

## Краткосрочное прогнозирование цены электроэнергии на российском рынке с использованием класса моделей SCARX

© 2019 г. Д.О. Афанасьев<sup>i,\*</sup>, Е.А. Федорова<sup>ii,\*\*</sup>

<sup>i</sup> Аспирант департамента анализа данных, принятия решений и финансовых технологий, Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва

<sup>ii</sup> Финансовый университет при Правительстве РФ, НИУ ВШЭ, Москва

\* E-mail: dmafanasyev@gmail.com \*\* E-mail: ecolena@mail.ru

Поступила в редакцию 17.09.2017 г.

Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-06-00237а).

В данном исследовании для двух ценовых зон российского оптового рынка электроэнергии выполнена апробация класса прогнозных моделей авторегрессии с сезонной компонентой и экзогенными факторами SCARX, включающей экстраполяцию долгосрочной тренд-сезонной компоненты и отдельное прогнозирование краткосрочной сезонно-стохастической составляющей. Для заданного широкого набора параметров сглаживания временных рядов цен проведено сравнение моделей SCARX на базе вейвлет-разложения (SCARX-W) и фильтра Ходрика — Прескотта (SCARX-HP) с обычной авторегрессионной моделью ARX и “наивным” подходом (основанным на предположении равенства цен в идентичные дни недели). Оценка эффективности рассматриваемых моделей проводилась с использованием средневзвешенных недельных и дневных ошибок, а также формальной статистической процедуры сравнения прогностических способностей моделей — теста Диболда—Мариано (DM). Численный эксперимент был выполнен на исторических данных о цене и плановом потреблении в зонах Европа — Урал и Сибирь российской электроэнергетической биржи. Тестовый период составил 104 недели, или 728 дней. В результате проведенного исследования показано, что на российском рынке модель SCARX-W позволяет получить более высокую точность прогноза по сравнению с SCARX-HP и ARX. При этом минимальная недельная ошибка, которую удалось достичь для ценовой зоны Европа—Урал, составила 4,932%, дневная ошибка — 4,997%. Для зоны Сибирь аналогичные показатели равны 9,144 и 10,051% соответственно. Эти же результаты подтверждаются формальным DM-тестом, выполненным отдельно для каждого часа суток. Для преодоления проблемы априорного выбора параметров сглаживания в работе предложено использовать различные методы комбинирования прогнозов.

**Ключевые слова:** прогнозирование цены электроэнергии, авторегрессия с сезонной компонентой, вейвлет-сглаживание, фильтр Ходрика—Прескотта, тест Диболда—Мариано.

**Классификация JEL:** C22, C53, L94, Q47.

**DOI:** 10.31857/S042473880003318-8

### 1. ВВЕДЕНИЕ

В последние 25–30 лет прогнозирование цены электроэнергии, которая формируется на оптовом рынке, стало одной из наиболее актуальных и вместе с тем достаточно сложных задач, решаемых в рамках операционной деятельности генерирующих компаний и крупных потребителей (Eydeland, Wolyniec, 2012; Weron, 2014). Причиной этому послужил глобальный мировой тренд дерегулирования сектора электроэнергетики, который в первом десятилетии XX в. затронул и Россию. Планирование деятельности энергокомпаний в рыночных условиях ценообразования существенно усложнилось, а принимаемые финансовыми службами решения привели к более существенным последствиям (Carmon, Coulon, 2014).

В чем сложность прогнозирования цены электроэнергии? Прежде всего в особенностях свойств этого продукта, которые приводят к существенным отличиям динамики рынка электроэнергии от других товарных рынков. Для нее характерны (Casazza, Delea, 2003; Janczura et al., 2013; Carmon,

Coulon, 2014): невозможность формирования запасов, совпадение моментов производства и потребления, высокая волатильность цены, наличие выбросов в ценах, краткосрочная неэластичность спроса по цене, тенденция возврата цены к среднему значению, использование поставщиками различных технологий генерирования электроэнергии с существенно отличающимися размерами предельных издержек.

Учитывая актуальность обсуждаемой проблемы, неудивительно, что за последние 15–20 лет было предложено много различных математических инструментов и моделей для формирования прогноза. Одной из наиболее динамически развивающихся здесь областей является краткосрочное прогнозирование, которое ставит задачу сформировать понимание динамики цены на ближайшие 24 часа для так называемого рынка “*на сутки вперед*” (PCB). Комплексный обзор последних достижений в этом направлении можно найти в работе (Weron, 2014). В ней же автор отмечает один из существенных пробелов в имеющейся на текущий момент литературе: мало внимания уделяется вопросам моделирования и прогнозирования долгосрочной тренд-сезонной компоненты в динамике цены на электроэнергию, особенно в контексте построения краткосрочного прогноза.

Действительно, с одной стороны, интуитивно понятно, что при работе с горизонтом в 24 часа важнее всего учитывать краткосрочную дневную и недельную сезонные компоненты, в то время как трендовой составляющей можно пренебречь, заменив ее на простое среднее за период от одного года и более в прошлом. С другой стороны, есть ли формальные или эмпирические данные для подтверждения таких рассуждений? В работе (Nowotarski, Weron, 2016) задаются этим вопросом и сравнивают предложенную ими модель SCARX (Seasonal Component AutoRegressive — авторегрессия с сезонной компонентой и экзогенными факторами) — комбинацию экстраполяции оценочной тренд-сезонной составляющей на базе модели случайного блуждания и прогноза остатка, полученного с помощью авторегрессии, — с традиционной моделью ARX. Авторы приходят к выводу, что учет долгосрочной компоненты, а также правильный выбор метода и параметров для ее оценки ведут к существенному повышению точности получаемых прогнозов.

Особенностью прогнозирования цены электроэнергии на PCB России является относительная скромность числа академических исследований на данную тематику. В то же время на рынке существует ряд компаний, которые готовы оказывать информационно-консультационные услуги по формированию прогнозов цены, но при этом ожидаемо не раскрывают детали используемых алгоритмов и моделей. Среди них можно упомянуть компании “StatSoft Russia” (система “Energy—Forecast: Цены”)<sup>1</sup>, ООО “Форексис” (система “Energy4Cast”)<sup>2</sup>, ООО “ЭНКОСТ”<sup>3</sup> и пр. Исключение здесь составляет методология прогнозирования Математического бюро<sup>4</sup>. Его информация на официальном сайте этой компании основывается на публично доступной диссертационной работе одного из ее организаторов (Чучуева, 2012).

Учитывая вышесказанное, целью данного исследования является апробация и проверка оправданности применения предложенного (Nowotarski, Weron, 2016) класса моделей SCARX на российском рынке на сутки вперед. Его результаты не только расширят число общедоступных подходов к прогнозированию цены электроэнергии на рынке России, но и позволят более детально верифицировать результаты, полученные ранее упомянутыми исследователями. Для достижения указанной цели в работе решается ряд задач. Во-первых, выбираются бенчмарк-модели, с которыми будет выполняться сравнение точности прогноза SCARX (“наивная” модель (Nogales et al., 2002) и экономичная ARX-спецификация (Misiorek et al., 2006)). Во-вторых, кратко рассматривается математический формализм класса моделей SCARX и методов оценки долгосрочной тренд-циклической компоненты, применяемых в рамках SCARX. В-третьих, обосновывается выбор базовых мер ошибки, с помощью которых сравнивается качество полученных прогнозов, а также предлагается использовать формальную процедуру сравнения прогностических способностей — тест (Diebold, Mariano, 1995). В-четвертых, формируются наборы данных о цене электроэнергии на PCB и про-

<sup>1</sup> [http://statsoft.ru/solutions/ready\\_solutions/energy-forecast-prices.php](http://statsoft.ru/solutions/ready_solutions/energy-forecast-prices.php).

<sup>2</sup> <http://www.forecsys.com/ru/site/products/Energy4Cast/>.

<sup>3</sup> [http://encosts.ru/uslugi\\_kompanii/prognoz\\_ceny\\_elektroenergii](http://encosts.ru/uslugi_kompanii/prognoz_ceny_elektroenergii).

<sup>4</sup> <http://www.mbureau.ru/services/forecasting/saas>.

гнозе потребления. Наконец, в-пятых, выполняется эмпирическое сравнение точности SCARX с более простыми — “наивной” и моделями ARX, а также сопоставляется аккуратность прогнозов, получаемых на базе SCARX с различными методами сглаживания временных рядов.

Отметим также еще два важных, на наш взгляд, момента. Во-первых, существует неоднозначное мнение, что модели прогнозирования, разработанные для европейских бирж (в частности Nord Pool), не применимы для российского рынка (Валь, Клепче, 2011). Поэтому апробация SCARX для рынка России позволит верифицировать и это утверждение, которое кажется спорным, как минимум, из-за статистической природы авторегрессионных моделей, которая не зависит от конкретных особенностей рынка. Во-вторых, в отличие от (Nowotarski, Weron 2016), впервые предложивших модель SCARX, мы рассматриваем более широкий набор производных показателей. В частности, кроме средневзвешенной недельной, была рассчитана средневзвешенная дневная ошибка; рассчитывалось число недель (дней), для которых модель SCARX оказалась точнее всех других моделей; число недель (дней), для которых SCARX оказалась точнее “наивной”; число недель (дней), для которых SCARX оказалась точнее ARX; среднее отклонение от лучшей для каждой недели (дня) модели. Анализ всех этих показателей позволил более детально сравнить рассматриваемые модели и сделать ряд новых выводов, которые не были обозначены ранее в (Nowotarski, Weron 2016).

