ЭКОНОМИКА И МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ, 2018, том 54, № 1, с. 52–68

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

О ПОИСКЕ СОСТОЯНИЯ РАВНОВЕСИЯ ПРОСТРАНСТВЕННО-РАССРЕДОТОЧЕННЫХ РЫНКОВ НЕСОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ ОДНОРОДНОГО ПРОДУКТА

© 2018 г. А.Г. Коваленко[I]

Аннотация. Рассматриваются структуры пространственно рассредоточенных экономических систем – рассредоточенных рынков, субъектами которых являются производители однородного продукта, потребители, перекупщики. Товары от производителя до потребителя доходят посредством товарно-денежного обмена. Модели рассредоточенных рынков совершенной конкуренции анализируются как системы нелинейных уравнений теории гидравлических сетей. Для построения моделей несовершенной конкуренции субъекты рынков и балансовые соотношения обмена между ними описываются экстремальными задачами. В результате получаем сетевую теоретико-игровую задачу, неизвестную ранее. Она определяет взаимодействие субъектов, как на локальных рынках узлов сети, так и между рынками различных узлов. Меняя лидерство субъектов обмена на локальных рынках и принадлежность предприятий, мы получаем полный спектр структур взаимодействия субъектов экономической системы от рынков совершенной конкуренции до централизованного управления. Для рассматриваемых структур приводятся алгоритмы отыскания состояний равновесия. Реализация этих алгоритмов на ЭВМ дает инструмент для анализа конкретных экономических систем рассматриваемого вида.

Ключевые слова: структуры однопродуктового пространственно рассредоточенного рынка, несовершенная конкуренция рассредоточенных рынков, сетевые задачи теории игр, модели и методы отыскания состояний равновесия.

Классификация JEL: L13.

ВВЕДЕНИЕ

Проблема описания экономической системы и существования ее равновесия была изложена еще в работе Л. Вальраса “*Элементы чистой политической экономии*”. Л. Вальрас понимал, что теория является математической, изложение и доказательство существование равновесия должны быть математическими. Такая математическая модель были создана К. Эрроу и Дж. Дебре (и независимо от них Ж. Маккензе). Подробно с моделью и доказательством существования равновесия можно ознакомиться в работе (Никайдо, 1972, с. 514). Для этого доказательства использовалась выдающаяся теорема Какутани о неподвижной точке. К сожалению, модель имела чисто теоретический интерес – взаимодействия субъектов основывались только на совершенной конкуренции, невозможно было провести численные эксперименты, и это не позволяло применять данную модель для анализа реальных систем. В модели отсутствовала пространственная компонента экономики и, соответственно, основной ее носитель – перекупщик.

Вычислительный аспект в модели экономики ввел В. Леонтьев, разработав модели межотраслевого баланса (затраты – выпуск). Затем, как развитие этой идеи, формируются международные, межотраслевые, межрегиональные балансы, балансы между предприятиями и т.д. (Клейнер, 2015, с. 50–58). Основным инструментарием этого моделирования являются методы линейной алгебры с наиболее известными пакетами программ GAMS (General Algebraic Modeling System), GEMPACK (General Equilibrium Modelling PACKage), MPSGE (Mathematical Programming System for General Equilibrium analysis).

Одним из путей развития модели Эрроу – Дебре стали их вычислимые аналоги. Примером применения этих аналогов стала работа по анализу российской экономики (Макаров, 1999, с. 93).

[I] **Алексей Гаврилович Коваленко** – д.ф.-м.н., профессор, доцент, ФГАУВО “Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева”, Самара; alexey.gavrilovich.kovalenko@rambler.ru.

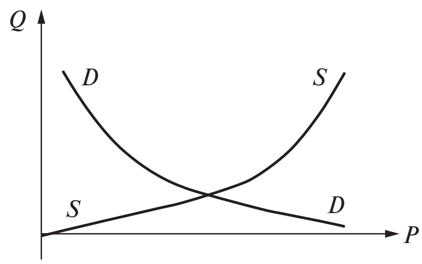

Рис. 1. Однопродуктовый сосредоточенный рынок (*D-D* –- кривая спроса; S-S – кривая предложения)

Пространственно рассредоточенным аналогом этих моделей являются многопродуктовые рассредоточенные рынки, которые в свою очередь также развиавют модели межотраслевого баланса (Коваленко, 2001, с. 92–106).

Моделям рынков несовершенной конкуренции посвящены основные работы нобелевского лауреата 2014 года Ж. Тироля (например, (Тироль, 1996, с. 745)). В них используются экстремальные постановки моделей субъектов рынков. На этой основе рассматривается и анализируется широкий спектр проблем таких рынков, включая несовершенную конкуренцию. Однако в построенных моделях отсутствует пространственно – ценовая дифференциация рынков и методы их численного анализа.

Известно несколько, достаточно близких по смыслу, определений рынка. Для понимания сути пространственно рассредоточенных рынков в этих определениях следует помнить, что на рынке взаимодействуют собственники товара, и рынок это место, где товар меняет своего собственника. Связь рынка с местом обмена имеет не только экономический, но и юридический аспект.

Поведение рынка совершенной конкуренции однородного продукта (однопродуктовый рынок) описывается кривыми спроса потребителей и предложений производителей товара. Равновесие рынка, достигается в точке пересечения этих кривых. Такой рынок будем называть сосредоточенным (локальным), если поведение всех его субъектов (потребителей и производителей) можно описать одной кривой спроса и одной кривой предложений (рис. 1).

Сосредоточенный рынок неявно предполагает, что на рынке встречаются два субъекта (вообще говоря, агрегированные): производитель и потребитель. Эти субъекты расположены там, где осуществляется обмен, или их кривые спроса и предложения приведены к условиям этого места. В экономической теории эти кривые строятся как функции отклика задач оптимального управления субъектами обмена.

Реальная экономика обладает следующими свойствами: неравномерности географических и физических свойств территорий; разбросанности размещения различных видов природных ресурсов; разбросанности и ограниченности мест для комфортной жизни людей; склонности людей к определенным видам труда и соответственно к производству отдельных видов продуктов; потребности к потреблению продуктов, которые производятся вдали от мест проживания. И это далеко не полный перечень причин, которые приводят рынок к пространственному рассредоточению, и соответственно, к появлению субъектов, которые играют роль перекупщиков – покупающих продукцию на одном локальном рынке и продающих на другом (Коваленко, 1999, с. 108–115.). История развития человечества показывает, что перекупщики являются не менее важной составляющей в сравнении с производителями и потребителями, они – одна из движущих сил познания и освоения новых территорий.

Классическим примером рассредоточенного рынка в его полном многообразии служит международный нефтяной рынок (Хачатуров, 2015, с. 304). Нефть добывается практически на всех континентах, нефть и ее производные продукты используются практически во всех уголках земного шара. Ее продают, перепродают, транспортируют, перерабатывают. Нефть по своим свойствам разнородна, это дает не только пространственную дифференциацию этого товара, но и дифференциацию по ее свойствам. Наверное, ни в какой другой отрасли так явно не выражены все формы экономических взаимодействий субъектов рынков (структур рынков). Игры на нефтяном рынке определяют политику государств, и наоборот. Мировой нефтяной рынок – это

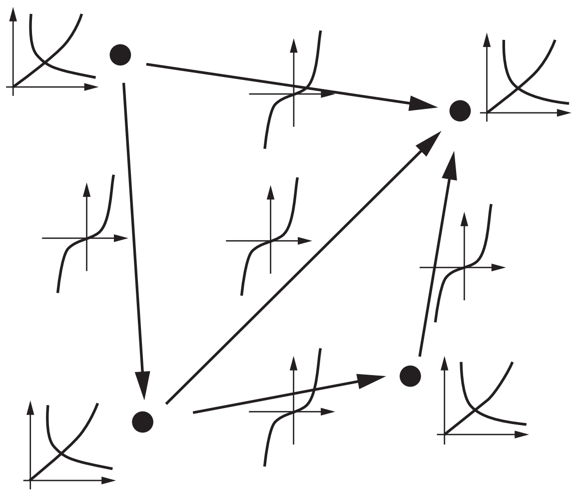

Рис. 2. Пример схемы структуры однопродуктового рассредоточенного рынка

единый организм, который влияет на принятие решений практически на любой территории, и не учитывать этого нельзя.

