
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Лидер по Штакельбергу в модели коллективных действий

© 2021 г. Е.М. Скаржинская, В.И. Цуриков

Е.М. Скаржинская,

Костромской государственный университет, Кострома; e-mail: yelena.skarzhinsky@gmail.com

В.И. Цуриков,

Костромская государственная сельскохозяйственная академия, Кострома; e-mail: tsurikov@inbox.ru

Поступила в редакцию 29.04.2021

Аннотация. В рамках математического моделирования анализируются условия, которые позволяют самоуправляемому коллективу достичь равновесия по Штакельбергу. Предполагается, что члены коллектива индивидуальными усилиями создают общий доход, который затем распределяется в коллективе в соответствии с предварительно установленными долями. Усилия каждого агента положительно влияют на величину предельного дохода усилий любого другого агента. Цель каждого члена коллектива состоит в максимизации собственного индивидуального выигрыша. В рамках модели, построенной на самых общих принципах, показано, что равновесный по Штакельбергу исход оказывается предпочтительным по Парето относительно равновесного по Нэшу. Модель, построенная с использованием функций дохода и издержек частного вида, позволяет выявить связь между размерами прилагаемых агентами усилий с такими их индивидуальными характеристиками, как доля в доходе, показатель эластичности дохода от усилий агента, оценкой размеров собственных издержек. Установлено, что величина дополнительного выигрыша, обусловленного переходом от равновесия Нэша к равновесию Штакельберга, зависит только от значения показателя эластичности дохода по усилиям лидера и суммы показателей эластичности по усилиям всех членов коллектива. Вводится определение и условия существования в коллективе особенного агента, который в роли лидера по Штакельбергу обеспечивает наибольшее значение индивидуального выигрыша каждого члена коллектива (в том числе собственного). Отсутствие в коллективе особенного агента порождает проблему лидерства по Штакельбергу, обусловленную тем, что каждый член коллектива может получить наибольший выигрыш только в роли последователя.

Ключевые слова: коллективные действия, лидер, последователи, равновесие по Нэшу, равновесие по Штакельбергу, эффективность по Парето.

Классификация JEL: C02, D23.

DOI: 10.31857/S042473880017519-9

ВВЕДЕНИЕ

Причина образования многообразных и трудноразрешимых проблем коллективных действий (Olson, 1965; Остром, 2011) проста и понятна: превалирование личного интереса над коллективным. Именно в силу эгоистических устремлений членов коллектива они рискуют оказаться запертыми в плохом равновесии (Капелюшников, 2010). Статья посвящена теоретическому исследованию тех возможностей для преодоления неэффективного равновесия, достигаемого в некооперативной игре, которые предоставляет коллективу применение стратегии Штакельберга.

В рассматриваемом коллективе индивидуальными усилиями его членов создается совокупный доход, который затем по предварительно установленному правилу распределяется между ними. Цель каждого члена коллектива состоит в максимизации индивидуального выигрыша (чистого дохода). Если каждый член выбирает уровень своих усилий независимо от других, то в условиях действия закона убывающей отдачи коллектив попадает в неэффективное по Парето равновесие Нэша. Объем прилагаемых усилий оказывается недостаточным для достижения любого эффективного по Парето исхода¹. Для получения дополнительного выигрыша необходима координация

¹ Недоинвестирование до общественно оптимальных объемов отмечается, в частности, в модели морального риска Б. Холмстрёма (Holmstrom, 1982), а также в моделях неполного контракта (Grossman, Hart, 1986; Hart, Moore, 1988; Харт, 2001; Скоробогатов, 2007; Тироль, 2000, т. 1, с. 50–54; Фуруботн, Рихтер, 2005, с. 293–301; Шаститко, 2001).

действий. Использование стратегии Штакельберга в коллективе и представляет собой один из вариантов такой координации.

Модель Штакельберга, первоначально разработанная для описания дуополии (Stackelberg, 1934), была позднее обобщена и распространена на произвольное число фирм (Anderson, Engers, 1992; Linster, 1993; Ino, Matsumura, 2012; Julien, 2018). Для успешного распространения модели Штакельберга на коллективные действия необходимо выполнение двух условий. Первое состоит в существовании зависимости между стратегиями лидера и его последователей. Под лидером здесь понимается не принципал и не привилегированный агент, а индивид, имеющий добровольных последователей. Для выполнения первого условия мы будем использовать несепарабельную функцию дохода, влекущую комплементарность прилагаемых разными членами коллектива усилий в виде положительных связей между ними. Второе условие предполагает наличие механизма, побуждающего членов коллектива следовать за лидером. Роль такого механизма отводится информированности агентов относительно объема усилий, осуществленных лидером. В силу комплементарности усилий и стремления каждого члена коллектива к максимизации собственного выигрыша это условие информированности является достаточным для добровольного следования за лидером.

В литературе рассматриваются и другие механизмы, обеспечивающие выполнение сформулированных выше необходимых условий. Согласно концепции автора одной из первых работ, посвященных экономической теории лидерства (Hermalin, 1998), лидер обладает информационным преимуществом, которое заключается в том, что он один владеет информацией о влиянии усилий на величину создаваемого дохода. В (Hermalin, 1998) показано, что информационная асимметрия и исполнение лидером роли «образца для подражания и менеджера убеждения» (Gächter, Renner, 2018) приводит коллектив к предпочтительному по Парето исходу относительно исхода, достигаемого в условиях симметричного распределения информации. Этот теоретически полученный результат нашел подтверждение в экспериментальном исследовании (Potters, Sefton, Vesterlund, 2007).

Многочисленные полевые свидетельства, как и полевые и лабораторные эксперименты, указывают на существование сильного влияния, которое оказывает поведение лидеров на убеждения и поведение последователей (Gächter, Renner, 2018). На учете этого влияния в математической модели, представленной в (Huck, Rey-Biel, 2006), зиждется зависимость между стратегиями двух агентов, так как моделью предусмотрен рост полезности каждого агента по мере снижения разрыва между объемами прилагаемых ими усилий.