## 2. МЕТОДОЛОГИЯ ИССЛЕДОВАНИЯ

**2.1. Модели прогнозирования.** Построение модели и прогнозирование цены электроэнергии выполнялось для каждого часа суток отдельно. Такой подход широко распространен в литературе (Weron, 2014) и позволяет упростить модель, исключив слагаемые, характеризующие обычные внутрисуточные сезонные колебания. Кроме того, в контексте задачи прогнозирования на сутки вперед такой подход позволяет вычислять прогноз не на 24 шага, а только на один, который имеет наиболее узкий доверительный интервал. Наконец, каждая модель позволяет учитывать существенно различную динамику цены в рамках каждого часа суток, что объясняется периодическими дневными колебаниями спроса, различными затратами генерирующих станций и операционными ограничениями.

В качестве бенчмарк-модели мы рассмотрели подход, предложенный в (Nogales et al., 2002; Conejo et al., 2005) и основанный на идентичности внутрисуточных профилей цены электроэнергии для соответствующих дней недели:

$$P_t = \begin{cases} P_{t-168}, & D_t = 1, 6, 7; \\ P_{t-24}, & D_t = 2, 3, 4, 5, \end{cases}$$

где  $P_t$  — цена электроэнергии в момент времени  $t$ ;  $D_t$  — номер дня недели.

Таким образом, если прогноз рассчитывается на понедельник, субботу или воскресенье, то цена полагается равной цене неделю назад. В остальных случаях используется цена вчерашнего дня. Данную модель будем называть “наивная”. В (Nogales et al., 2002) авторы отмечают, что зачастую плохо специфицированная и откалиброванная альтернативная модель оказывается хуже по параметру средней ошибки прогноза, чем “наивная” модель. Поэтому последняя может быть использована как эталонная модель для сравнения аккуратности прогнозирования, т.е. бенчмарка.

В качестве основной модели для построения прогноза цены электроэнергии на сутки вперед мы выбрали авторегрессионную спецификацию, предложенную ранее в (Misiorek et al., 2006) и применявшуюся в ряде недавних работ (см., например, (Maciejowska et al., 2016)):

$$P_t = \alpha_1 P_{t-24} + \alpha_2 P_{t-48} + \alpha_7 P_{t-168} + \alpha_8 PS_t + \beta_1 Z_t + \sum_{i=1,6,7} d_i D_t^i + \varepsilon_t,$$

где  $P_{t-24}$ ,  $P_{t-48}$ ,  $P_{t-168}$  — авторегрессионные составляющие, учитывающие влияние цен 1, 2 и 7 дней назад;  $PS_t$  — ценовой сигнал для участников рынка, который рассчитывается как минимальная цена за предыдущие сутки, т.е.  $PS_t = \min_{t-24, t} P_t$ ;  $Z_t$  — прогноз потребления электроэнергии;  $D_t^i$  — фиктивные бинарные переменные для понедельника, субботы и воскресенья ( $i = 1, 6, 7$ ), учитывающие

недельную сезонность цены (уменьшение цены в выходные дни из-за снижения спроса и рост цены в понедельник по сравнению с воскресеньем);  $\varepsilon_t$  — независимая и идентично распределенная ошибка модели с нулевым средним и конечной дисперсией  $\sigma^2$ , где  $\alpha_1, \alpha_6, \alpha_7$  — коэффициенты модели при соответствующих переменных.

Для стабилизации волатильности временных рядов цен и спроса при оценке параметров модели выполнялось логарифмическое преобразование. Кроме того, из временных рядов цен (для каждого часа суток) и ценовых сигналов предварительно удалялись средние значения. Оценка параметров модели выполнялась с помощью метода наименьших квадратов. Результирующий прогноз вычислялся в виде экспоненты от суммы среднего значения цены данного часа и прогноза, полученного из приведенной выше модели. Для ее обозначения будем далее использовать аббревиатуру ARX (AR — авторегрессия, X — учет, путем включения в модель, экзогенного фактора  $Z_t$ , равного прогнозу потребления; в литературе по моделированию добавление в аббревиатуру класса моделей буквы X традиционно обозначает дополнительное включение в спецификацию одного и более экзогенных факторов) влияния экзогенного фактора прогноза потребления).

В (Nowotarski, Weron, 2016) показано, что анализ долгосрочной сезонной компоненты при построении прогноза цены на электроэнергию может существенно улучшать качество получаемых результатов. Предлагаемая этими авторами схема далее будет обозначена как SCARX (SC — сезонная компонента) и состоит из следующих шагов.

1. Из временного ряда логарифмированных часовых цен электроэнергии  $P_t$  выделяется в аддитивной форме долгосрочная сезонная  $L_t$  и краткосрочная сезонная стохастическая  $S_t$  компоненты:  $P_t = L_t + S_t$ .

2. Для краткосрочной сезонной стохастической компоненты  $S_t$  для каждого часа суток строится прогноз на одно наблюдение вперед.

3. Для долгосрочной сезонной составляющей  $L_t$  строится прогноз на 24 часа вперед.

4. Полученные на шаге 2 и 3 прогнозы складываются для соответствующих часов суток и выполняется обратное логарифмическое преобразование (суть — экспонента), которое и дает финальный прогноз  $P_t$ .

Для формирования прогноза  $S_t$  предлагается использовать рассмотренную выше ARX-модель. Что касается  $L_t$ , то, принимая во внимание, что решается задача краткосрочного прогнозирования на сутки вперед, на таком временном интервале предлагается считать долгосрочную динамику неизменной, а прогнозные значения на 24 точки вперед равными ценам за последние сутки для соответствующих часов. Аналогичный подход был использован ранее в (Lisi, Nan, 2014). Формально используется модель случайного блуждания вида  $L_t = L_{t-24} + v_t$ ,  $v_t \sim N(0, \sigma^2)$ .

Основной вопрос, который широко обсуждается в литературе (Hyndman, Athanasopoulos, 2013; Lisi, Nan, 2014; Weron, Zator, 2015), связан с первым шагом данного подхода; он состоит в выборе метода выделения  $L_t$  из исходного временного ряда цен. В следующем разделе будут рассмотрены некоторые процедуры, которые были использованы для решения данной задачи.

**2.2. Долгосрочная сезонная компонента.** Напомним некоторые из наиболее распространенных подходов, которые используются в работах, посвященных исследованию рынков электроэнергии к оценке трендовой составляющей  $L_t$ :

- регрессия на полиномы различной степени (De Jong, 2006);
- скользящее среднее (в том числе экспоненциально-взвешенное), или медиана (Nowotarski et al., 2013);
- регрессия на фиктивные переменные для каждого месяца в году (Haldrup et al., 2010);
- разложение Фурье, т.е. декомпозиция на сумму синусоидальных функций различной частоты (De Jong, 2006; Janczuga et al., 2013);
- вейвлет-разложение, где в качестве базиса используются различные семейства вейвлетов — локализованных во времени, автомодальных (самоподобных) функций с нулевым средним (Nowotarski et al., 2013; Федорова, Афанасьев, 2015; Weron, Zator, 2015; Afanasyev, Fedorova, 2016);

- фильтр Ходрика–Прескотта (НР) (Hodrick, Prescott, 1997), основанный на решении оптимизационной задачи для заданного параметра сглаживания (Weron, Zator, 2015).

Последние два подхода получили широкое распространение в недавних исследованиях по экономике электроэнергетики благодаря их эффективности, продемонстрированной ранее, а также наличию готовой реализации во многих прикладных программных продуктах. Остановимся на них немного более подробно.

Вейвлет-декомпозиция заключается в разложении исходного временного ряда по ортогональному базису — смещенной и масштабированной версии некоторого вейвлета  $\psi(x)$ . Для дискретного диадного вейвлет-преобразования (ДВП) декомпозиция может быть записана в виде  $\psi_{m,k}(x) = \delta\psi(2^{-m}x - k)$ , где  $\psi(x)$  — материнский вейвлет;  $\delta = 1/\sqrt{2^m}$  — постоянный нормирующий множитель;  $k$  — параметр смещения;  $m$  — параметр масштаба, увеличение которого на единицу приводит к растяжению вейвлета в два раза.

Исходный временной ряд представляется в виде совокупности последовательных приближений грубой (аппроксимирующей или сглаженной)  $A_m$  и уточненной (детализирующей)  $D_m$  составляющих с их последующим уточнением методом итерации  $P_t = A_m + D_m + D_{m-1} + D_{m-2} + \dots + D_1$ .

При этом базисный вейвлет для аппроксимирующей составляющей  $A_m$  называют отцовским, а для детализирующей  $D_m$  — материнским. Итерационная процедура быстрого вейвлет-преобразования получила название анализа от тонкого к грубому. На первом шаге для  $m = 0$  разложение совпадает с самим сигналом. На втором шаге  $m = 1$  сигнал преобразуется к виду  $P_t = A_1 + D_1$ , где  $A_1$  — сглаженная версия  $P_t$ . На третьем шаге  $m = 2$  — к виду  $P_t = A_1 + D_1 = A_2 + D_2 + D_1$ , где  $A_2$  — сглаженная версия  $P_t$ , которая имеет больший характерный период изменения, чем  $A_1$ . Подобным образом процедура повторяется и далее. Варьируя значения  $m$ , можно получать различную степень сглаженности исходного сигнала, которая определяется как  $2^m$ .

Руководствуясь результатами (Nowotarski et al., 2013; Nowotarski, Weron, 2016), в качестве базисного мы использовали вейвлет Добеши с порядком 24. Так как нет однозначного ответа на вопрос, какой уровень сглаживания необходимо использовать для того или иного временного ряда, то мы рассмотрели достаточно широкий диапазон значений  $m = 6, \dots, 13$ , что примерно соответствует сглаживанию на масштабах от трех дней ( $2^6 = 64$  часа  $\approx 3$  дня) до одного года ( $2^{13} = 8192$  часа  $\approx 341$  день  $\approx 1$  год). Модель прогнозирования, использующую вейвлет-декомпозицию, будем далее обозначать SCARX- $W_m$ .

