ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2022, том 58, № 3, с. 45–56

НАРОДНОХОЗЯЙСТВЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ

О некоторых парадоксальных эффектах механизма налоговых каникул

А.Д. Сластников
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: slast@cemi.rssi.ru; aslast@mail.ru

Поступила 19.04.22

Аннотация. В статье рассматривается модель стимулирования инвестиций в проект создания нового предприятия в условиях неопределенности экономической среды и в рамках российской системы налогообложения предприятий. Предполагается, что инвестор может отложить инвестирования проекта до наступления более благоприятной для него ситуации. В качестве механизма стимулирования выступают налоговые каникулы фиксированной длительности. При принятии решения о финансировании инвестор ориентируется на выбор такого момента инвестирования, чтобы показатель ожидаемого чистого приведенного дохода от реализованного проекта был максимальным. Показано, что оптимальный момент инвестирования и оптимальный ожидаемый чистый приведенный доход инвестора от реализованного проекта могут зависеть от длительности налоговых каникул немонотонным образом. При этом поведение этих показателей определяется пороговыми значениями нормы амортизации основных фондов и длительности налоговых каникул. Весь диапазон возможных норм амортизации разбивается на три области, в которых каждый показатель либо монотонный по длительности налоговых каникул, либо имеет один экстремум. Установлено существование «наихудших налоговых каникул», как с точки зрения момента инвестирования, так и с точки зрения ожидаемого чистого приведенного дохода инвестора. Показано, что при разумных значениях норм амортизации такие наихудшие для оптимального момента инвестирования каникулы лежат в диапазоне от 3 до 5 лет, а для оптимального ожидаемого чистого приведенного дохода не превышают 3 лет. Выведена чувствительность пороговых значений норм амортизации и длительности каникул к изменению параметров проекта (среднему темпу роста добавленной стоимости и волатильности).

Ключевые слова: инвестиционный проект, налоговые каникулы, стохастический процесс прибыли, момент инвестирования, ожидаемый NPV инвестора, парадоксальные эффекты.

Классификация JEL: H21, H25, D81, C61.

Для цитирования: **Сластников А.Д.** (2022). О некоторых парадоксальных эффектах механизма налоговых каникул // *Экономика и математические методы*. Т. 58. № 3. С. 45–56. DOI: 10.31857/S042473880021694-2

1. ВВЕДЕНИЕ

Известное выражение Бенджамина Франклина гласит, что «в этом мире нет ничего определенного, кроме смерти и налогов»[1]. И если с первым вряд ли можно поспорить, то в отношении налогов это не совсем так. В истории современной России, начиная с 1991 г., неоднократно менялась как сама система налогов, так и ее отдельные элементы — изменялись ставки, какие-то налоги исчезали и возникали, налоговые льготы отменялись и возрождались уже на новом уровне и т.д. Как считают некоторые авторы, даже простое обсуждение налоговой политики (на государственном уровне) уже вносит неопределенность и способно повлиять на решения инвесторов.

Обычно считается, что неопределенность, в том числе и в налоговой политике, играет дестимулирующую роль, снижая инвестиционную активность в реальном секторе. Однако, как показывают многочисленные эмпирические и модельные исследования, влияние налоговой политики в условиях неопределенности на инвестиции, в частности на инвестирование проектов в реальном секторе, может носить сложный характер, иногда весьма далекий от интуитивных представлений. Ситуация еще более усложняется, когда у инвестора есть возможность гибкого принятия решений и откладывания инвестиций до наступления более благоприятной для него обстановки (концепция реальных опционов). Возникают налоговые парадоксы, когда изменение параметров налоговой системы (налоговых ставок или льгот) может приводить, при определенных условиях,

[1] «...But in this world nothing can be said to be certain, except death and taxes» (из письма Б. Франклина к J.-B. Le Roy, 1789).

к последствиям противоположной направленности, например как к ускорению, так и к замедлению инвестирования проектов.

Так, в (Hassett, Metcalf, 1999) авторы изучали модель, в которой для описания неопределенности использовались случайные процессы двух различных типов: непрерывный (диффузионный) и дискретный (скачкообразный). Непрерывный процесс отражал динамику цен и спроса на товары, а скачкообразный моделировал изменения в налоговой политике, которые авторы связывали в первую очередь с появлением и изменением условий инвестиционных налоговых кредитов[2]. В качестве непрерывного процесса здесь, как и в большинстве близких работ (в том числе упоминаемых ниже) использовались процессы геометрического броуновского движения, что широко принято в теории реальных опционов и финансовой математике (см., например, (Dixit, Pindyck, 1994)). Было показано, что процессы разных типов оказывают существенно разное влияние на привлечение инвестиций. Если неопределенность цен (и тем самым прибыли) способствует откладыванию инвестирования на более поздний срок, то скачки в налоговой политике (в случайные моменты времени) стимулируют более раннее инвестирование. В (Pawlina, Kort, 2005) рассмотрен случай, когда объем необходимых для реализации проекта инвестиций может меняться, причем вероятность изменений (например, в результате изменения налоговой политики) зависит от состояния системы, а именно от ожидаемой дисконтированной стоимости инвестируемого проекта. Авторы провели численное исследование и обнаружили, что величина и волатильность скачков в инвестициях могут немонотонно влиять на момент инвестирования.

Другой подход к моделированию неопределенности налогов связан с представлением их как случайного процесса, коррелированного с процессом текущей прибыли (см., например, (Niemann, 2011)). В рамках такого подхода гипотеза о том, что увеличение налоговой неопределенности (волатильности процесса налоговых выплат) подавляет реальные инвестиции, не получает подтверждения, а может как замедлять, так и ускорять инвестиции в зависимости от соотношения между волатильностями налогов и прибыли.

Потенциальными источниками парадоксальных налоговых эффектов могут стать такие факторы, как наличие прогрессивной шкалы налогообложения, возможность отказа от продолжения реализации проекта, частичная обратимость сделанных инвестиций.

В работе (Alvarez, Koskela, 2008) было показано, что в случае прогрессивного налогообложения при достаточно большой волатильности момент инвестирования положительно зависит от волатильности и отрицательно — от ставки налога, что искажает традиционные положения о принятии инвестиционных решений. Различные эффекты влияния прогрессивной шкалы налогообложения на интенсивность и время инвестирования обсуждались также в (Wong, 2011).

Если у инвестора имеется возможность как финансировать проект, так и прекратить его реализацию (при появлении неблагоприятных условий), то возрастание ставки налога может привести к парадоксальному эффекту стимулирования более ранних инвестиций (см., например, (Schneider, Sureth, 2010)). Решающую роль при этом играет именно возможность выхода из проекта, в то время как без нее такой эффект отсутствует. Аналогичные результаты в рамках несколько иной системы налогообложения были установлены в (Niemann, Sureth, 2013). Неоднозначное влияние неопределенности и налоговых ставок на инвестирование и деинвестирование в условиях различных вариантов частичного возврата сделанных инвестиций исследовались в (Agliardi, 2001; Sureth, 2002) и др.

