готовой продукции между ними (транспортная задача). К настоящему времени разработаны эффективные методы решения данных задач для линейных и нелинейных постановок (Гольштейн, Соколов, 1997; Манилов, 2017), что открывает широкие возможности для их практического применения. В частности, в работах (Львов и др., 1996; Медницкий, Фаттахов, Бушанский, 2003) постановки такого рода задач рассматривались для оценки эффективности крупномасштабных инвестиционных проектов, в работе (Роголин и др., 2018) — для построения планов производства и перевозок продукции потребителям, в работе (Бендиков, Мищенко, Солодовников, 2019) — для планирования цепей поставок в территориально-распределенной холдинговой системе.

В рассматриваемом нами случае модель описывает многопродуктовую территориально-распределенную производственную систему, состоящую из  $N$  предприятий (узлов), связанных между собой транспортной сетью. Каждое предприятие производит  $L$  видов продукции с применением  $K$  типов основных средств. В дальнейшем выпускаемая продукция может потребляться как в качестве промежуточного продукта для производства других видов продукции, так и в качестве конечного продукта, идущего потребителям за пределы системы. Объем заказов конечных потребителей на продукцию вида  $l$  со сроком исполнения  $t$ , размещенных в узле  $n$  системы, обозначим через  $c_l^n(t)$ . Объем заказа на продукцию вида  $l$  со сроком исполнения  $t$ , размещенного узлом  $m$  в узле  $n$ , обозначим через  $r_l^{nm}(t)$ .

Необходимым условием, обеспечивающим возможность оптимизации распределения основных средств, является по крайней мере частичная производственная однородность данной продукции, что дает возможность использовать при ее производстве однотипное оборудование. В рассматриваемом случае для упрощения записи модели будем предполагать, что технологические процессы производства одного и того же вида продукции во всех узлах одинаковы. Более общая ситуация частичной производственной однородности может быть получена путем расширения множества видов производимой продукции.

Технологический процесс производства продукции вида  $l$  — это временной ряд длительности  $T_l$ , описываемый двумя матрицами — матрицей основных средств  $S^l$  и матрицей прямых затрат  $A^l$ . Матрица  $S^l$  имеет размерность  $K \times T_l$ , ее элементы  $s_{kt}^l$  показывают мощность производственного оборудования типа  $k$ , используемую в период  $t$  технологического процесса для производства единицы продукции вида  $l$ , элемент равен нулю, если данный тип оборудования не задействован.

Мощность доступного производственного оборудования типа  $k$  в узле  $n$  в момент времени  $t$  определяется уравнением динамики:

$$M_k^n(t+1) = M_k^n(t) + M_k^{n+}(t) - M_k^{n-}(t), M_k^n(0) = \text{const}, \quad (1)$$

где  $M_k^{n+}(t)$  и  $M_k^{n-}(t)$  — ввод и выбытие типа  $k$  производственного оборудования в узле  $n$  в момент времени  $t$  соответственно.

Динамическая матрица прямых затрат  $A^l$  имеет размерность  $L \times T_l$ . Ее элементы  $a_{mt}^l$  — продукция вида  $m$ , используемая в период  $t$  технологического процесса для производства единицы продукции вида  $l$ , она равна нулю, если данный тип продукции не задействован.

Запас вида  $l$  продукции в узле  $n$  в момент  $t$  можно найти из уравнения

$$Z_l^n(t+1) = Z_l^n(t) + x_l^n(t) - \sum_{m=1}^L \sum_{\tau=1}^{T_m} a_{l\tau}^m x_m^n(t+\tau) - \sum_{n'=1}^N r_l^{mn}(t) + \sum_{n'=1}^N r_l^{n'n}(t) - c_l^n(t), \quad (2)$$

$$Z_l^n(0) = \text{const}.$$

Здесь  $x_l^n(t)$  — выпуск вида  $l$  продукции в узле  $n$  в момент  $t$ ;  $\sum_{m=1}^L \sum_{\tau=1}^{T_m} a_{l\tau}^m x_m^n(t+\tau)$  — промежуточное потребление вида  $l$  продукции в узле  $n$ , складывающееся из затрат данного ресурса на всех стадиях технологических процессов, происходящих в момент  $t$ ;  $\sum_{n'=1}^N r_l^{mn}(t)$ ,  $\sum_{n'=1}^N r_l^{n'n}(t)$  — соответственно суммарный объем отправленной из узла  $n$  на другие предприятия и поставленной в узел  $n$  от других предприятий продукции вида  $l$  в момент  $t$ ;  $c_l^n(t)$  — объем конечного потребления вида  $l$  продукции, произведенной в узле  $n$ , в момент времени  $t$ .