Предлагаемые нами модели, подобно моделям, построенным в работах (Gervais, Goldstein, 2007; Kim, 2012), основаны на предположениях о том, что зависимость между стратегиями агентов обусловлена только комплементарностью прилагаемых ими усилий и стремлением каждого члена коллектива к максимизации своего выигрыша. Нет никаких предположений относительно позитивной роли поведения лидера или асимметричного распределения информации. В модели (Gervais, Goldstein, 2007), построенной для двух агентов, предполагается, что один из них в силу излишней самоуверенности склонен завышать оценку отдачи от прилагаемых им усилий. Поэтому соответствующее Парето-улучшение обусловлено фактически его нерациональным поведением. Соответственно, стратегия по Штакельбергу не рассматривается. В модели (Kim, 2012) коллектив достигает равновесия по Штакельбергу. В этой работе, в отличие от нашей, предполагается, что коллектив находится под влиянием принципала, который условиями контракта оказывает влияние на стимулы агентов. Принципал способен компенсировать агенту его издержки, тем самым побуждая его занять позицию лидера по Штакельбергу.

В предлагаемых нами моделях все агенты рациональны, а коллектив произвольной численности осуществляет свою деятельность на принципах самоуправления и самоорганизации. В статье представлены две модели. В первой — функция дохода имеет общий вид и ее цель показать, что равновесие Штакельберга предпочтительно по Парето относительно равновесия Нэша. Во второй модели величина дохода представлена в виде математической функции с постоянной эластичностью совокупного дохода по усилиям каждого члена коллектива. В рамках этой модели цель работы состоит в том, чтобы установить, от каких факторов зависит величина дополнительного выигрыша каждого агента, выявить, какими качествами обладает агент, добровольно ставший лидером по Штакельбергу, и найти условия, которым должен удовлетворять самый эффективный лидер.

БАЗОВАЯ МОДЕЛЬ. РАВНОВЕСИЕ ПО НЭШУ

Обозначим через n численность коллектива, в котором создается совокупный доход $D = D(\sigma_1, \dots, \sigma_n)$, где $\sigma_1, \dots, \sigma_n$ — размеры приложенных индивидуальных усилий. Считаем, что при всех $\sigma_i \in (0, \infty)$, $i = 1, \dots, n$ выполняются следующие условия:

1. Величина дохода возрастает с ростом прилагаемых усилий:

$$\partial D / \partial \sigma_i > 0. \quad (1)$$

2. Для того чтобы функции выигрышей имели единственный максимум, функция дохода строго выпукла вверх. Отсюда следует закон убывающей отдачи:

$$\partial^2 D / \partial \sigma_i^2 < 0. \quad (2)$$

3. Чтобы решение не уходило в нуль или бесконечность, выполняются условия:

$$\lim_{\sigma_i \rightarrow 0} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \infty, \quad \lim_{\sigma_i \rightarrow \infty} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = 0. \quad (3)$$

4. Усилия всех агентов комплементарны, т.е. усилия каждого агента оказывают положительное влияние на величину предельного дохода, зависящую от усилий любого другого члена коллектива:

$$\partial^2 D / \partial \sigma_i \partial \sigma_k > 0, \quad i \neq k. \quad (4)$$

Будем считать, что функция дохода известна всем членам коллектива, а размеры приложенных усилий являются наблюдаемыми для них после их осуществления. Но данная информация неverifiedирифицируема, что влечет за собой исключительно внутренний характер управления коллективными действиями и улаживания конфликтов. На этапе *ex ante* в коллективе устанавливается правило распределения будущего ожидаемого совокупного дохода D , согласно которому агенту i принадлежит относительная доля α_i : $\alpha_i > 0$, $\sum_{i=1}^n \alpha_i = 1$.

Выигрыш каждого члена коллектива i равен разности между получаемой им частью совокупного дохода и величиной его издержек $I_i(\sigma_i)$. Функция издержек $I_i(\sigma_i)$ определяется работоспособностью агента i , сопутствующими материальными затратами, а также величиной его альтернативной полезности (чем она выше, тем издержки больше). Предполагается, что функции издержек всех членов коллектива являются общим знанием, так же как функция дохода. Выражение для выигрыша агента i принимает вид

$$U_i = \alpha_i D(\sigma_i, \sigma_{-i}) - I_i(\sigma_i), \quad i = 1, \dots, n, \quad (5)$$

где σ_{-i} — значения усилий всех членов коллектива за исключением агента i . Естественно считать, что функции издержек удовлетворяют условиям:

$$I_i > 0, (I_i)' > 0, (I_i)'' \geq 0, \sigma_i \in (0, \infty), i = 1, \dots, n. \quad (6)$$

Сначала предположим, что каждый агент самостоятельно выбирает уровень своих усилий, стремясь к максимуму своего индивидуального выигрыша (5). Согласно (6) все функции индивидуальных выигрышей (5) строго выпуклы вверх и, соответственно, достигают максимума в точке, удовлетворяющей условию максимума первого порядка:

$$\alpha_i \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \frac{dI_i}{d\sigma_i}, \quad i = 1, \dots, n. \quad (7)$$

Легко убедиться, что условия (2)–(3) и (6) гарантируют существование единственного максимума для любого набора α_i . Уравнения (7) допускают простую интерпретацию: максимум выигрыша агента i достигается в точке, в которой величина его предельного индивидуального дохода равна величине его предельных издержек. Так как каждому агенту невыгодно в одностороннем порядке осуществлять усилия в размере, не отвечающем решению системы (7), то решение этой системы определяет единственный равновесный по Нэшу исход N . В дальнейшем для значения параметров в исходе N используем следующие обозначения: D^N — величина совокупного дохода, U^N — суммарный выигрыш всех членов коллектива, σ_k^N — решение системы (7), U_k^N — индивидуальный выигрыш агента k , где $k = 1, \dots, n$.

В работах (Скаржинская, Цуриков, 2014, 2017в), в которых рассматриваются функции выигрыша, не имеющие принципиальных для данного вопроса отличий от функций (5), показано, что этот равновесный исход не является эффективным по Парето, так как справа от него, т.е. при $\sigma_i > \sigma_i^N$ (если доинвестирование осуществляют не менее двух агентов), находятся

Парето-предпочтительные состояния. В этом нетрудно убедиться. В точке равновесия N величина предельного совокупного дохода

$$\frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = \frac{1}{\alpha_i} \frac{dI_i}{d\sigma_i} > \frac{dI_i}{d\sigma_i},$$

т.е. больше величины предельных издержек. Это означает, что совокупный доход в точке N увеличивается с ростом усилий каждого члена коллектива быстрее, чем издержки. Поэтому коллективу в целом выгодно осуществление усилий в объемах, превышающих равновесные. Но коллектив состоит из индивидов, преследующих эгоистические цели. В связи с тем, что составляющая долю агента i часть совокупного дохода $\alpha_i D$ возрастет медленнее его издержек, если он один прилагает усилия в размере, превышающем равновесный σ_i^N , то ему это превышение выгодно только в случае, в котором помимо него так же поступит по крайней мере еще один член коллектива.