Важным моментом обмена является характер взаимодействия субъектов рынка – обладание определенным уровнем рыночной власти. Под уровнем власти понимается возможность влиять на стратегические переменные (рыночные цены) экономической системы. В том случае, когда ни один из участников рынков не обладают рыночной властью, и цены формируются стихийно, возникает модель рассредоточенного рынка совершенной конкуренции. Если потребителей, производителей, перекупщиков описывать соответственно кривыми спроса, предложения, торгово-транспортными кривыми, то модель рассредоточенного рынка совершенной конкуренции определяется задачей потокораспределения теории гидравлических сетей (Меренков А.П, Хасилев В.Я., 1985, с. 278). Графический пример такого рынка приведен на рис. 2. Аналогия возникает по следующим причинам. В гидравлических сетях жидкость движется от узлов с большим пьезометрическим напором к узлам с меньшим напором. В товарных сетях движение товара происходит от узлов с меньшей ценой к узлам с большей ценой. Аналогия просматривается и между субъектами “насос” – “производитель”, “потребитель жидкости” – “товарный потребитель”. Изменение вида описывающих зависимостей, с точки зрения численных методов поиска состояния равновесия, большого значения не имеет.

Математическая постановка модели однопродуктового рассредоточенного рынка совершенной конкуренции приведена в работе (Коваленко, 1999, с. 108–115), для многопродуктового рынка – в (Коваленко, 2001, с. 92–106; Коваленко и др., 2012, с. 148–154), полное описание моделей совершенной конкуренции и их исследование – в (Коваленко, 2013, с. 320). Первоначальные модели несовершенной конкуренции в рассредоточенных рынках описаны в (Коваленко и др., 2012, с. 18–23).

Данная статья посвящена следующему этапу развития моделей рассредоточенного рынка. В экономической системе, особенно если она рассредоточена и влияние субъектов зависит от степени удаленности, лидерство в пределах локального рынка становится незначимым для субъектов разных локальных рынков. Большое число локальных рынков и возможность варьирования в них субъектами, владеющими стратегической переменной, дают огромное количество вариантов рыночных структур. Для анализа этих структур мы предлагаем использовать численные методы оптимизации из теории гидравлических систем, которые широко применяются в трубопроводных системах энергетики (Меренков А.П, Хасилев В.Я., 1985, с. 278). Предлагаемые методы развивают приложения, модели и методы, применяемые в теории игр (Васин, Васина, 2004, с. 51).

1. МОДЕЛЬ ОДНОПРОДУКТОВОГО РАССРЕДОТОЧЕННОГО РЫНКА СОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ, КАК ЗАДАЧА ПОТОКОРАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕОРИИ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

1.1. Основные обозначения. Будем считать, что в рассматриваемой экономической системе производится, потребляется, перекупается и перепродается некоторый однородный продукт. Структуру этой системы опишем с помощью ориентированного графа $G = \langle E, V, H \rangle$, где E – множество узлов, V – множество дуг, H – отображение H: $V \to E \times E$. Для $v \in V$ имеем $H(v) = (h1(v), h2(v))$, где $h1(v)E$, $h2(v) \in E$; $h1(v)$ и $h2(v)$ – начало и конец дуги v. Для узлов $i \in E$ введем обозначения $V^{+}(i) = \{v \in V \mid h2(v) = i\}$ – множество дуг, входящих в узел i; $V^{-}(i) = \{v \in V \mid h1(v) = i\}$ – множество дуг, выходящих из узла i. В данном описании дуга – это не обозначение пары точек. При таком описании может быть несколько дуг, у которых вершины начала и конца совпадают. Это позволяет описывать параллельные потоки, осуществляющие различными субъектами рынка.

1.2. Однопродуктовый рассредоточенный рынок совершенной конкуренции и задача потокораспределения теории гидравлических сетей. Рассмотрим некоторый однородный вид продукта, рынок которого мы изучаем. Так как моделирование основано на описании и детализации функционирования его субъектов, этот рынок будем называть *детализируемым*. Субъекты рынка потребляют и другие виды продуктов, которые мы подробно описывать не будем, то эти, другие рынки, будем называть *не детализированными*. Для каждого субъекта известен перечень дополнительных не детализированных рынков, цены продуктов (ресурсов) на них и максимальные объемы каждого из ресурсов, которые могут быть использованы.

Узлы $i \in E$ детализированного рынка будем интерпретировать как пункты – локальные рынки купли/продажи рассматриваемого вида продукта.

Субъектами локальных рынков являются: домашние хозяйства – потребители продукта; предприятия, которые производят и продают продукт; перекупщики, которые покупают продукт в узле с меньшей ценой и продают в узлах с большей ценой; агенты, которые осуществляют экспортно-импортные операции за пределы моделируемой системы.

Переменные для узла $i \in E$: P_i – цена обмена на локальном рынке i; ξ_i – объем потребления домашними хозяйствами; η_i – объем производства предприятиями; z_i – объем внешнего экспортно-импортного сальдо.

1.2.1. Модели поведения субъектов рынка

В условиях рынка совершенной конкуренции все субъекты являются ценополучателями, т.е. для них цена является внешним параметром, поэтому в соответствии с (Гальперин, Игнатьев, Моргунов, 2000, т. 1, с. 349) для узла i, $i \in E$, можно записать:

– функция спроса домашнего хозяйства –

$$\xi_i = \xi_i(P_i); \tag{1}$$

– функция предложения производителя –

$$\eta_i = \eta_i(P_i); \tag{2}$$

– кривая экспортно-импортного сальдо агентов, которые осуществляют экспортно-импортные операции –

$$z_i = z_i(P_i). \tag{3}$$

Дуги $v \in V$ интерпретируем как коммуникации для транспортировки продуктов, по которым перекупщики осуществляют транспортировку товаров. Перекупщик – субъект двух локальных рынков – $h1(v)$, $h2(v)$. Пусть y_v – величина потока продукта, перемещаемого по дуге $v \in V$. Направление дуги указывает положительное направление потока. Объем транспорта y_v на дуге v между началом и концом в условиях рынка совершенной конкуренции, в достаточно общем случае, можно описать зависимостью

$$y_v = y_v(P_{h1(v)}, P_{h2(v)}) = \phi_v(P_{h1(v)}, P_{h2(v)}),\ v \in V, \tag{4}$$

т.е. модель перекупщика для дуги v является ценополучателем цен узлов $h1(v)$, $h2(v)$. Для модели перекупщика справедливо:

– если $P_{h2(v)} > P_{h1(v)}$, то $y_v > 0$;

– если $P_{h2(v)} < P_{h1(v)}$, то $y_v < 0$;

– y_v возрастает при возрастании $P_{h2(v)}$;

– y_v возрастает при убывании $P_{h1(v)}$.

При $P_{h2(v)} \geq P_{h1(v)}$ функция ϕ_v отражает конкурентное предложение пункта $h1(v)$ пункту $h2(v)$; при $P_{h2(v)} < P_{h1(v)}$ ϕ_v – конкурентное предложение пункта $h2(v)$ пункту $h1(v)$. Функция ϕ_v может быть получена как функция отклика в экстремальной задаче оптимального управления перекупщика, максимизирующего прибыль при покупке товара в одном рынке и продаже его другом.

1.2.2. Граничные условия

Пусть $E = E^1 \cup E^2 \cup E^3$, где $E^1 \cap E^2 = \varnothing$, $E^1 \cap E^3 = \varnothing$, $E^2 \cap E^3 = \varnothing$;

$$\left.\begin{array}{l} z_i \ - \ \text{свободная переменная} \\ P_i \ - \ \text{константа}, P_i = P^*{}_i \end{array}\right\}, i \in E^1; \tag{5}$$

$$\left.\begin{array}{l} z_i \ - \ \text{константа}, z_i = B^*{}_i \\ P_i \ - \ \text{свободная переменная} \end{array}\right\}, i \in E^2; \tag{6}$$

$$z_i = z_i(P_i), \quad i \in E^3. \tag{7}$$

Для $i \in E^3$ внешнеторговый баланс z_i связан с ценой P_i функцией $z_i(P_i)$. Для этой функции эластичность не равна нулю и не равна бесконечности. Соотношения (5) соответствуют случаю, когда моделируемая система не может повлиять на цены систем узлов $i \in E^1$, соотношения (6) – когда объем потребления (поставки) узлами $i \in E^2$ не зависит от цены равновесия в узле.