Во всех узлах системы в каждый момент времени  $\tau = 0, \dots, T$  должны выполняться ограничения на мощность

$$\sum_{l=1}^L s_{lk}^\tau x_l^n(\tau) \leq M_k^n(\tau) \quad (3)$$

и на затрачиваемые ресурсы

$$Z_l^n(\tau) \geq 0. \quad (4)$$

Для системы (1)–(4) могут быть сформулированы различные критерии оптимальности использования производственного оборудования. В рыночной экономике таким критерием традиционно выступает максимизация прибыли:

$$\Pi_n(t) = \sum_{l=1}^L (p_l(t) - v_l^n) c_l^n(t) - \varphi^n, \quad (5)$$

где  $p_l(t)$  — цена на продукцию вида  $l$  в момент времени  $t$ ,  $v_l^n$  — удельные переменные издержки производства вида  $l$  продукции в узле  $n$ ,  $\varphi^n$  — постоянные издержки функционирования узла  $n$ .

Тогда оптимизационная задача для рассматриваемой системы на интервале планирования  $[0, T]$  может быть записана в виде

$$\Pi = \sum_{t=1}^T \sum_{n=1}^N \Pi_n(t) \rightarrow \max. \quad (6)$$

Цены, объемы и сроки выполнения заказов потребителей в отраслях машиностроения определяются, как правило, заключаемыми до начала производства договорами и фиксированы на этапе

производства. Тогда доходная часть в выражении (5) будет константой, поэтому вместо максимизации прибыли (6) может формулироваться задача минимизации издержек предприятий. В предположении о том, что производственные процессы во всех узлах системы одинаковы, издержки при перераспределении заказов по узлам будут определяться транспортными расходами, расходами на хранение запасов и расходами, связанными с простоями оборудования.

Для оценки транспортных расходов, возникающих при перемещении продукции между узлами, будем предполагать, что они пропорциональны объему перемещаемой продукции и расстоянию между узлами (Юдин, Гольштейн, 2010). Обозначим через  $\Theta^l$  матрицу транспортных расходов размерности  $N \times N$ , где  $\theta_{nn'}^l$  — затраты на транспортировку единицы продукции вида  $l$  из узла  $n$  в узел  $n'$ . Тогда суммарные транспортные расходы в системе в момент времени  $t$  составят

$$\Theta(t) = \sum_{l=1}^L \sum_{n=1}^N \sum_{n'=1}^N \theta_{nn'}^l r_l^{nn'}(t). \quad (7)$$

Оценку расходов на хранение запасов также будем проводить средствами линейной модели, в которой суммарные расходы на хранение продукции в момент времени  $t$  во всех узлах системы будут иметь вид

$$\Xi(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{l=1}^L \xi_l^n Z_l^n(t), \quad (8)$$

где  $\xi_l^n$  — расходы на хранение единицы продукции вида  $l$  в узле  $n$  системы.

Тогда задача минимизации суммарных транспортно-логистических издержек в системе может быть записана в виде

$$F = \sum_{t=1}^T (\Theta(t) + \Xi(t)) \rightarrow \min_{\{x,r\}}, \quad (9)$$

где  $T$  — горизонт планирования;  $x$  — временной ряд выпусков продукции всеми узлами системы в период планирования;  $r$  — перевозки продукции между всеми узлами системы в период планирования.

Издержки, связанные с простоем оборудования, обусловлены тем, что его содержание в период простоя может обходиться предприятию дороже, чем при нормальном режиме эксплуатации. Это может быть обусловлено наличием дополнительных затрат, связанных с техническим обслуживанием простаивающего оборудования, оплатой труда работников в период простоя, запуском производства после простоя (проверка, приведение в рабочее состояние, наладка и т.д.). Помимо этого, длительные простои могут приводить к перемещениям или увольнениям работников, в результате чего при поступлении в дальнейшем заказов предприятие может оказаться не обеспеченным трудовыми ресурсами в достаточной степени. Поэтому, наряду с задачей минимизации издержек, может быть добавлена задача обеспечения наиболее равномерной загрузки производственных мощностей всех узлов системы с целью минимизации негативных последствий длительных простоев.

Обозначим через  $S_k^n(t)$  объем загруженных мощностей производственного оборудования типа  $k$  в узле  $n$  в период  $t$ :

$$S_k^n(t) = \sum_{l=1}^L s_{lk}^t x_l^n(t). \quad (10)$$

В качестве показателя равномерности загрузки рассмотрим коэффициент вариации:

$$V_k^n = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (S_k^n(t) - \bar{S}_k^n)^2} / \bar{S}_k^n, \quad (11)$$

где  $\bar{S}_k^n$  — средний объем загруженных мощностей производственного оборудования типа  $k$  в узле  $n$  в прогнозном периоде.

Тогда критерий равномерной загрузки может быть представлен как задача минимизации средней вариации загруженных производственных мощностей в системе:

$$\bar{V} = \frac{1}{NK} \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^K V_k^n \rightarrow \min_{\{x,y\}}. \quad (12)$$

Отметим, что критерий (12) имеет нелинейный характер, в связи с чем для решения данной задачи должны применяться методы нелинейной оптимизации.

Как альтернативный вариант условий, приводящий к линейной задаче, может быть предложено введение в задачу с линейным критерием (6) или (9) дополнительных требований к минимальной загрузке основных средств предприятий, т.е. запись ограничений (3) в форме двухсторонних неравенств,

$$\mu_k^n(\tau) \leq \sum_{l=1}^L s_{lk}^\tau x_l^n(\tau) \leq M_k^n(\tau), \tag{13}$$

где  $\mu_k^n(\tau)$  — минимальная загрузка типа  $k$  оборудования в узле  $n$  в момент времени  $\tau$ .