НР-фильтр был предложен в работе (Hodrick, Prescott, 1997) для решения задачи разделения долгосрочного роста и бизнес-циклов в макроэкономическом контексте, а именно при исследовании динамики показателя ВВП. Данный фильтр не содержит никакой специфики, что позволяет его применять для задач в экономике электроэнергетики (Lisi, Nan, 2014; Weron, Zator, 2015). Оценка  $L_t$  для заданного временного ряда цен электроэнергии  $P_t$ ,  $t = 1, \dots, T$  с помощью НР-фильтра получается решением следующей оптимизационной задачи:

$$\min_{L_t} \left\{ \sum_{t=1}^T (P_t - L_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((L_{t+1} - L_t) - (L_t - L_{t-1}))^2 \right\},$$

где  $\lambda$  — параметр, определяющий степень сглаживания временного ряда: чем больше значение  $\lambda$ , тем более сглаженный ряд  $L_t$  получается на выходе НР-фильтра. Следуя (Nowotarski, Weron, 2016), в данной работе мы рассмотрели значения  $\lambda = 1 \times 10^8, 5 \times 10^8, \dots, 1 \times 10^{11}, 5 \times 10^{11}$ . Модель прогнозирования, использующую НР-фильтр, будем далее обозначать SCARX-НР $_{\lambda}$ .

**2.3. Сравнение моделей прогнозирования.** Для получения большого числа прогнозных значений  $\hat{P}_t$ , на базе которых можно было бы выполнить сравнение моделей, мы применили вневыборочную кросс-валидацию с фиксированным скользящим окном длиной 360 дней, или 8640 часов. На первом шаге модель оценивалась внутри окна, которое берет начало в первом наблюдении, и прогноз рассчитывался на каждый час следующих за последним наблюдением суток. Далее калибровочное окно смещалось на один день вперед (т.е. 24 точки), и процедура повторялась на новом диапазоне точек временного ряда. Тестовый период, на котором прогнозы рассчитывались указанным способом, был выбран достаточно продолжительным и составил  $104 \times 7 = 728$  дней, т.е. почти два года.

Оценка прогнозной способности каждой модели может быть выполнена путем расчета различных показателей ошибки прогнозирования. Наиболее широко распространенными являются такие меры, как средняя абсолютная ошибка ( $MAE$ )<sup>5</sup>, средняя относительная ошибка ( $MAPE$ ) и среднеквадратичная ошибка ( $MSE$ ) (Weron, 2014). Однако в литературе о рынках электроэнергетики зачастую применяются средневзвешенные дневные ( $DMAE$ ) и средневзвешенные недельные ( $WMAE$ ) абсолютные ошибки:

$$DMAE = \frac{MAE_{24}}{\bar{P}_{24}} = \frac{1}{24\bar{P}_{24}} \sum_{t=1}^{24} |P_t - \hat{P}_t| = \sum_{t=1}^{24} \frac{1}{\sum_{t=1}^{24} P_t} |P_t - \hat{P}_t|;$$

$$WMAE = \frac{MAE_{168}}{\bar{P}_{168}} = \frac{1}{168\bar{P}_{168}} \sum_{t=1}^{168} |P_t - \hat{P}_t| = \sum_{t=1}^{168} \frac{1}{\sum_{t=1}^{168} P_t} |P_t - \hat{P}_t|,$$

где  $\bar{P}_{24} = \sum_{t=1}^{24} P_t / 24$  и  $\bar{P}_{168} = \sum_{t=1}^{168} P_t / 168$ , а в качестве цен используются данные в исходной, нелогарифмированной шкале. Основное преимущество этих мер заключается в том, что они хорошо интерпретируются и по сути аналогичны средней относительной ошибке, но одновременно — существенно более устойчивы к близким к нулю ценам, которые нередко встречаются на рынках электроэнергии. Кроме того, так как речь идет о краткосрочном прогнозировании, то основной интерес представляет величина ошибки прогноза за относительно короткие промежутки времени — сутки и неделю. Принимая во внимание это обстоятельство, мы в данной работе выполнили сравнение прогностических способностей моделей на базе показателей  $DMAE$  и  $WMAE$ .

Использование различных метрик ошибок прогноза, наподобие рассмотренных выше, является на текущий момент наиболее распространенным подходом при сравнении качества моделей прогнозирования. Однако в общем случае при тестировании на различных подвыборках данных получаемые значения для одной и той же модели могут варьировать достаточно сильно. Если же меры ошибки двух моделей отличаются незначительно, то это может быть следствием не реального различия качества, а всего лишь статистической погрешностью. Для формального сравнения (Diebold, Mariano, 1995) предложили процедуру тестирования, которая получила название  $DM$ -теста. Рассмотрим ее немного подробнее.

Пусть  $\hat{P}_t^i$  — прогноз цены по модели  $i = 1, 2$  для момента времени  $t$ ;  $P_t$  — фактическая цена в этот же момент;  $\varepsilon_t^i$  — некоторая мера отличия прогнозного значения от реального. Введем зависящую от  $\varepsilon_t^i$  функцию потерь каждой модели  $L(\varepsilon_t^i) = f(P_t, \hat{P}_t^i)$  и дифференциал потерь  $d_t = L(\varepsilon_t^1) - L(\varepsilon_t^2)$ . Как показали (Diebold, Mariano, 1995), если выполнена гипотеза  $H_0: E(d_t) = 0$  (качество прогноза двух моделей одинаковое), то при условии слабой стационарности временного ряда  $d_t$  тестовая  $DM$ -статистика будет иметь стандартное нормальное распределение:

$$DM = \frac{\bar{d}_t}{\sqrt{(1/T)var(d_t)}} \sim N(0,1),$$

где  $\bar{d}_t$  — выборочное среднее дифференциала потерь;  $var(d_t)$  — оценка его дисперсии. Вычисление последней отличается для двух ситуаций: прогноз на один шаг вперед и прогноз на два и более шагов. Во втором случае необходимо учитывать тот факт, что ошибки различных моделей коррелированы между собой (как одновременно, так и серийно), а это, в свою очередь, требует корректировать оценки. Однако так как в нашем случае прогнозы рассчитывались для каждого часа отдельно и на один шаг вперед, то в качестве оценки дисперсии дифференциала потерь допустимо использовать обычную выборочную дисперсию (несмещенную версию). При этом важно отметить, что сравнение выполнялось не для прогнозов в целом на сутки вперед, а для каждого часа. Следуя (Nowotarski et al., 2014), была выбрана  $L_1$  как функция потерь, т.е. функция вида  $L(\varepsilon_t^i) = |\varepsilon_t^i| = |P_t - \hat{P}_t^i|$ .

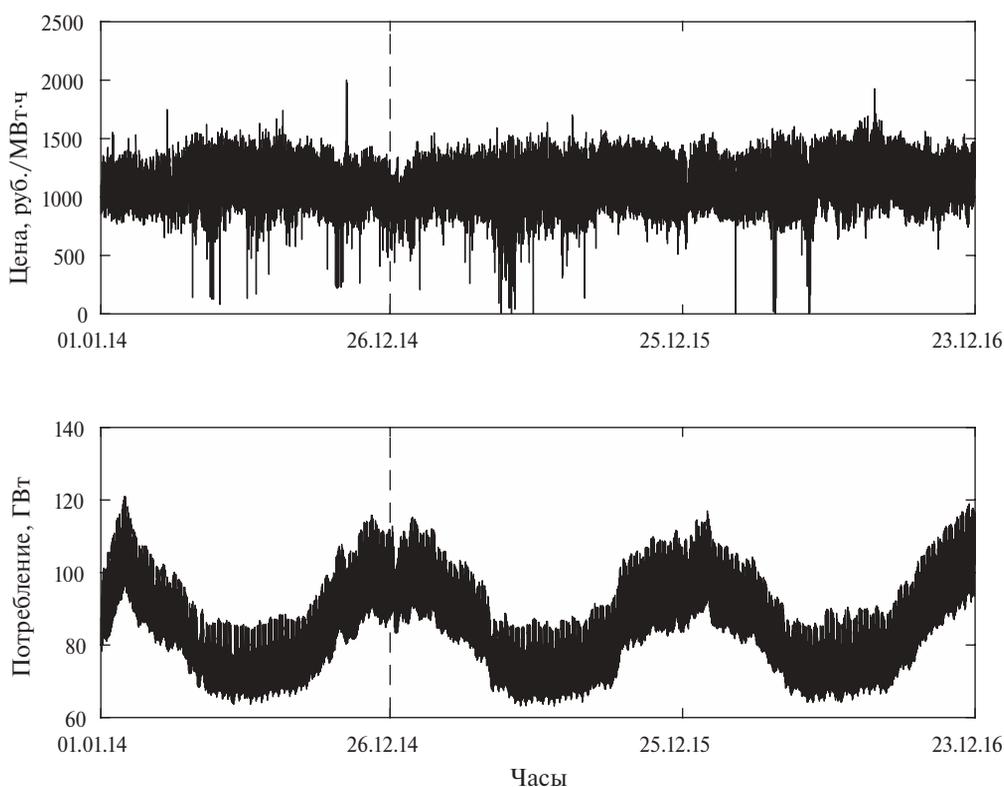
<sup>5</sup> Стоит отметить, что читателя не должно смущать определение “абсолютная ошибка”. Данные показатели представляют собой долю средней абсолютной ошибки в средней цене за соответствующий период, ввиду чего также могут быть интерпретированы как относительные меры и измерены в процентах. В этом смысле они аналогичны средней относительной ошибке.