На эту ситуацию можно посмотреть иначе. Усилия, прилагаемые каждым агентом, приводят к росту совокупного дохода, из которого этому агенту достается только часть, равная $\alpha_i D$, в то время как остальная часть отходит остальным членам коллектива, тем самым образуя положительные экстерналии. Поэтому в данном случае мы наблюдаем проявление общего правила, согласно которому любая деятельность, сопровождаемая положительной экстерналией, осуществляется в объеме ниже общественно-оптимального. Соответственно, для достижения исхода, доминирующего по Парето равновесный по Нэшу исход, необходима координация усилий, прилагаемых несколькими агентами. Только в этом случае осуществление агентом i усилий в размере, превышающем равновесный уровень σ_i^N , может окупиться за счет положительных экстерналий, образованных усилиями, осуществляемыми другими агентами также в размерах, превышающих равновесные.

Важно учитывать, что при этом каждый агент стоит перед соблазном осуществить собственные усилия в объеме, наиболее близком к тому, в котором достигается максимум его индивидуально-го выигрыша, т.е. в котором выполняется условие (7). Другими словами, каждому агенту выгодно оказаться халявщиком², т.е. повысить свой индивидуальный выигрыш за счет положительной экстерналии, но при этом не участвовать в ее создании для других членов коллектива. Именно поэтому каждый член коллектива, опасаясь обмана со стороны своих партнеров, не будет спешить с осуществлением собственных усилий в размере выше равновесного, в результате чего коллектив рискует оказаться навсегда запертым в неэффективном равновесии Нэша.

РАВНОВЕСИЕ ПО ШТАКЕЛЬБЕРГУ

Использование стратегии по Штакельбергу позволяет осуществить такую координацию коллективных действий, при которой достигается предпочтительный по Парето исход относительно равновесного по Нэшу. Для успешного осуществления такой стратегии необходимо, чтобы, с одной стороны, все последователи при выборе объема своих усилий учитывали информацию, причем в качестве достоверной, о стратегии, выбранной лидером, а с другой — чтобы лидер владел этой информацией и доверял ей.

Для достижения достоверности информации о стратегии лидера (кандидата в лидеры) существуют три возможности.

Первая — предполагает наличие высокого уровня доверия со стороны всех членов коллектива к лидеру. В этом случае лидеру достаточно просто объявить о величине усилий, которые он обязуется осуществить.

Вторая — состоит в осуществлении лидером усилий в необходимом объеме до того момента времени, в котором к приложению своих усилий приступят последователи. Такая возможность основана на концепции *timing decisions* (Hamilton, Slutsky, 1990) для формирования лидерства по Штакельбергу в условиях дуополии.

² Так как этот термин еще не получил в научной литературе широкого распространения, то отметим, что именно термин «халявщик», несмотря на присущую ему сленговую окраску, использован в переводе книги (Остром, 2011, с. 30). Он точнее привычного термина «безбилетник», который способен вводить читателя в некоторое заблуждение относительно источника блага и способа его получения. Безбилетник, в отличие от халявщика, может прилагать усилия для получения допуска к благу или для сокрытия этого факта. Халявщик не прилагает никаких усилий для его получения, так как оно само сваливается на него в виде положительной экстерналии.

Применительно к нашему случаю предполагается, что члены коллектива предварительно договариваются о длительности двух временных последовательных периодов. Каждый агент добровольно выбирает период, в котором он осуществляет свои усилия. Члены коллектива, которые выбирают активность во втором периоде, пользуются на основе собственных наблюдений знанием о размерах усилий, уже осуществленных агентами, проявившими активность в первом периоде. Лидер осуществляет свои усилия в первом периоде.

Третья возможность состоит в осуществлении лидером таких действий, которые непременно заставят последователей поверить в его обещание приложить усилия в определенном объеме, превышающем тот, который отвечает равновесию по Нэшу. Например, в условиях военного сражения лидер первым демонстративно покидает укрытие и возглавляет атаку на врага.

Так как первая возможность основана на доверии, необходимый уровень которого в достаточно многочисленном коллективе маловероятен, а третья — требует специфических условий, то будем использовать механизм *timing decisions* с объявленными действиями. Согласно этому механизму некий агент, причем только один, выбравший роль лидера по Штакельбергу, например агент с $i = 1$, объявляет о том, что в первом периоде он приложит усилия в объеме σ_1 . Тогда остальные агенты выбирают стратегию выжидания, т.е. собираются действовать во втором периоде, оптимизируя размеры усилий на основе информации об уже осуществленных лидером усилиях.

Лидер при выборе объема усилий учитывает стремление каждого члена коллектива к максимизации собственного выигрыша. Он вводит в свою функцию полезности зависимость объема усилий каждого последователя от объема усилий лидера. В результате его функция полезности зависит только от размера его усилий. Лидеру остается вычислить тот объем σ_1 , при котором достигается максимум его полезности. И вот именно в этом объеме σ_1 лидер обязуется перед своими будущими последователями осуществить усилия в первом периоде. Как будет показано ниже, в результате такого сценария достигается равновесие Штакельберга, в котором выигрыш каждого члена коллектива выше, чем в равновесии Нэша. Поэтому в рамках механизма *timing decisions* с объявленными действиями лидеру невыгодно нарушать свое обещание.

