
**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ**

К теории общего экономического равновесия

© 2022 г. В.И. Данилов

В.И. Данилов,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: vdanilov43@mail.ru

Поступила в редакцию 07.03.2022

Аннотация. В работе предлагается модель общего экономического равновесия, когда некоторые фирмы своими действиями могут влиять на цены. Прimitives (т.е. описание производства, распределения, потребления) предлагаемой модели те же, что и у модели Эрроу–Дебре. Отличие заключается в поведении олигополистических фирм — предполагается, что они (как в оригинальной модели Курно) назначают свои производственные планы. Главное новшество состоит в описании процесса принятия решений о производственных планах фирмами-олигополистами. В предыдущих моделях считалось, что олигополистические фирмы стремятся максимизировать прибыль при текущих ценах. Здесь же делается более естественное предположение, что фирмы-олигополисты принимают решения о планах производства с помощью голосования акционеров. Показано, как модель Эрроу–Дебре может быть модифицирована для учета этого обстоятельства. Вводится понятие равновесия Кондорсе–Курно–Вальраса, объединяющее идеи этих трех классиков. Обсуждается вопрос о существовании равновесий. Рассматривается также упрощенная версия модели, в которой каждой фирмой владеет один агент. Упрощение состоит в том, что отпадает необходимость обращаться к голосованию.

Ключевые слова: модель Эрроу–Дебре, равновесие Курно, олигополия, голосование, победитель по Кондорсе, максимизация прибыли.

Классификация JEL: D02, D21, D43, D52.

Для цитирования: Данилов В.И. (2022). К теории общего экономического равновесия // Экономика и математические методы. Т. 58. № 3. С. 19–27. DOI: 10.31857/S042473880020012-2

1. ВВЕДЕНИЕ

В работе предлагается модель общего экономического равновесия. Возникает резонный вопрос, а разве ее не было раньше. Обычно под экономическим равновесием понимается общее конкурентное равновесие, когда каждый отдельный участник мал по отношению ко всей экономике, что его действия не влияют на цены и он принимает их как данные. Конечно, термин «конкурентный» здесь не вполне уместен. В чем конкурентность такой экономики? Олигополисты тоже конкурируют. Иногда добавляют слова о «совершенной конкуренции». Но в чем состоит это «совершенство»?

Рассмотрим равновесие в экономике, когда действующие лица могут реально влиять на цены. Обычно такую ситуацию обозначают как «неконкурентное», или «олигополистическое», равновесие. Современная экономика полна примерами больших компаний, способных влиять на цены и использующих эту возможность. Экономическая наука давно предложила модели несовершенной (или монополистической) конкуренции. Однако все они в той или иной степени оставались незавершенными, не обладали той внутренней (логической) согласованностью, которую отличает модель конкурентной экономики Эрроу–Дебре. Именно к этому образцу мы и стремились, создавая свою модель.

Главный недостаток предлагавшихся ранее моделей состоял в упрощенном моделировании поведения фирм-производителей. В конкурентной ситуации справедливо предполагалось, что цель фирмы состоит в максимизации прибыли при существующих ценах. Это было разумно, так как эта прибыль шла акционерам-потребителям, увеличивала их бюджетное множество и давала им более предпочтительное потребление. Такое максимизирующее прибыль поведение механически переносилось на более общую, неконкурентную ситуацию. В предлагаемой ниже модели принцип максимизации прибыли заменяется более естественным и логичным принципом голосования акционеров. Поясним его пока в общих чертах, откладывая точные формулировки на следующий этап.

В конкурентной ситуации главным ориентиром при принятии решений была цена p . Принимая ее как данное, фирма принимала решение y о своем производственном плане и выбирала план $y = y(p)$, дающий максимальную прибыль py .

Олигополистическая фирма, напротив, назначает производственный план y . Затем в экономике устанавливаются конкурентные цены $p = p(y)$ и для каждого агента i формируется его благосостояние $u_i(y)$. Акционеры этой фирмы выбирают (голосуют) за такой план y , который устраивает большинство акционеров.

Надо сразу признаться, что мы не приводим никаких теорем о существовании такого равновесия. Вряд ли равновесие существует при обычных предположениях Эрроу–Дебре и нужны какие-то дополнительные условия (а это — работа для будущих исследователей). Отмечу также, что предлагаемая модель (как и модель Эрроу–Дебре) статична и не включает финансовой системы и государства. Скорее это логически стройная заготовка, открытая для дальнейших усовершенствований.

2. ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Работы, посвященные олигополистическому общему равновесию, можно разделить на две группы. В одной группе исследователи ставили задачу проанализировать какое-то частное явление, связанное с наличием олигополии, и делали для этого ряд упрощающих предположений. При этом авторов мало заботила логическая согласованность всех деталей. В другой группе задача была более теоретической. Здесь мы остановимся именно на второй группе работ.

