Э. Шольц. Симметрия. Группа. Двойственность // Научные стети. Исторические исследования. Кн. 1. Базель; Бостон; Берлин: Биркхойзер-ферлаг, 1989. — 406 С.

E. Scholz. Symmetrie. Gruppe. Dualität // Scienece Networks. Historical Studies. B. 1. Basel; Boston; Berlin: Birkhäuser Verlag, 1989. 406 S.

Издательство «Биркхойзер-ферлаг» (Базель — Бостон — Берлин) в 1989 г. начало выпускать новую серию книг по истории науки под общим названием «Научные сети. Исторические исследования». Серия издается под общей редакцией Эрвина Хиберта (США) и Ганса Вуссинга (Германия). В редакционную коллегию входят 27 историков математики, механики и физики, в том числе советские историки науки В. П. Визгин, С. С. Демидов и Г. К. Михайлов, историки науки из США П. Галисон, Дж. Рей, Д. Пингри, Дж. Ригден, Д. Роу, А. И. Сабра и Р. Х. Стювер, английские ученые Д. Баркан и А. Граттан-Гиннес, а также Ж. Домбр (Франция), М. Фолькертс, С. Гильдебрандт, Э. Кноблох и Х. Майнель (ФРГ), В. Пуркерт (ГДР), У. Боттаццини (Италия), Дж. З. Бухвальд (Канада), С. Накаяма (Япония), Р. Ансари (Индия), Х. Бос (Нидерланды), Э. А. Фельман (Швейцария) и Е. Добржицкий (Польша).

В 1989 г. вышла первая книга этой серии — книга Эрхарда Шольца «Симметрия. Группа. Двойственность», посвященная взаимоотношениям между теоретической и прикладной математикой в XIX в.

Книга состоит из трех глав: «Понятия симметрии в кристаллографии и ее отношения к алгебре XIX века», «Методы проективной геометрии в географической статистике» и «Математика и математизация естественных и технических наук в XIX веке». Основными в книге являются две первые главы, в которых рассматриваются применение к естествознанию и технике таких разделов математики, созданных в XIX в., как теория групп и проективная геометрия. Общими характерными свойствами этих разделов математики является то, что в них изучаются преобразования фигур в себя (симметрии фигур) или друг в друга: коллинеации, переводящие точки в точки, прямые в прямые или корреляции, которые в случае плоскости переводят точки в прямые, а прямые в точки, а в случае пространства точки в плоскости — прямые в прямые, а плоскости в точки; последние связаны с особым свойством симметрии, имеющем место в проективном пространстве, — принципом двойственности между точками и прямыми в случае плоскости или плоскостями в случае пространства.

В I главе рассматриваются первые попытки классификации кристаллов по их свойствам симметрии А. Г. Вернара (1750—1811) и Ж. Б. Л. Роме де Лиля (1736—1790), выделивших 18 элементарных кристаллических форм (куб, правильные тетраэдр и октаэдрпараллелепипед, призмы, дипирамиды и ромбододекаэдр); альтернативные программы, возникшие под влиянием динамической философии Г. В. Лейбница, Р. Бошковича и И. Канта в работах Х. С. Вейса (1780—1856) и Л. Франкенгейма (1801—1869), выделившего 32 кристаллических класса; появление теории пространственных решеток в работе Ю. Г. Грассмана (1779—1852), построившего «геометрическое комбинационное учение», т. е. теорию векторов с целочисленными координатами в некотором аффинном базисе (это учение сыграло важную роль в создании его сыном Г. Грассманом учения о «линейном протяжении», т. е. векторного исчисления в современном смысле слова); появление рационального векторного пространства в работах И. Ф. Гесселя (1796—1872) и классификации Гесселя на этой основе конечных пространственных точечных систем; работы О. Бравэ (1811—1863), модернизировавшего атомистическую программу классификации точечных симметрий и применившего к кристаллографии 71 из 73 найденных им «симморфных типов»; появление алгебраического трактата К. Жордана (1838—1924), сделавшего достоянием широких кругов математиков открытое Э. Галуа (1811—1832) понятия групп, в котором была дана первая классификация важнейших конечных групп; полное перечисление кристаллографических групп на плоскости Л. Зонке (1842—1899); особенно подробно изучается нахождение всех 230 кристаллографических групп в пространстве Е. С. Федоровым (1853—1919) и А. Шенфлисом (1853—1928). Автор прослеживает все этапы этого открытия каждым из этих ученых, и в частности изучает их переписку. Отметим также, что в работах Бравэ впервые появилась классификация инволютивных движений Евклидова пространства — центральная, осевая и зеркальная симметрии, соответствующие трем «образам симметрии» этого пространства — точкам, прямым и плоскостям. Далее рассматривается многомерное обобщение теории Федорова в работах Г. Минковского (1864—1906) и Л. Бибербаха (1886—1982).