Еще один потенциальный источник налоговых парадоксов связан с нелинейностью правил налогообложения прибыли фирм при наличии налоговых скидок и убытков. Так, в (MacKie-Mason, 1990) изучались эффекты, возникающие при различных схемах возмещения убытков и скидок в налогообложении, которые действовали в американской горнодобывающей промышленности, и было установлено, в частности, что увеличение ставки налога в условиях неопределенности цен может стимулировать инвестирование.

Отметим также работу (Gries et al., 2012), в которой рассматривается модель с простой системой налогов без явного учета амортизации и налоговых вычетов, но с налогообложением процентной ставки. В этих рамках авторы определяют и исследуют три налоговых режима — множеств в пространстве параметров модели — в каждом из которых рост налоговой ставки замедляет

[2] Подробный анализ основных налоговых изменений в развитых странах во второй половине XX в. можно найти, например, в (Cummins et al., 1996; Auerbach, Hines, 1994).

инвестирование (нормальный режим), не оказывает на них никакого влияния (нейтральный) или же ускоряет инвестиции (парадоксальный).

Почти во всех работах по обозначенной выше тематике налоговые парадоксы рассматривались по отношению к изменению ставки налога. Однако совершенно аналогично можно говорить и об эффектах, производимых на инвестиционные решения различными механизмами стимулирования. Из немногочисленных исследований в этом направлении отметим статью (Jou, 2000), в которой рассматривается модель со случайными ценами на выпускаемую продукцию, постоянными затратами и налоговыми каникулами (с нулевой ставкой налога). Предполагается, что создаваемая по проекту фирма может на какое-то время приостановить, а затем возобновить свое функционирование. В результате анализа модели автор приходит к «парадоксальным» выводам, что увеличение длительности налоговых каникул может дестимулировать инвестирование проекта, а рост ставки налога, наоборот, может его стимулировать.

Несколько иные аспекты, связанные с влиянием налоговых каникул на инвестирование, изучали в (Azevedo et al., 2019). Там рассматривалась модель привлечения инвестиций с помощью налоговых каникул, в течение которых уменьшается ставка налога и отсутствует возможность прекратить реализацию проекта. Было установлено, что при небольшом снижении ставки длительность налоговых каникул может немонотонно влиять на момент прихода инвестора. Хотя для большинства случаев неопределенность приостанавливает инвестиции, однако большая степень неопределенности в сочетании с высокой ликвидационной стоимостью (при закрытии проекта) может способствовать ускорению инвестиций. Отметим еще, что результаты, касающиеся немонотонной зависимости инвестиционной активности от длительности налоговых каникул, обсуждались также в (Аркин и др., 2002; Аркин, Сластников, 2007).

В настоящей статье рассматривается модель инвестирования проекта создания нового предприятия в условиях неопределенности экономической среды и в рамках российской системы налогообложения прибыли. В качестве механизма привлечения инвестора выступают налоговые каникулы фиксированной длительности. Описание модели и соответствующая оптимизационная задача приводятся в разд. 2, а подробный анализ зависимости показателей, связанных с реализацией проекта (оптимальный момент инвестирования и ожидаемый NPV от реализованного проекта), — в разд. 3. Полученные результаты и выводы из численных расчетов обсуждаются в разд. 4.

2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В качестве объекта инвестирования будем рассматривать проект создания в некотором регионе нового производственного предприятия. Основными гипотезами, которые делаются относительно такого рода проектов и их инвестирования, являются следующие:

— в каждый момент времени инвестор может либо сделать вложения в проект, либо отложить решение об инвестировании до наступления более благоприятного момента (свобода выбора);

— решение об инвестировании принимается исключительно по экономическим показателям, связанным с проектом, на основе текущей информации о рыночных ценах на затрачиваемые ресурсы и выпускаемую продукцию (отсутствие неэкономических факторов);

— сделанные инвестиции являются необратимыми, т.е. не могут быть изъяты из проекта и использованы для других целей;

— денежные потоки от реализованного проекта имеют неопределенный характер в силу случайных колебаний цен на расходуемые ресурсы и выпускаемую продукцию.

Функционирование предприятия после инвестирования проекта будет происходить в рамках российской системы налогообложения предприятий. Срок жизни проекта (существования предприятия) полагается бесконечным.

Предположим, что проект становится доступным для инвестирования в нулевой момент времени, а инвестирование осуществляется в момент времени τ. Для исследования в аналитическом виде все денежные потоки рассматриваются в непрерывном времени, и входящие в них величины (выручка, затраты и т.п.) всюду далее будут иметь смысл «потоков», т.е. стоимостей в (малую) единицу времени.

После уплаты налогов[3] чистый денежный поток по проекту в момент t равен

$$\begin{aligned}&\pi_t^\tau - S_t^\tau(1+\gamma_{\text{соц}}) - D_t^\tau - P_t^\tau \ -\gamma_{\text{пр}}\left(\pi_t^\tau - S_t^\tau(1+\gamma_{\text{соц}}) - D_t^\tau - P_t^\tau\right) = \\ &= (1-\gamma_{\text{пр}})\left(\pi_t^\tau - S_t^\tau(1+\gamma_{\text{соц}}) - P_t^\tau\right) + \gamma_{\text{пр}} D_t^\tau,\end{aligned} \qquad (1)$$

где π_t^τ — добавленная стоимость (без учета НДС), S_t^τ — расходы на оплату труда, D_t^τ — амортизационные отчисления, P_t^τ — налог на имущество предприятия, $\gamma_{\text{пр}}$ — ставка налога на прибыль, $\gamma_{\text{соц}}$ — ставка страховых взносов.

Сделаем предположения относительно структуры денежных потоков:

1) объем инвестиций I_t, необходимых для начала реализации проекта в момент времени t, а также добавленная стоимость $\pi_t = \pi_t^\tau$ моделируются как случайные процессы геометрического броуновского движения, заданные на некотором вероятностном пространстве с потоком σ-алгебр $\mathcal{F}_t$ (информация о системе до момента t) и описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями:

$$dI_t = I_t\left(\alpha_I\, dt + \sigma_I\, dw_t^I\right),\ d\pi_t = \pi_t\left(\alpha_\pi\, dt + \sigma_\pi\, dw_t^\pi\right),\ t \ge 0, \qquad (2)$$

где w_t^I, w_t^π — стандартные винеровские процессы, коррелированные между собой (с коэффициентом корреляции φ); параметры процессов (2) имеют естественную экономическую интерпретацию: α_π — средний темп роста добавленной стоимости, σ_π — дисперсия темпа роста добавленной стоимости (волатильность), аналогично и для процесса необходимых инвестиций; лаг капитальных вложений отсутствует, т.е. сделанные инвестиции сразу же начинают приносить прибыль;

2) амортизационные отчисления D_t^τ определяются исходя из начальной стоимости основных фондов (за которую принимается стоимость инвестиций I_τ) как $D_t^\tau = I_\tau k_{t-\tau}$, где k_s, $s \ge 0$ — ставка амортизации (в малую единицу времени) такая, что $k_s \ge 0$, $\int_0^\infty k_s ds = 1$;

3) расходы на оплату труда пропорциональны добавленной стоимости: $S_t^\tau = \tilde{\mu}\pi_t$, где $\tilde{\mu}$ — доля заработной платы в добавленной стоимости (зарплатоемкость проекта);

4) налог на имущество рассчитывается как $P_t^\tau = \gamma_{\text{им}} I_\tau r_{t-\tau}$, где $\gamma_{\text{им}}$ — ставка налога на имущество, $r_{t-\tau} = 1 - \int_0^{t-\tau} k_s ds = \int_{t-\tau}^\infty k_s ds$ — остаточная стоимость основных фондов.

