
РЕГИОНАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ

**Статистический анализ и моделирование взаимосвязи
региональной экономики и науки**

© 2022 г. Ю.Н. Гаврилец, А.В. Кудров, И.В. Тараканова

Ю.Н. Гаврилец,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: yurkag@mail.ru

А.В. Кудров,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: kovlal@inbox.ru

И.В. Тараканова,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: itar40@mail.ru

Поступила в редакцию 13.07.2022

Аннотация. В статье предложена и проанализирована динамическая модель региональной экономики, отражающая зависимость регионального выпуска от числа занятых и объема производственных фондов. Основное внимание уделено учету влияния на экономику таких различных факторов развития науки, как число докторов и исследователей, число разного типа патентов и новых технологий. Кроме того, учитывается отраслевая ориентация региональной экономики, в первую очередь определяемая уровнем развития добывающего и обрабатывающего сектора производств. Для построения моделей и проведения статистических расчетов использованы данные официальной статистики. Все основные параметры предложенной модели оцениваются с использованием современных вычислительных процедур оптимизации в условиях нелинейных зависимостей. Статистические расчеты показали, что полученные значения основных параметров моделей значимы, а сами модели могут быть использованы для отдельных частных оценок и прогнозов. Важная методологическая особенность нашего подхода состоит в том, что необходимые зависимости между переменными модели выявляются с использованием методов причинного анализа и техники проверки значимости семейства гипотез. Для этого общий вид производственной функции выявляется с помощью нахождения графа непосредственных связей всей системы основных переменных. Полученная модель является методической основой для построения краткосрочных прогнозов динамики региональной экономики, в которых учитывается вклад науки и роль ее отдельных составляющих в экономическом росте. Кроме того, динамическая модель позволяет визуализировать различные варианты сценарного анализа и позволяет оптимизировать траектории экономического роста. На отдельных компьютерных расчетах показано, как меняется качественный характер траекторий переменных науки и экономики.

Ключевые слова: показатели региональной науки, причинный анализ, непосредственные связи, структура связей, индекс развития науки, индекс отраслевой ориентации, динамическая модель, траектории экономического роста.

Классификация JEL: C53, D51.

Для цитирования: Гаврилец Ю.Н., Кудров А.В., Тараканова И.В. (2022). Статистический анализ и моделирование взаимосвязи региональной экономики и науки // *Экономика и математические методы*. Т. 58. № 4. С. 56–70. DOI: 10.31857/S042473880023019-9

1. ВВЕДЕНИЕ

Давно стала банальной фраза о том, что в современном мире наука является не просто надстройкой над способом общественного производства, но и его производительной силой. Инвестиции, инновации, без которых, как правило, нет существенного роста производства, определяются возможностями внедрения и использования разного характера научных методов. Потенциал общего развития государства опирается на возможности производства, науки, образования.

В работе (Гаврилец, Кудров, Тараканова, 2018) рассматривалась возможность количественного измерения такой важной характеристики региона, как его экономический потенциал. Компонентный анализ различных экономических показателей и характеристик региональной науки и образования позволил определить интегральный показатель потенциала роста. Была подтверждена связь между величиной потенциала данного года и валовым региональным продуктом (ВРП) того

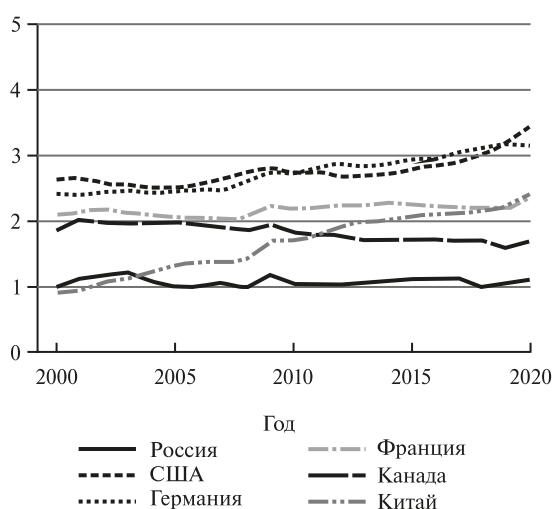


Рис. 1. Затраты на исследования и разработки, % ВВП

Источник: OECD, 2022a.

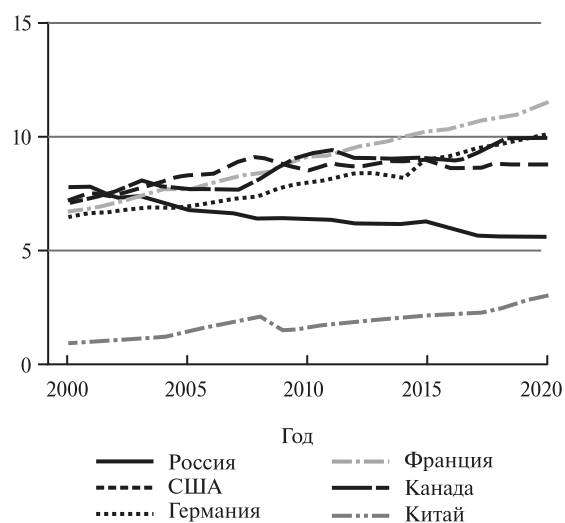


Рис. 2. Число исследователей на 1 тыс. занятых

Источник: OECD, 2022b.

же года, что свидетельствует о возможном условном прогнозе выпуска региона по его потенциалу. В работе (Гаврилец, Лебедев, Тараканова, 2021) было показано, как состояние науки и образования связано с инновационной активностью регионов. Однако выявить в чистом виде влияние науки как таковой на экономический рост остается еще во многих отношениях актуальной задачей.

В дискуссиях относительно формирования и использования инноваций, способствующих экономическому росту, остается важным вопрос о том, насколько глубоко должно государство вмешиваться и соучаствовать в развитии собственных технологических возможностей. Традиционные взгляды многих экономистов призывают к ограничению роли государства в поддержке инноваций (David, Hall, Toole, 2000). Тем не менее, бурный рост инновационной деятельности в странах с развивающейся экономикой, совпадающий с периодами их быстрого экономического роста, привел к пониманию того, что инновации под руководством государства могут стать важным вкладом в стимулирование региональной науки и национальных конкурентных преимуществ (Mazzucato, 2015; Stiglitz, Lin, Monga, 2013).

Интересный пример представляет опыт Китая. Китайские инвестиции в научные исследования и разработки как доля ВВП почти удвоились за десятилетие с 2000 по 2010 г. (рис. 1). Такой результат был получен благодаря активной поддержке государства. Беспрецедентный всплеск китайских государственных субсидий на научные исследования и инновации является частью новой политики, предусмотренной средне- и долгосрочным планом развития науки и техники на 2006–2020 гг. (Liu et al., 2011). Среди эконометрических работ следует выделить исследование (Boeing, Eberle, Howell, 2022), в котором на данных по провинциям Китая исследуется влияние субсидий на науку и технологии и их экономический эффект. Результаты показывают, что государственные субсидии на науку и технологии способствуют технологической модернизации и экономическому росту.

Прежде чем перейти к анализу показателей состояния региональной науки в России, сравним динамику двух важных показателей (финансового и трудового) для России и других стран. Как видно из графиков на рис. 1, доля затрат в процентах от ВВП на научные исследования и разработки в России слабо меняется в течение последних 20 лет и существенно отстает по величине от западных стран и Китая. Кроме того, число исследователей на 1 тыс. занятых убывает для России, в то время как в остальных рассмотренных странах в основном наблюдается рост этого показателя (рис. 2).