Первой работой в этой группе была статья (Negishi, 1961). В ней, как и в однопродуктовой модели Курно, фигурировали (уже многопродуктовые) функции спроса без детализации, откуда они берутся.

Работа (Gabszewich, Vial, 1972) служила ориентиром для многих последующих разработок, в том числе и для настоящего исследования. В ней предполагалось, что каждая фирма j назначает объемы своего выпуска y_j , после чего в экономике (уже как в экономике чистого обмена) формируется конкурентное равновесие с равновесными ценами $p = p(y)$. Зная реакцию цен $p(y)$ на планы $y = (y_j)$, каждая фирма-олигополист так выбирает свой выпуск y_j , чтобы максимизировать прибыль $p(y)y_j$ (предполагая, как и Курно, выпуски других фирм неизменными). Иными словами, они придерживались идеи максимизации прибыли. Помимо того что такое поведение не всегда совпадало с интересами акционеров, оно было ущербно и с чисто математической точки зрения. Дело в том, что в модели равновесные цены определены с точностью до множителя. И чтобы задача имела экономический смысл, нужно было выбрать *селектор равновесных цен*, или, как говорят экономисты — выбрать «*нумерер*». Сами же авторы приводили пример, когда результирующее равновесие зависело от этого выбора, отсутствующего в исходном описании экономики.

После публикации этой статьи Габжевич неоднократно возвращался к теме олигополий, например в обзорах по этой теме (Gabszewich, Thisse, 2000; Gabszewicz, 2013), и по ним можно проследить дальнейшее развитие теории олигополистического равновесия.

Отход от ложной идеи максимизации прибыли и переход к благосостоянию акционеров фирм наметился только в последнее десятилетие. Впрочем, эта идея не новая в теории фирмы (см., например, (Miller, 2021)), но она почему-то не была воспринята разработчиками моделей общего равновесия.

В статье (Dierker, Dierker, Grodal, 2000) авторы заменяют максимизацию прибыли максимизацией реального богатства акционеров. При этом допускалось некоторое перераспределение полезности между акционерами, что выглядит не вполне оправданно. В работе (Vejan, 2008) подробно объясняется, в чем состоит ошибочность принципа максимизации прибыли.

Наиболее близкая к нашей постановке модель рассмотрена в (Azar, 2012), но автор довольно быстро переходит к упрощающим предположениям типа Кобба–Дугласа, чтобы производить конкретные расчеты.

В работе (Crez, Tvede, 2020) авторы выдвигают предположение, что решения фирм о планах производства определяются голосованием акционеров. Однако у них акционеры реагируют на инфинитезимальные изменения благосостояния при инфинитезимальных изменениях планов выпуска, а не на глобальные изменения своего благосостояния (как мы предлагаем). При этом основная задача работы Креза и Твида состояла в поиске такой схемы саморегулирования олигополий, при которой равновесие было бы оптимальным по Парето. С этой целью авторы предложили привлекать к голосованию не только акционеров, но и других заинтересованных лиц, включая государство.

Работа (Azar, Vives 2021) скорее относится к первой группе работ, посвященных изучению конкретного феномена, связанного с олигополиями. Авторы работы интересовало, как влияет структура собственности на эффективность рынка и положение труда. Они делали для этого несколько упрощающих предположений, в частности, что труд однороден и является единственным производственным ресурсом. Они отказывались от максимизации фирмой ее прибыли, заменяя ее максимизацией некоторой линейной комбинации прибылей всех фирм внутри отрасли. Последнее оправдывалось тем, что капиталисты, как правило, владеют акциями не одной фирмы, но распределяют свои капиталы сразу в нескольких компаниях и отраслях.

3. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

Модель Курно. Первая модель олигополии была предложена О. Курно в 1838 г. Его книга была первым трудом по математической экономике (см. (Cournot, 1963)¹).

Курно предполагал, что несколько фирм производят один и тот же товар. Если фирма j выпускает его в количестве q_j , она несет издержки $C_j(q_j)$. Спрос на этот товар задается функцией P . Если на рынок поставлен товар в количестве Q , его цена равна $P(Q)$. Прибыль фирмы j при выпуске q_j равна $P(Q)q_j - C_j(q_j)$, где $Q = \sum q_j$ — совокупное предложение товара. Перед каждой фирмой стоит задача так выбрать объем своего выпуска q_j , чтобы прибыль была максимальной. Эта задача и ее решение, естественно, зависят от того, какие объемы выпуска продукции выберут другие фирмы. Но перед всеми фирмами стоит одинаковая задача, так что получается замкнутый круг. Главная заслуга Курно заключалась в том, что он предложил решать эту задачу как задачу равновесия. Решением становится такой набор выпусков (q_j^*) всех фирм, когда ни одной фирме не выгодно изменить свой выпуск q_j при условии, что остальные фирмы сохраняют равновесные выпуски.