Систему налогообложения прибыли предприятий помимо налогов будем характеризовать также налоговыми каникулами детерминированной длительности ν по налогу на прибыль, во время которых ставка налога на прибыль равна $\gamma^0_{\text{пр}}$. Налоговые каникулы начинаются с момента начала функционирования предприятия, т.е. в нашей модели с момента инвестирования τ.

Ожидаемые чистые доходы инвестора после уплаты налогов, приведенные к моменту инвестирования τ, при наличии налоговых каникул длительности ν описываются формулой

$$\begin{aligned}V_\tau = \mathrm{E}_\tau\Bigg(&\int_\tau^{\tau+\nu}[(1-\gamma^0_{\text{пр}})(\pi_t^\tau - S_t^\tau(1+\gamma_{\text{соц}}) - P_t^\tau) + \gamma^0_{\text{пр}} D_t^\tau]\mathrm{e}^{-\rho(t-\tau)}\,dt + \\ &+ \int_{\tau+\nu}^\infty \left[(1-\gamma_{\text{пр}})(\pi_t^\tau - S_t^\tau(1+\gamma_{\text{соц}}) - P_t^\tau) + \gamma_{\text{пр}} D_t^\tau\right]\mathrm{e}^{-\rho(t-\tau)}\,dt\Bigg),\end{aligned} \qquad (3)$$

где ρ — ставка дисконтирования, $\mathrm{E}_\tau(\cdot) = \mathrm{E}(\cdot|\mathcal{F}_\tau)$ — условное математическое ожидание при известной информации до момента времени τ.

Поведение инвестора предполагается рациональным в том смысле, что, располагая (в каждый момент времени) информацией о рыночных ценах, имеющих отношение к данному проекту, он может либо принять решение об инвестировании, либо отложить его до наступления более благоприятной ситуации. При принятии решения инвестор ориентируется на показатель ожидаемого чистого дисконтированного дохода (NPV). Таким образом, задача инвестора состоит в том, чтобы на основе указанной выше информации выбрать момент инвестирования τ так, чтобы ожидаемый чистый доход от реализованного проекта, приведенный к нулевому (базовому) моменту времени, был максимальным:

$$\mathrm{E}(V_\tau - I_\tau)\mathrm{e}^{-\rho\tau}\chi\{\tau < \infty\} \to \max_\tau, \qquad (4)$$

где максимум берется по всем марковским (относительно потока σ-алгебр $\mathcal{F}_t$) моментам τ (вообще говоря, допускается, что τ может принимать и бесконечное значение с положительной вероятностью,

[3] В данной модели рассматриваются налоги на добавленную стоимость (хотя они и не участвуют в чистом денежном потоке), на прибыль, на имущество, а также страховые взносы. Формула (1) соответствует схеме с полным возмещением убытков.

т.е. проект может остаться неинвестированным), а $\chi\{\tau<\infty\}$ — индикаторная функция, равная 1 при конечном моменте инвестирования τ и 0 — в противном случае (т.е. при отсутствии инвестирования на бесконечном интервале времени). Момент инвестирования (правило инвестирования) τ^*, являющийся решением задачи (4), и будет характеризовать поведение инвестора.

Оптимальный момент инвестирования. На основе сформулированных выше предположений можно получить явное выражение в формуле (3). Введем обозначения:

$$\tilde{\gamma}_{\text{им}} = \gamma_{\text{им}}/\rho, \quad \mu = (1+\gamma_{\text{соц}})\tilde{\mu}, \ \Delta\gamma_{\text{пр}} = \gamma_{\text{пр}} - \gamma^0_{\text{пр}}, \quad \hat{\gamma}_{\text{пр}} = \gamma^0_{\text{пр}} + \Delta\gamma_{\text{пр}}\,\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}, \tag{5}$$
$$K(s) = \int_s^\infty k_t\,\mathrm{e}^{-\rho t}\,dt, \ \hat{K}(s) = \int_s^\infty k_t\,(\mathrm{e}^{-\rho t} - \mathrm{e}^{-\rho t})\,dt, \quad H(s) = K(s) + \tilde{\gamma}_{\text{им}}\hat{K}(s),$$

тогда

$$V_\tau = \mathrm{E}_\tau\left(\int_\tau^{\tau+\nu}[(1-\gamma^0_{\text{пр}})\big((1-\mu)\pi_t - \gamma_{\text{им}} I_\tau r_{t-\tau}\big) + \gamma^0_{\text{пр}} I_\tau k_{t-\tau}]\mathrm{e}^{-\rho(t-\tau)}\,dt + \right.$$
$$\left. + \int_{\tau+\nu}^\infty \Big[(1-\gamma_{\text{пр}})\big((1-\mu)\pi_t - \gamma_{\text{им}} I_\tau r_{t-\tau}\big) + \gamma_{\text{пр}} I_\tau k_{t-\tau}\Big]\mathrm{e}^{-\rho(t-\tau)}\,dt\right) =$$
$$= \pi_\tau \frac{(1-\mu)(1-\hat{\gamma}_{\text{пр}})}{\rho-\alpha_\pi} + I_\tau\left(\int_0^\nu \Big[\gamma^0_{\text{пр}} k_t - \gamma_{\text{им}}(1-\gamma^0_{\text{пр}}) r_t\Big]\mathrm{e}^{-\rho t}\,dt + \int_\nu^\infty \Big[\gamma_{\text{пр}} k_t - \gamma_{\text{им}}(1-\gamma_{\text{пр}}) r_t\Big]\mathrm{e}^{-\rho t}\,dt\right) =$$
$$= \pi_\tau \frac{(1-\mu)(1-\hat{\gamma}_{\text{пр}})}{\rho-\alpha_\pi} + I_\tau\Big(\gamma^0_{\text{пр}} H(0) - \tilde{\gamma}_{\text{им}}(1-K(0)) + \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)\Big),$$
$$V_\tau - I_\tau = \pi_\tau \frac{(1-\mu)(1-\hat{\gamma}_{\text{пр}})}{\rho-\alpha_\pi} - I_\tau\Big(H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)\Big), \tag{6}$$

где $H = 1-\gamma^0_{\text{пр}} K(0) + \tilde{\gamma}_{\text{им}}(1-\gamma^0_{\text{пр}})(1-K(0))$.

Таким образом, ожидаемые чистые приведенные доходы инвестора от создаваемого предприятия являются линейной комбинацией двух геометрических броуновских процессов. Для процессов такого типа решение задачи оптимальной остановки (4) хорошо известно — его можно найти, например, в (McDonald, Siegel, 1986; Hu, Øksendal, 1998), а для более общего случая в (Аркин, Сластников, 2008).