Как отмечается в работе (Варшавский, Макаров, 2004): «Одной из основных проблем развития экономики России является ориентация политики не на долгосрочную перспективу, а на краткосрочные цели, что служит значительным препятствием для обеспечения устойчивого развития, ускоренного движения к обществу знаний». В частности, отмечается негативное влияние на перспективы развития сокращения финансирования исследований и разработок, образования,

здравоохранения, возросшей трудностью преемственности знаний и обесценения человеческого капитала. Вместе с тем в работах (Варшавский, Макаров, 2004; Варшавский, Макаров, 2015; Макаров, 2003, 2013) подчеркивается важность сохранения высокого потенциала российского сектора экономики знаний, источником спроса на который в основном являются обрабатывающие производства. Этот факт подтверждается в данной работе.

В работе (Голиченко, 2007) предложен методологический подход к анализу инновационной деятельности, согласно которому можно увидеть факт существенного отставания РФ от развитых стран. Также в работе (Глазьев, 2019) отмечено, что с фактическим разрушением собственного научно-технического потенциала страна утрачивает возможности будущего социально-экономического развития. В работе также указана необходимость непосредственной связи финансирования науки и экономической эффективности. В нашей статье изложен один из подходов решения этой задачи.

2. УРОВЕНЬ РЕГИОНАЛЬНОЙ НАУКИ И ПРОСТЕЙШАЯ МОДЕЛЬ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ФУНКЦИИ

Основная цель нашей работы — описать динамику статистических данных о регионах России в терминах экономико-математической модели, содержащей показатели развития науки. Для этого параметры модели оцениваются по всем административным единицам страны, кроме Москвы, Московской области и Санкт-Петербурга за 2017–2019 гг., которые существенно отличаются от всех остальных по исходным данным.

Рассмотрим основные показатели, характеризующие экономику, науку и ее возможности, а также отражающие развитие экономики в регионах РФ¹: 1) валовой региональный продукт (ВРП); 2) стоимость основных фондов; 3) численность занятых; 4) отраслевая структура валовой добавленной стоимости; 5) число патентов на изобретения; 6) число патентов на полезные модели; 7) число патентов на промышленные образцы; 8) число новых используемых технологий; 9) численность исследователей; 10) численность докторов наук; 11) общий объем затрат на научные исследования и разработки.

Очевидно, совокупность научных показателей влияет на экономические возможности, и роль каждого из них проявляется по-своему, но для характеристики региона в целом имеет смысл получить некий общий показатель уровня развития науки, по которому можно сравнивать регионы между собой.

Применив компонентный анализ к шести из этих показателей (с пятого по десятый) за период с 2017 по 2019 г., мы получим линейную свертку всех этих показателей в виде значений первой главной компоненты (с объясняющей дисперсией, равной 65%). Тем самым значения этой компоненты измерены в интервальной шкале и выражают общий уровень развития научных исследований, связанных с экономикой в регионах. В дальнейшем этот индекс будем обозначать через Z .

Рассмотрим динамики значений подобного индекса для всех 78 регионов за три года (2017–2019 гг.): значения индекса за этот период в основном уменьшались незначительно. Рост наблюдался только в 11 регионах (Пермский край, Свердловская область, Удмуртия, Красноярский край и некоторые другие). Краснодарский край, Ивановская область, Челябинская область, Республика Башкортостан показывают наиболее заметное снижение индекса науки. Большинство же регионов в переменном режиме демонстрируют убывание индекса науки. При этом факт роста или уменьшения уровня развития науки в целом никак не связан с самим состоянием науки в регионе. Возможно, это объясняется сложной экономической ситуацией в регионах России в указанные годы. Таким образом, можно отметить группы регионов, которые можно считать наиболее развитыми, средними и не очень успешными по развитию науки. Упорядоченный список регионов на 2019 г. по условному индексу развития науки приводится в Приложении, п. 1.

Прежде чем анализировать влияние уровня науки на возможности производства, рассмотрим стандартные характеристики производственной функции для регионов РФ. По статистическим данным были оценены параметры производственных функций вида (без включения индекса науки и отраслевого фактора): $Y = \text{const} \times K^\alpha L^\beta$, где Y — уровень ВРП; K — основные фонды в регионе; L — численность занятых в регионе.

¹ «Регионы России. Социально-экономические показатели», 2017–2019. М.: Росстат, 2020.

Таблица 1. Статистические характеристики производственных функций

Год	Множитель	Численность занятых (α)	Фонды (β)	R^2
2017	4,054	0,362	0,671	0,95
2018	1,312	0,269	0,667	0,95
2019	1,892	0,251	0,757	0,93

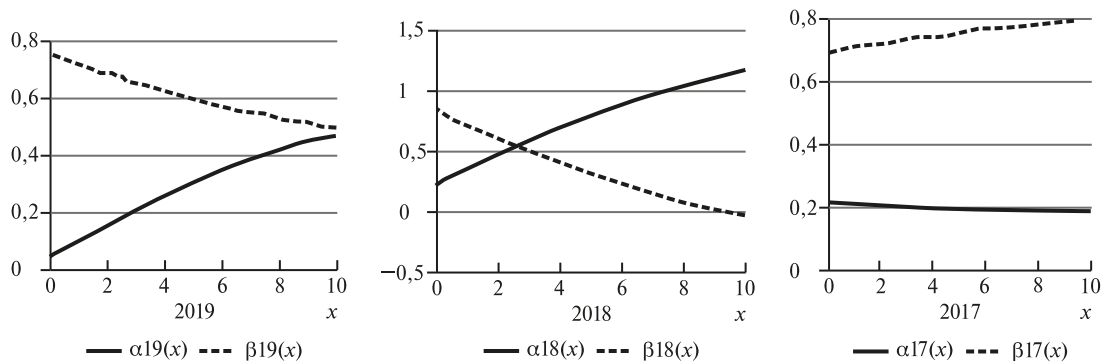


Рис. 3. Зависимости эластичностей от индекса науки за каждый год

Судя по коэффициентам эластичности, оцененным для трех лет наблюдения (2017–2019 гг.) (табл. 1), мы получили типичные функции Кобба–Дугласа, соответствующие слабой динамике последних двух лет.

Первоначально предположим, что влияние на региональный выпуск научного уровня в регионах России (индекс Z) проявляется через зависимость коэффициентов эластичности от этого уровня. Как показали расчеты, коэффициенты эластичности от уровня науки ведут себя по-разному и для каждого года имеют свой вид:

$$\alpha_{19}(Z) = -0,5 + 1,11n(Z), \quad \alpha_{18}(Z) = -1 + 2,48n(Z), \quad \alpha_{17}(Z) = 0,25 - 0,07n(Z),$$

$$\beta_{19}(Z) = 1,1 - 0,68n(Z), \quad \beta_{18}(Z) = 2 - 2,3n(Z), \quad \beta_{17}(Z) = 2 - 2,3n(Z),$$

где $n(Z) = \exp(0,2Z) / [1 + \exp(0,2Z)]$.

Характеристики R^2 для регрессий этих лет с наукой были на уровне 0,95, как и без нее. Согласно расчетам, влияние индекса науки на основные факторы производства оказалось разным (рис. 3). Так, рост значений индекса в 2018–2019 гг. приводит к росту эластичности труда и уменьшению эластичности капитала. В 2017 г. наблюдается противоположная картина, хотя и в ослабленной форме. Эти факты, видимо, отражают существенные различия в развитии экономики России за разные промежутки непростого времени 2017–2019 гг.