В такой постановке задача определения оптимального режима использования производственных мощностей смыкается с задачей учета социальных эффектов функционирования крупных предприятий машиностроения (Волощук, Колесник, Невская, 2006) в части минимизации перемещений и увольнений работников.

Экономические и социальные критерии могут комбинироваться в задаче с различными весами с целью отражения при формировании оптимального режима требований всех заинтересованных сторон.

### ОПТИМАЛЬНЫЕ РЕЖИМЫ

В качестве примера, иллюстрирующего возможности предлагаемой модели, рассмотрим систему с  $N = 2$  узлами, в которой производится два вида товаров ( $L = 2$ ) на двух типах ( $K = 2$ ) производственного оборудования.

Диаграммы на рис. 1 представляют компактное графическое изображение матрицы использования оборудования  $S^l$  и динамической матрицы прямых затрат  $A^l$ , которые предполагаются одинаковыми для обоих предприятий. По оси абсцисс отложено время, прошедшее с начала производственного процесса. Над осью времени указана загрузка в производстве единицы продукции первого типа оборудования  $s_{1t}^l$  и применение первого вида продукции  $a_{1t}^l$ , ниже оси — второго вида оборудования  $s_{2t}^l$  и второго вида продукции  $a_{2t}^l$ .

Для упрощения анализа будем предполагать, что мощности основных средств предприятий в системе фиксированы на протяжении периода планирования.

Для данной системы при различных сценарных условиях решались задачи оптимизации транспортно-логистических издержек с критерием (9), а также обеспечения равномерности загрузки оборудования с критерием (12), и проводился сравнительный анализ получаемых режимов.

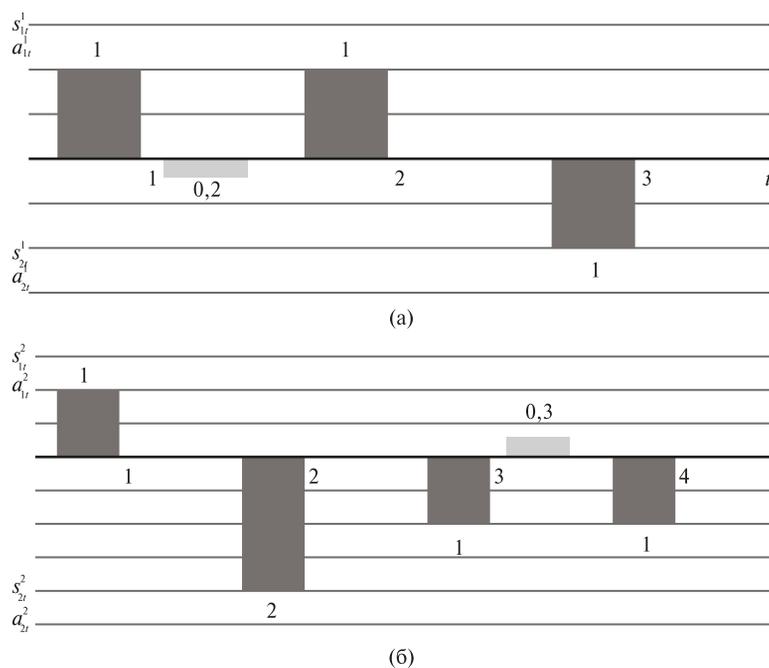


Рис. 1. Диаграммы процессов производства первого (а) и второго (б) вида продукции