1.2.3. Условия продуктового баланса

В условиях равновесия у перекупщиков для потребления, производства, внешнего торгового сальдо, ввоза и вывоза выполняется равенство

$$\eta_i + \sum_{v \in V^+(i)} y_v - \xi_i - \sum_{v \in V^-(i)} y_v = z_i,\ i \in E^2 \cup E^3. \tag{8}$$

Это соотношение означает, что суммарный объем товара, производимого в узле и ввозимого перекупщиками на рынок, за вычетом собственного спроса и объема товара, который вывозится перекупщиками с рынка, равняется объему товара, который выходит /поступает вне системы через узел i. Для случая, изображенного на рис. 1, предложение равно спросу.

Для узлов $i \in E^1$ соотношение

$$z_i = \sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v + \eta_i - \xi_i, \tag{9}$$

показывает величину внешнеторгового сальдо с внешней системой через этот узел.

Соотношения (1)—(9) составляют модель однопродуктового рассредоточенного рынка совершенной конкуренции. Эта модель аналогична задаче расчета потокораспределения теории гидравлических сетей, поэтому для нее возможно применение численных методов этой теории.

1.2.4. Описание условий продуктового баланса в виде экстремальной задачи

Пусть $i \in E^2 \cup E^3$. Узлы $i \in E^1$ не берем, так как для них переменная P_i – константа, на переменную z_i ограничений нет. Подставим (1)—(3) в (8), тогда

$$\sum_{v \in V^+(i)} \phi_v(P_{h1(v)}, P_{h2(v)}) - \sum_{v \in V^-(i)} \phi_v(P_{h1(v)}, P_{h2(v)}) + \eta_i(P_i) - \xi_i(P_i) - z_i(P_i) = 0\,,\ i \in E^2 \cup E^3.$$

Так как для $v \in V^+(i)$ выполняется $h2(v) = i$, а для $v \in V^-(i)$ – $h1(v) = i$, предыдущее равенство можно записать в виде

$$N\Big(P_i; P_j, \big(j = h1(v), v \in V^+(i); j = h2(v), v \in V^-(i)\big)\Big) =$$

$$= \sum_{v \in V^+(i)} \phi_v(P_{h1(v)}, P_i) - \sum_{v \in V^-(i)} \phi_v(P_i, P_{h2(v)}) + \eta_i(P_i) - \xi_i(P_i) - z_i(P_i) = 0\,,\ i \in E^2 \cup E^3. \tag{10}$$

Таким образом, из задачи (1)—(9) получаем эквивалентную задачу, состоящую из граничных условий (5), (6) и системы узловых уравнений $N\Big(P_i; P_j, \big(\forall j = h2(v), v \in V^+(i) \quad \forall j = h2(v), v \in V^+(i)\big)\Big) = 0$.

Пусть $\overline{P}_j$, $j \in E^1 \cup E^2 \cup E^3$ – решение системы узловых уравнений и граничных условий, тогда для любого $i \in E^2 \cup E^3$ $\overline{P}_i$, является решением одного уравнения

$$N\Big(P_i; \overline{P}_j, \big(j = h2(v), v \in V^+(i); j = h2(v), v \in V^+(i)\big)\Big) = 0 \tag{11}$$

одной неизвестной переменной P_i. Задачу поиска состояния равновесия (11) в узле можно записать в виде экстремальной задачи

$$NB_i(P_i) = \Big(N\Big(P_i; \overline{P}_j, \big(j = h2(v), v \in V^+(i); j = h2(v), v \in V^+(i)\big)\Big)\Big)^2 \underset{P_i}{\Rightarrow} \min. \tag{12}$$

Если $N\Big(\overline{P}_i; \overline{P}_j, \big(j = h2(v), v \in V^+(i); j = h2(v), v \in V^+(i)\big)\Big) = 0$, в (12) $NB_i(\overline{P}_i) = 0$, учитывая что $NB_i(P_i) \geq 0$, получаем, что $\overline{P}_i$ оптимальное решение (12).

В обратную сторону, если в задаче (12) $\overline{P}_i$ – оптимальное решение и $NB_i(\overline{P}_i) = 0$, то $N\Big(\overline{P}_i; \overline{P}_j, \big(j = h2(v), v \in V^+(i); j = h2(v), v \in V^+(i)\big)\Big) = 0$, т.е. выполняется (8).

Используя термин Адама Смита, задачу (12) будем называть задачей невидимой руки рынка узла $i \in E^2 \cup E^3$. Если в некотором узле $i \in E^2 \cup E^3$ значение P_i оказалось таким, что $NB_i(P_i) > 0$, то невидимая рука рынка осуществляет переход узла к такой цене P_i', при которой $NB_i(P_i') = 0$, т.е. к состоянию равновесия. Равновесие во всей сети будет соответствовать ценам P_i^* $i\ E^2 \cup E^3$, при которых состояние равновесия будет выполняться одновременно во всех узлах $i \in E^2 \cup E^3$. В теории гидравлических сетей такой подход является одним из подходов поузловой увязки сети.

Заметим, что переход в состояние равновесия в одном узле может вывести из состояния равновесия другие узлы. В работе (Коваленко, 2013, с. 320) приведены теоремы, в которых доказано, что если локальные рынки каждого узла стремятся к состоянию равновесия, то и вся система сходится к состоянию равновесия. Однако, как показывают оценки сходимости, переход всей системы в состояние равновесия может быть достаточно длительным процессом. Описываемая система представляет игру с состоянием равновесия по Нэшу. Невидимые руки рынков узлов $i \in E^2 \cup E^3$ являются субъектами этой игры. Функционалы (12) описывают критерии минимизации каждого субъекта игры и взаимовлияние между ними. Существование состояния равновесия, сходимость и единственность этого состояния доказываются с использованием алгоритма поузловой увязки работы (там же, с. 320).

1.3. Модель однопродуктового рассредоточенного рынка, как система экстремальных задач субъектов локальных рынков. В экономической теории функции спроса потребителей и предложения предприятий выводятся из соответствующих экстремальных задач. Задачу перекупщика тоже можно представить как предприятие, которое покупает продукцию в одном узле, перевозит и продает в другом. Выпишем эти задачи.

1.3.1. Модель функционирования домашнего хозяйства

Пусть $i \in E$ узел сети. Согласно современной экономической теории (Гальперин и др., 2000, т. 1, с. 349), модель функционирования домашнего хозяйства имеет вид:

$$\begin{aligned} & U_i(\xi_i, \Xi_i) \underset{\Theta_{hh}(i)}{\Rightarrow} \max; \\ & (P_i\xi_i + \langle P\Xi_i, \Xi_i \rangle \le M_i); \\ & \xi_i \ge 0;\ \bar{0}_i \le_i \Xi_i \le_i \bar{\Xi}_i, \end{aligned} \tag{13}$$

где U_i – функция полезности домашнего хозяйства; ξ_i – искомый объем потребления продукта локального рынка i; Ξ_i – искомый вектор прочих продуктов, получаемых с не детализируемых рынков для узла i; $\bar{\Xi}_i$ – заданный вектор объемов прочих продуктов, которые могут быть получены с не детализируемых рынков для узла i; P_i – вектор их цен, для данной системы являющийся эндогенным; 0_i – нуль-вектор пространства размерностью, соответствующему размерности вектора Y_i; $\le_i$ – вектор неравенств пространства размерности вектора Y_i; – бюджет домашнего хозяйства, в рассматриваемой модели величина экзогенная.

На месте, где должен быть записан список переменных, по которым ведется максимизация, мы записали символ $\Theta_{hh}(i)$. Этот список аргументов зависит от рыночной власти субъекта на локальном рынке i. Далее, в зависимости от роли субъекта в структуре локального рынка, эти переменные будут конкретизированы.