Используя  $DM$ -тест, мы проверили две односторонние гипотезы с уровнем значимости  $\alpha = 0,05$ , или 5%. Первая утверждает, что потери при прогнозе средствами модели 1 меньше, чем модели 2, т.е.  $E(d_t) < 0$ , что эквивалентно выполнению условия  $DM < p_N(100\alpha)$ , где  $p_N$  — перцентиль стандартного нормального распределения. Смысл второй гипотезы противоположен. Так, вторая гипотеза утверждает, что модель 2 приводит к более качественным прогнозам и меньшим потерям по сравнению с моделью 1, что соответствует ситуации  $E(d_t) > 0$ , или  $DM > p_N(100(1 - \alpha))$ .

**2.4. Данные.** В исследовании мы протестировали рассмотренные выше модели прогнозирования на трех электроэнергетических рынках на сутки вперед: ценовые зоны Европа–Урал (EU) и Сибирь (SI) российской биржи АТС, а также крупнейшей европейской биржи Nord Pool (NP), объединяющей электроэнергетические рынки Норвегии, Швеции, Финляндии, Дании, Эстонии, Латвии и Литвы.

Для российских рынков использовались данные за период с 01.01.2014 по 23.12.2016. Цена электроэнергии была получена на официальном сайте “Системного оператора Единой энергетической системы” (СО ЕЭС), где она публикуется в открытом доступе (показатель “Цена РСВ”)<sup>6</sup>. В данных для зоны EU присутствовало 28 пропусков, которые были заменены на цену соответствующего часа предыдущих суток. Аналогично были обработаны 24 пропуска для региона SI. Учитывая, что доля таких замен от общего числа наблюдений (всего 26112 точек) незначительная, подобная предобработка данных, по нашему мнению, не могла существенно повлиять на результаты сравнения. Что касается спроса, то для него мы использовали часовые прогнозные значения потребления, также доступные на сайте СО ЕЭС (показатель “Планируемое потребление”)<sup>7</sup>.

На рис. 1 и 2 показана динамика показателей для обеих ценовых зон в указанный период. Вертикальная линия разделяет первый калибровочный период (который смещался в процессе кросс-валидации на 24 точки вперед на каждом шаге) и период, на котором осуществлялось тестирование прогностических способностей рассматриваемых моделей.



**Рис. 1.** Цена и плановое потребление электроэнергии для зоны Европа–Урал Российской биржи АТС

<sup>6</sup> См. отчет “Ценовые показатели” (<http://br.so-ups.ru/Public/MainPageData/BR/IndicatorBR.aspx>).

<sup>7</sup> См. отчет “Генерация и потребление” (<http://br.so-ups.ru/Public/MainPageData/BR/GenConsum.aspx>).

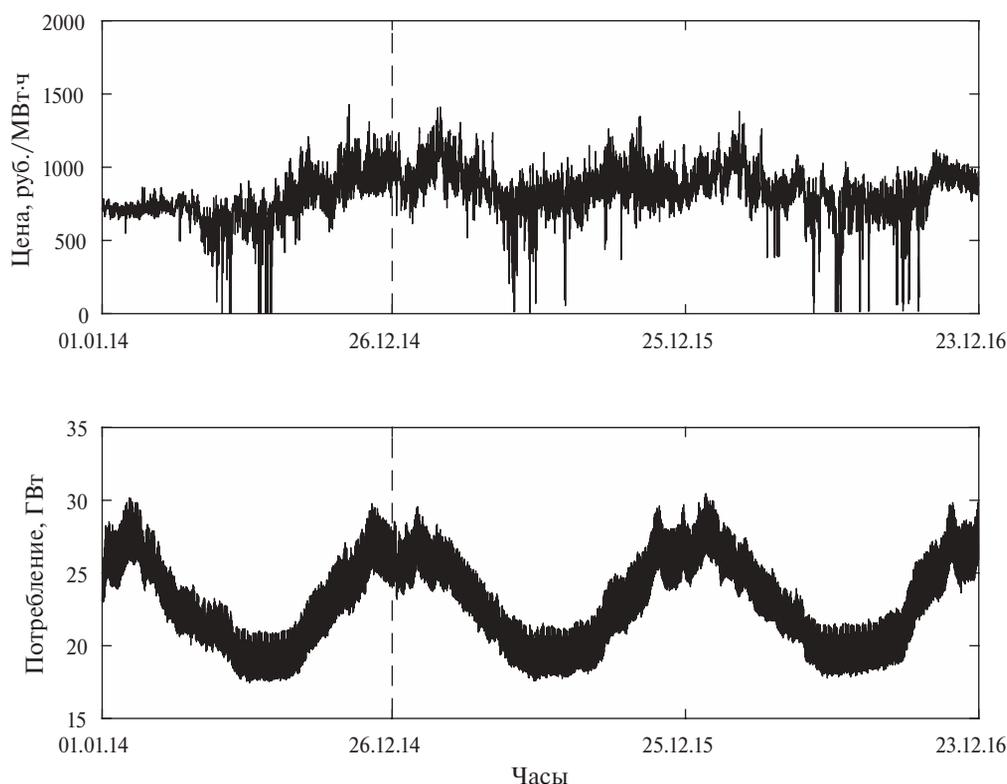


Рис. 2. Цена и плановое потребление электроэнергии для зоны Сибирь Российской биржи АТС

Для европейского рынка Nord Pool были использованы данные за период с 01.01.2013 по 24.12.2015. Данные по часовым системным ценам (показатель “SYS”) и прогнозу потребления (сумма показателей “Consumption prognosis” для Норвегии, Швеции, Финляндии и Дании) были получены с официального сайта биржи<sup>8</sup>. На рис. 3 приведены временные ряды показателей в указанный период.

Отметим, что для данного рынка мы протестировали модели на том же периоде, что и (Nowotarski, Weron, 2016). Это дало возможность сопоставить и верифицировать результаты, полученные ранее этими исследователями. В то же время апробация на российских рынках описанного в предыдущем разделе подхода к прогнозированию цены электроэнергии выполняется впервые.

**2.5. Результаты.** Рассмотрим полученные в рамках эмпирического эксперимента результаты сравнения качества прогнозов, формируемых посредством “наивной”, ARX, SCARX-W и SCARX-HP моделей.

Учитывая, что тестовый период был выбран равным 104 неделям (или 728 дням), для каждой модели мы получили соответствующее число значений  $WMAE$  и  $DMAE$ . Для дальнейшего анализа на их основе были рассчитаны следующие показатели.

1.  $\overline{WMAE}$  ( $\overline{DMAE}$ ) — арифметическое среднее всех значений  $WMAE$  ( $DMAE$ ), выраженное в процентах (так как отдельное значение представляет собой долю  $MAE$  в средней цене за период).
2.  $N_{Best}$  — число недель (дней), для которых модель оказалась лучшей, т.е. показала минимальное значение  $WMAE$  ( $DMAE$ ).
3.  $N_{<Naive}$  — число недель (дней), для которых модель оказалась лучше, чем “наивная”, т.е. показала меньшую  $WMAE$  ( $DMAE$ ), чем “наивная” модель.
4.  $N_{<ARX}$  — число недель (дней), для которых модель оказалась лучше, чем ARX, т.е. показала меньшую  $WMAE$  ( $DMAE$ ), чем ARX-модель.

<sup>8</sup> См. отчет “Historical Market Data” (<http://nordpoolspot.com/historical-market-data/>).

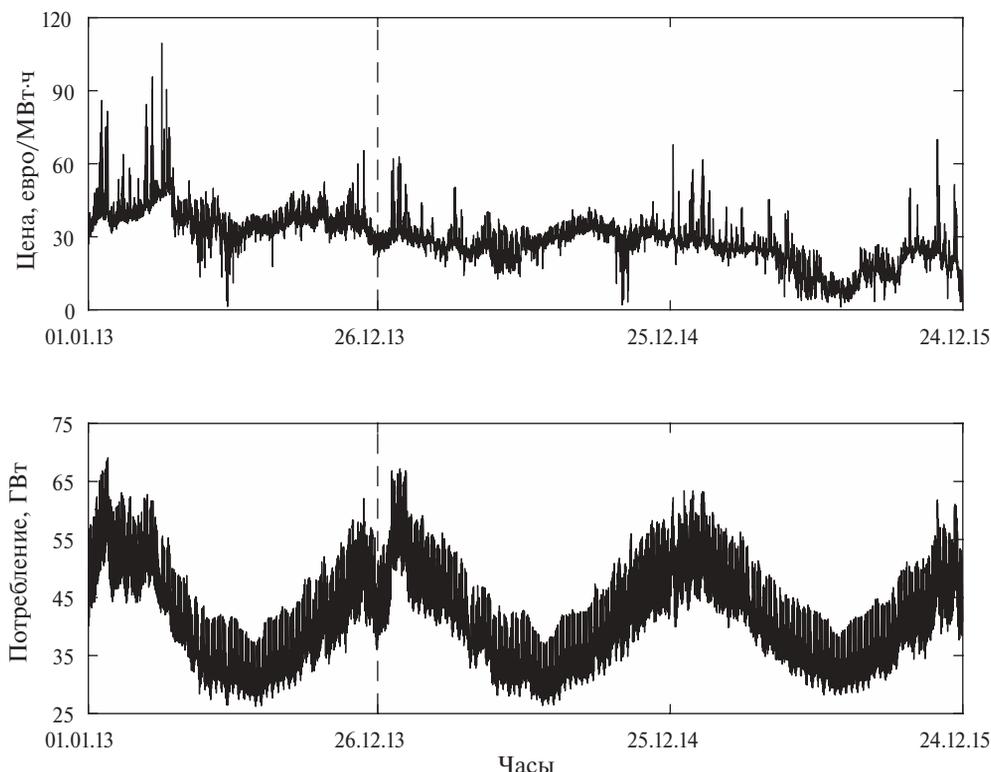


Рис. 3. Цена и плановое потребление электроэнергии Европейской биржи Nord Pool

5.  $\overline{MAD}$  — среднее отклонение от лучшей для каждой недели (дня) модели, т.е.

$$\frac{1}{104} \sum_{i=1}^{104} \left( WMAE_i^k - \min_k WMAE_i^k \right) \left( \frac{1}{728} \sum_{i=1}^{728} \left( DMAE_i^k - \min_k DMAE_i^k \right) \right),$$

где  $i$  — номер недели (дня), а  $k$  — модель прогнозирования.