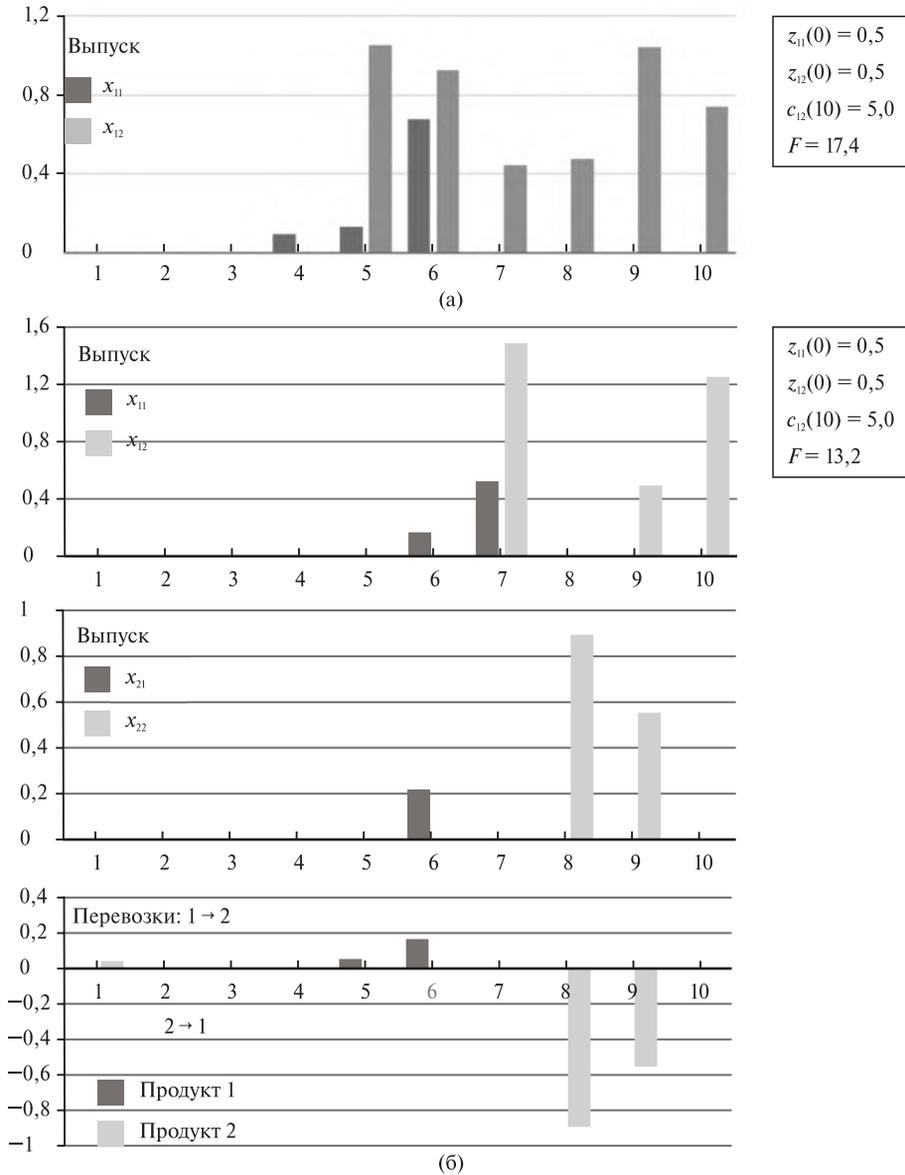


Рис. 2. Режимы работы без оптимизации (а) и с оптимизацией мощностей (б)

Решение задачи минимизации транспортно-логистических издержек позволило выявить три класса оптимальных режимов функционирования, имеющих место в системе в зависимости от начальных запасов сырья и промежуточной продукции, а также объемов и сроков выполнения заказов, размещаемых потребителями.

1. Оптимизация использования оборудования не требуется. Мощности производственного оборудования и запасы в каждом узле достаточны для выполнения заказа в полном объеме в установленные сроки. Данный режим характеризуется существенной избыточностью мощностей производственного оборудования предприятия и запасов для выполнения плановых заказов.

2. Оптимизация использования оборудования приводит к снижению издержек. В данном режиме оборудование и наличные запасы в каждом узле позволяют своевременно выполнить заказы в полном объеме. Однако оптимизация приводит к снижению суммарных издержек транспортировки и хранения по сравнению с исходным режимом.

На рис. 2 приведены режимы функционирования системы без оптимизации и после неё. В рассматриваемом случае предприятие 1 имеет заказ на поставку  $c_{12} = 5$  единиц продукции 2 в момент времени  $t = 10$ . При этом начальные запасы и мощности оборудования предприятия достаточны для самостоятельного выполнения заказа.

На рис. 2а показан режим функционирования предприятия 1 без оптимизации. Средний за период уровень использования мощностей предприятия в таком режиме составляет 48,5%, средний уровень загрузки мощностей предприятий по всей системе (с учетом неработающего предприятия 2) — 24,5%. Суммарные издержки за период  $F = 17,4$ .

На рис. 2б приведен результат оптимизации. Видно, что в производстве продукции оказывается задействовано предприятие 2, в результате чего на начальном этапе происходит транспортировка сырья из узла 1 в узел 2 (третья диаграмма на рис. 2б), а на конечном — обратная транспортировка готовой продукции. Средний уровень загрузки мощностей предприятий в системе увеличивается до 27%, суммарные издержки с учетом транспортной составляющей  $F = 13,23$ , что на 24% ниже по сравнению с исходным режимом.

3. Оптимизация использования оборудования является необходимым условием для выполнения заказов. Данный режим характеризуется недостаточностью мощностей имеющегося в отдельных узлах производственного оборудования либо запасов продукции для своевременного выполнения заказов. В связи с этим их своевременное исполнение возможно только в результате совместного пользования оборудованием.