В модель домашнего хозяйства входит переменная, которая обозначает бюджет домашнего хозяйства (точнее, его располагаемый доход). В данной работе считаем, что значение задано извне, хотя в действительности оно неразрывно связано с искомыми величинами и ценами выпускаемых продуктов, моделями и распределением в экономической системе труда.

1.3.2. Модель функционирования предприятия – производителя

Как и ранее считаем, что $i \in E$ – узел сети. Модель функционирования предприятия:

$$\begin{aligned} & F_i = P_i\eta_i - \langle PY_i, Y_i \rangle \underset{\Theta_{Pr}(i)}{\Rightarrow} \max; \\ & \eta_i \le f_i(Y_i);\ \ 0_i \le_i Y_i \le_i \bar{Y}_i, \end{aligned} \tag{14}$$

где Y_i – искомый вектор ресурсов, получаемых от недетализируемых рынков; $\bar{Y}_i$ – вектор максимальных объемов ресурсов, получаемых от недетализируемых рынков; PY_i – вектор цен на эти ресурсы производства. Вектора $\bar{Y}_i$ и PY_i предприятия i являются эндогенными; f_i – производственная функция, ограничивающая объем производства предприятия с потреблением ресурсов; $\Theta_{Pr}(i)$ – список параметров предприятия узла i, по которым ведется максимизация (в этот список, в зависимости от структуры локального рынка, могут входить переменные P_i, η_i, компоненты вектора ресурсов Y_i); 0_i – нуль-вектор пространства, размерности вектора Y_i; $\le_i$ – вектор неравенств пространства, размерности вектора Y_i.

1.3.3 Модель функционирования перекупщика

Рассмотрим дугу $v \in V$. Пусть $P_{h2(v)} \ge P_{h1(v)}$ ($P_{h2(v)} - P_{h1(v)} \ge 0$). В этом случае перекупщик покупает товар (становится его собственником) в объеме $y_v \ge 0$ в узле $h1(v)$ по цене $P_{h1(v)}$, транспортирует в узел $h2(v)$ и продает по цене $P_{h2(v)}$. Прибыль перекупщика – $F_v = P_{h2(v)}y_v - \left(P_{h1(v)}y_v + \langle P\,Y_v, Y_v \rangle\right)$. Первое слагаемое – это выручка от всей операции, второе – издержки, где

Y_v – искомый вектор ресурсов, получаемых от недетализируемых рынков и используемый на транспорт купленной продукции; PY_v – вектор цен на эти ресурсы. Вектора $\overline{Y}_v$ и PY_v являются эндогенные для данного перекупщика.

После элементарных преобразований получим $F_v = \left(P_{h2(v)} - P_{h1(v)}\right)y_v - \left\langle P\,Y_v, Y_v\right\rangle$, тогда задача перекупщика примет вид:

$$F_v = (P_{h2(v)} - P_{h1(v)})y_v - \left\langle P\,Y_v, Y_v\right\rangle \underset{\Theta_{dl}(v)}{\Rightarrow} \max;$$
$$0 \le y_v \le f_v(Y_v);\quad 0_v \le_v Y_v \le_v \overline{Y}_v.$$

Пусть $P_{h2(v)} \le P_{h1(v)}$, т.е. $P_{h2(v)} - P_{h1(v)} < 0$. В этом случае перекупщик покупает товар (становится его собственником) в объеме y_v в узле $h2(v)$ по цене $P_{h2(v)}$, транспортирует в узел $h1(v)$ и продает по цене $P_{h1(v)}$. Так как поток движется от конца дуги к ее началу, то $y_v \le 0$. Прибыль перекупщика – $F_v = P_{h1(v)}(-y_v) - \left(P_{h2(v)}(-y_v) + \left\langle P\,Y_v, Y_v\right\rangle\right)$, где первое слагаемое – выручка от всей операции, второе – издержки. После несложных преобразований получаем: $F_v = -\left(P_{h2(v)} - P_{h1(v)}\right)(-y_v) - \left\langle P\,Y_v, Y_v\right\rangle$. Тогда экстремальная задача перекупщика примет вид:

$$F_v = (P_{h2(v)} - P_{h1(v)})y_v - \left\langle P\,Y_v, Y_v\right\rangle \underset{\Theta_{dl}(v)}{\Rightarrow} \max;$$
$$0 \le -y_v \le f_v(Y_v);\quad 0_v \le_v Y_v \le_v \overline{Y}_v.$$

Объединяя оба случая, получим:

$$\begin{gathered} F_v = (P_{h2(v)} - P_{h1(v)})y_v - \left\langle P\,Y_v, Y_v\right\rangle \underset{\Theta_{dl}(v)}{\Rightarrow} \max; \\ \left|y_v\right| \le f_v(Y_v);\quad 0_v \le_v Y_v \le_v \overline{Y}_v; \\ \operatorname{sign}(y_v) = \operatorname{sign}(P_{h2(v)} - P_{h1(v)}), \end{gathered} \tag{15}$$

где $\left|y_v\right|$ – объем перевозок по дуге v ограничиваемый значением производственной функции f_v (Y_v), знак y_v совпадает со знаком $(P_{h2(v)} - P_{h1(v)})$ и определяет направление движения потока по дуге; Y_v – вектор ресурсов, получаемых с других, не детализированных рынков PY_v; $\Theta_{dl}(v)$ – список параметров перекупщика дуги v, по которым ведется максимизация. В этот список в зависимости от структуры локального рынка могут входить переменные $P_{h2(v)}, P_{h1(v)}, y_v$, компоненты вектора Y_v.

Замечание 1. Бесхозных товаров не существует, у каждого товара есть собственник $v \in V$. Для перемещаемого товара собственником является субъект, который при $(P_{h2(v)} - P_{h1(v)}) \ge 0$ купил его в пункте $h1(v)$ и перемещает в пункт продажи $h2(v)$. И наоборот, при $(P_{h2(v)} - P_{h1(v)}) \le 0$. Для перемещения перекупщик может использовать собственные ресурсы или ресурсы сторонних транспортных предприятий.

Замечание 2. Может ли транспортное предприятие стать перекупщиком? Да, но в этом случае оно должно купить товар в одном пункте (стать его владельцем), перевезти и продавать в другом. А это по определению и есть перекупщик.

Замечание 3. В определении графа субъекты дуг $v \in V$ – это не пары точек из узлов E, а самостоятельные субъекты, которые транспортируют товар из одного пункта в другой.

Модель однопродуктового рассредоточенного рынка, как система экстремальных задач субъектов локальных рынков, будет состоять из:

– граничных условий (5)—(7);

– балансового соотношения (8);

– экстремальной задачи (13)

– экстремальных задачи для (14) для $i{\in}E^2{\cup}E^3$

– экстремальных задачи (15) – для $v{\in}V$.

Как показано выше, для каждого $i{\in}E^2{\cup}E^3$ соотношение (8) можно заменить требованием равенства нулю минимума в экстремальной задаче поиска равновесного состояния локального рынка (12):

$$NB_i(P_i) = \Big(N\Big(P_i;P_j,\big(j = h2(v), v \in V^+(i); j = h2(v), v \in V^+(i)\big)\Big)\Big)^2 \underset{P_i}{\Rightarrow} \min .$$

2. УЗЛОВЫЕ ЗАДАЧИ СОВЕРШЕННОЙ И НЕСОВЕРШЕННОЙ КОНКУРЕНЦИИ

2.1. Схема методов решения узловых задач. Из модели однопродуктового рассредоточенного рынка совершенной конкуренции видна особая (лидерская) роль задачи невидимой руки рынка для каждого узла $i \in E^2 \cup E^3$. Невидимая рука рынка для минимизации своего критерия $NB_i(P_i)$ осуществляет перебор значений стратегической переменной P_i. Все остальные субъекты узла, являясь в этом узле совершенными конкурентами, решают свои экстремальные задачи, используя значение P_i как заданный параметр. В результате получаем значения $\eta_i;\xi_i;z_i;(y_v)_{v\in\left(V^+(i)\cup V^-(i)\right)}$, что позволяет вычислить значение $NB_i(P_i)$. Если $NB_i(\overline{P}_i) = 0$, то $\overline{P}_i$ является равновесной ценой.