Полученные результаты сравнения по недельным и дневным метрикам ошибки в целом оказались идентичными, поэтому далее мы подробно рассмотрим только табл. 1, которая содержит показатели на базе  $WMAE$  (см. таблицу в Приложении). Ее анализ позволяет сделать следующие выводы.

1. Модель ARX и все варианты SCARX на рынках EU и NP (за исключением SCARX- $W_6$ ) оказались лучше “наивной” модели в смысле минимизации ошибки прогноза ( $\overline{WMAE}_{EU}^{Naive} = 5,796\%$ ,  $\overline{WMAE}_{NP}^{Naive} = 9,661\%$ ). Этот же вывод подтверждается и при сравнении среднего отклонения от лучшей модели в рамках каждой недели  $\overline{MAD}$ . Также видно, что данные модели демонстрируют более высокую точность, чем “наивный” подход, для более чем половины недель тестового периода: наименьшее значение  $N_{<Naive}$  составляет 76 для вейвлет-сглаживания (за исключением SCARX- $W_6$ ) и ARX, а также 72 — для HP-фильтра.

Для рынка SI ситуация несколько иная. Здесь модели ARX и все SCARX-W (за исключением SCARX- $W_6$ ) оказались также точнее “наивной” ( $\overline{WMAE}_{SI}^{Naive} = 9,606\%$ ), в то время как ни одна SCARX-HP-модель не продемонстрировала более высокого качества. При этом число недель  $N_{<Naive}$ , на которых SCARX-HP оказывались лучше “наивной” модели, также достаточно внушительное (не менее половины, за исключением SCARX- $W_6$  и SCARX-HP $_{51 \times 10^{11}}$ ). Это свидетельствует о том, что, хотя зачастую данный тип моделей и был достаточно точным, в оставшиеся недели ошибка прогноза была большой, что в итоге привело к неудовлетворительным результатам. Стоит отметить, что для метрики  $DMAE$  модели SCARX-HP все-таки оказались точнее “наивной” и дали единственное расхождение с результатами, полученными на базе  $WMAE$ .

Таблица 1. Недельные показатели прогностических способностей “наивной”, ARX, SCARX-W и SCARX-HP моделей для трех рынков электроэнергии: ценовые зоны Европа—Урал и Сибирь российской биржи АТС, а также европейская биржа Nord Pool

Модель	АТС Европа—Урал (EU)			АТС Сибирь (SI)			Nord Pool (NP)			
	$WMAE$	$N_{Best}$	$N_{<Naive}$	$WMAE$	$N_{Best}$	$N_{<Naive}$	$WMAE$	$N_{Best}$	$N_{<Naive}$	$MAD$
“Наивная”	5,796	13	—	1,104	28	—	1,751	24	—	2,462
ARX	5,099	13	76	0,467	—	57	1,539	10	61	1,300
SCARX-W <sub>6</sub>	5,475	10	62	0,843	40	47	2,137	8	39	2,789
SCARX-W <sub>7</sub>	5,262	7	76	0,630	43	52	1,608	16	60	1,399
SCARX-W <sub>8</sub>	5,104	3	78	0,472	54	57	<b>1,288</b>	5	70	<b>1,190</b>
SCARX-W <sub>9</sub>	<b>5,042</b>	0	79	<b>0,410</b>	51	57	<b>1,411</b>	5	66	<b>1,110</b>
SCARX-W <sub>10</sub>	<b>4,975</b>	2	79	<b>0,343</b>	58	61	<b>1,363</b>	1	63	<b>1,133</b>
SCARX-W <sub>11</sub>	<b>4,973</b>	2	79	<b>0,341</b>	57	56	<b>1,370</b>	3	62	<b>1,218</b>
SCARX-W <sub>12</sub>	<b>4,963</b>	7	80	<b>0,331</b>	62	52	<b>1,555</b>	2	61	<b>1,253</b>
SCARX-W <sub>13</sub>	<b>4,932</b>	22	81	<b>0,300</b>	62	56	<b>1,425</b>	1	61	<b>1,263</b>
SCARX-HP <sub>1×10<sup>8</sup></sub>	5,228	4	72	0,596	42	50	1,913	6	65	1,465
SCARX-HP <sub>5×10<sup>8</sup></sub>	5,205	1	75	0,574	43	52	1,925	2	66	1,497
SCARX-HP <sub>1×10<sup>9</sup></sub>	5,195	1	76	0,563	42	55	1,879	4	64	1,518
SCARX-HP <sub>5×10<sup>9</sup></sub>	5,168	2	77	0,536	48	56	1,830	3	65	1,559
SCARX-HP <sub>1×10<sup>10</sup></sub>	5,158	4	78	0,527	48	57	1,850	2	65	1,566
SCARX-HP <sub>5×10<sup>10</sup></sub>	5,139	2	75	0,507	48	54	1,918	0	60	1,565
SCARX-HP <sub>1×10<sup>11</sup></sub>	5,131	4	72	0,500	47	53	1,953	4	59	1,557
SCARX-HP <sub>5×10<sup>11</sup></sub>	5,116	7	73	0,484	48	45	2,074	8	61	1,528

**Примечание.**  $WMAE$  — усредненная по 104 неделям  $WMAE$ ; приведена в процентах (доля  $MAE$  в средней цене за неделю).  $N_{Best}$  — число недель, для которых модель оказалась лучшей.  $N_{<Naive}$  — число недель, для которых модель лучше “наивной”.  $N_{<ARX}$  — число недель, для которых модель лучше, чем ARX.  $MAD$  — среднее отклонение от лучшей для каждой недели модели. Полужирным выделены  $WMAE$  и  $MAD$  для SCARX-моделей, которые оказались меньше, чем для ARX-модели. Подчеркиванием отмечены минимальные  $WMAE$  и  $MAD$ ; курсивом выделены  $WMAE$  и  $MAD$ , значения которых превышают соответствующие показатели для “наивной” модели.

Интересно отметить, что аналогичный по сути вывод можно сделать и для “наивной” модели на рынках SI и NP, если сравнивать ее с результатами, полученными средствами модели ARX. Видно, что число недель  $N_{<ARX}$ , когда первая приводит к более точным прогнозам, является достаточно большим: 47 для ценовой зоны Сибирь российского рынка и 43 для Европейской биржи Nord Pool. Но при этом точность прогноза “наивной” модели по-прежнему остается ниже, а следовательно, в оставшиеся недели она показывает существенный уровень ошибки.

2. SCARX-W-модели оказываются в среднем точнее, чем ARX-модели ( $\overline{WMAE}_{EU}^{ARX} = 5,099\%$ ,  $\overline{WMAE}_{SI}^{ARX} = 9,394\%$ ,  $\overline{WMAE}_{NP}^{ARX} = 8,499\%$ ) для большинства значений параметра масштаба  $m$ : на рынках EU и SI в 5 из 8 случаев, для биржи NP — в шесть из восьми. Оптимальные значения  $m$  находятся преимущественно в диапазоне от 8 до 13, в то время как 6 из 7 на всех биржах показывают результаты хуже, чем ARX-модель. В целом это ожидаемо, так как последние соответствуют сглаживанию на периодах примерно три и шесть дней, что приводит к достаточно волатильной оценке долгосрочной тренд-сезонной составляющей. Кроме того, при таком уровне сглаживания в нее включается краткосрочная сезонная недельная компонента (с характерным периодом в семь дней), которая тем не менее не учитывается при формировании прогноза тренда на базе модели случайного блуждания.

Что касается моделей SCARX-HP, то, как видно из данных, представленных в табл. 1, на всех рынках они оказываются хуже, чем ARX, не зависимо от выбранного значения параметра сглаживания временного ряда. Более того, как было отмечено выше, на рынке SI данный класс моделей не выигрывает даже у простой “наивной” модели. Это позволяет утверждать, что применение HP-фильтра для выделения тренда в контексте краткосрочного прогнозирования цены электроэнергии неоправданно, в то время как вейвлет-декомпозиция зачастую приводит к повышению средней точности прогнозов.

3. Для ценовой зоны Европа–Урал российской биржи АТС лучшие результаты (в смысле минимизации средней ошибки) показала модель SCARX-W<sub>13</sub>, для которой  $\overline{WMAE} = 4,932\%$ . Данная модель оказалась точнее “наивной” на 0,864% и в течение 81 недели была лучше нее. По сравнению с ARX аккуратность повысилась на 0,167%, а на 62 неделе ARX проигрывала SCARX-W<sub>13</sub>.

В свою очередь, для зоны Сибирь наиболее точной оказалась модель SCARX-W<sub>8</sub> с ошибкой  $\overline{WMAE} = 9,144\%$ . Уменьшение ошибки прогноза относительно “наивной” и ARX моделей составило 0,462 и 0,250% соответственно. В течение 57 недель SCARX-W<sub>8</sub> была точнее “наивной” модели, и 55 недель — чем ARX.