Таким образом, точность модели производственной функции не улучшается за счет применения обшего индекса развития региональной науки, что указывает на необходимость большей детализации факторов науки.

Производственная функция, описанная выше, отразила общий характер взаимосвязей выпуска, факторов производства и науки. Далее необходимо проанализировать статистически всю совокупность детальных показателей экономики и науки как единого целого.

Неоднородность регионов России определяется не только общими размерами этих регионов, но и их отраслевыми различиями. В результате была дополнительно рассмотрена отраслевая структура всех регионов, и с использованием компонентного анализа для ее описания были найдены две интегральные характеристики, отражающие отраслевое разнообразие всех рассмотренных регионов. Эти две характеристики далее будут добавлены в список используемых в анализе показателей науки и экономики.

Конкретно было рассмотрено шесть отраслей, которые в основном определяли характер экономики регионов РФ: «Сельское, лесное хозяйство, охота, рыболовство и рыбоводство»; «Добыча полезных ископаемых»; «Обрабатывающие производства»; «Торговля оптовая и розничная»; «Деятельность по операциям с недвижимым имуществом»; «Государственное управление и обеспечение военной безопасности»;

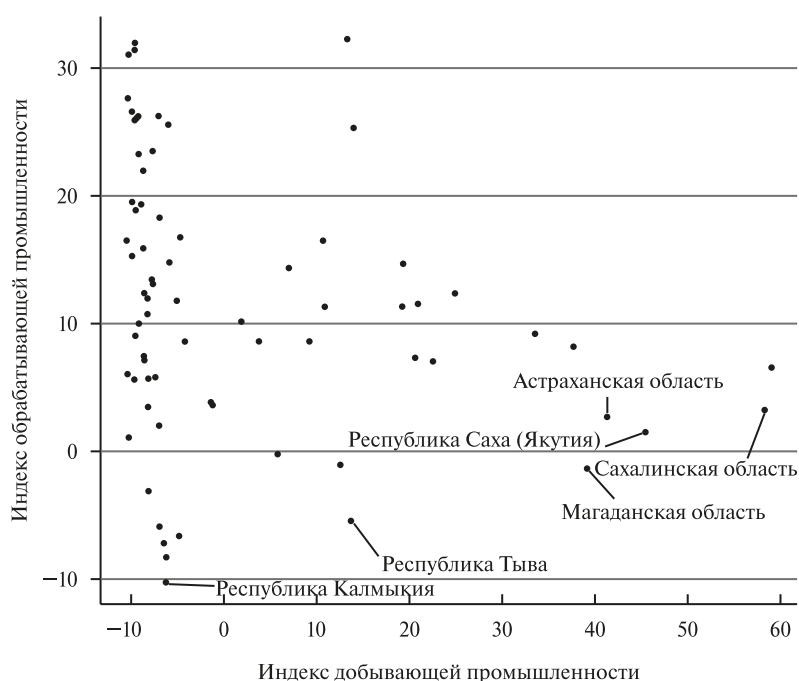


Рис. 4. Распределение регионов России в пространстве факторов отраслевой ориентации

«Социальное обеспечение». Эти показатели могут быть выражены через два фактора методом главных компонент с вращением (рис. 4), на которые приходится более 80% объясненной дисперсии по данным на 2019 г. В отношении данных более ранних лет наблюдается похожая картина, что свидетельствует о медленном изменении структуры региональных ВРП.

Таким образом, в перечень экономических показателей, которые вместе с показателями науки определяют экономический рост, можно теперь добавить характеристику отраслевых особенностей региона. А именно индексы добывающей (s_1) и обрабатывающей промышленности (s_2), из которых второй имеет более определенное выражение.

3. АНАЛИЗ ЦЕЛОСТНОСТИ СИСТЕМЫ ПОКАЗАТЕЛЕЙ ЭКОНОМИКИ И НАУКИ

До построения экономико-математической модели и ее анализа целесообразно сделать одно важное методологическое замечание. Всякий раз, когда мы описываем сложное социально-экономическое явление, необходимо понимать, что способов адекватных описаний реальности может быть много и ни один из них не имеет априорного права считаться единственно верным. Разные модели могут подчеркивать отдельные стороны действительности и могут использовать различные методические процедуры.

Самые сложные разделы физики имеют дело с меньшим числом показателей и особенностей поведения изучаемых физических объектов, чем социальные объекты. Поэтому там проще (как бы это странно ни звучало) отделить адекватную теорию от многих ложных. В данной работе мы с самого начала понимаем относительную истину наших построений и поэтому предлагаем постепенно уточнять и усложнять предлагаемые модели.

Несмотря на использование в нашей статье реальных статистических данных и нашу уверенность в адекватности получаемых моделей, мы считаем здесь главным саму методологию анализа и модельные расчеты. Однозначной наилучшей экономической модели пока не видно, а для практического использования необходимо перебирать разные варианты возможных решений.

Поскольку нас прежде всего интересует влияние научных разработок на экономику, естественно выявить из рассмотренных выше те показатели, которые статистически связаны с выпуском наиболее сильно. Для этого была применена техника так называемого причинного анализа, или анализа *структуры непосредственных связей* (Гаврилец, 1974; Хейс, 1981). Поясним это понятие.

Таблица 2. Статистические оценки частных корреляций ВРП и результаты проверки семейства гипотез на равенство нулю частных корреляций

Переменная	Результаты проверки семейства гипотез на равенство нулю частных корреляций					
	Частные корреляции с ВРП			H0: частная корреляция с ВРП равна нулю		
	2017 г.	2018 г.	2019 г.	2017 г.	2018 г.	2019 г.
Исследователи	0,42	0,32	0,33	0	0	0
Доктора наук	0,13	0,11	0,24	1	1	1
Патенты на исследования	-0,13	-0,07	-0,07	1	1	1
Патенты на полезные модели	0,18	0,13	0,07	1	1	1
Патенты на промышленные образцы	0,09	0,12	0,00	1	1	1
Технологии	0,18	0,14	0,00	1	1	1
ВРП	1,00	1,00	1,00	0	0	0
Фонды	1,01	0,98	0,91	0	0	0
Труд	0,60	0,55	0,55	0	0	0
Индекс добывающей промышленности	0,43	0,54	0,76	0	0	0
Индекс обрабатывающей промышленности	0,29	0,27	0,28	0	0	0

На основании выявленных непосредственных связей было обобщено представление производственной функции для ВРП:

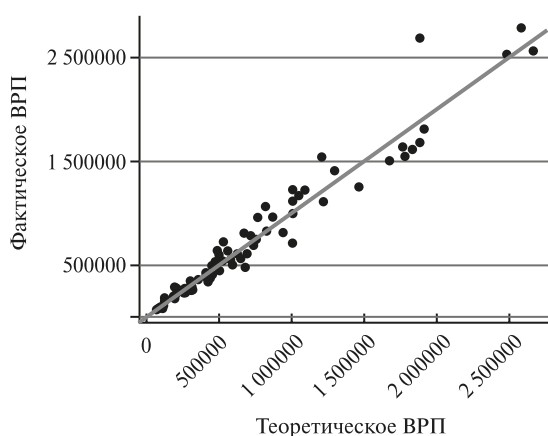
$$Y(t) = cK(t)^{\beta_1(t)} L(t)^{\beta_2(t)} P(t)^\gamma, \quad (1)$$

где

$$\beta_1(t) = \frac{\mu_1 \exp\{\mu_2 S_1(t) + \mu_3 S_2(t)\}}{1 + \mu_1 \exp\{\mu_2 S_1(t) + \mu_3 S_2(t)\}}, \quad \beta_2(t) = \frac{\lambda_1 \exp\{\lambda_2 S_1(t) + \lambda_3 S_2(t)\}}{1 + \lambda_1 \exp\{\lambda_2 S_1(t) + \lambda_3 S_2(t)\}},$$

$c, \gamma, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu_1, \mu_2, \mu_3$ — константы; t — момент времени; $Y(t)$ — валовый региональный продукт; $K(t)$ — стоимость основных фондов; $L(t)$ — численность занятых; $P(t)$ — численность исследователей; $S_1(t), S_2(t)$ — отраслевые индексы.