Отметим, что задача лидера – это задача одномерной оптимизации и для ее решения целесообразно применять методы нулевого порядка.

Несколько иной выглядит схема решения узловой задачи при ином лидере. Пусть им будет предприятие. Предприятие для максимизации прибыли осуществляет перебор стратегической переменной P_i. Все остальные субъекты узла, являясь в этом узле совершенными конкурентами, решают свои экстремальные задачи, используя значение P_i как заданный параметр (фактически рассчитывается их отклик $\big(y_v(P_i), v \in V^+(i); y_v(P_i), v \in V^-(i); \xi(P_i)_i; z_i(P_i)\big)$ на цену P_i). Для выполнения условия равновесия (8) выпуск предприятия должен быть равен $\eta_i = -\sum_{v\in V^+(i)} y_v(P_i) + \xi_i(P_i) + \sum_{v\in V^-(i)} y_v(P_i) + z_i(P_i)$. Значение максимизируемого функционала будет иметь вид $F_i = P_i\eta_i - TC_i(\eta_i)$, где $TC_i(\eta_i)$ – издержки предприятия, $TC_i(\eta_i) = \langle PY_i, Y_i\rangle \underset{Y_i}{\Rightarrow} \min$, $\eta_i \le f_i(Y_i)$.

Приведем более подробное описание узловых задач.

2.2. Узловая задача совершенной конкуренции. Узловая задача совершенной конкуренции узла i состоит из системы экстремальных задач (12)—(15) для $v \in V^+(i) \cup V^-(i)$. В этой задаче выполняется следующая иерархия подчиненности экстремальных задач (рис. 3). Методы оптимизации основаны на вариациях параметров задачи. Списки параметров для узловой задачи совершенной конкуренции будут иметь вид:

$$\begin{cases} \Theta_{hm}(i) = (P_i) - \text{в задаче (12)};\\ \Theta_{hh}(i) = (\xi_i, \Xi_i) - \text{в задаче (13)};\\ \Theta_{Pr}(i) = (\eta_i, Y_i) - \text{в задаче (14)};\\ \Theta_{dl}(v) = (Y_v) - \text{в задачах (15)}, v \in V^+(i) \cup V^-(i). \end{cases}$$

Для приведения узла в состояние равновесия невидимая рука рынка минимизирует функционал (12), варьируя стратегической переменной P_i. Мы не уточняем, каким образом осуществляется вариация по переменной P_i. Для этого может быть применена вариация любого метода одномерной оптимизации нулевого порядка, например, метод деления отрезка пополам. При

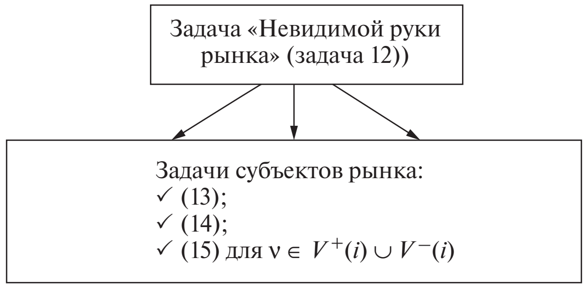

Рис. 3. Иерархия подчиненности экстремальных задач в узловой задаче совершенной конкуренции

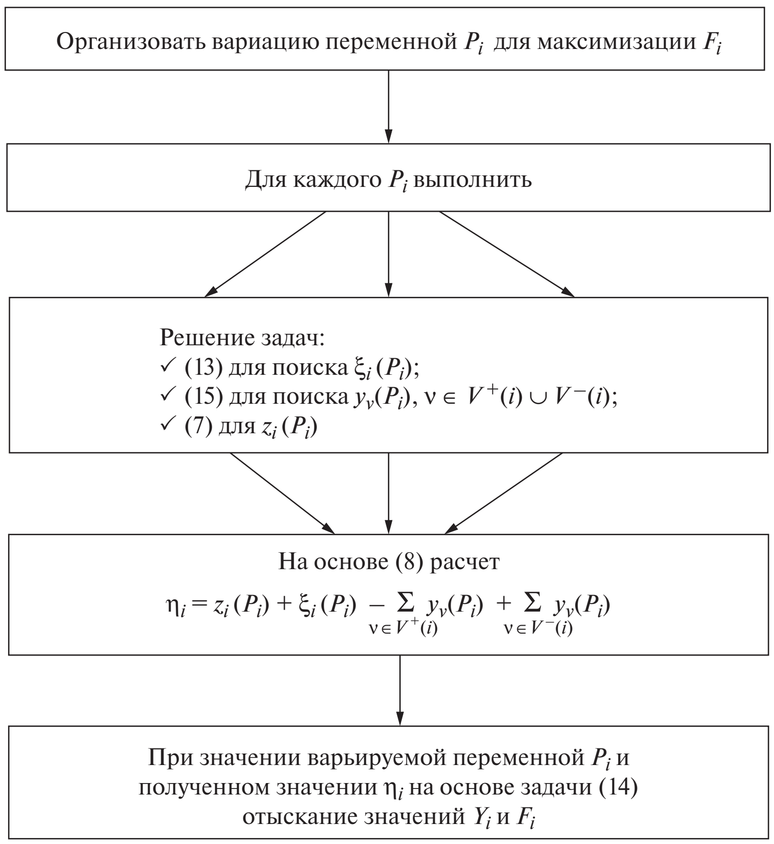

Рис. 4. Блок-схема алгоритма оптимизации лидера-предприятия (узловая монополия)

каждом значении P_i остальные субъекты рынка (задачи (13), (14) для дуг $v \in V^+(i) \cup V^-(i)$, задачи (15)) становятся независимыми друг от друга, и это значительно облегчает их решение. Методы решения широко известны.

2.3. Узловые задачи несовершенной конкуренции. Переход от совершенной конкуренции к несовершенной заключатся в смене лидеров узловых задач. В зависимости от этого мы получаем ту или иную структуру локального рынка и, соответственно, структуру всей системы. Поиск состояния равновесия всей системы, как и выше, заключается в поузловой увязке всех узловых задач. Приведем модели узловых задач для некоторых структур несовершенной конкуренции и алгоритмы поиска состояния равновесия в них.

2.3.1. Лидерство производителя в узле. Узловая монополия

Если в узле i один производитель (описывается задачей (14)), он может занять в этом узле положение лидера. Мы получим монополию производителя в этом узле. В условиях монополии производителя в узле i рыночная власть переходит к нему. Он имеет возможность на выбор

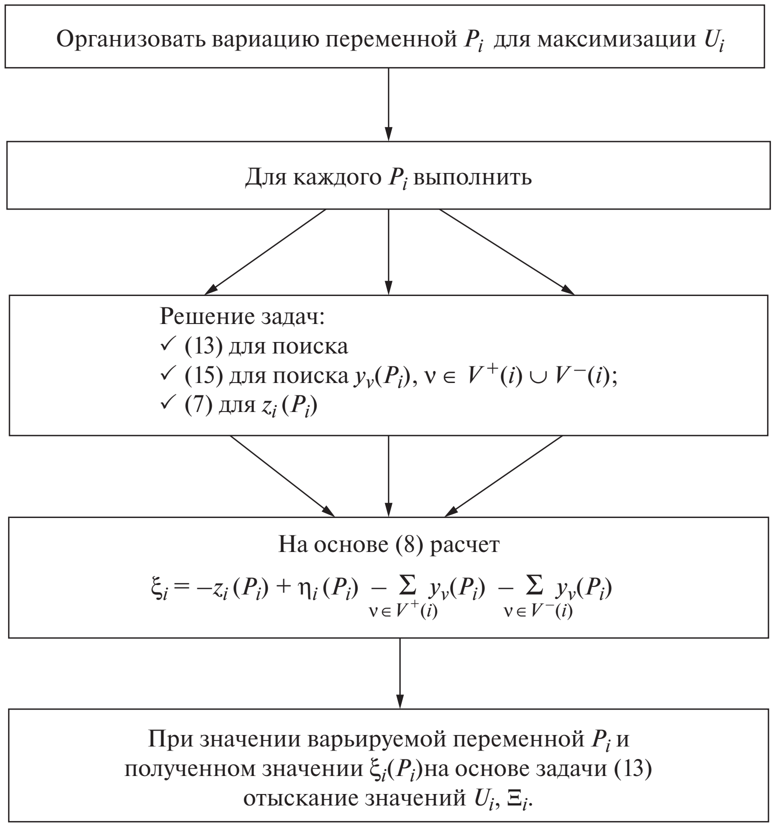

Рис. 5. Блок-схема лидера-покупателя (узловая монопсония)

значения стратегической переменной P_i, варьируя ею с целью максимизации своей прибыли. Как и раньше, в узле должно быть выполнено условие продуктового баланса.