Наконец, на европейском рынке Nord Pool минимальную ошибку  $\overline{WMAE} = 8,309\%$  показывает SCARX-W<sub>9</sub>. Здесь точность удалось повысить на 1,352% относительно “наивной” модели и на 0,190% — по сравнению с ARX. В течение 66 недель SCARX-W<sub>9</sub> опережала первую и в течение 67 недель — последнюю.

Стоит отметить, что не всегда наиболее точная в среднем модель оказывалась такой же точной чаще других в рамках отдельных недель тестового периода. Так, на рынке EU, где  $N_{Best} = 22$  для самой аккуратной в среднем модели, это наблюдение справедливо, в то время как на SI и NP чаще всего наиболее точной оказывалась “наивная” модель (33 и 24 недели соответственно), а лучшие в среднем модели на отдельных неделях оказывались таковыми только в четырех для SI и пяти для NP случаев. Хотя это выглядит странно, но свидетельствует лишь о том, что другие модели, демонстрируя лучший результат на конкретных неделях, оказываются существенно менее точными на оставшихся периодах.

4. Эмпирические результаты показывают, что наибольшее повышение точности за счет использования моделей типа SCARX удается получить на тех рынках, где тренд выражен более отчетливо. Действительно, визуальный анализ рис. 1–3 показывает, что на бирже EU тренд практически отсутствует, в то время как для SI и NP он прослеживается гораздо более явно. В свою очередь, уменьшение ошибки (для лучшей SCARX-модели) на первой бирже EU оказалось наименьшим (0,167%), в то время как на двух других показало более высокие значения (0,250 и 0,190% соответственно).

По нашему мнению, наиболее существенное повышение точности прогнозов для модели SCARX достигается за счет компромисса между уровнем сглаживания для оценки тренда и волатильностью остатка: с одной стороны, сильное сглаживание приводит к менее вариативному и более прогнозируемому остатку, но с другой — тренд становится недостаточно персистентным, чтобы можно было применять модель случайного блуждания, и включает нерелевантные краткосрочные изменения.

Для формальной проверки результатов сравнения на базе средневзвешенных ошибок мы также выполнили DM-тест на статистически значимое различие качества прогнозов между моделью ARX и лучшей в каждом классе методов сглаживания модели SCARX. Для вейвлет-декомпозиции это —  $W_{13}$  на рынке EU,  $W_8$  — на SI и  $W_9$  — на NP. Для HP-фильтра —  $HP_{5 \times 10^{11}}$ ,  $HP_{5 \times 10^9}$  и  $HP_{1 \times 10^8}$  соответственно. Как упоминалось ранее, тестирование производилось для каждого часа суток.

На рис. 4 показаны результаты DM-теста для каждого часа суток. Здесь если статистика теста (вертикальная непрерывная линия) превышает верхнее критическое значение (пунктирная линия в положительной области), то качество прогноза SCARX признается статистически лучше на уровне 5%, чем качество прогноза ARX. Если же статистика отрицательная и меньше нижнего критического значения (пунктирная линия в отрицательной области), то точность прогноза SCARX классифицируется как значимо более низкая на уровне 5%.

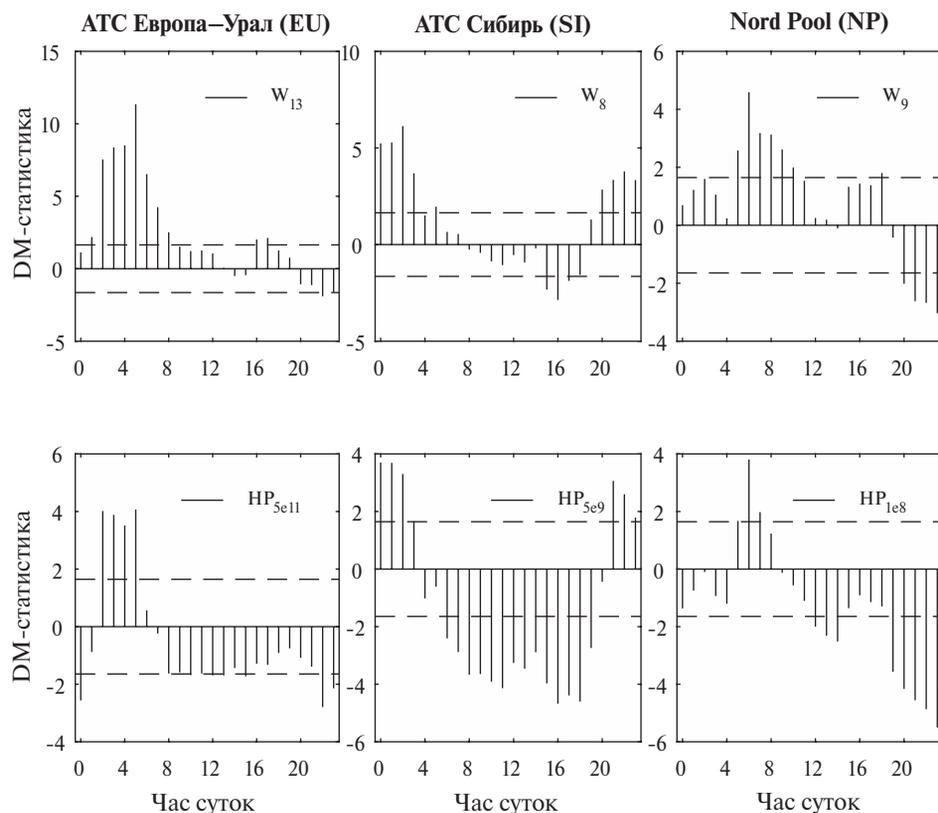


Рис. 4. Результаты DM-теста наиболее точных моделей SCARX-W и SCARX-HP (на каждом из рынков) в сравнении со спецификацией ARX для каждого часа суток

Табл. 2 содержит агрегированные показатели тестирования — число часов, для которых SCARX оказалась лучше и хуже ARX, а также их процент от общего числа торговых периодов в сутках. Анализ ее данных позволяет сделать вывод, что DM-тест в целом подтверждает полученные выше результаты сравнения моделей на базе  $WMAE$ . Во-первых, модель SCARX-W на каждом из рынков достаточно редко оказывается хуже ARX: максимальный процент часов (когда одна модель лучше другой) здесь оказался 17% (4 часа) для рынка NP, в то время как минимальный составляет 4% (1 час) для биржи EU. Во-вторых, SCARX-W опережает ARX по качеству прогноза минимально в 29% случаев (7 часов) на рынке NP, в то время как максимальное значение показателя составляет

42% (10 часов) на бирже EU. В-третьих, SCARX-HP демонстрирует результаты хуже SCARX-W на всех рассмотренных рынках, так как число часов  $N_{better}$  для модели на базе HP-фильтра в среднем меньше в 1,6 раза, чем для модели с вейвлет-сглаживанием, в то время как число часов  $N_{worse}$  больше в 4,5 раза.

**Таблица 2.** Агрегированные результаты DM-тестов наиболее точных моделей SCARX-W и SCARX-HP (на каждом из рынков) против спецификации ARX

Параметр	АТС Европа—Урал (EU)		АТС Сибирь (SI)		Nord Pool (NP)	
	SCARX-W <sub>13</sub>	SCARX-HP <sub>5×011</sub>	SCARX-W <sub>8</sub>	SCARX-HP <sub>5×10<sup>9</sup></sub>	SCARX-W <sub>9</sub>	SCARX-HP <sub>1×10<sup>8</sup></sub>
$N_{better}$	10 (42)	4 (17)	9 (38)	7 (29)	7 (29)	3 (13)
$N_{worse}$	1 (4)	7 (29)	3 (13)	14 (58)	4 (17)	8 (33)

**Примечание.**  $N_{better}$  — число часов, для которых модель SCARX прогнозирует значимо точнее, чем ARX;  $N_{worse}$  — число часов, для которых модель SCARX прогнозирует значимо хуже, чем ARX. В скобках приведены значения доли (в процентах от числа) торговых периодов в сутках (для исследуемых рынков — 24 часа).

Возвращаясь к вопросу о применении моделей, разработанных для европейских бирж, на российском рынке электроэнергии (Валь, Клепче, 2011), можно сделать вывод, что, как и ожидалось, для рассмотренных в исследовании спецификаций их использование вполне оправдано. Очевидно, что причиной этого является как статистическая природа авторегрессионных моделей, так и принципиальная идентичность стилизованных свойств временных рядов цен в зонах рынка России и биржи Nord Pool.

Наконец, хотелось бы отметить, что период и данные для рынка Nord Pool в нашем исследовании были выбраны такими же, как в работе (Nowotarski, Weron, 2016), где была впервые предложена и апробирована модель SCARX. В целом наши результаты в части  $WMAE$  совпали с результатами указанных авторов. Однако мы обнаружили одно интересное отличие. Так, если по нашим расчетам усредненная величина  $WMAE$  для “наивной” модели составила 9,661%, то в первоисточнике она равняется 12,663%. Ввиду этого рост точности моделей ARX и SCARX в соответствии с нашими результатами оказывается меньше на 3%, что в контексте получаемых оценок ошибок является достаточно существенным значением. Однако в любом случае более сложные спецификации моделей оказались точнее, чем “наивная” модель для биржи Nord Pool, как и для российских рынков.