Позже Нэш применит эту идею к произвольным некооперативным играм. И с тех пор «равновесие Курно–Нэша» стало доминирующим понятием в теории игр и экономике. В решении Курно были свои плюсы и минусы. Но оно знаменовало решительную смену экономической парадигмы: вместо детального описания процесса взаимодействия и торга было предложено ограничиться финальным, стабилизированным, неизменным состоянием. Вопросы динамики — наступит ли равновесие и каким оно будет — отодвигались на второй план².

Одно обстоятельство модели Курно явно бросалось в глаза — ее однопродуктовость. Курно прекрасно понимал необходимость общей теории равновесия, учитывающей взаимную зависимость рынков всех товаров³. Такую модель спустя 35 лет предложил Вальрас, правда, только для конкурентного поведения участников рынка. Современный вид эта модель обрела у Эрроу и Дебре.

Модель Эрроу–Дебре. В этой модели следует различать анатомическую часть (примитивы модели) и физиологическую (поведение агентов): анатомия описывает различные элементы системы и их связи друг с другом, физиология — как действуют эти отдельные части и какие цели они преследуют. Анатомическая часть у нас будет такой же, что и у Эрроу–Дебре, а вот поведенческая — иной.

Анатомия модели Эрроу–Дебре в простейшем (минимальном) варианте состоит из товаров, производителей и потребителей.

1. *Товары.* Считается, что есть конечное множество L товаров. Товарный набор x задается вектором в пространстве \mathbb{R}^L .

¹ «Если бы для рождения математической экономики была выбрана символическая дата, наша профессия в редком единодушном согласии назвала бы 1838 г.; это год, в котором Огюстен Курно опубликовал “Исследование математических принципов теории богатства” (“Recherches sur les principes mathématiques de la théorie des richesses”)», — из нобелевской речи Ж. Дебрё.

² «Вся старая критика, которая постоянно обрушивалась на классическую теорию дуополии “Почему дуополисты должны продолжать близоруко предполагать постоянную реакцию своих конкурентов независимо от опыта?”, была сметена приглашением Нэша перейти непосредственно к конечному долгосрочному равновесию без учета какого-либо трудоемкого процесса корректировки, сходящегося к равновесию. Равновесие теперь можно определить, не вдаваясь в запутанный вопрос о том, кто на самом деле объявляет окончательную цену» (Blaug, 2003).

³ «Но в реальности экономическая система есть целое, все части которого взаимосвязаны и действуют друг на друга. Рост доходов производителя товара А будет действовать на спрос товаров В, С и т.д., что, в свою очередь, повлечет изменение в спросе на товар А. Поэтому представляется, что для полного и строгого решения проблем, относящихся к некоторым частям экономической системы, неизбежно принимать к рассмотрению всю систему. Но это превзошло бы мощь математического анализа и наших методов вычисления» (Cournot, 1838).

2. *Производители.* Имеется конечное множество J производителей (фирм), где каждая фирма j описывается своим производственным множеством $Y_j \subseteq \mathbb{R}^L$. Положительные компоненты вектора $y \in Y_j$ указывают выпуск, отрицательные — затраты. Обычно считается, что $0 \in Y_j$.

3. *Потребители.* Имеется конечное множество потребителей I . Каждый потребитель i характеризуется: а) множеством допустимых потреблений $X_i \subseteq \mathbb{R}^L$; б) функцией полезности u_i на X_i ; в) начальным запасом $e_i \in \mathbb{R}^L$.

4. *Отношение собственности.* Предполагается, что каждая фирма j находится в собственности ее акционеров, что задается неотрицательными числами θ_{ji} , которые указывают долю потребителя i в фирме j (естественно, $\sum_j \theta_{ji} = 1$).

Так как мы не гонимся за общностью, для простоты будем считать $X_i = \mathbb{R}_+^L$. Вместо функции полезности можно работать с соответствующим предпочтением \preceq_i . На эти данные обычно накладываются некоторые условия (выпуклость, замкнутость, непрерывность и т.п.), но они нужны для вопросов существования, которых мы пока не касаемся.

Состояние экономики задается парой $((x_i), (y_j))$, которая удовлетворяет материальному балансу $\sum_i x_i \leq \sum_j y_j + \sum_i e_i$. Рыночный характер экономике придает наличие в ней цен.

Цена — это неотрицательный линейный функционал p на пространстве товаров \mathbb{R}^L . Фактически цены задают пропорции, в которых могут обмениваться товары разных видов. Но лучше понимать цены как информацию, которую нужно знать агентам для принятия решения: фирмам — что и из чего производить, потребителям — что покупать и потреблять. Более точно: в физиологии Эрроу–Дебре предполагается, что все агенты экономики воспринимают цены как данные и не пытаются влиять на них, т.е. каждый потребитель i выбирает для потребления тот потребительский набор x_i , который максимизирует его полезность при бюджетном ограничении $px_i \leq pe_i + \sum_j \theta_{ji} py_j$. Фирмы же стараются максимизировать свои прибыли py_j , $y_j \in Y_j$.