Для формулировки соответствующего результата введем обозначения. Пусть $\tilde{\sigma}^2 = \sigma^2_\pi + \sigma^2_I - 2\varphi\sigma_\pi\sigma_I$ — общая волатильность проекта, β — положительный корень квадратного уравнения $0{,}5\tilde{\sigma}^2\beta(\beta-1) + (\alpha_\pi - \alpha_I)\beta - (\rho - \alpha_I) = 0$. Тогда справедливо следующее представление для оптимального момента инвестирования (решения задачи (4)).

Утверждение 1. *Пусть* $\tilde{\sigma} > 0$ *и выполнены условия:* $\alpha_\pi - 0{,}5\sigma^2_\pi \ge \alpha_I - 0{,}5\sigma^2_I$, $\rho > \max(\alpha_I, \alpha_\pi)$. *Тогда оптимальный момент инвестирования конечен с вероятностью 1 и равен*

$$\tau^*(\nu) = \min\{t \ge 0 : \pi_t \ge p^*(\nu) I_t\}, \tag{7}$$

где

$$p^*(\nu) = \frac{\beta}{\beta-1} \times \frac{\rho-\alpha_\pi}{(1-\mu)(1-\hat{\gamma}_{\text{пр}})}\Big[H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)\Big].$$

Согласно этому утверждению, оптимальный момент инвестирования совпадает с первым моментом, когда отношение величины добавленной стоимости π_t в текущий момент времени к объему необходимых инвестиций I_t в тот же момент времени превысит порог $p^*(\nu)$ (далее мы будем называть его оптимальным уровнем инвестирования). Заметим, что оптимальный уровень инвестирования позволяет сравнивать время прихода инвестора (которое является случайной величиной) при разных налоговых каникулах. А именно, если $p^*(\nu_1) > p^*(\nu_2)$, то $\tau^*(\nu_1) < \tau^*(\nu_2)$ с вероятностью 1, то

$$H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu) \ge H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(0) = 1 - \gamma_{\text{пр}} K(0) + \tilde{\gamma}_{\text{им}}(1-K(0))(1-\gamma_{\text{пр}}) > 0.$$

Для того чтобы избежать нулевого (вырожденного) оптимального момента инвестирования $\tau^*(\nu) = 0$, будем считать, что начальные условия таковы, что $p^*(\nu) > \pi_0/I_0$ для всех $\nu \ge 0$.

Зная оптимальный момент инвестирования, можно вывести явную формулу для ожидаемого NPV от проекта при оптимальном поведении инвестора, т.е.

$$N^*(\nu) = \mathrm{E}\left(V_{\tau^*(\nu)} - I_{\tau^*(\nu)}\right)\mathrm{e}^{-\rho\tau^*(\nu)}. \tag{8}$$

Утверждение 2. *Если выполнены условия утверждения 1, то*

$$N^*(\nu) = I_0\left(\pi_0 / \left(I_0 p^*(\nu)\right)\right)^{\beta}\left[H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)\right] / (\beta - 1), \tag{9}$$

где $p^*(\nu)$ *определено в (7).*

Соответствующие формулы есть, например, в (McDonald, Siegel, 1986; Hu, Øksendal, 1998).

3. ЗАВИСИМОСТЬ ОТ ДЛИТЕЛЬНОСТИ НАЛОГОВЫХ КАНИКУЛ

Как показывается ниже, зависимость оптимального момента инвестирования $\tau^*(\nu)$ и оптимального ожидаемого NPV инвестора $N^*(\nu)$ от длительности налоговых каникул существенно связана с величиной потока амортизационных отчислений и может носить немонотонный характер. Далее ради краткости обозначений будем иногда писать τ^*, p^* и N^*, опуская их зависимость от длительности налоговых каникул ν.

Оптимальный уровень инвестирования. Запишем оптимальный уровень инвестирования p^* в виде

$$p^*(\nu) = \frac{\beta}{\beta - 1} \times \frac{\rho - \alpha_\pi}{1 - \mu} \times \hat{p}(\nu), \tag{10}$$

где $\hat{p}(\nu) = \left(H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)\right) / \left(1 - \hat{\gamma}_{\text{пр}}\right)$. Далее имеем:

$$\begin{aligned}\hat{p}'(\nu) &= -\frac{\Delta\gamma_{\text{пр}} H'(\nu)}{1 - \hat{\gamma}_{\text{пр}}} + [H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)]\frac{\hat{\gamma}'_{\text{пр}}}{(1 - \hat{\gamma}_{\text{пр}})^2} = \frac{\Delta\gamma_{\text{пр}}}{1 - \gamma_{\text{пр}}}\left(k_\nu \mathrm{e}^{-\rho\nu} + \tilde{\gamma}_{\text{им}} \rho \mathrm{e}^{-\rho\nu} r_\nu\right) - \\ &- \frac{\Delta\gamma_{\text{пр}}(\rho - \alpha_\pi)}{(1 - \hat{\gamma}_{\text{пр}})^2}[H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)]\mathrm{e}^{-(\rho - \alpha_\pi)\nu} \propto k_\nu + \gamma_{\text{им}} r_\nu - \frac{\rho - \alpha_\pi}{1 - \hat{\gamma}_{\text{пр}}}[H - \Delta\gamma_{\text{пр}} H(\nu)]\mathrm{e}^{\alpha_\pi \nu},\end{aligned} \tag{11}$$

где знак $\propto$ обозначает положительную пропорциональность, т.е. равенство с точностью до положительного множителя. Соотношение (11) с учетом утверждения 1 можно записать в виде:

$$\begin{aligned}\frac{dp^*(\nu)}{d\nu} &\propto k_\nu + \gamma_{\text{им}} r_\nu - \frac{\beta - 1}{\beta}(1 - \mu) p^* \mathrm{e}^{\alpha_\pi \nu} \propto I_{\tau^*}(k_\nu + \gamma_{\text{им}} r_\nu) - \frac{\beta - 1}{\beta}(1 - \mu)\pi_{\tau^*} \mathrm{e}^{\alpha_\pi \nu} = \\ &= \left(D^{\tau^*}_{\tau^* + \nu} + P^{\tau^*}_{\tau^* + \nu}\right) - \frac{\beta - 1}{\beta}(1 - \mu)\mathrm{E}_{\tau^*}\left(\pi_{\tau^* + \nu}\right).\end{aligned} \tag{12}$$

Соотношение (12) допускает наглядную экономическую интерпретацию. Величина $DP = D^{\tau^*}_{\tau^*+\nu} + P^{\tau^*}_{\tau^*+\nu}$ представляет собой сумму амортизационных отчислений $D^{\tau^*}_{\tau^*+\nu}$ и налога на имущество предприятия $P^{\tau^*}_{\tau^*+\nu}$ на момент окончания налоговых каникул $\tau^* + \nu$. Аналогично, величина $\Pi = \mathrm{E}_{\tau^*}(\pi_{\tau^*+\nu})$ есть математическое ожидание (прогноз) добавленной стоимости на момент $\tau^* + \nu$, сделанное в оптимальный момент инвестирования τ^*.