### 3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе в контексте задачи краткосрочного прогнозирования цены выполнена апробация для российского оптового рынка электроэнергии (ценовые зоны Европа—Урал и Сибирь) класса моделей SCARX (Seasonal Component AutoRegressive), предложенного (Nowotarski, Weron, 2016). В отличие от более традиционной авторегрессионной спецификации ARX, не учитывающей долгосрочные изменения цены, модель SCARX представляет собой комбинацию экстраполяции тренд-сезонной компоненты (с использованием модели случайного блуждания) и прогноза остатка временного ряда (на базе авторегрессионной спецификации (Misiorek et al., 2006)). Для выделения трендовой составляющей использованы вейвлет-сглаживание и HP-фильтр. Проведено сравнение аккуратности прогнозов SCARX с ARX и “наивной” модели. Для этих целей использованы показатели средневзвешенной недельной и дневной ошибок, а также DM-тест.

Показано, что вариант модели SCARX с HP-фильтром приводит к менее точным результатам, чем ARX, в то время как использование вейвлет-сглаживания с корректно подобранным параметром масштаба позволяет повысить аккуратность прогнозов. Наиболее точной моделью для ценовой зоны Европа—Урал оказалась SCARX-W<sub>13</sub>, показав среднюю недельную ошибку в 4,932% и дневную — в 4,997%. Для зоны Сибирь — модель SCARX-W<sub>8</sub> со средними ошибками 9,144 и 10,051% соответственно. С точки зрения результатов DM-теста, выполненного для каждого часа суток, в первой зоне лучшая модель оказалась статистически значимо более точной, чем ARX для 10 из 24 часов, а хуже — только для одного часа. Во второй зоне эти значения составили девять и три соответственно.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Таблица. Дневные показатели прогностических способностей “наивной”, ARX-, SCARX-W- и SCARX-HP-моделей для трех рынков электроэнергии

Модель	АТС Европа — Урал (EU)			АТС Сибирь (SI)			Nord Pool (NP)								
	$DMAE$	$N_{Best}$	$N_{<Naive}$	$N_{<ARX}$	$MAD$	$DMAE$	$N_{Best}$	$N_{<Naive}$	$N_{<ARX}$	$MAD$	$DMAE$	$N_{Best}$	$N_{<Naive}$	$N_{<ARX}$	$MAD$
“Наивная”	5,860	170	—	312	1,983	11,401	210	—	383	4,567	9,944	184	—	356	4,210
ARX	5,153	77	416	—	1,276	10,370	72	345	—	3,536	8,653	50	372	—	2,920
SCARX-W <sub>6</sub>	5,551	79	373	306	1,674	10,821	45	289	320	3,987	10,154	83	285	278	4,421
SCARX-W <sub>7</sub>	5,326	58	383	344	1,449	10,377	47	327	357	3,543	8,729	75	373	378	2,996
SCARX-W <sub>8</sub>	5,166	20	390	356	1,289	<b>10,051</b>	11	356	377	<b>3,217</b>	<b>8,519</b>	33	381	379	<b>2,785</b>
SCARX-W <sub>9</sub>	<b>5,102</b>	19	419	375	<b>1,225</b>	<b>10,121</b>	19	353	386	<b>3,287</b>	<b>8,436</b>	22	378	395	<b>2,703</b>
SCARX-W <sub>10</sub>	<b>5,034</b>	18	418	381	<b>1,157</b>	<b>10,086</b>	14	364	388	<b>3,251</b>	<b>8,459</b>	10	387	390	<b>2,726</b>
SCARX-W <sub>11</sub>	<b>5,029</b>	23	428	390	<b>1,152</b>	<b>10,093</b>	14	350	381	<b>3,259</b>	<b>8,547</b>	22	395	391	<b>2,814</b>
SCARX-W <sub>12</sub>	<b>5,018</b>	29	434	393	<b>1,141</b>	<b>10,275</b>	49	340	350	<b>3,441</b>	<b>8,592</b>	31	379	365	<b>2,859</b>
SCARX-W <sub>13</sub>	<b>4,997</b>	73	445	418	<b>1,120</b>	<b>10,236</b>	62	358	416	<b>3,402</b>	<b>8,642</b>	41	377	371	<b>2,908</b>
SCARX-HP <sub>1×10<sup>8</sup></sub>	5,286	39	408	363	1,409	10,612	30	347	354	3,778	8,776	47	374	368	3,043
SCARX-HP <sub>5×10<sup>8</sup></sub>	5,261	14	412	365	1,384	10,636	18	340	367	3,801	8,811	14	374	352	3,077
SCARX-HP <sub>1×10<sup>9</sup></sub>	5,250	17	403	356	1,373	10,597	11	340	376	3,763	8,834	29	369	338	3,101
SCARX-HP <sub>5×10<sup>9</sup></sub>	5,222	15	409	342	1,344	10,557	13	341	371	3,723	8,879	17	369	342	3,146
SCARX-HP <sub>1×10<sup>10</sup></sub>	5,212	18	408	349	1,334	10,579	22	345	367	3,745	8,885	12	368	347	3,152
SCARX-HP <sub>5×10<sup>10</sup></sub>	5,192	7	409	333	1,315	10,649	21	347	354	3,815	8,878	14	366	349	3,145
SCARX-HP <sub>1×10<sup>11</sup></sub>	5,184	13	410	335	1,307	10,683	15	337	349	3,849	8,869	20	367	355	3,136
SCARX-HP <sub>5×10<sup>11</sup></sub>	5,168	39	402	348	1,291	10,797	55	323	336	3,963	8,848	24	369	354	3,114

**Примечание.** Ценовые зоны: Европа—Урал и Сибирь российской биржи АТС, а также европейская биржа Nord Pool.  $DMAE$  — усредненная по 728 дням DMAE; приведена в процентах (доля MAE в средней цене за день);  $N_{Best}$  — число дней, для которых модель оказалась лучше;  $N_{<Naive}$  — число дней, для которых модель лучше, чем “наивная”;  $N_{<ARX}$  — число дней, для которых модель лучше, чем ARX;  $MAD$  — среднее отклонение от лучшей для каждого дня модели. Полу жирным шрифтом выделены  $DMAE$  и  $MAD$  для SCARX-моделей, которые оказались меньше, чем для ARX-модели; подчеркиванием — минимальные  $DMAE$  и  $MAD$ ; курсивом —  $DMAE$  и  $MAD$ , значения которых превышают соответствующие показатели для “наивной” модели.

Несмотря на положительные результаты тестирования модели SCARX на российском рынке электроэнергии, можно обозначить определенные проблемы с необходимостью априорного выбора того метода и уровня сглаживания, который приведет к наилучшим результатам. И даже более того — хотя модели SCARX-W и показали себя в среднем более точными, чем ARX, но в принципе не существует возможности по формальным признакам заранее определить объективную потребность в использовании SCARX (для повышения точности прогнозов относительно ARX) в зависимости от выраженности тренда.

Учитывая это, в будущих исследованиях авторы планируют рассмотреть некоторые распространенные методы комбинирования прогнозов, полученных с помощью различных вариантов SCARX (с различными типами и параметрами сглаживания). Среди них можно выделить простое усреднение, усреднение на базе метода наименьших квадратов (МНК), метод наименьшего абсолютного отклонения, метод МНК с положительными коэффициентами, метод ограниченного МНК (с условием на сумму коэффициентов), байесовское усреднение моделей и усреднение с обратно пропорциональными среднеквадратичной ошибке весами. Как показано в ряде предыдущих работ (см., например, (Nowotarski и др., 2014)), применение подобной техники приводит к уменьшению средней ошибки прогноза. В случае моделей SCARX это также потенциально позволит нивелировать риск априорного выбора параметров сглаживания при оценке тренд-сезонной составляющей цены.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Валь П.В., Клепче Н.С.** (2011). Краткосрочное прогнозирование цены на электроэнергию в условиях оптового рынка электроэнергии и мощности. [Электронный ресурс]. Режим доступа: [http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2011/thesis/s9/s9\\_30.pdf](http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2011/thesis/s9/s9_30.pdf), доступ свободный. Загл. с экрана. Яз. рус. (дата обращения: 09.2017).
- Чучуева И.А.** (2012). Модель прогнозирования временных рядов по выборке максимального подобия. Кандидатская диссертация. М.: МГТУ им. Баумана.
- Федорова Е.А., Афанасьев Д.О.** (2015). Исследование взаимосвязи цены и спроса на российском рынке электроэнергии // *Известия РАН. Энергетика*. № 3. С. 3–17.
- Afanasyev D., Fedorova E.** (2016). The Long-Term Trends on the Electricity Markets: Comparison of Empirical Mode and Wavelet Decompositions // *Energy Economics*. No. 56. P. 432–442.
- Carmon R., Coulon M.** (2014). A Survey of Commodity Markets and Structural Models for Electricity Prices. In: “*Modeling, Pricing, and Hedging in Energy and Commodity Markets*”. New York: Springer.
- Casazza J., Delea F.** (2003). Understanding Electric Power Systems: An Overview of the Technology and the Marketplace. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Conejo A.J., Contreras J., Espinola R., Plazas M.A.** (2005). Forecasting Electricity Prices for a Day-Ahead Pool-Based Electric Energy Market // *International Journal of Forecasting*. Vol. 21. No. 3. P. 435–462.
- De Jong C.** (2006). The Nature of Power Spikes: A Regime-Switch Approach // *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*. Vol. 10. No. 3. P. 35–47.
- Diebold F.X., Mariano R.S.** (1995). Comparing Predictive Accuracy // *Journal of Business and Economic Statistics*. Vol. 13. P. 253–263.
- Eydeland A., Wolyniec K.** (2012). Energy and Power Risk Management. Hoboken, New Jersey: Wiley.
- Haldrup N., Nielsen F., Nielsen M.** (2010). A Vector Autoregressive Model for Electricity Prices Subject to Long Memory and Regime Switching // *Energy Economics*. No. 32. P. 1044–1058.
- Hodrick R., Prescott E.** (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation // *Journal of Money, Credit and Banking*. Vol. 29. No. 1. P. 1–16.
- Hyndman R., Athanasopoulos G.** (2013). Forecasting: Principles and Practice. [Электронный ресурс]. Режим доступа: <http://otexts.org/fpp/>, доступ свободный. Загл. с экрана. Яз. англ. (дата обращения: 09.2017).
- Janczura J., Trück S., Weron R., Wolff R.** (2013). Identifying Spikes and Seasonal Components in Electricity Spot Price Data: A Guide to Robust Modeling // *Energy Economics*. No. 38. P. 96–110.
- Lisi F., Nan F.** (2014). Component Estimation for Electricity Prices: Procedures and Comparisons // *Energy Economics*. No. 44. P. 143–159.
- Maciejowska K., Nowotarski J., Weron R.** (2016). Probabilistic Forecasting of Electricity Spot Prices Using Factor Quantile Regression Averaging // *International Journal of Forecasting*. Vol. 32. No. 3. P. 957–965.