Конечно, эти планы $(x_i), (y_j)$ при произвольно выбранной цене p будут несбалансированными. Цена p^* называется *равновесной*, если эти планы сбалансированы, удовлетворяют материальному балансу (обычно еще добавляется условие: цены товаров, по которым спрос меньше предложения, равны 0). Идея равновесия, навеянная практикой и здравым смыслом, состояла в том, что если спрос больше предложения, — цена повышается, и наоборот. Если же баланс достигнут, то у цены нет стимулов меняться и система может функционировать сколь угодно долго. Тем более что такое состояние оптимально по Парето. Вальрас надеялся, что реально функционирующие системы в результате некоторого таинственного процесса *нащупывания* приходят в состояние равновесия.

Эрроу и Дебре показали, что при некоторых достаточно естественных условиях равновесие действительно существует⁴.

Олигополистическая физиология. Нас будет интересовать физиология, когда (некоторые) фирмы ведут себя неконкурентно и пытаются своими действиями влиять на цены, чтобы получить большую прибыль или (что точнее) повысить благосостояние своих акционеров. Какие действия имеются в виду? И как понимать «благосостояние»?

Под действиями, как и в модели Курно, мы будем понимать производственные планы. Альтернативно под действиями можно было бы понимать цены (или даже цены и выпуски). Однако манипулирование ценами, несмотря на кажущуюся естественность такого действия, не вполне корректно. Говорить о назначении цен на свою продукцию можно тогда, когда эту продукцию выпускает только одна эта фирма. Это приводит к искусственному умножению товаров. Манипуляция выпусками выглядит более приемлемой, и мы ею ограничимся.

Среди множества фирм мы экзогенно выделяем множество J_0 тех фирм (*олигополистов*), которые ведут себя неконкурентно, предполагая, что остальные фирмы ведут себя конкурентно (для

⁴ Созданная экономистом с математическим вкусом и математиком со склонностью к экономике, модель Эрроу–Дебре 1954 г. своим совершенством выглядит как образец построения экономических моделей. Так нам видится теперь. Но так было не всегда. «Статья Эрроу и Дебре была опубликована после бурных дебатов и шла через огонь. Статья была отправлена на рецензию экономисту У. Баумолу и математику С. Фиппсу. Ожидалось, что Баумол рассмотрит рукопись с экономической точки зрения, а Фиппс проверит математическую корректность статьи. Но получилось наоборот: Баумол попросил авторов более активно использовать теорему Нэша, в то время как Фиппс возражал против абстрактности предположений. Баумол поддержал публикацию статьи, тогда как Фиппс настаивал на ее тщательном пересмотре. После публикации Фиппс выражал яростное недовольство публикацией статьи в связи со сделанными в ней экономическими предпосылками» (Mócsar, 2020).

простоты можно считать, что $J_0 = J$). Фирмы из J_0 назначают свои производственные планы $y_j \in Y_j$ и пытаются их реализовать. Остальная часть экономики (потребители и остальные фирмы) действуют в условиях совершенной конкуренции (т.е. по Вальрасу). Более точно: возникает Вальрасова экономика $\mathcal{E}(y)$, в которой устанавливаются равновесные цены p (зависящие от y , так что правильнее их обозначать $p(y)$). Так, для $j \in J_0$ выпуски y_j максимизируют прибыль $p y_j$ на множестве Y_j ; потребления x_i максимальны на соответствующих бюджетных множествах, и выполняется материальный баланс. Все — как в модели Эрроу–Дебре, за исключением того, что выпуски y_j для $j \in J_0$ фиксированы и поэтому прибыль не максимизируют. Учитывая, что потребления x_i также зависят от $y = (y_j, j \in J_0)$, мы обозначаем их $x_i(y)$. Для удобства обозначим $u_i(x_i(y))$ через $u_i(y)$, хотя, строго говоря, это число зависит не только от y , но и от установившихся в равновесии цен $p(y)$, потому что равновесий может быть несколько. К вопросу о существовании равновесий в экономике $\mathcal{E}(y)$ мы вернемся позже.

4. ЗАДАЧА ФИРМ-ОЛИГОПОЛИСТОВ

Теперь рассмотрим, как ведут себя фирмы-олигополисты, т.е. фирмы $j \in J_0$. Они выбирают выпуски y_j , но чем они руководствуются при таком выборе?

Наивная точка зрения состоит в том, что они (как у Курно или Вальраса) максимизируют прибыль $p(y)y_j$. Такого взгляда придерживались авторы работы (Gabszewich, Vial, 1972) и многие последующие теоретики. Однако эта точка зрения несостоятельна, как минимум, по двум причинам — экономической и математической.