Преобразуем предыдущую математическую модель совершенной конкуренции следующим образом. Лидером, владеющим стратегической переменной P_i становится предприятие. Для этого ее вектор искомых переменных (P_i, η_i, Y_i) разбиваем на отдельные переменные P_i, η_i, Y_i. В соответствии с этим строим трехуровневую схему оптимизации критерия F_i (рис. 4).

Как и ранее, мы не уточняем, каким образом осуществляется вариация по переменной P_i. Для этого может быть применена вариация любого метода одномерной оптимизации нулевого порядка. Также не уточняем методы решения задач (13) и (15) для $v \in V^+(i) \cup V^-(i)$. Решить их можно любым методом условной оптимизации. Так как каждая из этих задач может в качестве начального приближения брать решение от предыдущей итерации, то интересным является метод возвращающих направлений, модифицирующий метод возможных направлений Зонтендейка (Коваленко, 1990, с. 83).

Лидерство домашнего хозяйства в узле. Узловая монопсония. Для того чтобы получить модель узловой монопсонии в данном случае, следует лидерство предприятия заменить на лидерство домашнего хозяйства. Место задачи (14) займет задача (13). Параметры оптимизации (P_i, ξ_i, Ξ_i) этого лидера разбиваем на P_i, (ξ_i, Ξ_i) (рис. 5).

Лидерство одного из перекупщиков, инцидентного узлу i. Узловая монополия перекупщика. Пусть в узле i перекупщик $u \in V^+(i)$, $i = h2(u)$, является лидером. Случай $u \in V^-(i)$ аналогичен. Среди субъектов этого узла, описываемых моделями (13), (14) и (15), $v \in V^+(i) \cup V^-(i)$ выбор значения P_i осуществляет субъект $u \in V^+(i) \cup V^-(i)$.

При взаимодействии в узле i для субъекта u параметры оптимизации записываются в виде $(P_{h2(u)}, Y_u)$, где $P_{h2(u)} = P_i$. Разбиваем эти параметры на P_i и Y_u (рис. 6).

3. СТРУКТУРЫ ПРОСТРАНСТВЕННО РАССРЕДОТОЧЕННЫХ ОДНОПРОДУКТОВЫХ РЫНКОВ

Если на локальных рынках назначать лидерами различных субъектов, то можно соответственно получать огромное количество различных структур пространственно рассредоточенных рынков. Рассмотрим основные типы таких структур.

3.1. Модель глобального рассредоточенного рынка совершенной конкуренции. Эта модель была приведена выше. Сделаем еще несколько пояснений к ней. Если для всех $i \in E^2 \cup E^3$ лидером – невидимая рука рынка (12), то ей принадлежит стратегическая переменная P_i. Тогда для всех остальных субъектов рынков стратегическая переменные P_i будет параметром, т.е. они являются совершенными конкурентами. Цель невидимых рук рынка – минимизируя небаланс, привести все узлы в состояние равновесия. А это и есть один из вариантов поузловой увязки гидравлической сети. Таким образом, Невидимые руки рынков реализуют алгоритм поузловой увязки теории гидравлических сетей (Меренков, Хасилев, 1985, с. 278). Для решения этой задачи можно применить метод возможных направлений в многокритериальной постановке (Коваленко, 1990, с. 83).

В модели глобального рассредоточенного рынка совершенной конкуренции вместо множества невидимых рук рынка для $i \in E^2 \cup E^3$ можно построить единую невидимую руку рынка. Ее критерий имеет вид:

$$SNB\left(P_i, i \in E^2 \cup E^3\right) = \sum_{i \in E^2 \cup E^3} \left(\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v + \eta_i - \xi_i - z_i \right)^2 \Rightarrow \min_{\left(P_i,\, i \in E^2 \cup E^3\right)}.$$

3.2. Монополистическая конкуренция. Если во всех узлах $i \in E^2 E^3$ реализовать локальную монополию, эти локальные монополисты будут конкурировать между собой через перекупщиков. Такое рыночное взаимодействие можно назвать монополистической конкуренцией.

3.3. Глобальная монополия производителя с пространственно – рассредоточенными ценами. Пусть все предприятия пунктов $i \in E^2 \cup E^3$ экономической системы имеют одного владельца. Пусть он может диктовать свои цены во всех пунктах множества. Задачи (14) следует удалить и заменить задачей:

$$F = \sum_{i \in E^2 \cup E^3} \left(P_i \eta_i - \langle PY_i, Y_i \rangle \right) \underset{\left(\Theta_i,\, i \in E^2 \cup E^3\right)}{\Rightarrow} \max;$$

$$\left(\eta_i \le f_i(Y_i), \quad \sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v + \eta_i - \xi_i - z_i = 0 \right), \quad i \in E^2 \cup E^3;$$

$$\Theta_i = \begin{cases} (\xi_i, \Xi_i) - \text{в задаче (13)}; \\ (\eta_i, Y_i) - \text{в задаче (14)}; \\ (Y_v) - \text{в задаче (15)}, \ v \in V_i^+ \cup V_i^+. \end{cases}$$

Задачи остальных субъектов остаются прежними.

Покоординатный подъем в задаче максимизации F будет реализовывать последовательную поузловую монополию во всех узлах сети.

3.4. Глобальная монополия производителя с единой ценой во всех локальных рынках. Иногда монополист придерживается политики единой цены на всех рынках сети (например, цены на проезд в городских транспортных системах, единые тарифы на теплоснабжение, водоснабжение, электроснабжение). Покажем, как следует преобразовать модель в этом случае. Из сети удалим все узлы $i \in E_1$, так как в них цены заданы и не подлежат выбору. В этой модели рассредоточенного рынка будут отсутствовать перекупщики, так как их прибыль образуется из разности цен в инцидентных узлах. Функцию транспорта продукта должен взять на себя производитель.

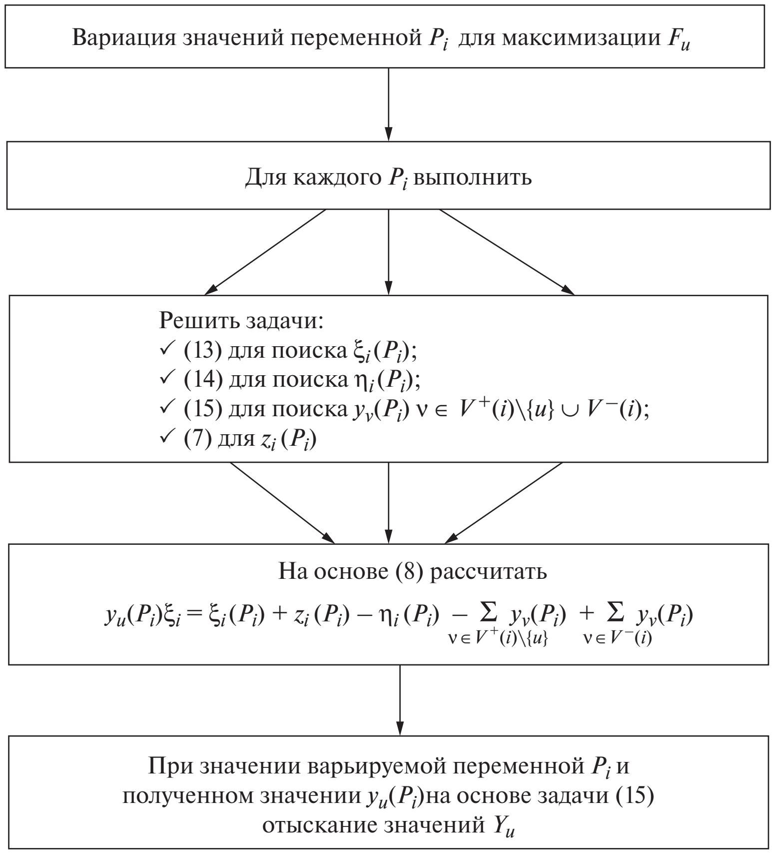

Рис. 6. Блок схема принятия решения лидера-перекупщика (узловая монополия перекупщика)