Обратимся к задаче, которую должен решить лидер. Сначала следует найти зависимость максимальных выигрышей последователей от объема усилий лидера ($i = 1$). Предположим, что он осуществил усилия в объеме σ_1 . Эта величина известна всем членам коллектива, и каждый выбирает объем своих усилий из условия максимума собственного выигрыша:

$$\alpha_j \frac{\partial D}{\partial \sigma_j} = \frac{dI_j}{d\sigma_j}, \quad j = 2, \dots, n. \quad (8)$$

Система имеет единственное решение в виде функций реагирования

$$\sigma_j = R_j(\sigma_1). \quad (9)$$

Лидер подставляет зависимости (9) в свою функцию выигрыша, которая является функцией одного аргумента σ_1 :

$$U_1 = \alpha_1 D(\sigma_1, R_2(\sigma_1), \dots, R_n(\sigma_1)) - I_1(\sigma_1). \quad (10)$$

Максимум определяется условием

$$\frac{dU_1}{d\sigma_1} = 0 \Rightarrow \alpha_1 \frac{\partial D}{\partial \sigma_1} + \alpha_1 \sum_{j \neq 1} \frac{\partial D}{\partial R_j} \frac{dR_j}{d\sigma_1} = \frac{dI_1}{d\sigma_1},$$

откуда с учетом (8) следует

$$\alpha_1 \frac{\partial D}{\partial \sigma_1} + \sum_{j \neq 1} \frac{\alpha_1}{\alpha_j} \frac{dI_j}{d\sigma_j} \frac{dR_j}{d\sigma_1} = \frac{dI_1}{d\sigma_1}. \quad (11)$$

Для того чтобы уравнение (11) имело единственное решение, предположим, что функция дохода $D = D(\sigma_1, R_2(\sigma_1), \dots, R_n(\sigma_1))$ строго выпукла вверх при $\sigma_1 \in (0, \infty)$ и удовлетворяет условию $\lim_{\sigma_1 \rightarrow \infty} (dD/d\sigma_1) = 0$.

Так как в силу комплементарности усилий (4) и условий (6) все производные $dR_j/d\sigma_1 > 0$ и $dI_j/d\sigma_j > 0$, то из (11) следует неравенство $\alpha_1 \partial D / \partial \sigma_1 < dI_1 / d\sigma_1$. Это неравенство согласно условиям (2) и (6) означает, что решение уравнения (11) $\sigma_1 > \sigma_1^N$. Иначе говоря, лидер должен осуществить свои усилия в объеме $\sigma_1 = \sigma_1^S$, превышающем тот, который он осуществляет в равновесном

по Нэшу исходе (индексом S обозначим значения величин в равновесии Штакельберга). Это повышение уровня усилий лидера, согласно условию (4), приводит к тому, что при $\sigma_j = \sigma_j^N$ с $j = 2, \dots, n$ предельный доход каждого последователя превышает величину предельных издержек. Соответственно, каждому последователю выгодно осуществить свои усилия в объеме $\sigma_j = \sigma_j^S$, превышающем равновесный по Нэшу. При этом максимум индивидуального выигрыша каждого члена коллектива превышает выигрыш, получаемый в равновесии Нэша.

Таким образом, в равновесии Штакельберга и объемы усилий, и величина совокупного дохода, и размеры индивидуальных выигрышей выше, чем в равновесии Нэша:

$$\sigma_i^S > \sigma_i^N, D^S > D^N, U_i^S > U_i^N, i = 1, \dots, n. \quad (12)$$

Для получения более конкретных результатов обратимся к рассмотрению функций дохода и издержек частного вида.

ЛИДЕР И ПОСЛЕДОВАТЕЛИ

Будем считать функции издержек линейными:

$$I_i(\sigma_i) = q_i \sigma_i, \quad (13)$$

где $q_i > 0$, $i = 1, \dots, n$. Коэффициент q_i представляет собой индивидуальную оценку агентом i величины предельных издержек осуществляемых им усилий и зависит от ряда факторов, в число которых входят личностные характеристики агента и объективные факторы. Например, большое значение параметра q_i может быть обусловлено как обычной человеческой ленью и неприязненными отношениями с партнерами, слабостью его здоровья и высокими альтернативными издержками, так и опасными и/или вредными условиями труда.

Уравнения (7), определяющие равновесие Нэша, принимают вид:

$$\alpha_i \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = q_i, i = 1, \dots, n. \quad (14)$$

Обратимся к вопросу о том, как изменится решение системы (14), если в одном из уравнений правая часть уменьшится. Согласно теореме, доказанной в работе (Скаржинская, Цуриков, 2020), уменьшение правой части хотя бы одного из уравнений системы (14) смещает точку равновесия по Нэшу в направлении возрастания усилий, прилагаемых каждым членом коллектива. Иначе говоря, *снижение оценки величины собственных предельных издержек хотя бы со стороны одного из агентов влечет за собой рост усилий со стороны всех агентов*. В результате возрастания равновесных значений усилий всех агентов увеличатся значения их индивидуальных выигрышей. Верно и обратное: с ростом величины предельных издержек одного из агентов уменьшаются равновесные значения усилий всех членов коллектива и, как следствие, уменьшаются равновесные значения их выигрышей. Из этого следует, что *ни одному из членов коллектива невыгодно искусственно завышать функцию своих индивидуальных издержек*.

В качестве дохода используем несепарабельную функцию вида

$$D = \lambda \prod_{i=1}^n \sigma_i^{a_i}, \quad (15)$$

где $\lambda, a_i > 0$, причем $E = \sum_i a_i < 1$. Функция (15) удовлетворяет всем перечисленным в первом разделе статьи условиям 1–4.

Каждый член коллектива стремится максимизировать свой индивидуальный выигрыш:

$$U_i = \alpha_i \lambda \prod_{j=1}^n \sigma_j^{a_j} - q_i \sigma_i \rightarrow \max_{\sigma_i}, i = 1, \dots, n. \quad (16)$$

Так как функция дохода (15) удовлетворяет условиям постоянной эластичности

$$\frac{\sigma_i}{D} \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} = a_i, \quad (17)$$

то условия максимума (14) индивидуального выигрыша (16) можно записать в виде

$$\sigma_i = \alpha_i a_i D / q_i, i = 1, \dots, n. \quad (18)$$

Подставив выражения для усилий (18) в (15), получим уравнение относительно D , из которого найдем величину совокупного дохода в равновесии Нэша:

$$D^N = \lambda^{1/(1-E)} \prod_{j=1}^n (\alpha_j a_j / q_j)^{a_j/(1-E)}. \quad (19)$$

С учетом (19) из (18) получим, что размер усилий каждого члена коллектива в равновесии Нэша равен

$$\sigma_k^N = \lambda^{1/(1-E)} (\alpha_k a_k / q_k) \prod_{j=1}^n (\alpha_j a_j / q_j)^{a_j/(1-E)}, \quad k=1, \dots, n. \quad (20)$$

Формула отношения объемов усилий, осуществляемых двумя агентами, имеет вид

$$\frac{\sigma_i^N}{\sigma_j^N} = \frac{q_j}{q_i} \frac{\alpha_i a_i}{\alpha_j a_j}. \quad (21)$$

Объем усилий агента тем больше, чем выше его доля в доходе и/или показатель эластичности и чем ниже его оценка собственных издержек.