Заметим, что найденное выражение для ВРП оценено с большей точностью, чем раньше, а именно $R^2 = 0,975$, что больше, чем 0,95. Этот факт подтверждается графиком на рис. 6. Непосредственные связи с ВРП остаются теми же самыми (табл. 2), а значения параметров, выражающих эти связи в производственной функции (1), можно считать, меняются незначительно (табл. 3). Кроме того, разброс вокруг теоретически ожидаемых значений тем больше, чем больше сама региональная экономика.

**Рис. 6.** Теоретические значения оценок ВРП по модели (1) против фактических ВРП регионов РФ для 2019 г.**Таблица 3.** Значения оценок параметров модели (1) и их статистическая значимость каждый год периода 2017–2019 гг.

Параметр	2017 г.	2018 г.	2019 г.
c	16,18***	11,03***	6,24***
λ_1	1,119***	1,397***	1,834***
λ_2	0,003	0,005*	0,005*
λ_3	-0,01	-0,012*	-0,018*
μ_1	0,575***	0,517***	0,334***
μ_2	-0,004	-0,006	-0,005
μ_3	0,025*	0,031*	0,045*
γ	0,075**	0,049*	0,054*
R^2	0,976	0,976	0,975

Примечание. В таблице символами «***», «**», «*» отмечены оценки, значимые на уровне менее 0,001; 0,01 и 0,05 соответственно.

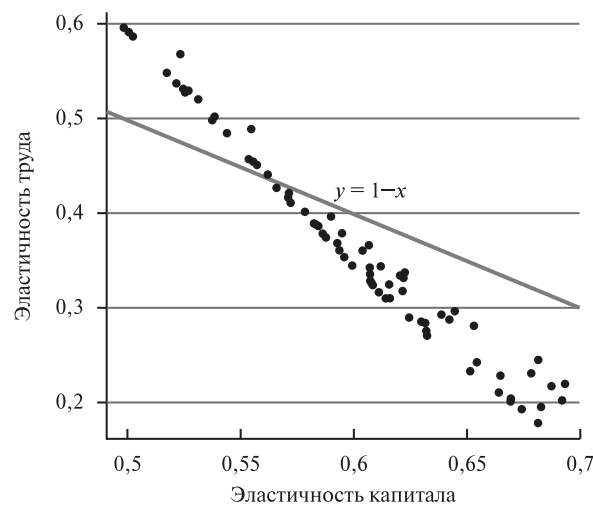


Рис. 7. Теоретические значения оценок ВРП по модели (1) для каждого региона

Рис. 7 иллюстрирует, что возрастающая отдача от масштаба характерна для регионов с высокой эластичностью труда и низкой эластичностью капитала, что, в свою очередь, означает высокую концентрацию обрабатывающей промышленности в соответствующих регионах.

Приводимые далее подмодели содержат количественные оценки, полученные для 2018–2019 гг.

4. ОСНОВНЫЕ БЛОКИ ОБЩЕЙ МОДЕЛИ

Рассмотрим основные блоки (подмодели) динамики формирования частей общей модели в момент времени t :

- число исследователей $P(t)$:

$$P(t+1) = 0,017R(t)^{0,69} D(t)^{0,18}, \quad R^2 = 96,25, \quad (2)$$

где $R(t)$ — общие затраты на науку; $D(t)$ — число докторов наук;

- число докторов наук:

$$D(t+1) = 0,08P(t)^{1,01 \exp\{-0,009S_2(t)\}} + 4,5 \times 10^{-5} L(t)^{2,009}, \quad R^2 = 78,87, \quad (3)$$

$L(t)$ — численность занятых; $S_2(t)$ — индикатор уровня обрабатывающей промышленности;

- число патентов на исследования $G_1(t)$:

$$G_1(t+1) = 0,004P(t)^{1,21} + 0,006L(t)^{1,48}, \quad R^2 = 78,2; \quad (4)$$

- число патентов на полезные модели $G_2(t)$:

$$G_2(t+1) = 0,11G_1(t)^{0,78} R(t)^{0,16}, \quad R^2 = 87,1; \quad (5)$$

- число патентов на промышленные образцы $G_3(t)$:

$$G_3(t+1) = 0,72G_2(t)^{0,71} R(t)^{0,19}, \quad R^2 = 0,58; \quad (6)$$

- число используемых технологий $H(t)$:

$$H(t+1) = 1,45G_2(t)^{0,37} K(t)^{\eta(t)}, \quad R^2 = 83,68, \quad (7)$$

$$\eta(t) = 0,66 \exp(0,01S_2(t)) / (1 + 0,66 \exp(0,01S_2(t))),$$

где $K(t)$ — стоимость основных фондов;

- показатель уровня добывающей ($S_1(t)$) и обрабатывающей ($S_2(t)$) отраслей промышленности:

$$S_2(t+1) = S_2(t) + 6,33 \log(H(t+1) / H(t)), \quad R^2 = 47,42. \quad (8)$$

Обозначим через $C(t)$ — величину конечного продукта, идущую на различные части личного и общественного потребления. Для любого момента времени t ее легко вычислить по формуле $C(t) = (1 - k - \mu)Y(t)$, где k — доля прямых инвестиций от ВРП; μ — доля общих затрат на науку.

5. ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ С УЧЕТОМ СОСТОЯНИЯ НАУКИ

Дискретный вариант модели для всей системы рассмотренных показателей и $t = 1, \dots, T$ согласно полученным подмоделям может быть представлен следующими итеративными соотношениями:

$$\alpha(t) = \frac{0,35 + \exp\{0,29 + 0,009 \text{spec}2_t - 0,015 \text{spec}1_t\}}{1 + 0,35 \exp\{0,29 + 0,09 \text{spec}2_t - 0,015 \text{spec}1_t\}},$$

$$\beta(t) = \frac{1,71 + \exp\{-0,74 - 0,017 \text{spec}2_t + 0,039 \text{spec}1_t\}}{1 + 0,71 \exp\{-0,74 - 0,017 \text{spec}2_t + 0,039 \text{spec}1_t\}},$$

$$P_{t+1} = 0,032 R_t^{0,7} D_t^{0,19}, \quad D_{t+1} = (1 + \delta) D_t,$$

$$\text{Patent}1_{t+1} = 0,29 P_t^{0,82}, \quad \text{Patent}2_{t+1} = 0,59 \text{Patent}1_t^{0,93}, \quad \text{Patent}3_{t+1} = 0,72 \text{Patent}2_t^{0,71},$$

$$G_{t+1} = 164,4 (\text{Patent}2_t)^{\exp\{0,05 \text{spec}1_t\} / (1 + \exp\{0,05 \text{spec}1_t\})},$$

$$\text{spec}1_{t+1} = \text{spec}1_t + 5,52 \ln \left[164,4 \text{Patent}2_t^{\exp\{0,05 \text{spec}1_t\} / (1 + \exp\{0,05 \text{spec}1_t\})} \right] - 5,52 \ln(G_t),$$

$$\text{spec}2_{t+1} = \text{spec}2_t, \quad \text{GOP}_{t+1} = 11,19 K_t^{\alpha(t)} L_t^{\beta(t)} P^{0,049},$$

$$R_{t+1} = \mu \left[11,19 K_t^{\alpha(t)} L_t^{\beta(t)} P^{0,049} \right], \quad K_{t+1} = 0,97 K_t + k \left[11,19 K_t^{\alpha(t)} L_t^{\beta(t)} P^{0,049} \right], \quad L_{t+1} = (1 + \gamma) L_t.$$