Экономическое возражение выглядит так. Представим, что фирма j выбрала выпуск y_j , максимизирующий прибыль. И пусть она увеличит немного, на Δy , выпуск своего товара. Тогда ее прибыль уменьшится пропорционально Δy^2 . В то же время цена этого товара уменьшится пропорционально Δy . И те акционеры фирмы, которые покупают свой товар (а, по идее, это — все акционеры), получают выгоду от такого уменьшения цены. Поэтому они не заинтересованы в том, чтобы максимально увеличивать прибыль. Прибыль должна быть близка к максимальной, но не обязательно совпадать с ней.

Математическое возражение состоит в том, что равновесные цены в Вальрасовой экономике $\mathcal{E}(y)$ определены с точностью до множителя. И поэтому, чтобы придать смысл прибыли, нужно задаться некоторым *правилом нормирования цен*. Это уже понимали авторы работы (Gabszewich, Vial, 1972), и они привели пример, когда разные правила нормирования цен приводят к разным равновесным состояниям экономики. Конечно, нельзя считать положительной чертой модели, когда ответ зависит от ничем не обоснованных волюнтаристских дополнительных предположений, которых не было в исходной задаче.

Правильный, на наш взгляд, подход состоит в том, что фирмы стремятся максимизировать благосостояние своих акционеров. Менеджеры должны так управлять фирмой и назначать такие объемы выпуска y_j , чтобы максимизировать благосостояние акционеров⁵. Но как определять благосостояние? Ведь в принципе акционеров много и интересы у них разные. Можно было бы попытаться построить функцию их благосостояния (как это и было сделано в (Dierker, Dierker, Grodal, 2000)). Но было бы волюнтаризмом навязывать им какую-то мифическую групповую полезность.

Представляется, что более разумно поступить так, как предписывает устав компании, т.е. обратиться к голосованию акционеров. У каждого из них есть доля θ_{ji} акций, и естественно считать, что каждый голос акционера i должен браться с этим весом⁶.

Предположим, что фирма j использует план y_j (а остальные олигополисты — планы y_{-j} , формируя $y = (y_j, y_{-j})$). Потребитель i получает полезность $u_i(y)$. Предположим, что некто вносит предложение вместо плана y_j использовать альтернативный план y'_j . В случае принятия этого предложения сформируется новое равновесие Вальраса ($y' = (y'_j, y_{-j}), x', p'$) и потребитель i получит полезность $u_i(y')$.

⁵ Конечно, менеджеры не всегда так поступают, и тому есть много свидетельств, но если они совсем не будут на это обращать внимания, их быстро сместят из руководства компаний. Поэтому примем упрощенную (и, быть может, не слишком реалистичную) гипотезу, что менеджеры заботятся о благосостоянии владельцев фирмы.

⁶ На самом деле, такое предположение не так важно, можно учитывать голоса акционеров с другим весом и даже принимать во внимание голоса и мнение посторонних, но заинтересованных лиц (поставщиков и покупателей продукции, общественных организаций и государства). Или рассматривать для каждой фирмы свое правило голосования. Но для определенности мы будем ориентироваться на доли акций.

Если эта новая полезность окажется больше старой $u_i(y)$, потребитель i как акционер выступит в поддержку нового плана. И если таких акционеров (взятых с весами θ_{ji}) будет больше половины, старый план отвергнут и заменят новым. Иными словами, старый план считается *одобренным*, если любой альтернативный план не выигрывает при голосовании акционеров.

Таким образом, мы почти окончательно сформулировали понятие *равновесия Кондорсе–Курно–Вальраса* (ККВ): это такой набор (y, x, p) производственных планов y_j , потребительских планов x_i и цен p , что: а) набор (x, p) образует равновесие Вальраса в экономике $\mathcal{E}(y)$; б) для каждого j (из J_0) план y_j одобряется акционерами фирмы j .

Замечание. Тут мы сталкиваемся со сравнительно новым для теории игр явлением: действующий агент (в нашем случае — менеджер фирмы) отделен от заинтересованных лиц (акционеров фирмы). При выборе стратегии действующий агент принимает во внимание интересы акционеров, но ему приходится агрегировать интересы различных акционеров, что оказывается нетривиальной задачей. В предлагаемой модели агрегирование осуществляется с помощью довольно несовершенного инструмента — голосования (хотя голосование — обычная практика в работе компаний).

В любом случае получается, что *теория группового выбора* вторгается в область общего равновесия. Это не столь удивительно, если мы вспомним, что К. Эрроу заинтересовался задачей агрегирования индивидуальных предпочтений и пришел к своей теореме о невозможности именно в связи с задачей фирмы. Правда, Эрроу понимал различие интересов акционеров как их разные представления о будущих событиях, т.е. интересовался динамикой. В нашей модели общего экономического равновесия динамика отсутствует, но различие интересов остается. Следует отметить, что о разделении коалиций действия и коалиций интересов применительно к общим играм писал Н. Воробьев (Воробьев, 1970).