Для агентов с равными долями в доходе и одинаковыми значениями показателей эластичности отношение (21) принимает вид

$$\sigma_i / \sigma_j = q_j / q_i \text{ при } \alpha_i = \alpha_j, a_i = a_j. \quad (22)$$

Из (22) следует, что в такой группе агентов отношение объемов прилагаемых ими усилий определяется только их оценками собственных издержек. Для выигрыша агента i $U_i^N = \alpha_i D^N - q_i \sigma_i^N$, откуда с учетом (19) и (20) получим

$$U_i^N = \alpha_i D^N (1 - a_i), \quad i=1, \dots, n. \quad (23)$$

Из (18) следует, что величина дохода зависит от оценок предельных издержек. Например, чем ниже значение q_i , тем выше величина совокупного дохода D^N и, согласно (23), выше индивидуальный выигрыш каждого члена коллектива. Поэтому замена агента i индивидом с более низким значением параметра q_i при тех же значениях α_i и a_i приводит к возрастанию всех индивидуальных выигрышей. То есть благосостояние коллектива в целом и каждого его члена в значительной мере создается усилиями членов коллектива с низкими значениями параметров q_i .

Перейдем к анализу равновесия по Штакельбергу. Считаем, что роль лидера досталась агенту с $i=1$. Для усилий лидера в размере σ_1 функцию дохода (15) можно записать в виде

$$D = \lambda \sigma_1^{a_1} \prod_{j=2}^n \sigma_j^{a_j}. \quad (24)$$

Подставив в нее выражения для усилий последователей (18), которые сохраняют свою справедливость для данного случая, получим уравнение относительно величины дохода с решением

$$D = (\lambda \sigma_1^{a_1})^{1/(1-E+a_1)} \prod_{j=2}^n (\alpha_j a_j / q_j)^{a_j/(1-E+a_1)}. \quad (25)$$

Лидер определяет точку максимума своего выигрыша из условия

$$\frac{dU_1}{d\sigma_1} = 0 \Rightarrow \alpha_1 \frac{dD}{d\sigma_1} = q_1 \Rightarrow \frac{\alpha_1 a_1}{1-E+a_1} \left(\lambda (\sigma_1)^{E-1} \prod_{j=2}^n (\alpha_j a_j / q_j)^{a_j} \right)^{1/(1-E+a_1)} = q_1. \quad (26)$$

С ростом σ_1 левая часть этого уравнения монотонно убывает от бесконечности к нулю. Поэтому уравнение (26) имеет единственное решение, определяющее величину усилий лидера в равновесии Штакельберга:

$$\sigma_1^S = \lambda^{1/(1-E)} \left(\frac{\alpha_1 a_1}{q_1 (1-E+a_1)} \right)^{1+a_1/(1-E)} \prod_{j=2}^n \left(\frac{\alpha_j a_j}{q_j} \right)^{a_j/(1-E)}. \quad (27)$$

Используя (19), формулу (27) можно записать в виде

$$\sigma_1^S = \frac{D^N \alpha_1 a_1}{q_1} \left(\frac{1}{1-E+a_1} \right)^{1+a_1/(1-E)}. \quad (28)$$

Условие максимума (14) выигрыша агента-последователя найдем из (24): $\alpha_k a_k D / \sigma_k = q_k$, откуда с учетом (25) получим выражение для усилий последователя:

$$\sigma_k = R_k(\sigma_1) = \frac{\alpha_k a_k}{q_k} (\lambda \sigma_1^{a_1})^{1/(1-E+a_1)} \prod_{j=2}^n \left(\frac{\alpha_j a_j}{q_j} \right)^{a_j/(1-E+a_1)}, \quad k=2, \dots, n. \quad (29)$$

Подставив в (29) вместо σ_1 выражение для σ_1^S из (27), найдем величину усилий последователей в равновесии Штакельберга:

$$\sigma_k^S = D^N \frac{\alpha_k a_k}{q_k} \left(\frac{1}{1-E+a_1} \right)^{a_1/(1-E)}, \quad k=2, \dots, n. \quad (30)$$

Используя значения усилий лидера (28) и последователей (30), определим из (15) величину дохода в равновесии Штакельберга:

$$D^S = D^N \left(\frac{1}{1-E+a_1} \right)^{\frac{a_1}{1-E}}. \quad (31)$$

Так как выражения для усилий агентов (28) и (30) можно записать в виде

$$\sigma_1^S = \frac{D^S \alpha_1 a_1}{q_1} \times \frac{1}{1-E+a_1}, \quad \sigma_k^S = D^S \alpha_k a_k / q_k, \quad k=2, \dots, n, \quad (32)$$

выигрыши лидера и последователей равны:

$$U_1^S = \alpha_1 D^S \left(1 - \frac{a_1}{1-E+a_1} \right), \quad U_j^S = \alpha_j D^S (1-a_j), \quad j=2, \dots, n. \quad (33)$$

Обратим внимание на выражение для выигрыша последователя U_j^S . Оно отличается от выражения (23) для выигрыша любого члена коллектива, достигнувшего равновесный по Нэшу исход, только множителем в виде величины дохода: в (23) — это величина дохода D^N , а в (33) — D^S . Важно отметить, что в обе формулы величина предельных издержек q_i в явном виде не вошла. Поэтому все члены коллектива с одинаковыми долями в доходе α_i и равными коэффициентами эластичности a_i , но различными значениями q_i как в равновесии Нэша, так и в равновесии Штакельберга, получают равные выигрыши. Иначе говоря, *они получают одинаковые выигрыши независимо от объема прилагаемых ими усилий*.