Таким образом, знак производной $dp^* / d\nu$, определяющий локальное поведение оптимального уровня инвестирования (а тем самым и оптимального момента инвестирования), зависит от соотношения между значениями суммы начисленной амортизации и налога на имущество DP, с одной стороны, и прогноза добавленной стоимости Π, с другой стороны, на момент окончания налоговых каникул. Если преобладает добавленная стоимость, а точнее, $\Pi(1 - \mu)(\beta - 1)/\beta > DP$, то $dp^* / d\nu < 0$, и увеличение налоговых каникул ведет к снижению оптимального уровня инвестирования, а тем самым к уменьшению времени инвестиционного ожидания, т.е. стимулирует инвестиционную активность. Однако если сумма амортизации и налога на имущество достаточно велика по сравнению с добавленной стоимостью и выполняется противоположное неравенство, то получается парадоксальный результат: увеличение налоговых каникул ведет к росту p^* и тем самым к более позднему приходу инвестора, т.е. *снижает* инвестиционную активность.

Оптимальный ожидаемый NPV инвестора. Из утверждения 2 и монотонности $H(\nu)$ следует, что в той области, где оптимальный уровень инвестирования $p^*(\nu)$ убывает по ν, показатель $N^*(\nu)$ будет возрастающей функцией от ν. Далее, из формул (9) и (10) имеем

$$\frac{dN^*(\nu)}{d\nu} \propto -\beta\frac{\hat{p}'(\nu)}{\hat{p}(\nu)}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]-\Delta\gamma_{\text{пр}}H'(\nu) = -\beta\frac{\hat{\gamma}'_{\text{пр}}}{1-\hat{\gamma}_{\text{пр}}}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]+$$
$$+(\beta-1)\Delta\gamma_{\text{пр}}H'(\nu) = \beta\frac{\Delta\gamma_{\text{пр}}(\rho-\alpha_\pi)}{1-\gamma_{\text{пр}}}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}-(\beta-1)\Delta\gamma_{\text{пр}}\,e^{-\rho\nu}\left(k_\nu+\tilde{\gamma}_{\text{им}}\rho r_\nu\right)\propto \quad (13)$$
$$\propto\frac{\beta}{\beta-1}\times\frac{\rho-\alpha_\pi}{1-\hat{\gamma}_{\text{пр}}}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]e^{\alpha_\pi\nu}-\left(k_\nu+\gamma_{\text{им}}r_\nu\right)\propto(1-\mu)\,\mathrm{E}_{\tau^*}\left(\pi_{\tau^*+\nu}\right)-\left(D^{\tau^*}_{\tau^*+\nu}+P^{\tau^*}_{\tau^*+\nu}\right).$$

Отсюда видно, что вид производной $dN^*/d\nu$ почти такой же, как у $dp^*/d\nu$, только с противоположным знаком. Поэтому характер зависимости $N^*(\nu)$ от ν в целом аналогичен зависимости p^* от ν с точностью до противоположного характера монотонности (убывание вместо возрастания, и наоборот). Направление монотонности (убывание или возрастание) определяется, как и выше, соотношением между суммой $(D^{\tau^*}_{\tau^*+\nu}+P^{\tau^*}_{\tau^*+\nu})$ амортизационных отчислений и налога на имущество предприятия, с одной стороны, и прогнозом добавленной стоимости $\mathrm{E}_{\tau^*}(\pi_{\tau^*+\nu})$, с другой стороны, на момент окончания налоговых каникул. И также как для оптимального момента инвестирования, здесь возникает парадоксальный эффект, когда увеличение налоговых каникул может привести к уменьшению ожидаемого NPV.

Нелинейная амортизация. Продемонстрируем описанные эффекты на модели с непрерывным вариантом нелинейного метода амортизации. При использовании этого метода начисленная амортизация пропорциональна остаточной стоимости, а его вариант в непрерывном времени можно описать экспоненциальной ставкой амортизации $k_t=\eta e^{-\eta t}$, $t>0$, при этом величину $\eta>0$ с некоторой долей условности будем называть нормой амортизации.

Для такого варианта амортизации для определенных выше величин имеем

$$r_\nu=e^{-\eta\nu},\quad H=\left[\rho+(\eta+\gamma_{\text{им}})(1-\gamma^0_{\text{пр}})\right]/\left(\rho+\eta\right),\quad H(\nu)=\left(\eta+\gamma_{\text{им}}\right)e^{-(\rho+\eta)\nu}/\left(\rho+\eta\right). \quad (14)$$

Обозначим:

$$a_0=(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\rho)(1-\gamma^0_{\text{пр}}),\quad a_1=\Delta\gamma_{\text{пр}}(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\alpha_\pi), \quad (15)$$
$$a_2=(\rho-\alpha_\pi)[\rho+(\eta+\gamma_{\text{им}})(1-\gamma^0_{\text{пр}})],\quad a_3=\Delta\gamma_{\text{пр}}(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\rho). \quad (16)$$

Чтобы не повторяться, будем далее предполагать, что выполнены условия утверждения 1.

Характер зависимости оптимального уровня инвестирования $p^*(\nu)$ от длительности налоговых каникул ν полностью описывается следующим образом.

Утверждение 3. *Пусть* $\alpha_\pi+\eta>0$. *Тогда:*

1) *если* $(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\alpha_\pi)(1-\gamma_{\text{пр}})\le(\rho-\alpha_\pi)\rho$, *то* $p^*(\nu)$ *убывает по* ν;

2) *если* $(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\alpha_\pi)(1-\gamma_{\text{пр}})>(\rho-\alpha_\pi)\rho$, *то* $p^*(\nu)$ *возрастает по* ν *при* $0\le\nu\le\nu^*$ *и убывает по* ν *при* $\nu>\nu^*$, *где* ν^* — *корень уравнения*

$$a_1e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}+a_2e^{(\eta+\alpha_\pi)\nu}=a_0. \quad (17)$$

Д о к а з а т е л ь с т в о. Из соотношения (11) с учетом (14) имеем

$$p'(\nu)\propto(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\rho)(1-\gamma^0_{\text{пр}}-\Delta\gamma_{\text{пр}}e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu})-(\rho-\alpha_\pi)[\rho+(\eta+\gamma_{\text{им}})(1-\gamma^0_{\text{пр}}-$$
$$-\Delta\gamma_{\text{пр}}e^{-(\rho+\eta)\nu})]e^{(\eta+\alpha_\pi)\nu}=f(\nu), \quad (18)$$

где $f(\nu)=a_0-a_1e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}-a_2e^{(\eta+\alpha_\pi)\nu}$. Заметим, что $f'(\nu)$ монотонно убывает по ν и

$$f'(0)=a_1(\rho-\alpha_\pi)-a_2(\eta+\alpha_\pi)\propto-(\eta+\gamma_{\text{им}})(1-\gamma_{\text{пр}})-\rho<0,$$

тем самым $f'(\nu)<0$ при всех $\nu\ge0$.

Теперь, если $f(0)=(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\alpha_\pi)(1-\gamma_{\text{пр}})-(\rho-\alpha_\pi)\rho\le0$, то $f(\nu)\le0$ при всех $\nu\ge0$ и, значит, $p(\nu)$, а тем самым и $p^*(\nu)$ убывает по ν, что доказывает п. 1 утверждения 3.

Если $f(0)>0$, то функция $f(\nu)\propto p'(\nu)$ один раз меняет знак с положительного на отрицательный в точке ν^* такой, что $f(\nu^*)=0$, т.е. в корне уравнения (17). В этом случае $p(\nu)$ возрастает, если $0\le\nu\le\nu^*$, и убывает, если $\nu>\nu^*$.