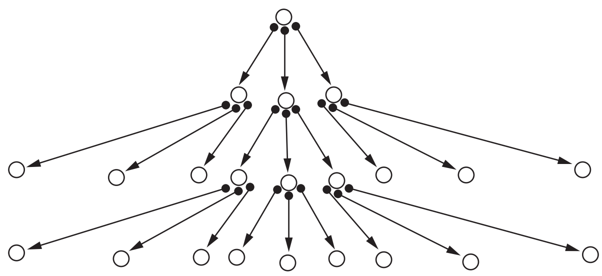

Рис. 7. Структура графа для рассредоточенного рынка – каскада монополий

Итак, пусть у всех предприятий пунктов $i \in E^2 E^3$, рассматриваемой системы, единый владелец. Пусть он может диктовать свои цены во всех пунктах множества. Он осуществляет транспорт всей продукции и, соответственно, несет транспортные издержки. Модель производства и транспорта продукта будет иметь вид:

$$F = P \sum_{i \in E^2 \cup E^3} \eta_i - \sum_{i \in E^2 \cup E^3} \left(\langle PY_i, Y_i \rangle \right) - \sum_{v \in V} \left(\langle P\, Y_u, Y_u \rangle \right) \Rightarrow \max_{P, \left(\Theta_i,\, i \in E^2 \cup E^3\right), \left(\Theta_v, v \in V\right)};$$

$$\eta_i \le f_i(Y_i), \quad i \in i \in E^2 \cup E^3; \quad |y_u| \le f_u(Y_u), \quad v \in V;$$

$$\sum_{v \in V^+(i)} y_v - \sum_{v \in V^-(i)} y_v + \eta_i - \xi_i - z_i = 0, \quad i \in i \in E^2 \cup E^3,$$

$$\Theta_i = (\eta_i, Y_i), \quad \Theta_v = (y_u, Y_u).$$

Модели домашних хозяйств и граничные условия остаются неизменными.

3.5. Каскад монополий. Этот вид монополий получается, когда граф лидерства имеет вид иерархического дерева (рис. 7). На верхнем уровне узел содержит производителя монополиста. Каждая дуга v – перекупщик, который в узле $h1(v)$ – совершенный конкурент, а в узле $h2(v)$ – монополист.

3.6. Обобщенная модель рассредоточенного рынка несовершенной и совершенной конкуренций. Пусть на множестве $E^2 \cup E^3$ выделены четыре попарно непересекающиеся подмножества E', E'', E''', E''''. В соответствии с этими выделениями сформируем следующие блоки.

Блок 1. В узлах $i \in E'$ находятся предприятия-монополии с общим собственником.

Блок 2. В узлах $i \in E''$ – локальные монополисты. Для каждого узла есть владелец предприятия.

Блок 3. В узлах $i \in E'''$ – монополия одного из перекупщиков $uV^+(i)$ (для $u \in V^-(i)$ аналогично).

Блок 4. В остальных узлах E'''' располагаются локальные рынки совершенной конкуренции.

Замечание 4. Блоки монополистов с одним собственником можно формировать и по признаку (предприятие + перекупщик).

Обобщенная модель будет иметь следующий вид.

$$\text{Блок 1:} \begin{cases} \sum\limits_{i \in E'} \left(P_i \eta_i - I_i(\eta_i) \right) \Rightarrow \max\limits_{(P_i, \eta_i), i \in E'}; \\ \eta_i = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \sum\limits_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h1(v)}, P_i) + \sum\limits_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}), \end{cases} \quad i \in E'.$$

$$\text{Блок 2:} \begin{cases} P_i \eta_i - I_i(\eta_i)) \Rightarrow \max\limits_{(P_i, \eta_i)}; \\ \eta_i = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \sum\limits_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h1(v)}, P_i) + \sum\limits_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}), \end{cases} \quad i \in E''.$$

$$\text{Блок 3:}\ i = h2(u),\ i \in E'''. \quad \begin{cases} (P_i - P_{h1(u)}) y_u - I_u(y_u)) \Rightarrow \max\limits_{(P_i, y_u)}; \\ y_u = \xi_i(P_i) + z_i(P_i) - \eta_i(P_i) - \sum\limits_{v \in V^+(i) \setminus \{u\}} f_v(P_{h1(v)}, P_i) + \sum\limits_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}), \end{cases}$$

$$\text{Блок 4:} \left(\sum_{v \in V^+(i)} f_v(P_{h1(v)}, P_i) - \sum_{v \in V^-(i)} f_v(P_i, P_{h2(v)}) - \xi_i(P_i) - z_i(P_i) \right)^2 \Rightarrow \min_{P_i}, \quad i \in (E^2 \cup E^3) \setminus (E' \cup E'' \cup E''').$$

4. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Данная работа содержит инструментарий поиска состояния равновесия для случаев, когда в любом локальном рынке может быть монополист. В результате получаем огромное количество различных структур, начиная от совершенной конкуренции, каскадов монополий до централизованного управления.

2. Аналогом поиска состояния равновесия рассредоточенных рынков является алгоритм поузловой увязки теории гидравлических сетей. Опыт применения этого алгоритма имеет большую историю. Автор работы участвовал в разработке и применении этих методов для анализа систем водоснабжения, теплоснабжения ряда городов Средней Волги. Решение конкретных задач и численные эксперименты показали, что их можно использовать в имитационных системах принятия решений. Время работы алгоритма для задач, где около 1 тысячи узлов и 1,5 тысяч дуг, на персональном компьютере составляет не более 1–1,5 минут. Если применять для решения этих задач современные суперкомпьютеры, то размерность решаемых задач является

незначимой величиной. Численные методы поиска состояния равновесия становятся значительно проще, если при решении для предприятий использовать функции издержек $I_i(\eta_i)$ и функции предложений $\eta_i = \eta_i(P_i)$, а для перекупщиков – функции издержек $I_v(y_v)$ и торгово-транспортные кривые $y_v = \phi_v(P_{h2(v)} - P_{h1(v)})$.

3. Предложенные в работе методы анализа однопродуктовых рассредоточенных рынков имеют следующие направления развития:

1) анализ конкретных экономических систем (Понькина, Маничева, 2010, с. 54–64; Хачатуров и др., 2015, с. 304.);

2) расширение методов анализа на многопродуктовые рассредоточенные рынки несовершенной конкуренции (Коваленко и др., 2012, с. 148–154; Коваленко, 2013, с. 320);

3) построение статических сетевых моделей полного экономического равновесия с взаимодействиями несовершенной конкуренции, развивающие идеи модели Эрроу – Дебре (Никайдо, 1972, с. 514).

4. Изучая работы по современной экономической теории, невозможно не увидеть, что все большее число работ посвящается проблемам математического моделирования и сравнительно новому, малоизученному направлению теории равновесия экономических систем. Важнейшим аспектами моделирования являются вопросы существования состояния равновесия, его единственность и методы (в частности численные методы) поиска. Как отмечено в статье (Полтерович, 1998, с. 46–66), что "несмотря на многочисленные попытки, не удалось найти сколько-нибудь общие и естественные условия, обеспечивающие единственность и устойчивость равновесия экономических систем". *Возникает вопрос: "А может этих условий нет?"*.