Предположим, что у одного из последователей, а именно у агента j , такой же показатель эластичности, как и у лидера, т.е. $a_j = a_1$. Тогда из (31) следует, что агент j в роли лидера так же эффективен, как и агент 1. Но при этом, как видно из (33), его выигрыш в роли лидера ниже, чем в роли последователя, когда лидером выступает агент 1. Причина состоит в том, что в роли лидера, согласно (28) и (30), он прилагает более высокий уровень усилий, чем в роли последователя. Поэтому добровольное принятие агентом роли лидера по Штакельбергу в том коллективе, в котором этот агент имеет себе аналогичного, т.е. агента с таким же показателем эластичности, можно расценивать как проявление осторожности или альтруизма.

Осторожность проявляется в том, что агент выбирает роль лидера из опасения, что никто другой эту роль не выберет. Что касается альтруистических мотивов, то они подтверждаются, в частности, результатами работы (Préget et al., 2016), посвященной экспериментальному изучению поведенческих типов агентов, производящих общественное благо в последовательной игре. Авторы пришли к выводу о том, что вклад добровольных лидеров, осуществляющих его первыми, с последующим оповещением остальных участников о его размере, вне зависимости от их поведенческих типов всегда выше вкладов последователей. В статье (Arbak, Villeval, 2013) также отмечается наличие альтруистических мотивов, которые были обнаружены в результате экспериментальных исследований у части добровольных лидеров.

Напомним о том, что в (Hermalin, 1998, p. 1189) указано два способа, позволяющих лидеру приобрести добровольных последователей. Первый из них влечет определенные издержки, и поэтому Б. Хермалин использует для его характеристики выражение «жертва лидера» (leader sacrifice). Вторым способом заключается в соответствующем поведении лидера, призванном служить примером для подражания среди последователей. Как видим, в предлагаемой здесь модели лидер одновременно использует обе возможности: и собственную жертвенность, и собственное примерное поведение.

Что касается таких параметров, как доля лидера в доходе и величина предельных издержек, то они, как видно из (31), не играют в вопросе о характеристиках лидера никакой роли. Важны только показатели эластичности дохода по усилиям лидера a_1 и суммарной эластичности всего коллектива E . Поэтому, если у всех членов коллектива показатели эластичности одинаковые, стратегия Штакельберга для всех, кроме лидера, приведет к одному и тому же результату вне зависимости от того, кто из них возьмет на себя роль лидера, какова его доля в доходе и каков размер его

собственных усилий. При этом выигрыш любого агента, взявшего на себя роль лидера, будет ниже того выигрыша, который он получил бы в роли последователя.

Предположим, что в коллективе имеются агенты с различными показателями эластичности. Какой агент в этой ситуации наиболее эффективен в роли лидера?

Будем считать величину E фиксированной для данного коллектива. Как видно из (23) и (32), и в равновесии Нэша, и в равновесии Штакельберга размеры индивидуальных выигрышей прямо пропорциональны величине совокупного дохода. При этом величина D^S прямо пропорциональна величине D^N , причем в роли коэффициента пропорциональности выступают значения функции

$$f(x) = (1 / (1 - E + x))^{x/(1-E)} \quad (34)$$

в точках $x = a_j$, с $j = 1, \dots, n$, где индекс j означает, что роль лидера играет агент j . Рассмотрим поведение этой функции на отрезке $[0, E]$.

На концах этого отрезка функция (34) принимает равные значения: $f(0) = f(E) = 1$. Внутри отрезка $f(x) > 1 \forall x \in (0, E)$. Следовательно, функция $f(x)$ имеет максимум во внутренней точке отрезка³. Другим словами, эта функция убывает при стремлении аргумента x как к 0, так и к E . Поэтому если показатели эластичности членов коллектива имеют несовпадающие значения, совсем не обязательно, что наиболее эффективным лидером будет агент с самым высоким или, наоборот, с самым низким значением показателя эластичности.

Если множество значений a_j , где $j = 1, \dots, n$, таково, что функция (34) принимает на этом множестве различные значения, то среди них обязательно будет и наибольшее, и наименьшее. Если наибольшее значение достигается в точке $x = a_k$, тогда агент k и будет тем лидером по Штакельбергу, который обеспечивает наибольшее значение совокупному доходу. Назовем такого агента *эффективным в роли лидера*. Достаточное условие для того, что агент k является эффективным в роли лидера, принимает вид системы неравенств:

$$(1 - E + a_k)^{a_k} \leq (1 - E + a_j)^{a_j}, j = 1, \dots, n, \quad (35)$$

т.е. в любом коллективе обязательно имеется не менее одного агента, эффективного в роли лидера. Такой агент в роли лидера выгоден всем остальным членам коллектива.

Возникает вопрос, а всегда ли ему выгодно быть лидером. Как было показано выше, в ряде случаев члену коллектива выгоднее быть последователем, чем лидером. Поэтому для краткости будем называть члена коллектива, которому выгоднее быть лидером, чем последователем, *особенным агентом*.

Выигрыш особенного агента, когда он выступает в роли лидера по Штакельбергу, не может быть ниже его же выигрыша в том случае, когда он выступает в роли последователя. Иными словами, агент k является особенным при выполнении всех неравенств вида

$$\alpha_k D^N (1 - E + a_k)^{-a_k/(1-E)} (1 - a_k / (1 - E + a_k)) \geq \alpha_k D^N (1 - E + a_j)^{-a_j/(1-E)} (1 - a_k), j \neq k. \quad (36)$$

Слева в неравенствах (36) стоит выражение для выигрыша агента k , играющего роль лидера, а справа — выражение для его же выигрыша в роли последователя, когда лидером является агент j . Перепишем неравенства (36) в виде

$$(1 - E + a_k)^{a_k/(1-E)} \leq \frac{1 - E}{(1 - a_k)(1 - E + a_k)} (1 - E + a_j)^{a_j/(1-E)}. \quad (37)$$

Эти неравенства можно трактовать как достаточное условие для того, чтобы агент k был особенным агентом. Так как коэффициент

$$\frac{1 - E}{(1 - a_k)(1 - E + a_k)} = \frac{1}{1 - a_k} \left(1 - \frac{a_k}{1 - E + a_k} \right) < 1, \quad (38)$$

то из неравенств (37) следует система неравенств

$$(1 - E + a_k)^{a_k} < (1 - E + a_j)^{a_j}, j \neq k, \quad (39)$$

представляющая необходимое условие для агента k быть особенным.

Свойства функции (34) и выражений, входящих в неравенства (37), таковы, что показатель эластичности у особенного агента должен заметно отличаться от показателя эластичности любого

³ Отметим, что по мере увеличения параметра E максимум функции (34) возрастает с монотонным смещением вправо. При стремлении E к единице аргумент максимума стремится к числу $1/e$, где e — основание натурального логарифма.