Таким образом, тип зависимости оптимального момента инвестирования от длительности налоговых каникул определяется пороговым значением нормы амортизации η^*, которое связано с максимальным решением $\bar{\eta}$ квадратного уравнения

$$(\eta+\gamma_{\text{им}})(\eta+\alpha_\pi)=(\rho-\alpha_\pi)\rho/(1-\gamma_{\text{пр}}). \tag{19}$$

Заметим, что уравнение (19) всегда имеет два корня, один из которых отрицателен, а другой может быть как положительным, так и отрицательным. Поскольку норма амортизации должна быть положительной, то $\eta^*=\max(0,\bar{\eta})$, т.е. в качестве η^* следует взять положительный корень уравнения (19), если он существует, или 0, если оба корня отрицательные (в этом случае выполняется п. 2 утверждения 3).

Результат, аналогичный утверждению 3, имеет место и для оптимального ожидаемого NPV. Для его строгой формулировки нам понадобится дополнительное ограничение на величину нормы амортизации. Обозначим через $\hat{\eta}$ максимальный корень квадратного (по η) уравнения

$$-(\rho-\alpha_\pi)(a_1\beta-a_3)+a_2\beta(\eta+\alpha_\pi)=0, \tag{20}$$

где a_1, a_2, a_3 определены в (15)–(16). Корни уравнения (20) могут быть как положительными, так и отрицательными.

Утверждение 4. *Пусть* $\alpha_\pi+\eta>0$ *и* $\eta>\hat{\eta}$. *Тогда:*

1) *если*

$$(\eta+\gamma_{\text{им}})\left(\eta+\frac{\beta\alpha_\pi-\rho}{\beta-1}\right)\le\frac{\beta}{\beta-1}\times\frac{(\rho-\alpha_\pi)\rho}{1-\gamma_{\text{пр}}}, \tag{21}$$

то $N^*(\nu)$ *монотонно возрастает по* ν;

2) *если справедливо противоположное к* (21) *неравенство, то* $N^*(\nu)$ *убывает по* ν *при* $0\le\nu\le\nu_N^*$ *и возрастает по* ν *при* $\nu>\nu_N^*$, *где* ν_N^* *— корень уравнения*

$$(a_1\beta-a_3)e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}+a_2\beta e^{(\eta+\alpha_\pi)\nu}=(\beta-1)a_0. \tag{22}$$

Доказательство. Аналогично проделанному при доказательстве утверждения 3, нетрудно вывести соотношения:

$$\begin{aligned}\frac{dN^*(\nu)}{d\nu}&\propto-\beta\frac{\hat{p}'(\nu)}{\hat{p}(\nu)}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]-\Delta\gamma_{\text{пр}}H'(\nu)=-\beta\frac{\hat{\gamma}'_{\text{пр}}}{1-\hat{\gamma}_{\text{пр}}}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]+\\&+(\beta-1)\Delta\gamma_{\text{пр}}H'(\nu)=\beta\frac{\Delta\gamma_{\text{пр}}(\rho-\alpha_\pi)}{1-\gamma_{\text{пр}}}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}-(\beta-1)\Delta\gamma_{\text{пр}}e^{-\rho\nu}\left(k_\nu+\tilde{\gamma}_{\text{им}}\rho r_\nu\right)\propto\\&\propto\beta\frac{\rho-\alpha_\pi}{1-\gamma_{\text{пр}}}[H-\Delta\gamma_{\text{пр}}H(\nu)]e^{\alpha_\pi\nu}-(\beta-1)\left(k_\nu+\gamma_{\text{им}}r_\nu\right)\propto g(\nu),\end{aligned} \tag{23}$$

где $g(\nu)=-a_0(\beta-1)+(a_1\beta-a_3)e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}+a_2\beta e^{(\eta+\alpha_\pi)\nu}$. Заметим, что $g'(\nu)>0$ при всех $\nu\ge0$, поскольку

$$\begin{aligned}g'(\nu)&=-(\rho-\alpha_\pi)(a_1\beta-a_3)e^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu}+a_2\beta(\eta+\alpha_\pi)e^{(\eta+\alpha_\pi)\nu}\propto-(\rho-\alpha_\pi)(a_1\beta-a_3)+\\&+a_2\beta(\eta+\alpha_\pi)e^{(\eta+\rho)\nu}\ge-(\rho-\alpha_\pi)(a_1\beta-a_3)+a_2\beta(\eta+\alpha_\pi)>0,\quad\eta>\hat{\eta},\end{aligned}$$

так как коэффициент при квадратичном члене положителен (пропорционален $\beta(1-\gamma_{\text{пр}})+\Delta\gamma_{\text{пр}}$) и, значит, квадратичная функция остается положительной после максимального корня.

Теперь, как и при доказательстве утверждения 3, если $g(0)=-a_0(\beta-1)+(a_1\beta-a_3)+a_2\beta>0$, т.е. выполнено неравенство (21), то $g(\nu)>0$ при всех $\nu\ge0$ и, значит, $N^*(\nu)$ возрастает по ν. Если же $g(0)<0$, т.е. выполнено противоположное к (21) неравенство, то производная $dN^*(\nu)/d\nu$ один раз меняет знак с отрицательного на положительный в точке ν_N^* такой, что $g(\nu_N^*)=0$, т.е. в корне уравнения (22). В этом случае $N^*(\nu)$ убывает, если $0\le\nu\le\nu_N^*$, и возрастает, если $\nu>\nu_N^*$.

Таким образом, как и в случае с оптимальным моментом инвестирования, тип зависимости оптимального ожидаемого NPV связан с критическим значением нормы амортизации η_N^*, определяемым через максимальный корень $\bar{\bar{\eta}}$ уравнения

$$(\eta+\gamma_{\text{им}})\left(\eta+\frac{\beta\alpha_\pi-\rho}{\beta-1}\right)=\frac{\beta(\rho-\alpha_\pi)\rho}{(\beta-1)(1-\gamma_{\text{пр}})}, \tag{24}$$

который может быть как положительным, так и отрицательным. Порог, при превышении которого появляется немонотонная зависимость NPV от длительности налоговых каникул, можно теперь определить как $\eta_N^* = \max(0, \hat{\eta}, \bar{\bar{\eta}})$.

Поскольку $\left(\beta\alpha_\pi - \rho\right)/\left(\beta - 1\right) < \alpha_\pi$ и $\beta/\left(\beta-1\right) > 1$, то для корней уравнений (19) и (24) справедливо неравенство: $\bar{\bar{\eta}} > \bar{\eta}$. Поэтому для критических норм амортизации выполняется неравенство $\eta^* < \eta_N^*$. Для пороговых значений длительности каникул ν^* и ν_N^*, в которых происходит изменение типа зависимости, из соотношения (23) имеем

$$\frac{dN^*(\nu^*)}{d\nu} \propto a_0 - a_3\,\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu^*} - \beta\left[a_0 - a_1\,\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu^*} - a_2\,\mathrm{e}^{(\eta+\alpha_\pi)\nu^*}\right] =$$

$$= a_0 - a_3\,\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu^*} \propto 1 - \gamma_{\text{пр}}^0 - \Delta\gamma_{\text{пр}}\,\mathrm{e}^{-(\rho-\alpha_\pi)\nu^*} \geq 1 - \gamma_{\text{пр}} > 0,$$

поскольку ν^* — корень уравнения (17). Отсюда и из п. 2 утверждения 4 следует, что $\nu_N^* < \nu^*$.