Некоторые уточнения. Разобравшись в основной идее определения ККВ-равновесия, вернемся к двум тонким моментам, пропущенным при предварительном обсуждении. Предположим, что все фирмы-олигополисты выбрали свои производственные планы y_j , сформировав вектор y . После этого в игру вступает конкурентный механизм (экономика $\mathcal{E}(y)$) и формируются равновесные потребления x_i (зависящие от y). И тут встает вопрос о существовании равновесия в экономике чистого обмена $\mathcal{E}(y)$. Казалось бы, что проблем не должно быть, так как при стандартных предположениях — типа выпуклости и непрерывности — равновесия существуют. Однако не так все просто. Обычно в экономике чистого обмена предполагается, что суммарный начальный запас $\sum_i e_i$ положителен. У нас же суммарный начальный запас (который должен затем перераспределяться с учетом производства конкурентных фирм) равен $\sum_i e_i + \sum_{j \in J_0} y_j$ и в общем случае не является неотрицательным. Но в таком случае мало шансов, что в экономике (см. выше) $\mathcal{E}(y)$ существует равновесие (а если конкурентных фирм нет, то равновесие точно не может существовать).

Из этой тупиковой ситуации есть два выхода. Первый — разрешать фирмам назначать только такие планы y_j , которые не нарушают положительности суммарного запаса. Выход, прямо скажем, не вполне удовлетворительный. Более естественно предположить, что, назначая выпуск y_j , фирма j готова на самом деле использовать любой промежуточный выпуск αy_j , где $0 \leq \alpha \leq 1$. Тем более что к такому промежуточному выпуску фирме придется обращаться только в том случае, когда ее прибыль $p y_j$ станет неположительной. Конечно, реализация таких промежуточных выпусков подразумевает, что производственное множество Y_j фирмы выпуклое (и содержит 0), но это — стандартное предположение в теории экономического равновесия. Хотя и небезобидное, потому что экономия на масштабе — одна из главных причин обретения олигопольной власти.

Если мы принимаем такой сценарий, то равновесие в экономике $\mathcal{E}(y)$ существует, но нужно немало модифицировать определение. В экономике $\mathcal{E}(y)$ производственные множества фирм устроены так: если фирма j не является олигополистом ($j \notin J_0$), ее производственное множество равно Y_j ; если является ($j \in J_0$), то ее производственное множество — это отрезок $[0, y_j]$. В этом случае все производственные множества выпуклые и замкнутые и стандартные теоремы обеспечивают существование равновесий.

Однако равновесий в $\mathcal{E}(y)$ может быть несколько. Допустим, что фирма j хочет отклониться от равновесного плана y_j и перейти к новому y'_j . Мы предполагаем, что в модифицированной экономике $\mathcal{E}(y')$ установится равновесие. Но какое именно, если их несколько? Не существует общих утверждений о единственности равновесия. Конечно, есть условия, гарантирующие единственность равновесия, но они относятся к очень специальным ситуациям. Естественный выход: если

имеется несколько равновесий, агенты-акционеры ориентируются на наихудший исход при оценке альтернативного плана y'_j . Иначе говоря, полезность $u_i(y')$ формируется как минимум (инфимум) полезностей потребления агента i по всем равновесиям в $\mathcal{E}(y')$. И участник i голосует против y в пользу y' , если $u_i(y) < u_i(y')$.

Это уточнение завершает определение равновесия Кондорсе–Курно–Вальраса.

5. СУЩЕСТВОВАНИЕ РАВНОВЕСИЙ КОНДОРСЕ–КУРНО–ВАЛЬРАСА

Вопрос о существовании равновесия Кондорсе–Курно–Вальраса (ККВ-равновесия) остается открытым. В каких-то специальных случаях, видимо, можно проверить существование ККВ-равновесий, но никаких общих теорем на этот счет я не могу предложить. Доказывая существование ККВ-равновесий, мы сталкиваемся с двумя трудностями.

1. Оценка (одобрение) планов фирм осуществляется путем голосования. Чтобы план y_j был одобрен, он должен стать победителем по Кондорсе среди всех остальных альтернативных планов. Но часто победителей по Кондорсе не существует. Правда, соответствующие контрпримеры строятся, когда предпочтения избирателей произвольны. В экономической же ситуации предпочтения формируются специфическим способом и поэтому вполне возможно, что если план y_j близок к оптимальному, он будет победителем по Кондорсе. Например, пусть некоторый план максимизирует прибыль при текущих ценах p . Может быть, он и не побеждает при голосовании, но вблизи него вполне может оказаться победитель. Одним словом, этот вопрос требует дополнительного изучения.