Данная система уравнений имеет форму последовательности итеративных соотношений, а не форму разностных уравнений, что определено исходными статистическими данными и полученными эконометрическими подмоделями. Заметим также, что два *динамических параметра* k и μ фактически являются управляющими параметрами процесса экономического роста, поскольку первый представляет долю ВРП, идущую на чистые инвестиции, а второй определяет долю, идущую на научные исследования. Выбирая траектории изменений этих параметров и проводя компьютерные расчеты, мы будем получать различные картины экономического роста в виде значений всех переменных модели.

Согласно данной модели, предполагается, что региональный выпуск определяется числом занятых L , объемом основных фондов K со своими коэффициентами эластичности, которые задаются отраслевой структурой ВРП и числом исследователей P (выделяется как дополнительный фактор производства с постоянным коэффициентом эластичности). Инвестиции в основной капитал определяются заданной долей выпуска k и увеличивают выпуск следующего года. Затраты R на науку определяют число исследователей и патентов в следующем году.

В классической экономико-математической постановке задачи для оптимизации экономического роста требуется максимизировать некоторый целевой функционал $U(C^1, \dots, C^T)$, выбирая соотношения между k^t и μ^t . Имитационное моделирование поведения экономики может далее проводиться при разных вариантах значений параметров модели.

Для наглядности рассмотрим зависимость экономического роста от уровня затрат на науку. На рис. 8 показаны различные траектории регионального роста ВРП для трех модельных вариантов доли затрат на науку.

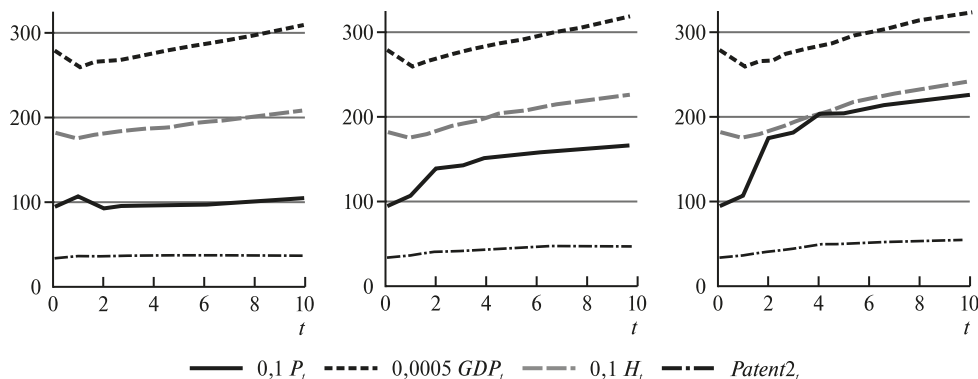


Рис. 8. Примеры уровня поддержки науки

Примечание. Вариант 1 — расходы сокращены до 0,5% ВРП; вариант 2 — расходы на уровне 2019 г., вариант 3 — расходы увеличены до 1,5% ВРП.

Для удобства изображения нескольких траекторий на одном рисунке были использованы разные коэффициенты сжатия для отдельных показателей, они указаны слева от траекторий. Характер изменения траектории сохраняется.

Рассмотрим также влияние параметров отдельных подмоделей на траекторию регионального экономического роста. Пусть параметр, характеризующий эффективность затрат на науку в подмодели динамики формирования числа исследователей, увеличен с прежнего значения 0,69 до 0,8, а уровень эффективности патентов на полезные модели в подмодели динамики формирования числа используемых технологий — увеличен с 0,37 до 0,5. Это изменение параметров приводит к существенному увеличению темпов экономического роста регионов (рис. 9).

Подобным образом могут быть получены варианты траекторий, соответствующие, например, разным соотношениям между долями ВРП, идущими на науку и чистые инвестиции. Возможно и проведение процедур прямой максимизации некоторого «глобального критерия оптимальности» на траекториях экономического роста при наличии четких представлений о форме целевых функционалов.

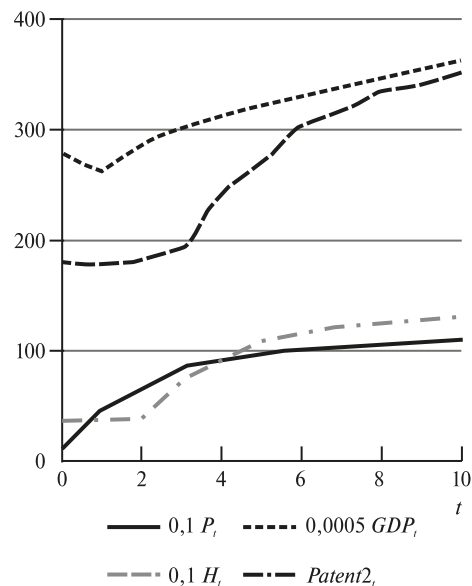


Рис. 9. Влияние параметров эффективности патентов для технологий и затрат на науку

6. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе наиболее важными являются два аспекта: методологический и содержательно экономический. К методологическому аспекту относится разработанная детальная техника выявления переменных, определяющих производственную функцию, а также нахождения оценок ее параметров. А именно:

- в работе продемонстрирована возможность на основе данных официальной статистики построить с достаточной точностью региональную производственную функцию для регионов России, учитывающую различные факторы влияния уровня науки;

- по данным официальной статистики построена согласованная совокупность эконометрических моделей, позволяющая представить динамическую модель регионов России в условиях влияния науки. Данная модель может быть основой для проведения прогнозных и плановых расчетов на перспективу;

- проведенные многочисленные статистические расчеты показали эффективность так называемого причинного анализа для исследования многомерных реальных объектов. Используемые подходы с методами прямой оптимизации ошибок и тестированием семейства гипотез могут быть рекомендованы для самых различных ситуаций исследования сложных статистических процессов.

К важным содержательно экономическим результатам можно отнести:

- уровень региональной науки оказался неравномерным по регионам. Кроме того, в большинстве регионов РФ наблюдается снижение этого уровня за период с 2017–2019 гг.;

- выявлена роль конкретных показателей региональной науки, определяющих возможности экономики;

- конкретизирована связь научного развития в регионах РФ с уровнем развития отраслей обрабатывающей промышленности;

- растущая отдача от масштаба проявляется только в регионах, где преобладают отрасли обрабатывающей промышленности;

– установлена роль эффективности общих затрат на науку и влияние патентов на использование технологий, что обеспечивает возможность более динамичного экономического роста.