- Maciejowska K., Weron R.** (2016). Short- and Mid-Term Forecasting of Baseload Electricity Prices in the UK: The Impact of Intra-Day Price Relationships and Market Fundamentals // *IEEE Transactions on Power Systems*. Vol. 31. No. 2. P. 994–1005.
- Misiolek A., Trück S., Weron R.** (2006). Point and Interval Forecasting of Spot Electricity Prices: Linear vs. Non-Linear Time Series Models // *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*. Vol. 10. No. 3. P. 57–66.
- Nogales F.J., Contreras J., Conejo A.J., Espinola R.** (2002). Forecasting Next-Day Electricity Prices by Time Series Models // *IEEE Transactions on Power Systems*. No. 17. P. 342–348.
- Nowotarski J., Raviv E., Trück S., Weron R.** (2014). An Empirical Comparison of Alternative Schemes for Combining Electricity Spot Price Forecasts // *Energy Economics*. No. 46. P. 342–348.
- Nowotarski J., Tomczyk J., Weron R.** (2013). Robust Estimation and Forecasting of the Long-Term Seasonal Component of Electricity Spot Prices // *Energy Economics*. No. 39. P. 13–27.
- Nowotarski J., Weron R.** (2016). On the Importance of the Long-Term Seasonal Component in Day-Ahead Electricity Price Forecasting // *Energy Economics*. No. 57. P. 228–235.
- Weron R.** (2014). Electricity Price Forecasting: A Review of the State-of-the-Art with a Look into the Future // *International Journal of Forecasting*. No. 30. P. 1030–1081.
- Weron R., Zator M.** (2015). A Note on Using the Hodrick — Prescott Filter in Electricity Markets // *Energy Economics*. No. 48. P. 1–6.

## REFERENCES (with English translation or transliteration)

- Afanasyev D., Fedorova E.** (2016). The Long-Term Trends on the Electricity Markets: Comparison of Empirical Mode and Wavelet Decompositions. *Energy Economics*, 56, 432–442.
- Carmon R., Coulon M.** (2014). A Survey of Commodity Markets and Structural Models for Electricity Prices. In: “*Modeling, Pricing, and Hedging in Energy and Commodity Markets*”. New York: Springer.
- Casazza J., Delea F.** (2003). Understanding Electric Power Systems: An Overview of the Technology and the Marketplace. Hoboken: Wiley.
- Chuchueva I.A.** (2012). The Time Series Forecasting Model with Maximum Likeness Sample. Postgraduate thesis. Moscow: BMSTU.
- Conejo A.J., Contreras J., Espinola R., Plazas M.A.** (2005). Forecasting Electricity Prices for a Day-Ahead Pool-Based Electric Energy Market. *International Journal of Forecasting*, 21, 3, 435–462.
- De Jong C.** (2006). The Nature of Power Spikes: A Regime-Switch Approach. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 10, 3, 35–47.
- Diebold F.X., Mariano R.S.** (1995). Comparing Predictive Accuracy. *Journal of Business and Economic Statistics*, 13, 253–263.
- Eydeland A., Wolyniec K.** (2012). Energy and Power Risk Management. New Jersey: Wiley.
- Fedorova E., Afanasyev D.** (2015). Study of the Dynamic Price-Demand Relationship for Russian Electricity Market. *Proceedings of the Russian Academy of Sciences. Power Engineering*, 3, 3–17 (in Russian).
- Haldrup N., Nielsen F., Nielsen M.** (2010). A Vector Autoregressive Model for Electricity Prices Subject to Long Memory and Regime Switching. *Energy Economics*, 32, 1044–1058.
- Hodrick R., Prescott E.** (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation. *Journal of Money, Credit and Banking*, 29, 1, 1–16.
- Hyndman R., Athanasopoulos G.** (2013). Forecasting: Principles and Practice. Available at: <http://otexts.org/fpp> (accessed: September 2017).
- Janczura J., Trück S., Weron R., Wolff R.** (2013). Identifying Spikes and Seasonal Components in Electricity Spot Price Data: A Guide to Robust Modeling. *Energy Economics*, 38, 96–110.
- Lisi F., Nan F.** (2014). Component Estimation for Electricity Prices: Procedures and Comparisons, *Energy Economics*, 44, 143–159.
- Maciejowska K., Nowotarski J., Weron R.** (2016). Probabilistic Forecasting of Electricity Spot Prices Using Factor Quantile Regression Averaging. *International Journal of Forecasting*, 32, 3, 957–965.
- Maciejowska K., Weron R.** (2016). Short- and Mid-Term Forecasting of Baseload Electricity Prices in the UK: The Impact of Intra-Day Price Relationships and Market Fundamentals. *IEEE Transactions on Power Systems*, 31, 2, 994–1005.

- Misiorek A., Trück S., Weron R. (2006). Point and Interval Forecasting of Spot Electricity Prices: Linear vs. Non-Linear Time Series Models. *Studies in Nonlinear Dynamics and Econometrics*, 10, 3, 57–66.
- Nogales F.J., Contreras J., Conejo A.J., Espinola R. (2002). Forecasting Next-Day Electricity Prices by Time Series Models. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17, 342–348.
- Nowotarski J., Raviv E., Trück S., Weron R. (2014). An Empirical Comparison of Alternative Schemes for Combining Electricity Spot Price Forecasts. *Energy Economics*, 46, 342–348.
- Nowotarski J., Tomczyk J., Weron R. (2013). Robust Estimation and Forecasting of the Long-Term Seasonal Component of Electricity Spot Prices. *Energy Economics*, 39, 13–27.
- Nowotarski J., Weron R. (2016). On the Importance of the Long-Term Seasonal Component in Day-Ahead Electricity Price Forecasting. *Energy Economics*, 57, 228–235.
- Val' P.V., Klepche N.S. (2011). Short-Term Electricity Prices Forecasting under Conditions of the Wholesale Electricity and Capacity Market. Available at: [http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2011/thesis/s9/s9\\_30.pdf](http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2011/thesis/s9/s9_30.pdf) (accessed: September 2017, in Russian).
- Weron R. (2014). Electricity Price Forecasting: A Review of the State-of-the-Art with a Look into the Future. *International Journal of Forecasting*, 30, 1030–1081.
- Weron R., Zator M. (2015). A Note on Using the Hodrick — Prescott Filter in Electricity Markets. *Energy Economics*, 48, 1–6.

## A Short-Term Electricity Price Forecasting on the Russian Market Using the SCARX Models Class

D.O. Afanasyev<sup>i,\*</sup>, E.A. Fedorova<sup>ii,\*\*</sup>

<sup>i</sup> Postgraduate student of the Data Analysis, Decision Making and Financial Technologies Department;  
Financial University under the Government of the Russian Federation, Moscow, Russia

<sup>ii</sup> Financial Management Department Financial University under the Government of the Russian Federation;  
Finance Department — Higher School of Economics, Moscow, Russia

\* E-mail: [dmafanasyev@gmail.com](mailto:dmafanasyev@gmail.com) \*\* E-mail: [ecolena@mail.ru](mailto:ecolena@mail.ru)

Received 17.09.2017

The presented study was funded by the Russian Foundation for Basic Research (RFBR) within research project No. 16-06-00237A.

This research is focused on the approbation of Seasonal Component Autoregressive with exogenous factors (SCARX) forecasting models class on two price area of the Russian electricity market. The SCARX model consists of extrapolation of long-term trend-seasonal component and independent forecasting of short-term seasonal-stochastic component of electricity price. The SCARX based on wavelet decomposition (SCARX-W) and Hodrick–Prescott filter (SCARX-HP) for the wide range of time-series smoothing parameters are compared with the usual autoregression model ARX and naïve approach (based on assumption of the price similarity in the same weekday). The performance evaluation was carried out using weighted weekly and daily mean absolute errors, as well as the formal statistical procedure of the prediction ability comparison — Diebold–Mariano test (DM-test). The historical data of price and planned consumption in the Europe–Ural and Siberia price areas of the Russian electricity exchange were used for the numerical experiment, while testing period is 104 week or 728 days long. The study shows that in the Russian markets SCARX-W model exhibits more accurate forecast compare to SCARX-HP and ARX. The minimal weekly error achieved on Europe–Ural price area is 4,932%, daily error — 4,997%. The same indicators for Siberia price area are 9,144% and 10,051%, correspondingly. The same results are proved by the formal DM-test carried for each hour in trading day. In order to overcome the problem of a priori selection of smoothing parameters, it is proposed to use various methods of forecast combinations.

**Keywords:** electricity price forecasting, seasonal component autoregressive, wavelet-smoothing, Hodrick–Prescott filter, Diebold–Mariano test.

**JEL Classification:** C22, C53, L94, Q47.

**DOI:** 10.31857/S042473880003318-8