другого члена коллектива. Например, если у всех членов коллектива показатели эластичности одинаковы, то в таком коллективе особенного агента быть не может, но при этом каждый его член будет эффективным в роли лидера. Из неравенств (35)–(39) вытекают следующие выводы.

1. В коллективе всегда имеется один или несколько эффективных в роли лидера агентов.
2. Особенный агент всегда является эффективным в роли лидера. Обратное неверно. Если для эффективного в роли лидера агента k не выполняется хотя бы одно из неравенств (38), например, не выполняется неравенство с $j = i$, то агенту k выгодно, чтобы лидером был не он, а агент i , т.е. агент k в этом случае не является особенным.
3. Наличие в коллективе особенного агента исключает возможность существования в этом коллективе еще хотя бы одного эффективного в роли лидера агента.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Модель коллективных действий, в которой функции общего дохода и индивидуальных издержек удовлетворяют только самым общим стандартным (за исключением условия комплементарности усилий) требованиям, предъявляемым неоклассической экономической теорией, показывает, что реализация стратегии по Штакельбергу приводит к равновесию, доминирующему по Парето над равновесием Нэша.

Если функция дохода сохраняет постоянной эластичность по усилиям каждого члена коллектива, индивидуальный выигрыш каждого агента как в равновесии Нэша, так и в равновесии Штакельберга прямо пропорционален и его доле в совокупном доходе, и величине самого дохода. Кроме того, выигрыш каждого члена коллектива тем больше, чем ниже эластичность дохода по его усилиям. Чем ниже эластичность, тем меньше усилий при прочих равных условиях прилагает агент. Поэтому, в частности, среди агентов, имеющих равные доли в доходе, проявляется закономерность: чем меньше усилий прилагает агент, тем выше его выигрыш относительно выигрышей других агентов. Эту закономерность в распределении дохода, способную оказывать отрицательное влияние на склонность членов коллектива к сотрудничеству, в принципе можно устранить, установив доли агентов в доходе пропорциональными размерам их усилий, как это предложено в работе (Скаржинская, Цуриков, 2017б).

Важно отметить и другую особенность: в то время как величина индивидуальных предельных издержек отрицательно влияет на равновесное значение усилий агента, она никак не отражается на отношении его выигрыша к величине совокупного дохода. Эту особенность также желательно устранить, установив доли агентов в доходе пропорциональными равновесным значениям их усилий.

Величина дополнительного выигрыша, который получают члены коллектива благодаря переходу из равновесия Нэша в равновесие Штакельберга, зависит от лидера. Коэффициент пропорциональности, показывающий, во сколько раз и совокупный доход, и выигрыш каждого агента в равновесном по Штакельбергу исходе выше, чем в равновесии Нэша, определяется значениями двух параметров — показателем эластичности совокупного дохода по усилиям лидера и суммарной эластичностью по усилиям всех членов коллектива. Причем если с ростом суммарной эластичности его величина растет монотонно, то зависимость от индивидуальной эластичности дохода от усилий лидера носит более сложный характер. Во всяком случае, член коллектива с самым высоким значением эластичности может оказаться неэффективным лидером.

Возникающая в самоуправляемом коллективе проблема лидерства по Штакельбергу порождается не избыточным числом членов, стремящихся к статусу лидера, а их дефицитом. Исключение из этого правила обусловлено возможностью существования в коллективе особенного агента, т.е. агента, лидерство которого наиболее выгодно всем членам коллектива, в том числе и ему самому. Особенный агент может быть только один, и лидером он становится в силу общего для всех членов коллектива стремления к максимизации собственных индивидуальных выигрышей. Если особенного агента нет, то членам коллектива, претендующим на роль последователей, выгодно, чтобы лидером стал агент, обеспечивающий в равновесии Штакельберга наибольшее значение совокупного дохода.

Такой эффективный в роли лидера агент, в отличие от особенного агента, имеется в любом коллективе, причем он может быть не единственным, однако каждому из них роль лидера не сулит получения наибольшего выигрыша. Для любого члена коллектива (кроме особенного агента) всегда найдется другой, последователем которого ему быть выгодней, чем лидером. Поэтому в подобном случае роль лидера может взять на себя только тот член коллектива, который склонен к альтруистическому

поведению или является противником риска. Таким агентом может оказаться как эффективный, так и неэффективный в роли лидера член коллектива. Если такого агента не окажется, коллектив рискует застрять в равновесии Нэша.