К сожалению, для эффективного прогнозирования и реального управления необходим гораздо больший объем статистической информации, которого мы не имеем. Добавим, что особенно важна научная обоснованность управленческих решений на общегосударственном уровне с привлечением квалифицированных носителей научных знаний.

Совершенно понятно, что как без развития науки не может быть развития экономики и экономического роста, точно так же развитие самой науки невозможно без развития и совершенствования системы образования. Мы предполагаем далее совершенствовать наши модели путем включения в них исследований взаимодействий между образованием и наукой.

В заключение подчеркнем, что главное в наших разработках — методологический подход, который мы считаем необходимым использовать при прогнозировании и управлении такими сложными социальными объектами, как экономическая система в условиях научно-технического прогресса.

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Упорядоченность регионов России по значениям условного индекса уровня науки (на 2019 г.)

Свердловская обл.	7,214	Ивановская обл.	0,034	Калининградская обл.	–1,398
Нижегородская обл.	7,03	Иркутская обл.	0,018	Камчатский край	–1,414
Республика Татарстан	6,865	Ленинградская обл.	0,011	Оренбургская обл.	–1,455
Новосибирская обл.	5,86	Республика Крым	–0,179	Республика Коми	–1,546
Ростовская обл.	5,131	Белгородская обл.	–0,237	Республика Марий Эл	–1,56
Самарская обл.	4,558	Рязанская обл.	–0,347	Республика Сев. Осетия — Алания	–1,565
Республика Башкортостан	4,194	Тульская обл.	–0,376	Костромская обл.	–1,573
Челябинская обл.	3,825	Алтайский край	–0,379	Республика Карелия	–1,594
Краснодарский край	3,26	Липецкая обл.	–0,382	Орловская обл.	–1,639
Саратовская обл.	2,078	Курская обл.	–0,414	Псковская обл.	–1,647
Воронежская обл.	1,871	Кемеровская обл.	–0,444	Астраханская обл.	–1,651
Пермский край	1,644	Ставропольский край	–0,462	Республика Бурятия	–1,682
Томская обл.	1,514	Хабаровский край	–0,765	Кабардино-Балкарская Республика	–1,752
Красноярский край	1,375	Кировская обл.	–0,806	Амурская обл.	–1,757
Владимирская обл.	1,267	Брянская обл.	–0,859	Республика Адыгея	–1,842
Тюменская обл.	1,149	Новгородская обл.	–0,913	Магаданская обл.	–1,901
Калужская обл.	0,847	г. Севастополь	–0,982	Забайкальский край	–1,923
Волгоградская обл.	0,693	Республика Мордовия	–0,983	Республика Ингушетия	–1,967
Омская обл.	0,576	Республика Дагестан	–1,015	Республика Алтай	–1,991
Ярославская обл.	0,553	Курганская обл.	–1,127	Республика Хакасия	–2,09
Тверская обл.	0,403	Республика Саха (Якутия)	–1,164	Карачаево-Черкесская Республика	–2,104
Чувашская Республика	0,364	Смоленская обл.	–1,239	Чеченская Республика	–2,104
Ульяновская область	0,35	Вологодская обл.	–1,243	Сахалинская обл.	–2,16
Пензенская обл.	0,339	Мурманская обл.	–1,282	Республика Калмыкия	–2,215
Удмуртская Республика	0,156	Архангельская обл.	–1,334	Республика Тыва	–2,416
Приморский край	0,041	Тамбовская обл.	–1,341		

2. Анализ структуры непосредственных связей экономических показателей региона

Необходимо различать стандартные корреляционные связи и так называемые *непосредственные связи* (Гаврилец, 1974). В гауссовском случае для совокупности из l случайных переменных (X_1, \dots, X_l) отсутствие непосредственной связи между X_i и X_j определяется равенством нулю коэффициента частной ковариации $(\text{cov}(X_i, X_j | X_{(i,j)}))$ и корреляции $(\text{cor}(X_i, X_j | X_{(i,j)}))$.

Для вычисления частных корреляций в гауссовском случае можно использовать следующий результат.

Теорема 1 (Lauritzen, 1996). Пусть $(X_1, \dots, X_l) \sim \mathbb{N}_l(\mu, \Sigma)$, где μ, Σ — математическое ожидание, ковариационная матрица для случайного вектора (X_1, \dots, X_l) . Тогда:

1) $\text{cor}(X_i, X_j | X_{(i,j)}) = -k_{i,j} / \sqrt{k_{i,i}k_{j,j}} \forall i \neq j, i, j \in \{1, \dots, l\}$, где $K = (k_{i,j}) = \Sigma^{-1}$. Матрицу K называют матрицей концентрации распределения $\mathbb{N}_l(\mu, \Sigma)$;

2) $E(X_i | X_{(i)} = x_{(i)}) = \mu_i + \sum_{j \in \{1, \dots, l\}, j \neq i} \beta_{i,j|i}(x_j - m_j)$, где $\beta_{i,j|i} = -k_{i,j} / k_{i,i}$.

Из теоремы 1 следует, что в гауссовском случае нахождение случаев отсутствия непосредственных связей равносильно определению нулей в матрице концентрации $\text{cor}(X_i, X_j | X_{(i,j)}) = 0 \Leftrightarrow k_{i,j} = 0 \forall i \neq j, i, j \in \{1, \dots, l\}$, а находить непосредственные связи можно и при помощи регрессионного подхода. Для всех X_j , непосредственно связанных с X_i , выполняется условие $\beta_{i,j|i} \neq 0$.

Как указано выше, для выявления непосредственных связей используются статистические оценки частных корреляций. Функция распределения статистической оценки $\hat{\rho}(X_i, X_j | X_{(i,j)})$ имеет такой же вид, как функция распределения для $\hat{\rho}(X_i, X_j)$ (см. теорему 2).

Теорема 2 (Anderson, 2003). Пусть $F(\cdot | N, \rho(X_i, X_j))$ — функция распределения оценки $\hat{\rho}(X_i, X_j)$, построенная по выборке из N независимых наблюдений из двумерного нормального распределения с корреляцией $\rho(X_i, X_j)$. Тогда функция распределения выборочной частной корреляции $\hat{\rho}(X_i, X_j | X_{(i,j)})$, построенной по выборке из N независимых наблюдений двумерного нормального распределения с частной корреляцией $\rho(X_i, X_j | X_{(i,j)})$, имеет вид $F(\cdot | N - g, \hat{\rho}(X_i, X_j | X_{(i,j)}))$, где g — число переменных в $X_{(i,j)}$.

Имеется $0,5l(l-1)$ частных корреляций $\rho(X_i, X_j | X_{(i,j)})$, $i, j = 1, \dots, l$. Однако среди этих частных корреляций имеются и статистически незначимые. Таким образом, для построения графа непосредственных связей необходимо проверить $0,5l(l-1)$ гипотез:

$$H_0^{ij} : \rho(X_i, X_j | X_{(i,j)}) = 0 \text{ против } H_1^{ij} : \rho(X_i, X_j | X_{(i,j)}) \neq 0, \tag{A1}$$

где $1 \leq i < j \leq l$.

Для проверки значимости отдельной частной корреляции можно использовать статистику тестирования гипотезы о равенстве нулю условной корреляции из (Holm, 1979; Lauritzen, 1996): $t_{i,j} = \hat{\rho}_{i,j} [l(n-l)/(1-\hat{\rho}_{i,j}^2)]^{1/2}$, где $1 \leq i < j \leq l$, $\hat{\rho}_{i,j}$ — эмпирическая оценка частной корреляции $\rho(X_i, X_j | X_{(i,j)})$ по выборке объемом n .