Пример такого режима представлен на рис. 3. В нем для сценарных условий (см. рис. 2) объем заказа, размещаемого потребителями на предприятии 1, увеличен до  $c_{12}(10) = 6,0$ . При независимом функционировании предприятия 1 задача оптимизации не имеет допустимых решений, т.е. заказ в таком объеме не может быть выполнен в установленный срок. В то же время при оптимальном распределении работ между предприятиями выполнение данного заказа оказывается возможным. На рис. 3 показано, что на оптимальном режиме в начальные периоды осуществляются перевозки продукции из первого узла во второй для обеспечения загрузки его производственных

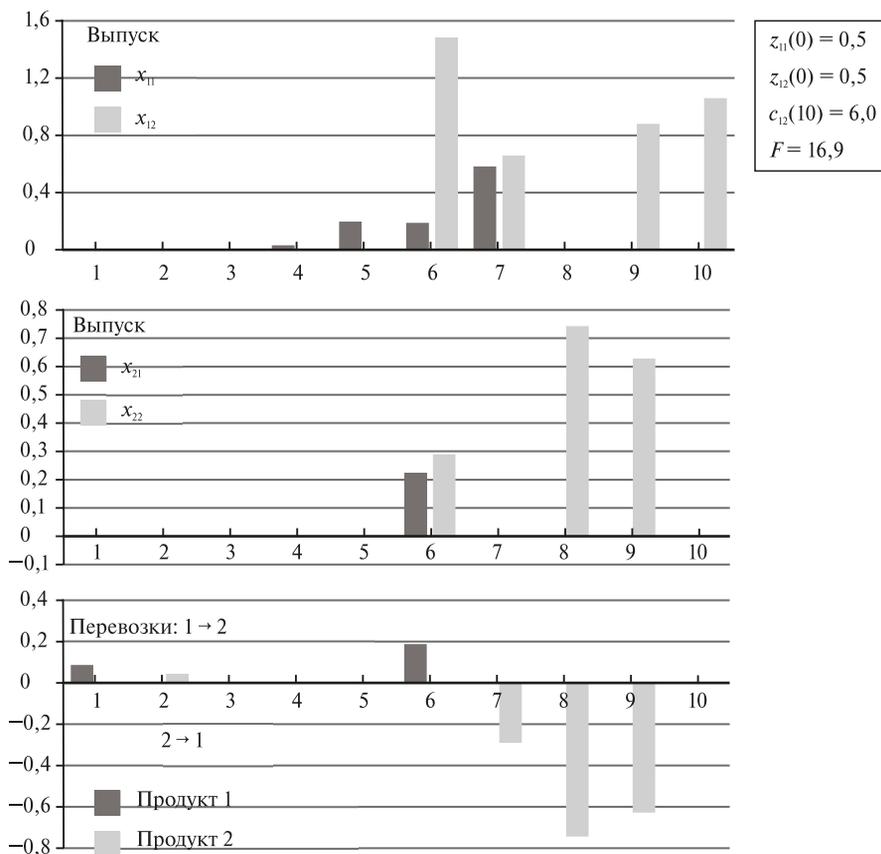


Рис. 3. Оптимальный режим работы при невозможности выполнения заказа одним предприятием