2. Проблема касается существования равновесия в игре Курно олигополистических фирм. Обычно для существования равновесий нужно предполагать некоторую выпуклость полезности фирмы j относительно y_j . Эта трудность видна уже в классической однопродуктовой модели Курно. Менее тривиальные примеры несуществования приведены у (Bonnisseaum, Florig, 2005).

Перечисленные соображения не исключают, что в каких-то специальных ситуациях равновесие можно найти и вычислить. Экономистов мало интересует только факт существования решения; им важнее что-нибудь посчитать и сделать выводы. А для этого приходится идти на упрощения модели. Мы же делали упор на принципиальные вопросы корректного построения модели общего равновесия.

6. АЛЬТЕРНАТИВНАЯ МОДЕЛЬ

Выше была предложена модель олигопольной физиологии экономики типа Эрроу–Дебре. В этой модели действуют менеджеры фирм-олигополистов, принимая решения о производственных планах. Владельцы фирм только одобряют или отклоняют действия менеджеров. По понятным причинам акционерам трудно непосредственно руководить производственным процессом. Особенно когда владельцев-акционеров несколько и им нужно как-то координировать свои действия. В такой ситуации предложенная физиология выглядит оправданной. Однако если акционеров мало (или у фирмы только один владелец), можно предложить (или обсудить) альтернативную физиологию, когда действующими лицами становятся сами акционеры.

К этому побуждает следующее соображение. Предположим, что некий агент единолично владеет (или имеет контрольные пакеты акций) несколькими фирмами. Тогда он может единолично задавать планы всех своих фирм. В этой ситуации нелепо предполагать, что при составлении плана для одной из своих фирм он будет считать планы других своих фирм фиксированными. Он будет задавать планы всех своих фирм! Заметим, что в этом случае трудностей в оценке планов (и голосовании) не возникает. Владельцу нужно всего лишь (!) проследить, как выбранный план выпуска влияет на его полезность.

В общем случае, когда владение не единоличное, можно сделать искусственную вещь, а именно «раздать» акционерам производственные множества фирм-олигополистов в соответствии с их долями. Более точно, сформируем новую модель, в которой каждый агент i единолично владеет фирмой с производственным множеством $\tilde{Y}_i = \sum_j \theta_{ji} Y_j$, а все остальные параметры (запасы e_i и полезности u_i) остаются прежними. И рассмотрим равновесие Курно–Вальраса в этой модифицированной модели. Это означает, что каждый агент i задает производственный план \tilde{y}_i из множества \tilde{Y}_i и (предполагая фиксированными планы остальных агентов) максимизирует свою полезность $u_i(\tilde{x}_i)$ в установившемся равновесии Вальраса в экономике $\mathcal{E}(\tilde{y})$.

Заметим, что с производственной точки зрения ничего не меняется (если все Y_j выпуклы) — все, что было достижимо ранее, достижимо и теперь. А с точки зрения поведения или управления изменения очевидны. Исчезает необходимость в голосовании, так как агенты единолично распоряжаются и владеют своей фирмой. Фактически получается некооперативная игра потребителей (они же производители), а равновесие Курно–Вальраса превращается в равновесие Нэша. Конечно, вопрос о существовании равновесия по-прежнему остается открытым (в силу того что мало известно о зависимости полезности агентов от их стратегий \tilde{y}_i). Однако ответ на этот вопрос существенно облегчается.

Конечно, эта альтернативная модель вряд ли может претендовать на описание какой-то реальной ситуации. Скорее это некоторое математическое преобразование исходной модели, может быть, полезное для анализа изначальной модели.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье была предложена *трехэтажная модель* общего экономического равновесия. Главное новшество (по сравнению с предложенными ранее моделями типа Габжевича–Виала) состояло в появлении *третьего* этажа, представленного голосованием акционеров. Хотя этот этаж выглядит естественным и соответствует практике принятия решений в компаниях, его добавление сильно усложняет модель с точки зрения существования равновесий и их анализа. Тут необходим баланс сразу на трех этажах: в экономике Вальраса $\mathcal{E}(y)$, в игре Курно с этими y и в голосовании на фирмах. Установить баланс на всех трех этажах — непростая задача.

Взглянем, однако, на модель не с точки зрения ее анализа, а с точки зрения фундаментальных принципов. Конечно, в первую очередь критика может быть направлена на голосование. Едва ли акционеры голосуют за выбор производственных планов. Они с трудом могут представлять последствия альтернативных планов. Хотя какие-то совсем уже нелепые планы могут отвергать. Это — достаточно тонкий и уязвимый момент модели.