В условиях справедливости $H_0 : \rho(X_i, X_j | X_{(i,j)}) = 0$ указанная t-статистика имеет $t(n-l)$ -распределение, где g — число переменных в $X_{(i,j)}$.

Но при тестировании семейства из $0,5l(l-1)$ гипотез, обозначенных выше, в некотором смысле накапливается ошибка первого рода, и для ее контроля следует использовать специальные методы множественного тестирования, которые позволяют контролировать вероятность возникновения ложно отвергнутых нулевых гипотез так, чтобы она не превышала заданной границы. Более формально эта задача может быть сформулирована следующим образом.

Пусть $S = \{(i, j) : 1 \leq i < j \leq l\}$ и пусть $S_0 = \{(i, j) : H_0^{ij} = 0\}$ — множество истинных нулевых гипотез. Каждому $(i, j) \in S$ соответствует тестовая статистика $t_{i,j}$ для проверки нулевой гипотезы H_0^{ij} . Обозначим через $(p_{(1,2)}, \dots, p_{(l-1,l)})$ соответствующую им совокупность p-значений. Требуется определить правило проверки нулевых гипотез, контролирующее уровень ошибок α для семейства гипотез $P\{\#(R \cap S_0) > 0\} \leq \alpha$, где «#» обозначает число элементов множества; $R = R(p_{(1,2)}, \dots, p_{(l-1,l)}) = \{(i, j) | \text{тест отвергает гипотезу } H_0^{ij}\}$.

В качестве примеров применения таких правил приведем:

1) процедуру Бонферрони (Bonferroni, 1936), для которой $R = \{(i, j) | p_{(i,j)} \geq 2\alpha / l(l-1)\}$. Однако, как показано в работе (Holm, 1992), процедура Бонферрони соответствует меньшей мощности при проверке семейства гипотез, чем процедура Хольма;

2) процедуру Хольма (Holm, 1979), для которой

$$R = \left\{ (i, j) \mid \max_{(i^*, j^*): \text{rank}(p_{(i^*, j^*)}) < \text{rank}(p_{(i, j)})} \left[p_{(i^*, j^*)} \left(0, 5l(l-1) - 1 + \text{rank}(p_{(i^*, j^*)}) \right) \right] \leq \alpha \right\},$$

где $\text{rank}(p_{(i, j)})$ — порядковый номер $p_{(i, j)}$ в упорядоченном по возрастанию массиве всех $(p_{(1, 2)}, \dots, p_{(m-1, m)})$. Процедура Хольма не предполагает независимости между гипотезами в рассматриваемом семействе.

В нашем исследовании последовательно тестировались гипотезы об отсутствии непосредственных связей каждой переменной со всеми остальными. Для проверки гипотез об одновременном отсутствии непосредственных связей с ошибкой первого рода не выше α мы использовали процедуру Хольма.

3. Нелинейные регрессионные модели. МНК-оценки параметров

Пусть $y_1, \dots, y_N \in \mathbb{R}$ — наблюдения из стандартной регрессионной модели $y_i = f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}^*) + \varepsilon_i$, $i = 1, \dots, N$, где $f: \mathbb{R}^k \rightarrow \mathbb{R}$ — нелинейная функция объясняющих переменных $\mathbf{x}_i \in \mathbb{R}^k$; $\boldsymbol{\theta}^* \in \mathbb{R}^p$ — вектор неизвестных параметров; (ε_i) предполагаются не обязательно нормально распределенными случайными величинами с $E(\varepsilon_i) = 0$ и $\text{Var}(\varepsilon_i) = \sigma^2$.

В предположении, что вид функции $f(\cdot)$ известен, МНК-оценки вектора параметров $\boldsymbol{\theta}$ получаются решением задачи: $\hat{\boldsymbol{\theta}} = \text{argmin}_{\boldsymbol{\theta}} \sum_{i=1}^N (y_i - f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta}))^2$. Оно получается численными методами с использованием алгоритма Левенберга–Марквардта (Ratkowsky, 1990; Seber, Wild, 2003).

Для достаточно больших n и при соответствующих предположениях о регулярности (таких как дважды непрерывно дифференцируемости $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})$ по $\boldsymbol{\theta}$), МНК-оценка $\hat{\boldsymbol{\theta}}$ имеет асимптотически нормальное распределение:

$$\hat{\boldsymbol{\theta}} \sim N_p \left(\boldsymbol{\theta}^*, \sigma^2 \left[(F(\boldsymbol{\theta}^*))^T F(\boldsymbol{\theta}^*) \right]^{-1} \right),$$

где $F(\boldsymbol{\theta}^*) = \left[\frac{\partial f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})}{\partial \theta_j} \Big|_{\boldsymbol{\theta}=\boldsymbol{\theta}^*} \right]_{i,j} \in \mathbb{R}^{N \times p}$. Приведенный асимптотический результат получается с использованием линейной аппроксимации $f(\mathbf{x}_i, \boldsymbol{\theta})$ в малой окрестности $\boldsymbol{\theta}^*$ в сочетании с применением центральной предельной теоремы. Строгое доказательство можно найти в (Ratkowsky, 1990; Seber, Wild, 2003).

Заменяя σ^2 на оценку дисперсии $s^2 = \sum_{i=1}^N (y_i - f(\mathbf{x}_i, \hat{\boldsymbol{\theta}}))^2 / (N - p)$, совместная $100(1 - \alpha)\%$ — доверительная область для $\boldsymbol{\theta}^*$ может быть построена по формуле

$$\left\{ \boldsymbol{\theta} : (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}})^T (F(\hat{\boldsymbol{\theta}}))^T F(\hat{\boldsymbol{\theta}}) (\boldsymbol{\theta} - \hat{\boldsymbol{\theta}}) \leq p s^2 F_{1-\alpha}^{p, n-p} \right\},$$

где $F_{1-\alpha}^{p, n-p}$ обозначает $(1 - \alpha)$ -квантиль распределения с p и $n - p$ степенями свободы.

Кроме того, $100(1 - \alpha)\%$ — доверительный интервал для компоненты j вектора $\boldsymbol{\theta}^*$ задается формулой:

$$\left\{ \hat{\theta}_j - s \left(\left[(F(\hat{\boldsymbol{\theta}}))^T F(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]_{jj}^{-1} \right)^{1/2} t_{1-0,5\alpha}^{n-p}; \hat{\theta}_j + s \left(\left[(F(\hat{\boldsymbol{\theta}}))^T F(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]_{jj}^{-1} \right)^{1/2} t_{1-0,5\alpha}^{n-p} \right\},$$

где $\left[(F(\hat{\boldsymbol{\theta}}))^T F(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]_{jj}^{-1}$ — диагональный элемент матрицы $\left[(F(\hat{\boldsymbol{\theta}}))^T F(\hat{\boldsymbol{\theta}}) \right]^{-1}$; $t_{1-0,5\alpha}^{n-p}$ — $(1 - \alpha)$ — квантиль для t -распределения с $(n - p)$ степенями свободы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Варшавский А.Е., Макаров В.Л.** (2004). Стратегия устойчивого развития: необходимость инвестирования в будущее. В кн.: «Инновационный менеджмент в России: вопросы стратегического управления и научно-технологической безопасности» В.Л. Макаров, А.Е. Варшавский (рук. авт. кол.). М.: Наука. [Varshavskiy A.E., Makarov V.L. (2004). Sustainable development strategy: The need for investing in the future. In: *Innovation management in Russia: Issues of strategic management and scientific and technological security*. V.L. Makarov, A.E. Varshavskiy (heads of authors' team). Moscow: Nauka (in Russian).]