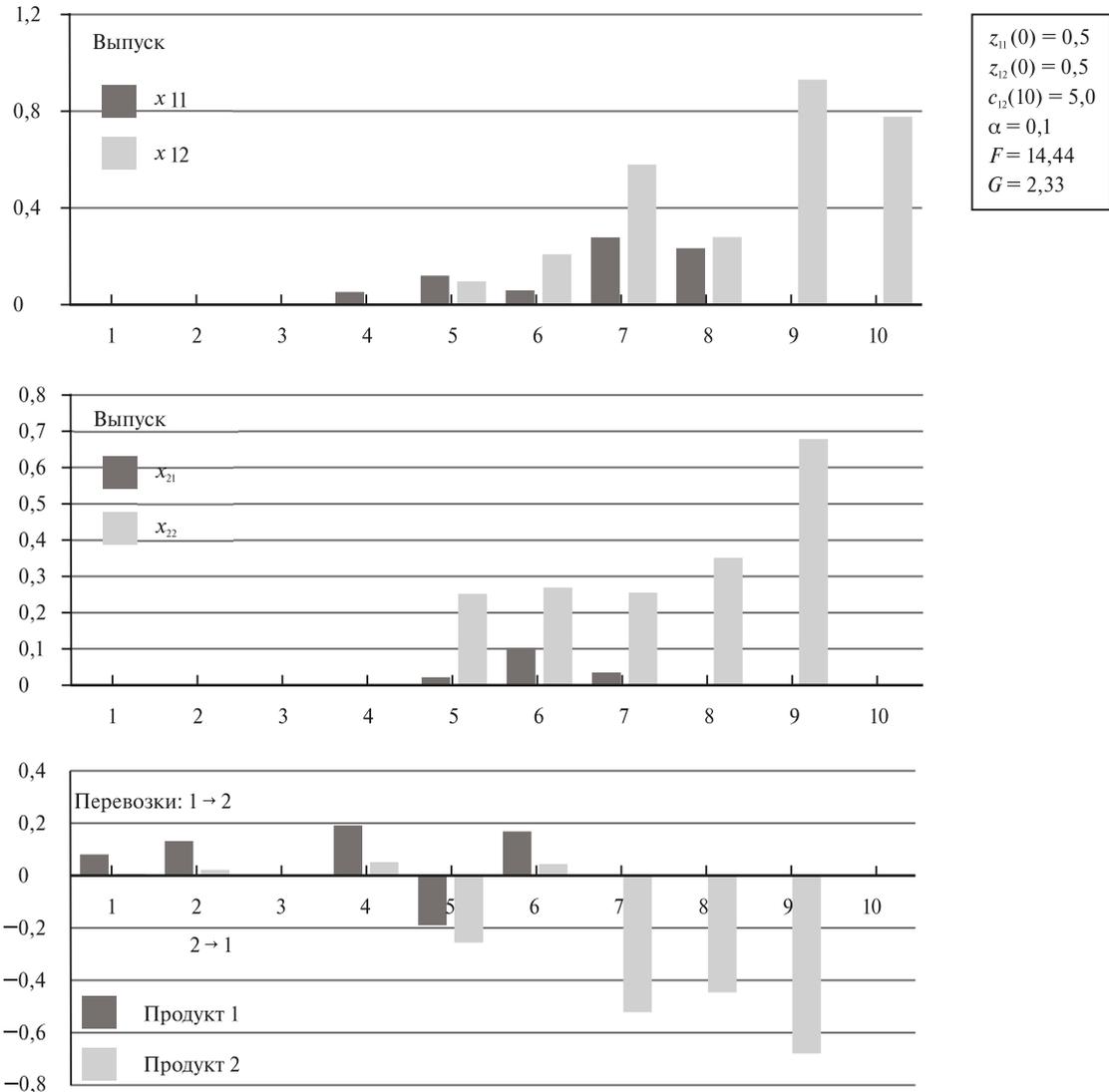


Рис. 4. Оптимальный режим работы с учетом равномерности загрузки мощностей предприятий

мощностей, а в конечные периоды — обратные перевозки для формирования запасов готовой продукции на предприятии 1.

Теперь исследуем, как на оптимальный режим функционирования повлияет введение в задачу социального критерия обеспечения равномерности загрузки оборудования (12). С этой целью рассмотрим аддитивную свертку критериев (9), (12) вида

$$G = \alpha F + (1 - \alpha) \bar{V} \rightarrow \min_{\{x,y\}} \tag{14}$$

где  $\alpha$  — относительная значимость критерия транспортно-логистических издержек.

Оптимизация нелинейной функции  $G$  проводилась методом обобщенного градиента. На рис. 4 приведены параметры режима функционирования системы для сценарных условий, показанных на рис. 2.

Видно, что соответствующий оптимальный режим характеризуется более равномерным распределением во времени выпуска продукции на обоих предприятиях, а также ростом интенсивности перевозок между ними. Это приводит к возрастанию транспортных расходов и расходов на хранение продукции, в результате чего растут совокупные затраты  $F$ . Однако этот рост компенсируется снижением вариации использования мощностей, что дает оптимум по агрегированному критерию (14).

Результаты расчетов показывают, что совместное использование основных средств предприятий в производственных системах позволяет в некоторых случаях уменьшить совокупные производственные издержки даже с учетом возникновения дополнительных транспортных расходов. Кроме того, при размещении на предприятиях достаточно крупных заказов применение данного механизма может стать необходимым условием своевременного их выполнения.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Реализация модели совместного использования основных средств предприятий является перспективным направлением повышения эффективности их операционной деятельности. Данная модель позволяет проводить гибкую политику развития и управления активами с учетом текущего состояния рынков, способствующую повышению коэффициента их полезного использования, снижению издержек их простоя и, как следствие, увеличению операционной прибыли предприятия.

В статье предложена модель, основанная на решении производственно-транспортной задачи специфической структуры, предполагающей одновременную оптимизацию загрузки производственного оборудования и транспортных потоков в территориально-распределенной системе. Проведенные расчеты демонстрируют, что при определенных условиях совместное пользование основными средствами будет эффективным инструментом снижения производственных затрат, а также экономических и социальных издержек, связанных с простоем предприятий. Кроме того, при размещении крупных заказов данный механизм может оказаться необходимым для обеспечения их своевременного выполнения.