Если управление коллективом осуществляет центральный агент или принципал, он может воздействовать на формирование лидерской структуры, отдавая предпочтение структуре с наиболее эффективным лидером. В качестве стимулов принципал может использовать различные варианты вознаграждения лидера или меню контрактов, стимулирующих эффективного агента выбрать роль лидера по Штакельбергу. В этом случае качества лидера по Штакельбергу могут оказаться совсем другими.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Капелюшников Р.И.** (2010). Множественность институциональных миров: Нобелевская премия по экономике 2009. Препринт WP3/2010/02. Часть 1. М.: НИУ ВШЭ. [**Kapeyushnikov R.** (2010). The multiplicity of institutional worlds: The Nobel Prize in economic sciences 2009. *Working paper WP3/2010/02*. Part 1. Moscow: National Research University "Higher School of Economics" (in Russian).]
- Остром Э.** (2011). Управляя общим: эволюция институтов коллективной деятельности. Пер. с англ. М.: ИРИСЭН, Мысль. [**Ostrom E.** (2011). *Governing the commons. The evolution of collective institutions for collective action*. Moscow: IRISSEN, Mysl' (in Russian).]
- Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2014). К вопросу об эффективности коллективных действий // *Российский журнал менеджмента*. № 3. С. 87–106. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2014). On the issue of the effectiveness of collective action. *Russian Management Journal*, 12, 3, 87–106 (in Russian).]
- Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2017б). Модель коллективных действий. Часть 2. Лидирующая коалиция // *Экономика и математические методы*. № 4. С. 89–104. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2017b). Model of collective action. Part 2: The leading coalition. *Economics and Mathematical Methods*, 53, 4, 89–104 (in Russian).]
- Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2017в). Экономико-математический анализ эффективности принципа «От каждого — по способностям, каждому — по труду» // *Журнал экономической теории*. № 2. С. 110–122. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2017c). Economic-mathematical analysis of the efficiency conditions of the principle "from each according to his ability, to each according to his work". *Russian Journal of Economic Theory*, 2, 110–122 (in Russian).]
- Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2020). О возможности последовательного приближения к равновесию в коалиционной игре при повторении коллективных действий // *Экономика и математические методы*. № 4. С. 103–115. [**Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2020). On the possibility of successive approximation towards an equilibrium in a coalition game with reiterating collective action. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 4, 103–115 (in Russian).]
- Скоробогатов А.** (2007). Теория организации и модели неполных контрактов // *Вопросы экономики*. № 12. С. 71–95. [**Skorobogatov A.** (2007). Organization theory and models of incomplete contracts. *Voprosy Ekonomiki*, 12, 71–95 (in Russian).]
- Тироль Ж.** (2000). Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. СПб.: Экономическая школа. [**Tirole J.** (2000). *Markets and market power of the theory of industrial organization*. Vol. 1. St. Petersburg: The School of Economics (in Russian).]
- Фуруботн Э.Г., Рихтер Р.** (2005). Институты и экономическая теория: достижения новой институциональной экономической теории. СПб.: Издательский Дом СПбГУ. [**Furubotn E.G., Richter R.** (2005). *Institutions and economic theory: The contribution of the new institutional economics*. St. Petersburg: Publishing house of St. Petersburg State University (in Russian).]
- Харт О.Д.** (2001). Неполные контракты и теория фирмы. В кн.: Природа фирмы. М.: Дело. С. 206–236. [**Hart O.D.** (2001). Incomplete contracts and the theory of the firm. In: *Nature of the firm*. Moscow: Delo, 206–236 (in Russian).]
- Шаститко А.** (2001). Неполные контракты: проблемы определения и моделирования // *Вопросы экономики*. № 6. С. 80–99. [**Shastitko A.** (2001). Incomplete contracts: Problems of definition and modeling. *Voprosy Ekonomiki*, 6, 80–99 (in Russian).]
- Anderson S., Engers M.** (1992). Stacelberg versus Cournot oligopoly equilibrium. *International Journal of Industrial Organization*, 1, 127–135.
- Arbak E., Villeval V.** (2013). Voluntary leadership: Motivation and influence. *Social Choice and Welfare*, 3, 635–662.
- Gächter S, Renner E.** (2018). Leaders as role models and 'belief managers' in social dilemmas. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 154 (C), 321–334.

- Gervais S., Goldstein I. (2007). The positive effects of biased self-perceptions in firms. *Review of Finance*, 3, 453–496.
- Grossman S., Hart O. (1986). The cost and benefits of ownership: A theory of vertical and lateral integration. *Journal of Political Economy*, 4, 691–719.
- Hamilton J., Slutsky S. (1990). Endogenous timing in duopoly games: Stackelberg or Cournot equilibria. *Games and Economic Behavior*, 2, 29–46.
- Hart O.D., Moore J. (1988). Incomplete contracts and renegotiation. *Econometrica*, 4, 755–785.
- Hermalin B. (1998). Toward an economic theory of leadership: Leading by example. *The American Economic Review*, 88, 1188–1206.
- Holmstrom B. (1982). Moral hazard in teams. *The Bell Journal of Economics*, 2, 324–340.
- Huck S., Rey-Biel P. (2006). Endogenous leadership in teams. *Journal of Institutional and Theoretical Economics*, 2, 253–261.
- Ino H., Matsumura T. (2012). How many firms should be leaders? Beneficial concentrations revisited. *International Economic Review*, 4, 1323–1340.
- Julien L. (2018). Stackelberg games. In: *Handbook of Game Theory and Industrial Organization*, 1, 10, 261–311.
- Kim J. (2012). Endogenous leadership in incentive contracts. *Journal of Economic Behavior & Organization*, 1, 256–266.
- Linster B. (1993). Stackelberg rent-seeking. *Public Choice*, 2, 307–321.
- Olson M. (1965). *The logic of collective action. Public goods and the theory of groups*. Cambridge: Harvard University Press.
- Potters J., Sefton M., Vesterlund L. (2007). Leading-by-example and signaling in voluntary contribution games: an experimental study. *Economic Theory*, 33, 169–182.
- Préget R., Nguyen-Van P., Willinger M. (2016). Who are the Voluntary leaders? Experimental evidence from a sequential contribution game. *Theory and Decision*, 4, 581–599.
- Stackelberg H. (1934). *Marktform und Gleichgewicht*. Wien; Berlin: J. Springer.

Stackelberg leader in a collective action model

© 2021 E.M. Skarzhinskaya, V.I. Tsurikov

E.M. Skarzhinskaya,

Kostroma State University, Kostroma, Russia; e-mail: yelena.skarzhinsky@gmail.com

V.I. Tsurikov,

Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma, Russia; e-mail: tsurikov@inbox.ru

Received 29.04.2021

Abstract. Within a mathematical modelling framework, we analyze the conditions allowing a self-governed collective to achieve Stackelberg equilibrium. It is assumed that members of the collective generate common income through individual effort, which income is then distributed among all members of the collective according to their predetermined share. Effort invested by each agent yields (imposes) a positive influence on the marginal income resulting from the effort invested by any other agent. Each member of the collective aims to maximize their individual gain. Within a model built on the most general principles, it is shown that a Stackelberg equilibrium outcome is preferable over Nash equilibrium. The model, utilizing the special case of income function and private costs functions; helps identify the correlation between the agents' efforts and their individual characteristics such as the agent's share in the income, income elasticity by effort, and subjective valuation of private costs. It is shown that additional income generated by the move (transition) from Nash to Stackelberg equilibrium depends only on the elasticity of income vs. the leader's effort, and the sum of elasticity indexes for all members of the collective. We introduce the definition and the conditions for the existence of a distinctive agent, who acts as a Stackelberg leader and ensures maximum individual gain for each member of the collective (including their own). The absence of a distinctive agent in a collective gives rise to the Stackelberg leadership problem, as each member of the collective is only able to obtain maximum gains when acting as a follower.

Keywords: collective action, leader, followers, Nash equilibrium, Stackelberg equilibrium, Pareto efficiency.

JEL Classification: C02, D23.

DOI: 10.31857/S042473880017519-9