4. ОБСУЖДЕНИЕ, РАСЧЕТЫ И ВЫВОДЫ

С точки зрения типа зависимости оптимального момента инвестирования и оптимального ожидаемого NPV от длительности налоговых каникул весь диапазон норм амортизации $\{\eta > 0\}$ разбивается на три области: $\{0 < \eta < \eta^*\}$, $\{\eta^* \leq \eta < \eta_N^*\}$ и $\{\eta \geq \eta_N^*\}$, которые условно можно назвать областями малой, средней и большой амортизации соответственно. Для анализа оптимального ожидаемого NPV область возможных норм амортизации следует ограничить снизу величиной $\max\left(0, \hat{\eta}\right)$, но, как будет сказано ниже, для разумных норм амортизации это не является существенным ограничением. Соответствующие графики зависимости $p^*(\nu)$ и $N^*(\nu)$ от длительности налоговых каникул ν для указанных областей норм амортизации условно представлены на рисунке.

В области малых норм амортизации (характерных для имущества с большим сроком полезного использования) поведение $p^*(\nu)$ и $N^*(\nu)$ соответствует экономической интуиции: с ростом длительности налоговых каникул инвестор приходит раньше, а его ожидаемое оптимальное NPV от проекта увеличивается (см. рисунок, панель а).

Для средних норм амортизации возникает парадоксальная ситуация, когда увеличение налоговых каникул может и не приводить к более раннему приходу инвестора. А именно если $0 \leq \nu \leq \nu^*$, рост налоговых каникул будет *увеличивать* оптимальный момент инвестирования, и только при $\nu > \nu^*$ будет наблюдаться естественный эффект: рост каникул стимулирует инвестора к более раннему приходу. Поэтому, чтобы ускорить реализацию проекта, надо предоставить ему достаточно длительные налоговые каникулы, в то время как маленькие налоговые каникулы могут замедлить приход инвестора (в сравнении с отсутствием каникул). Отметим еще, что при средних нормах амортизации оптимальный ожидаемый NPV сохраняет свою монотонную зависимость от длительности каникул (см. рисунок, панель б).

При больших нормах амортизации, характерных для имущества с маленьким сроком полезного использования, возникает два парадоксальных эффекта. Сначала, при увеличении длительности каникул до порогового значения ν_N^* оптимальный момент инвестирования возрастает, в то время как оптимальный ожидаемый NPV убывает. Затем при дальнейшем росте длительности каникул (до величины ν^*) NPV инвестора начинает возрастать, как и оптимальный момент инвестирования. И только при

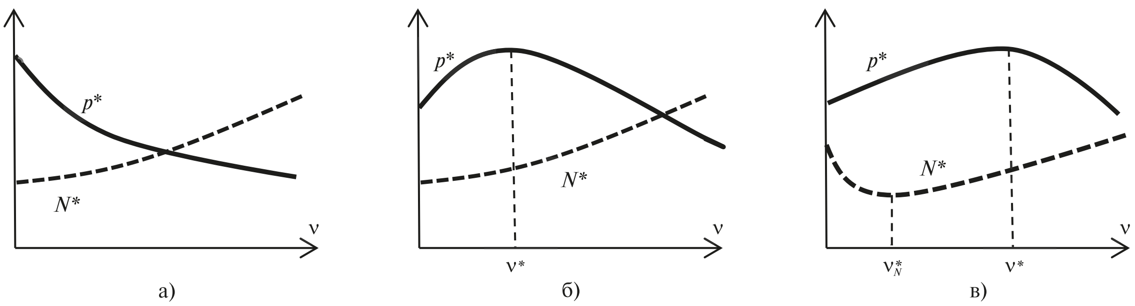

Рисунок. Зависимость оптимального уровня инвестирования (сплошная линия) и оптимального NPV инвестора (пунктирная) от длительности налоговых каникул при малых (а), средних (б) и больших (в) нормах амортизации достаточно больших каникулах зависимости и оптимального момента инвестирования и оптимального ожидаемого NPV инвестора приобретает интуитивно понятный характер (рисунок, панель в).

Таким образом, если норма амортизации превышает некоторый (достаточно маленький) уровень, возникают две величины длительности каникул (ν_N^* и ν^*), которые можно рассматривать как наихудшие с точки зрения оптимального ожидаемого NPV инвестора и оптимального времени прихода инвестора соответственно. Тем самым, если использовать налоговые каникулы для стимулирования инвестора (более раннего прихода и увеличения NPV), то длительность каникул не должна быть маленькой.

Чтобы продемонстрировать описанные выше парадоксальные эффекты, были сделаны расчеты на условно-реальных численных примерах. Рассматривались существующие в настоящее время в РФ ставки налогов на прибыль и на имущество $\gamma_{\text{пр}} = 20\%$, $\gamma_{\text{им}} = 2,2\%$. Во время каникул ставка налога на прибыль бралась нулевой, ставка дисконтирования полагалась равной $\rho = 10\%$ (все — в годовом исчислении).

В качестве норм нелинейной амортизации η разумно взять величины в диапазоне примерно от 0,15 до 0,5, что соответствует нормам, пересчитанным в годовом исчислении из месячных норм, зафиксированных в ст. 259.2 Налогового кодекса РФ для четвертой–седьмой амортизационных групп имущества со сроком полезного использования от 5 до 20 лет.

Расчеты по определению описанных выше пороговых значений норм амортизации η^*, η_N^* и длительностей налоговых каникул ν^*, ν_N^* проводились для инвестиционных проектов, характеристики которых (средний темп роста добавленной стоимости и волатильность) менялись в достаточно широком диапазоне. Отметим, что величина $\hat{\eta}$, ограничивающая снизу нормы амортизации в утверждении 4, как правило, не попадает в область разумных норм (оказывается очень маленькой) и тем самым не вносит дополнительных ограничений при вычислениях. Из результатов проведенных расчетов можно сделать следующие заключения.

1. Пороговое значение амортизации η^*, при превышении которого появляется немонотонная зависимость оптимального уровня инвестирования (и, следовательно, момента инвестирования) от длительности налоговых каникул, слабо чувствительно к изменению среднего темпа роста добавленной стоимости α_π и не зависит от волатильности проекта. Значения, принимаемые η^*, малы и не превышают 0,1. Тем самым, при разумных нормах амортизации (указанных выше) имеет место *немонотонность* оптимального момента инвестирования проекта по длительности налоговых каникул.

2. Длительность налоговых каникул ν^*, для которой оптимальный уровень инвестирования (и оптимальный момент инвестирования) достигает максимума, как правило, лежит в пределах от 3 до 5 лет и не очень чувствительна к норме амортизации.