- Варшавский А. Е., Макаров В. Л.** (2015). Наука, высокотехнологичные отрасли и инновации. В сб.: «*Экономика России. Оксфордский Сборник*». Кн. 2. М.: Изд-во Института Гайдара. [Varshavsky A. E., Makarov V. L. (2015). Science, high-tech industries and innovation. In: *Russian economy. Oxford compendium*. Book 2. Moscow: Gaidar Institute Publishing House (in Russian).]
- Гаврилец Ю. Н.** (1974). Социально-экономическое планирование. Системы и модели. М.: Экономика. [Gavrilets Yu. N. (1974). *Social and economic planning. Systems and models*. Moscow: Economics. (in Russian).]
- Гаврилец Ю. Н., Кудров А. В., Тараканова И. В.** (2018). Анализ внутренней структуры экономического потенциала роста // *Электронный журнал Вестник ЦЭМИ РАН*. Т. 1. № 1. Режим доступа: <https://cemi.jes.su/s11111110000009-2-1/> [Gavrilets Yu. N., Kudrov A. V., Tarakanova I. V. (2018). Analysis of the internal structure for the economic growth potential. *Herald of CEMI*, 1, 1. Available at: <https://cemi.jes.su/s11111110000009-2-1/> (in Russian).]
- Гаврилец Ю. Н., Лебедев К. В., Тараканова И. В.** (2021). О статистической оценке уровня науки и образования в субъектах Российской Федерации в 2017–2019 гг. В сб.: «Сборник статей международной научно-практической конференции». Краснодар: Просвещение-Юг. [Gavrilets Y. N., Lebedev K. V., Tarakanova I. V. (2021). On statistical evaluation of science and education in the subjects of the Russian Federation in 2017–2019. In: *Collection of articles of the international scientific-practical conference*. Krasnodar: Prosveshenie-Yug (in Russian).]
- Глазьев С. Ю.** (2019) Развитие российской экономики в условиях глобальных технологических сдвигов. Будущее России. Вызовы и проекты: Экономика. Техника. Инновации. М.: URSS [Glazyev S. Yu. (2019). *The development of the Russian economy in the context of global technological shifts. The future of Russia. Executions and projects: Economics. Technique. Innovations*. Moscow: URSS (in Russian).]
- Голиченко О. Г.** (2007) Национальная инновационная система России: состояние и пути развития // *Вопросы экономики*. № 7. С. 155–157. [Golichenko O. G. (2007). National innovation system of Russia: State and ways of development. *Voprosy Ekonomiki*, 7, 155–157 (in Russian).]
- Макаров В. Л.** (2003). Контуры экономики знаний // *Экономист*. № 3. С. 3–15. [Makarov V. L. (2003). Contours of knowledge economy. *The Economist*, 3, 3–15 (in Russian).]
- Макаров В. Л.** (2013). Наука не может быть эффективной // *Прямые инвестиции: журнал о реальной экономике*. № 5. С. 21–23. [Makarov V. L. (2013). Science cannot be effective. *Direct Investments: Magazine about Real Economy*, 5, 21–23 (in Russian).]
- Хейс Д.** (1981). Причинный анализ в статистических исследованиях. М.: Финансы и статистика. [Hayes D. (1981). *Causal analysis in statistical research*. Moscow: Finansy i statistika (in Russian).]
- Boeing P., Eberle J., Howell A.** (2022). The impact of China’s R&D subsidies on R&D investment, technological upgrading and economic growth. *Technological Forecasting and Social Change*. Vol. 174. DOI:10.1016/j.techfore.2021.121212
- Bonferroni C.** (1936). Teoria statistica delle classi e calcolo delle probabilità. *Publicazioni del R. Istituto Superiore di Scienze Economiche e Commerciali di Firenze*, 8, 1–62.
- David P., Hall B., Toole A.** (2000). Is public R&D a complement or substitute for private R&D? A Review of the Econometric Evidence. *Research Policy*, 29 (4–5), 497–529.
- Holm S.** (1979). A simple sequentially rejective multiple test procedure. *Scandinavian Journal of Statistics*, 6, 2, 65–70.
- Lauritzen S.** (1996). *Graphical models*. Oxford: Oxford University Press.
- Liu F., Simon D., Sun Y., Cao C.** (2011). China’s innovation policies: Evolution, institutional structure, and trajectory. *Research Policy*, 40, 917–931.
- Mazzucato M.** (2015). *The entrepreneurial state: Debunking public vs. private sector myths*. London: Anthem Press.
- OECD (2022a). *Gross domestic spending on R&D (indicator)*. DOI: 10.1787/d8b068b4-en
- OECD (2022b). *Researchers (indicator)*. DOI: 10.1787/20ddfb0f-en
- Ratkowsky D.** (1993). Principles of nonlinear regression modeling. *Journal of Industrial Microbiology*, 12, 195–199.
- Stiglitz J., Lin Y., Monga C.** (2013). The rejuvenation of industrial policy. *World Bank Policy, Res. Work. Pap.* 6628.
- Seber G., Wild C.** (2003). *Nonlinear Regression*. N.Y.: Wiley.

Statistical analysis and modeling of regional economy and science relationship

© 2022 Yu.N. Gavrilets, A.V. Kudrov, I.V. Tarakanova

Yu.N. Gavrilets,*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: yurkag@mail.ru***A.V. Kudrov,***Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: kovlal@inbox.ru***I.V. Tarakanova,***Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: itar40@mail.ru*

Received 13.07.2022

Abstract. This paper proposes the analysis of regional economy dynamic model, reflecting the correlation between regional output, the number of employees and production funds. The attention is focused on the influence of different factors of science development on the economy. Those are: the number of PhD and researchers, the number of patents (of different kinds) and the new technologies. Besides, the sectoral orientation of the regional economy is taken into account, firstly, determined by the level of development of the mining and manufacturing. To build the models and make statistical calculations, the data of the official statistics is used. All the main parameters of the proposed model are estimated using modern computational optimization procedures given nonlinear dependencies. Statistical calculations showed that the obtained values of the main parameters of the models are significant, and the models themselves can be used for individual private estimations and forecasts. An important methodological feature of our approach: the necessary dependencies between model variables are identified with causal analysis methods and family hypothesis significance testing techniques. For this purpose, the general form of the production function is revealed by finding a graph of direct relationships of the entire system of the main variables. The resulting model is a methodological basis for constructing short-term forecasts of regional economic dynamics, which takes into account the contribution of science and the role of its individual components on economic growth. Besides, the dynamic model allows visualizing different variants of scenario analysis and gives an opportunity to optimize the trajectory. Selected computer calculations show how the qualitative nature of the trajectories of science and economy variables changes.

Keywords: indicators of regional science; causal analysis; immediate connections; structure of connections; science development index; index of sectoral orientation; dynamical model; trajectories of economic growth.

JEL Classification: C53, D51.

For reference: **Gavrilets Yu.N., Kudrov A.V., Tarakanova I.V.** (2022). Statistical analysis and modeling of regional economy and science relationship. *Economics and Mathematical Methods*, 58, 4, 56–70. DOI: 10.31857/S042473880023019-9