Проведем анализ этого вопроса на основании рассмотренных моделей в данном заключении. Для моделей рассредоточенного рынка однородного продукта совершенной конкуренции сходимость к состоянию равновесия доказывается в работе (Коваленко, 2013, с. 320). Решение аналогов теории гидравлических сетей не вызывает сомнения единственности решения. В этих моделях число уравнений совпадает с числом искомых переменных. Однако, введение в модель локальных рынков лидерство отдельных субъектов и возможность их замены, сделало общую модель частично дискретной. Это привело к появлению конечного числа различных структур рынка, и соответственно, к не единственности состояний равновесия.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

Васин А.А. Васина П.А. (2004). Рынки и аукционы однородного товара. Препринт. М.: РЭШ.

Гальперин В.М., Игнатьев С.М., Моргунов В.Н. (2000). Микроэкономика. Гальперин В.М. (общ. ред.). СПб.: Экономическая школа.

Клейнер Г.Б. (2015). Государство – регион – отрасль – предприятие: каркас системной устойчивости экономики России. Часть 1 // *Экономика региона*. № 2. С. 50–58.

Коваленко А.Г. (1990). Элементы выпуклого векторного программирования. Куйбышев: Куйбышевский государственный университет.

Коваленко А.Г. (1999). О математическом моделировании рассредоточенного рынка // *Экономика и математические методы*. Т. 35. № 3. С. 108–115.

Коваленко А.Г. (2001). Математические модели межотраслевого баланса в условиях рассредоточенного рынка // *Экономика и математические методы*. Т. 37. № 2. С. 92–106.

Коваленко А.Г. (2012). К вопросу о взаимосвязи децентрализованного многопродуктового пространственно-рассредоточенного рынка и централизованного управления этой экономической системой // *Журнал экономической теории. Российская академия наук, Отделение общественных наук, Секция экономики*. № 3. С. 148–154.

Коваленко А.Г. (2013). Математические модели и методы анализа рассредоточенных рынков. Развитие математических моделей и методов теории гидравлических сетей, методов оптимизации и многокритериального анализа. Saarbrücken: Palmarium Academic Publishing Deutschland.

Коваленко А.Г., Хачатуров В.Р., Калимолдаев М.Н. (2012). Модели рассредоточенного рынка несовершенной конкуренции: проблемы их развития, применение в управлении региональной экономикой // *Проблемы информатики*. № 4. С. 18–23.

Макаров В.Л. (1999). Вычислимая модель российской экономики (RUSEC). Препринт # WP/99/069. М.: ЦЭМИ РАН.

Меренков А.П., Хасилев В.Я. (1985). Теория гидравлических цепей. М. Наука.

Никайдо Х. (1972). Выпуклые структуры и математическая экономика. М.: Мир.

Полтерович В.М. (1998). Кризис экономической теории // *Экономическая наука современной России*. № 1. С. 46–66.

Понькина Е.В., Маничева А.С. (2010). Имитационное моделирование рассредоточенного, мультиагентного рынка зерна // *Вестник Новосибирского государственного университета*. Т. 8. № 2. С. 54–64.

Тироль Ж. (1996). Рынки и рыночная власть: Теория организации промышленности. СПб.: Экономическая школа.

Хачатуров В.Р., **Соломатин А.Н., Злотов А.В., Бобылев В.Н., Веселовский В.Е., Коваленко А.Г., Косачев Ю.В.** и др. (2015). Планирование и проектирование освоения нефтегазодобывающих регионов и месторождений: Математические модели, методы, применение. Хачатуров В.Р. (ред.). М.: УРСС: ЛЕНАНД.

Поступила в редакцию
26.09.2016 г.

REFERENCES (with English translation or transliteration)

Galperin V.M. Ignatyev S.M., Morgunov V.N. (2000). Microeconomics. General edition by Galperin V.M. Saint Petersburg: Economic school (in Russian).

Hachaturov V.R., Solomatin A.N., Zlotov A.V., Bobylev V.N., Veselovskii V.E., Kovalenko A.G., Kosachev Yu.V. et al. (2015). Planning and Design of Development of Oil and Gas Extraction Regions and Fields: Mathematical Models, Methods, Application. Khachaturov V.R. (ed.). M.: URSS: LENAND (in Russian).

Kleyner G.B. (2015). The State – the Region – Branch – the Enterprise: Framework of System Stability of Economy of Russia. Part 1. *Economy of Region*, 2, 50–58 (in Russian).

Kovalenko A.G. (1990). Elements of Convex Vector Programming. Kuibyshev: Kuibyshev state university (in Russian).

Kovalenko A.G. (1999). About Mathematical Modeling of the Dispersed Market. *Economics and Mathematical Methods*, 35, 3, 108–115 (in Russian).

Kovalenko A.G. (2001). Mathematical Models of Interindustry Balance in the Conditions of the Dispersed Market. *Economics and Mathematical Methods*, 37, 2, 92–106 (in Russian).

Kovalenko A.G. (2012). To a Question of Interrelation of the Dispersed Market Decentralized Multigrocery Spatial and the Centralized Management of this Economic System. *Magazine of the economic theory, Russian Academy of Sciences, Office of social sciences, economy Section*, 3, 148–154 (in Russian).

Kovalenko A.G. (2013). Mathematical Models and Methods of the Analysis of the Dispersed Markets. Development of mathematical models and methods of the theory of hydraulic networks, methods of optimization and multicriteria analysis. Saarbr⌉cken: Palmarium Academic Publishing (in Russian).

Kovalenko A.G., Hachaturov V.R, Kalimoldayev M.N. (2012). Models of the Dispersed Market of the Imperfect Competition: Problems of their Development, Application in Management of Regional Economy. *Problem of Informatics*, 4, 18–23 (in Russian).

Makarov V.L. (1999). Computable Model of the Russian Economy (RUSEC). Preprint WP/99/069. Moscow: TSEMI RAS (in Russian).

Merenkow A.P., Khasilew W.Ya. (1985). Theory of Hydraulic Circuits. Moscow: Nauka (in Russian).

Nikaido H. (1972). Convex Structures and Economic Theory. The Institute of Social and Economic Research. Osaka University, Osaka, Japan. New York, London: Academic Press (in Russian).

Polterovich V.M. (1998). Crisis of the Economic Theory. *Economic Science of Modern Russia*, 1, 46–66 (in Russian).

Ponkin E.V., Manicheva A.S. (2010). Imitating Modeling of the Dispersed, Multiagent Market of Grain. *The Bulletin of Novosibirsk State University*, 2, 8, 54–64 (in Russian).

Tirole J. (1988). The Theory of Industrial Organization. Cambridge: MIT.

Vasin A.A. Vasina P.A. (2004). Markets and Auctions of Uniform Goods. Preprint. Moscow: NES (in Russian).

Received 26.09.2016

IN SEARCH OF EQUILIBRIUM STATE AT THE SPATIAL DISPERSED MARKETS WITH IMPERFECT COMPETITION OF A UNIFORM PRODUCT

A.G. Kovalenko[I]

Abstract. The author analyzes the dispersed economic systems – dispersed markets. Subjects of these markets are producers, consumers and dealers of a uniform product. Goods from the producer reach consumers by means of a commodity – money exchanges. Models of the dispersed markets with the perfect competition are described as the systems of the nonlinear equations of the theory hydraulic networks. To create the models of the imperfect competition subjects at the markets are described as extreme tasks. Balance ratios of an exchange (balance condition) of the subjects are also described by extreme tasks. We receive the new network game – a theoretical task unknown earlier. It describes interaction of the subjects both in the local markets of knots of a network, and between the subjects of markets of various knots. Changing leaders of exchange at the local markets, we receive a full range of structures of interaction of the economic system subjects' – from the markets of perfect competition to the markets of centralized management. Algorithms of search of equilibrium state are given for the structures in concern. Implementation of these the algorithms for the computer gives the tool to analyze the specific economic systems of the considered type.

Keywords: structures of the single-product spatial dispersed market, the imperfect competition of the dispersed markets, network tasks of the theory of games, models and methods of search of conditions of balance.

JEL Classification: L13.

[I] **Alexey G. Kovalenko** – Doctor of physical and mathematical sciences, Professor, Associate professor, Federal public autonomous educational institution of the higher education "Samara national research university under the name of the academician S.P. Korolev", Samara.