Во II главе изучается история графостатики в работах К. Кульмана (1821—1881), впервые установившего двойственность между системами сил и веревочными многоугольниками; аналогичное открытие У. Дж. М. Рэнкина (1820—1872); дальнейшее развитие теории взаимных диаграмм, основанных на применении проективных корреляций Дж. К. Максвеллом (1831—1879) и Л. Кремоной (1830—1903), применившим при построении пространственных взаимных диаграмм особый вид корреляции — нуль-систему, при которой каждая точка переходит в проходящую через нее плоскость, а каждая плоскость — в лежащую на ней точку. В III главе на основании конкретных исследований первых двух глав исследуются общие закономерности «математизации» естественных и технических наук, а также о развитии «автономной» и «гетерономной» математики в XIX в.

В книге использованы наряду с многочисленными печатными изданиями и исследованиями архивные материалы — письма ученых и неопубликованная рукопись Кульмана «Статика и новая геометрия». К книге приложены подробные примечания к отдельным параграфам и таблицы кристаллических групп, в которых перечислены все эти группы с указанием их обозначений, принятых в настоящее время, обозначений Федорова и Шенфлиса и соответственных классов Бравэ.

Книга представляет исключительную ценность для изучающих историю кристаллографии, графостатики и математических методов естествознания и техники.

В то же время следует заметить, что поднятые автором проблемы истории понятия симметрии, группы и двойственности в применениях математики к естествознанию и технике, даже если ограничиться XIX в., далеко не исчерпываются теми двумя разделами естествознания и техники, которые изучаются в книге. К сожалению, обширный список литературы в этой книге не содержит замечательной книги одного из крупнейших математиков первой половины XX в., Германа Вейля, «Симметрия», в которой среди многочисленных идей, относящихся к понятию симметрии, подчеркивается связь идеи симметрии с идеей устойчивости. История науки многократно подтверждала эту мысль Вейля. П. Л. Дирихле принадлежит установление того факта, что в устойчивых механических системах не только кинетическая энергия выражается квадратичной формой от обобщенных импульсов системы, но и потенциальная энергия системы выражается аналогичной формой от обобщенных координат. В XIX в. было сделано замечательное открытие обладающих высокой степенью устойчивости солитонов, характеризующихся тем, что определяющие их движения дифференциальные уравнения допускают значительно более широкую группу внутренних симметрий, чем неустойчивые механические системы. Следует также заметить, что аналогичные устойчивые системы, характеризующиеся широкой группой симметрий, определяющих их движение, имеются не только в механике, но и в электродинамике и на многих других ступенях развития материи. Отметим также, что к концу XIX в. относится знаменитая диссертация Эли Картана «О структуре конечных непрерывных групп», заложившая основы теории того, что мы в настоящее время называем простыми группами Ли, в этой диссертации были определены системы фундаментальных корней этих групп, в настоящее время называемых простыми корнями, причем в случае трех рассматриваемых Картаном классов — A_n, D_n и E_6 — эти системы корней обладают двусторонней симметрией, а в одном случае — случае класса D_n — «тройной» симметрией. Симметрии в случае групп A_n и E_6 определяют принципы двойственности в вещественном проективном пространстве P_n и его комплексном и кватернионном аналогах $\mathbf{CP}_n$ и $\mathbf{HP}_n$ и в проективной плоскости $\mathbf{OP}_2$ над альтернативным телом $\mathbf{O}$ октав, в случае группы D_n определяют своеобразный «принцип двойственности» в эллиптическом пространстве S_{2n-1} и гиперболическом пространстве ${}^nS_{2n-1}$, а в случае группы D_n — «принцип тройственности» пространства S_7 и ${}^nS_7$, установленный Э. Картаном в 1925 г. Книга Э. Шольца значительно выиграла бы, если бы в ней понятия симметрии, группы и двойственности были хотя бы бегло рассмотрены и в указанных областях (в книге диссертация Картана и предшествующая ей почти одноименная заметка в «Докладах Парижской академии наук» упоминаются на с. 242 только в связи с применением Картаном термина «структура групп», аналогичного применяющемуся выражению «структура кристаллов»). Было бы целесообразно более подробно остановиться на упоминавшемся выше понятии «образ симметрии», теория которых также связана с именем Э. Картана, введшего общее понятие такого образа (être de symétrie, по его терминологии) и нашедшего такие образы в пространствах, группы преобразований которых являютя простыми группами Ли.

Б. А. Розенфельд

Дж. К. Максвелл. Трактат об электричестве и магнетизме. М.: Наука, 1989.

Отечественные физики получили большой подарок — полный перевод максвелловского «Трактата». Ценность подарка приумножается прекрасным качеством перевода (переводчики: Б. М. Болотовский, И. Л. Бурштейн, М. А. Миллер; редакторы: М. Л. Левин, М. А. Миллер, Е. В. Суворов). Он сделан теми, кто дорожит не только точностью и стилистикой перевода, но и стремится донести до читателя все нюансы великого произведения. Даже придирчивому читателю будет трудно разглядеть различия в стилях, практически неизбеж-