3. Критическая норма амортизации η_N^* сильно чувствительна к волатильности проекта. При малой волатильности эта величина может лежать в области разумных нормативов амортизации, однако при росте волатильности она увеличивается и выходит за пределы этой области. Таким образом, при достаточно больших волатильностях проекта оптимальный NPV инвестора будет монотонно возрастать с увеличением длительности налоговых каникул.

4. Длительность налоговых каникул ν_N^*, для которой оптимальный ожидаемый NPV инвестора достигает минимума, не очень чувствительна к изменениям среднего темпа роста добавленной стоимости α_π и нормы амортизации. При малых волатильностях величина ν_N^* не превышает 3 лет, с ростом волатильности уменьшается и с какого-то порогового значения обращается в 0.

Таким образом, если ограничиться разумными значениями нормы амортизации (для имущества со сроком полезного использования от 5 до 20 лет), можно сделать следующие выводы.

Во-первых, оптимальный уровень инвестирования, характеризующий оптимальный момент инвестирования, зависит от длительности налоговых каникул немонотонным образом. Более того, существуют налоговые каникулы (лежащие, как правило, в интервале от 3 до 5 лет), наихудшие с точки зрения момента инвестирования проекта.

Во-вторых, немонотонная зависимость от длительности налоговых каникул возникает также и для оптимального ожидаемого NPV инвестора в случае достаточно маленькой волатильности проекта (этой ситуации на рисунке соответствует панель в). Здесь также существуют налоговые каникулы (длительность которых не превышает 3 лет), при наличии которых ожидаемый NPV инвестора будет наименьшим (по всем каникулам). А при большой волатильности такие наихудшие для инвестора каникулы исчезают, и зависимость ожидаемого NPV инвестора от длительности налоговых каникул становится монотонно возрастающей (см. рисунок, панель б).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

Аркин В.И., Сластников А.Д. (2007). Инвестиционные ожидания, стимулирование инвестиций и налоговые реформы // *Экономика и математические методы*. Т. 43. Вып. 2. С. 76–100. [**Arkin V.I., Slastnikov A.D.** (2007). Theory of investment expectation, investment incentives and tax reforms. *Economics and Mathematical Methods*, 43, 2, 76–100 (in Russian).]

Аркин В.И., Сластников А.Д. (2008). Вариационный подход к задачам оптимальной остановки диффузионных процессов // *Теория вероятностей и ее применения*. Т. 53. № 3. С. 516–533. [**Arkin V.I., Slastnikov A.D.** (2008). A variational approach to optimal stopping problems for diffusion processes. *Theory of Probability and Its Applications*, 53, 3, 516–533 (in Russian).]

Аркин В.И., Сластников А.Д., Аркина С.В. (2002). Стимулирование инвестиционных проектов с помощью механизма амортизации. М.: EERC. [**Arkin V.I., Slastnikov A.D., Arkina S.V.** (2003). *Investment stimulation by a depreciation mechanism*. Moscow: EERC (in Russian).]

Agliardi E. (2001). Taxation and investment decisions: A real options approach. *Australian Economic Papers*, 40 (1), 44–55.

Alvarez L.H.R., Koskela E. (2008). Progressive taxation, tax exemption, and irreversible investment under uncertainty. *Journal of Public Economic Theory*, 10, 149–169.

Auerbach A.J., Hines J.R. (1988). Investment tax incentives and frequent tax reforms. *American Economic Review*, 78 (2), 211–216.

Azevedo A., Pereira P.J., Rodrigues A. (2019). Foreign direct investment with tax holidays and policy uncertainty. *International Journal of Finance & Economics*, 24, 2, 727–739.

Cummins J.G., Hassett K.A., Hubbard R.G. (1994). A reconsideration of investment behavior using tax reforms as natural experiments. *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 181–249.

Dixit A.K., Pindyck R.S. (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.

Gries T., Prior U., Sureth C. (2012). A tax paradox for investment decisions under uncertainty. *Journal of Public Economic Theory*, 14 (3), 521–545.

Hassett K.A., Metcalf G.E. (1999). Investment with uncertain tax policy: Does random tax policy discourage investment? *Economic Journal*, 109, 372–393.

Hu Y., Øksendal B. (1998). Optimal time to invest when the price processes are geometric Brownian motion. *Finance and Stochastics*, 2, 295–310.

Jou J.-B. (2000). Irreversible investment decisions under uncertainty with tax holidays. *Public Finance Review*, 28, 1, 66–81.

MacKie-Mason J.K. (1990). Some nonlinear tax effects on asset values and investment decisions under uncertainty. *Journal of Public Economics*, 42, 301–327.

McDonald R., Siegel D. (1986). The value of waiting to invest. *Quarterly Journal of Economics*, 101, 707–727.

Niemann R. (2011). The impact of tax uncertainty on irreversible investment. *Review of Managerial Science*, 5, 1, 1–17.

Niemann R., Sureth C. (2013). Sooner or later? — Paradoxical investment effects of capital gains taxation under simultaneous investment and abandonment flexibility. *European Accounting Review*, 22 (2), 367–390.

Pawlina G., Kort P.M. (2005). Investment under uncertainty and policy change. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 29, 1193–1209.

Schneider G., Sureth C. (2010). Capitalized investments with entry and exit options and paradoxical tax effects. *Review of Managerial Science*, 4 (2), 149–169.

Sureth C. (2002). Partially irreversible investment decisions and taxation under uncertainty: A real option approach. *German Economic Review*, 3 (2), 185–221.

Wong K.P. (2011). Progressive taxation and the intensity and timing of investment. *Economic Modelling*, 28, 1–2, 100–108.

Some paradoxical effects of the tax holidays mechanism

A.D. Slastnikov,
Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; e-mail: slast@cemi.rssi.ru; aslast@mail.ru

Received 19.04.2022

Abstract. The paper studies a model for investment stimulating in a project to create a new enterprise under an uncertain economic environment in the framework of the Russian taxation system. It is assumed that the investor can postpone financing the project until a more favorable situation for him. Tax holidays (with fixed duration) are used as a mechanism for attracting investors. When making a decision on financing, investor chooses such an investment moment so that the expected net present value from the implemented project would be maximal. It is shown that the optimal time of investment and the expected net present value from the implemented project depend non-monotonously on the duration of tax holidays. At the same time, the behavior of these indicators is determined by the threshold values of depreciation rate and tax holidays' duration. It is shown that the range of all possible depreciation rates is divided into three areas, in which each of the above mentioned optimal time of investment and the expected net present value is either a monotone function in terms of tax holidays' duration, or has one extremum. The worst tax holidays' period, both from the point of view of investment time and the investor's expected net present value was established. It is shown that with "reasonable" values of depreciation rates, such worst holidays for the optimal investment moment lie in the range from 3 to 5 years, and for the optimal expected net present value does not exceed 3 years. The sensitivity of these thresholds to varying in project parameters (value added average growth rate, volatility and depreciation rate) is derived.

Keywords: investment project, tax holidays, stochastic process, investment timing, expected investor's NPV, paradoxical effects.

JEL Classification: H21, H25, D81, C61.

For reference: **Slastnikov A.D.** (2022). Some paradoxical effects of the tax holidays mechanism. *Economics and Mathematical Methods*, 58, 3, 45–56. DOI: 10.31857/S042473880021694-2