Представленная модель может являться основой для формирования цифровой платформы по торговле временно свободными основными средствами предприятий в составе крупных холдингов или отраслевых объединений. Ее функциональность может расширяться и дополняться для учета особенностей производственного процесса, критериев различных заинтересованных сторон, а также для интеграции возможностей управления финансовыми и нематериальными активами и трудовыми ресурсами.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Ахмадиева М.С.** (2017). Краудфинансы, состояние и перспективы развития на современном этапе // *Символ науки*. Т. 1. № 4. С. 22–35. [**Akhmadieva M.S.** (2017). Crowdfinance, state and prospects of development at the present stage. *Symbol of Science*, 1, 4, 22–35 (in Russian).]
- Безделов С.А.** (2018). Финансовая цифровизация для стимулирования регионального развития и смягчения санкционных рисков // *Федерализм*. № 2 (90). С. 129–140. [**Bezdelov S.A.** (2018). Financial digitalization for the stimulation of regional development and the neutralization of sanctions' risks. *Federalism*, 2 (90), 129–140 (in Russian).]
- Бендиков М.А., Мищенко А.В., Солодовников В.В.** (2019). Экономико-математический подход к тактическому планированию цепи поставок географически распределенных промышленных предприятий (на примере угольного холдинга) // *Логистика и управление цепями поставок*. № 3 (92). С. 18–28. [**Bendikov M.A., Mishchenko A.V., Solodovnikov V.V.** (2019). Economic and mathematical approach to tactical planning of supply chain of geographically distributed industrial enterprises (case of coal holding). *Logistics and Supply Chain Management*, 3 (92), 18–28 (in Russian).]
- Волощук С.Д., Колесник Г.В., Невская Е.М.** (2006). Учет нерыночных факторов в оценке стоимости предприятий оборонно-промышленного комплекса. Монография. М.: Центр оборонных проблем АВН. [**Voloshchuk S.D., Kolesnik G.V., Nevskaya E.M.** (2006). *Non-market factors in the assessment of the value of enterprises of the military-industrial complex*. Monograph. Moscow: Center for Defense Problems of the Academy of Military Sciences (in Russian).]
- Гольштейн Е.Г., Соколов Н.А.** (1997). Декомпозиционный метод решения производственно-транспортных задач // *Экономика и математические методы*. Т. 33. № 1. С. 112–128. [**Golstein E.G., Sokolov N.A.** (1997). Decomposition method for solving production and transport problems. *Economics and Mathematical Methods*, 33, 1, 112–128 (in Russian).]
- Львов Д.С., Медницкий В.Г., Медницкий Ю.В., Овсиенко Ю.В.** (1996). Об оценке эффективности функционирования крупномасштабных хозяйственных объектов // *Экономика и математические методы*. Т. 32. Вып. 1. С. 5–18. [**Lvov D.S., Mednitsky V.G., Mednitsky Yu.V., Ovsienko Yu.V.** (1996). On the evaluation of the efficiency of large-scale economic facilities. *Economics and Mathematical Methods*, 32, 1, 5–18 (in Russian).]

- Манилов А.Н.** (2017). Итеративный алгоритм решения производственно-транспортных задач размещения с нелинейной функцией затрат на производство // *Известия СПбГАУ*. № 49. С. 237–244. [Manilov A.N. (2017). Iterative algorithm for solving production and transport placement problems with a nonlinear production cost function. *Proceedings of the St. Petersburg State Agrarian University*, 49, 237–244 (in Russian).]
- Медницкий В.Г., Фаттахов Р.В., Бушанский С.П.** (2003) Крупномасштабные инвестиционные проекты: Моделирование и экономическая оценка. М.: Наука. [Mednitsky V.G., Fattakhov R.V., Bushansky S.P. (2003). Large-scale investment projects: Modeling and economic assessment. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Платонова Е.Д.** (2019). Исследование генезиса и эволюции концепции шеринговой экономики в зарубежных публикациях (по материалам базы данных Scopus) // *Вестник Евразийской науки*. Т. 11. № 1. С. 34–45. [Platonova E.D. (2019). Study of the genesis and evolution of the concept of a sharing economy in foreign publications (based on the Scopus database). *The Eurasian Scientific Journal*, 11, 1, 34–45 (in Russian).]
- Попович Л.Г., Дроговоз П.А.** (2009). Организационно-экономическое проектирование интегрированных производственных структур в оборонно-промышленном комплексе РФ // *Аудит и финансовый анализ*. № 1. С. 284–302. [Popovich L.G., Drogozov P.A. (2009). Organizational-economic design of integrated scientific-production structures in military industrial complex of Russian Federation. *Audit and Financial Analysis*, 1, 284–302 (in Russian).]
- Роголин Р.С., Нечаев П.В., Плешанов Д.Е., Евдакимова Н.С., Гончаров Е.Д., Максименко В.И.** (2018). Обобщенная оптимизационная задача производственно-транспортных процессов на предприятии // *Прикладная информатика*. Т. 13. № 6 (78). С. 133–141. [Rogulin R.S., Nechaev P.V., Pleshonov D.E., Evdakimova N.S., Goncharov E.D., Maksimenko V.I. (2018). Complex optimization problem of production-transport processes. *Applied Computer Science*, 13, 6 (78), 133–141 (in Russian).]
- Селезнева И.Е., Ключков В.В.** (2020). Проблемы принятия решений в сфере инновационного развития российской высокотехнологичной промышленности // *Друкеровский вестник*. № 2 (34). С. 89–106. [Selezneva I.E., Klochkov V.V. (2020). Problems of decision making in the sphere of innovative development of the Russian high-tech industry. *Drukerovskiy Vestnik*, 2 (34), 89–106 (in Russian).]
- Селезнева И.Е.** (2020). Модели управления конкуренцией в высокотехнологичных отраслях промышленности. Монография. М.: Ин-т проблем управления РАН. [Selezneva I.E. (2020). Competition management models in high-tech industries. Monograph. Moscow: RAS Institute of Control Sciences (in Russian).]
- Уринцов А.И., Староверова О.В., Свиридова Е.С.** (2019). Перспективные digital-тренды и их влияние на развитие цифровой экономики // *Вестник Московского университета МВД России*. № 4. С. 268–272. DOI: 10.24411/2073-0454-2019-10237 [Urintsov A.I., Staroverova O.V., Sviridova E.S. (2019). Perspective digital-trends and their influence on the development of the digital economy. *Bulletin of the Moscow University of the Ministry of Internal Affairs of Russia*, 4, 268–272. DOI: 10.24411/2073-0454-2019-10237 (in Russian).]
- Шмелева А.Н., Безделов С.А., Рыбаков М.Б.** (2020). Перспективы развития шеринговой экономики в России // *Компетентность*. № 7. С. 4–10. [Shmeleva A.N., Bezdelov S.A., Rybakov M.B. (2020). Prospects for the development of the Russian sharing economy. *Competency (Russia)*, 7, 4–10 (in Russian).]
- Юдин Д.Б., Гольштейн Е.Г.** (2010). Задачи и методы линейного программирования. Задачи транспортного типа. М.: URSS. [Yudin D.B., Golstein E.G. (2010). *Problems and methods of linear programming. Transport-type tasks*. Moscow: URSS (in Russian).]
- Baines T.S., Lightfoot H.W., Benedettini O., Kay J.M.** (2009) The servitization of manufacturing: A review of literature and reflection on future challenges. *Journal of Manufacturing Technology Management*, 20 (5), 547–567. DOI: 10.1108/17410380910960984.
- Belk R.** (2014). You are what you can access: Sharing and collaborative consumption online. *Journal of Business Research*, 67 (8), 1595–1600. DOI: 10.1016/j.jbusres.2013.10.001
- Bettoni A., Barni A., Sorlini M., Menato S., Giorgetti P., Landolfi G.** (2018). Multi-sided digital manufacturing platform supporting exchange of unused company potential. *IEEE International Conference on Engineering, Technology and Innovation (ICE/ITMC)*, 1–9. DOI: 10.1109/ICE.2018.8436294
- Cheng M.** (2016) Sharing economy: A review and agenda for future research. *International Journal of Hospitality Management*, 57, 60–70. DOI: 10.1016/j.ijhm.2016.06.003/
- Ferran V.-H., Bustinza O.F., Parry G., Georgantzis N.** (2017). Servitization, digitization and supply chain interdependency. *Industrial Marketing Management*, 60, 69–81. DOI: 10.1016/j.indmarman.2016.06.013
- Mair J., Reischauer G.** (2017). Capturing the dynamics of the sharing economy: Institutional research on the plural forms and practices of sharing economy organizations. *Technological Forecasting and Social Change*, 125 (C), 11–20. DOI: 10.1016/j.techfore.2017.05.023
- Muñoz P., Cohen B.** (2017). Mapping out the sharing economy: A configurational approach to sharing business modeling. *Technological Forecasting and Social Change*, 125 (C), 21–37. DOI: 10.1016/j.techfore.2017.03.035