Но более принципиальное возражение, на наш взгляд, вызывает восходящее к Курно предположение, что каждая фирма исходит из гипотезы о том, что остальные фирмы оставляют свои стратегии неизменными. Это глубоко укоренившееся предположение (ставшее основной парадигмой всей современной теории игр) может быть оправдано только его простотой. Если я, к примеру, снижаю цену своей продукции, надеясь завоевать большую долю рынка, то мой конкурент скорее всего тоже уменьшит свою цену. Если я сокращаю выпуск, рассчитывая поднять цену, конкурент может увеличить свой выпуск. Одним словом, все понимают, что предпринятые действия одной стороны не останутся без реакции других сторон рыночной игры. Конечно, трудно точно предвидеть эту реакцию. И в этом случае принимается странная логика: если реакция неизвестна, будем считать, что ее не будет совсем.

Именно в этом мы видим главный недостаток предложенной ранее (да и всех других) модели общего экономического равновесия. Кроме того, наша модель не затрагивала многих других аспектов — таких как динамика и стохастика, финансы и государство.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Воробьев Н.Н.** (1970). Современное состояние теории игр // *Успехи математических наук*. Т. 25. Вып. 2. С. 81–140. [**Vorob'ev N.N.** (1970). The present state of the theory of games. *Russian Mathematical Surveys*, 25, 2, 77–136 (in Russian).]
- Azar J.** (2012). *A new look at oligopoly: Implicit collusion through portfolio diversification*. A dissertation presented to the faculty of Princeton University.
- Azar J., Vives X.** (2021). General equilibrium oligopoly and ownership structure. *Econometrica*, 89, 999–1048.
- Bejan C.** (2008). The objective of a privately owned firm under imperfect competition. *Economic Theory*, 37, 99–118.
- Blaug M.** (2003). The formalist revolution of the 1950s. *Journal of the History of Economic Thought*, 25, 2, 145–156.
- Bonnisseau J.-M., Florig M.** (2005). Non-existence of duopoly equilibria: A simple numerical example. *Journal of Economics*, 85, 1, 65–75.

- Cournot A.** (1963). *Researches into the mathematical principles of the theory of wealth*. Homewood (Illinois): Irwin. Originally published in 1838. Translated from the French “Recherchés sur les principes mathématiques de la théorie des richesses”, Paris.
- Crez H., Tvede M.** (2020). Corporate self-regulation of imperfect competition. *Working paper. School of Economics of University of East Anglia*, 1, 1–25.
- Dierker E., Dierker H., Grodal B.** (2000). Objectives of an imperfectly competitive firms: A surplus approach. *Vienna Economics Paper 0007*. University of Vienna, Department of Economics.
- Gabszewicz J.J., Vial J-P.** (1972). Oligopoly ‘a la Cournot’ in a general equilibrium analysis. *Journal of Economic Theory*, 4, 381–400.
- Gabszewicz J., Thisse J.-F.** (2000). Microeconomic theories of imperfect competition. In: *Cahiers d’Économie Politique*, 37. Qu’a-t-on appris sur la concurrence imparfaite depuis Cournot?, 47–99.
- Gabszewicz J.J.** (2013). Introduction. In: *Recherchés économiques de Louvain*, 79, 4, 5–13.
- Miller A.D.** (2021). Voting in corporations. *Theoretical Economics*, 16, 101–128.
- Móczár J.** (2020). The Arrow–Debreu model of general equilibrium and Kornai’s critique in the light of neoclassical economics. *Journal of Banking, Finance and Sustainable Development*, 1, 42–68.
- Negishi T.** (1961). Monopolistic competition and general equilibrium. *Rev. Econ. Studies*, 28, 3, 196–201.

Towards the theory of general economic equilibrium

© 2022 V.I. Danilov

V.I. Danilov,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: vdanilov43@mail.ru

Received 07.03.2022

Abstract. The paper proposes a model of general economic equilibrium, when some firms can influence prices by their actions. Their primitives (that is, the description of production, distribution, and consumption) of the proposed model are the same as those of the Arrow–Debreu model. The difference lies in the behavior of oligopolistic firms: it is assumed that they (as in the original Cournot model) assign their production plans. The main innovation is the description of the decision-making process on production plans by oligopolistic firms. In previous models, it was assumed that oligopolistic firms seek to maximize profits at current prices. Here, a more natural assumption is made that oligopolistic firms make decisions about production plans through a vote of shareholders. It is shown how the Arrow–Debreu model can be modified to account for this circumstance. The concept of Condorcet–Cournot–Walras equilibrium is introduced, combining the ideas of these three classics. The problem of the existence of equilibria is discussed. A simplified version of the model is also considered, in which each firm is owned by one agent. The simplification means that there is no need to turn to the voting.

Keywords: Arrow–Debreu model, Cournot equilibrium, oligopoly, voting, Condorcet winner, profit maximization.

JEL Classification: D02, D21, D43, D52.

For reference: **Danilov V.I.** (2022). Towards the theory of general economic equilibrium. *Economics and Mathematical Methods*, 58, 3, 19–27. DOI: 10.31857/S042473880020012-2