- Scaraboto D.** (2015). Selling, sharing, and everything in between: The hybrid economies of collaborative networks. *Journal Consumer Research*, 42, 1, 152–176. DOI: 10.1093/jcr/ucv004
- Silva H. D., Soares A. L., Bettoni A., Barni A., Albertario S.** (2019). A digital platform architecture to support multi-dimensional surplus capacity sharing. *Collaborative Networks and Digital Transformation. PRO-VE2019. IFIP Advances in Information and Communication Technology*, 568. DOI: 10.1007/978-3-030-28464-0\_28
- Vandermerwe S., Rada J.** (1988). Servitization of business: Adding value by adding services. *European Management Journal*, 6 (4), 314–324. DOI: 10.1016/0263-2373(88)90033-3

## Mathematical model of fixed assets' joint use by the machine-building enterprises

© 2021 G.V. Kolesnik, M.B. Rybakov

**G.V. Kolesnik,**

*Plekhanov Russian Economic University, Moscow, Russia; e-mail: kolesnik.gv@rea.ru*

**M.B. Rybakov,**

*JSC "Russian Helicopters", Moscow, Russia; e-mail: rybakovmb@gmail.com*

Received 09.06.2021

**Abstract.** High competition in the markets of goods and services makes it urgent to improve the efficiency of the use of production assets by the enterprises. One of the possible ways to solve the problem is joint use of the assets by different subjects. The use of this mechanism in the various branches grows rapidly in the last decade due to the opportunities for aggregation of supply and demand and automated contracting provided by the modern digital technologies. The basis for production asset management systems based on sharing is a mathematical model that allows determining the optimal modes of asset use in terms of their utilization, reducing the total cost of ownership and obtaining additional operating profit. This article considers a mathematical model of a multi-product spatially distributed production system that reflects the features of the activities of machine-building enterprises and assumes the possibility of joint use of their fixed assets. Economic and social criteria for the efficiency of fixed assets sharing are formulated in terms of maximizing the profit of enterprises, minimizing logistics and downtime costs. The optimal modes of joint use of the fixed assets concerning these criteria are investigated. It is shown that the joint use of fixed assets under the certain conditions can significantly improve the efficiency of the operating activities of enterprises.

**Keywords:** asset management, fixed assets, sharing, digital platform, production and transport problem.

**JEL Classification:** D24, L23, L64.

**DOI:** 10.31857/S042473880017517-7