
ПРОБЛЕМЫ ПРЕДПРИЯТИЙ

**Модель выбора времени проведения НИОКР на предприятии
в условиях неопределенности**

© 2025 г. В.И. Аркин, А.Д. Сластников

В.И. Аркин,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: varkin@mail.ru

А.Д. Сластников,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: aslast@mail.ru

Поступила в редакцию 08.07.2024

Аннотация. Объектом исследования в данной работе является предприятие реального сектора, у которого имеется возможность провести структурные изменения посредством реализации некоторого инновационного проекта. В некоторый момент времени принимается решение о проведении этапа НИОКР для реализации инновационного проекта. Предполагается, что во время НИОКР предприятие получает субсидии от государства, а расходы вычитаются из налоговой базы с некоторым повышающим коэффициентом. По окончании этапа НИОКР инновационный проект начинает реализовываться только с некоторой вероятностью. Предприятие действует в условиях неопределенности, его поток прибыли до момента изменений моделируется случайным процессом, а после начала реализации инновационного проекта меняется на другой случайный процесс. Рассматривается задача выбора такого момента начала проведения НИОКР, чтобы ожидаемый чистый дисконтированный доход предприятия на всем периоде его функционирования был максимальным. Доказывается, что оптимальный момент начала проведения НИОКР для реализации инновационного проекта совпадает с первым моментом времени, когда текущая прибыль предприятия превысит некоторое пороговое значение. В явном виде выведена формула для зависимости этого порога от входящих в модель параметров: среднего темпа роста и волатильности прибыли предприятия до и после реализации проекта; налоговой нагрузки; объема предоставленных субсидий; объема инвестиций, необходимых для реализации инновационного проекта; длительности этапа НИОКР; вероятности реализации результатов НИОКР; ставки дисконтирования. Исследуются условия, при которых оптимальное время начала НИОКР будет конечным с положительной вероятностью. Проведен модельный анализ зависимости этого оптимального времени от налоговой нагрузки, величины субсидий на проведение НИОКР, затрат на НИОКР и вероятности реализации проекта.

Ключевые слова: инновационный проект, структурные изменения; научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы; поток прибыли; стохастический процесс, субсидии, налогообложение прибыли, момент начала НИОКР, вероятность реализации проекта.

Классификация JEL: C61, D81, O32.

УДК: 330.4.

Для цитирования: Аркин В.И., Сластников А.Д. (2025). Модель выбора времени проведения НИОКР на предприятии в условиях неопределенности // *Экономика и математические методы*. Т. 61. № 1. С. 84–94. DOI: 10.31857/S0424738825010085

ВВЕДЕНИЕ И ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Инвестирование в научно-исследовательские и опытно-конструкторские работы (НИОКР) является важным фактором инновационного развития как экономики в целом, так и отдельных компаний и предприятий в частности. Изменения, происходящие в результате реализации инновационных проектов, могут охватывать достаточно широкий спектр экономических интерпретаций.

Росстат выделяет следующие основные направления инновационной деятельности предприятий¹:

¹ Приказ Росстата от 06.09.2012 № 481 «Об утверждении статистического инструментария для организации федерального статистического наблюдения за деятельностью в сфере дошкольного образования, научной и инновационной деятельностью, занятостью населения».

- *технологические* — связаны с получением нового либо усовершенствованного продукта или услуги, внедренных на рынке, нового либо усовершенствованного процесса или способа производства (передачи) услуг, используемых в практической деятельности;
- *маркетинговые* — реализация новых или улучшенных маркетинговых методов, использование новых методов продаж и презентации продуктов (услуг), их представления и продвижения на рынки;
- *организационные* — новые методы ведения бизнеса, организации рабочих мест или внешних связей;
- *экологические* — связаны с новыми или усовершенствованными товарами, услугами, производственными процессами и др., способствующими повышению экологической безопасности.

Как показывают многочисленные теоретические и эмпирические исследования, инвестирование в НИОКР может иметь противоречивое воздействие на развитие компаний. С одной стороны, вложения в НИОКР могут способствовать будущему росту предприятий, повышать их стоимость, конкурентоспособность и выживаемость. С другой стороны, разработка и внедрение инноваций сопровождается, как правило, повышенными рисками. Лишь небольшая доля НИОКР приводит к положительным результатам (реализации инновационного проекта и росту прибыли предприятия), что может вносить, помимо неоправданных финансовых затрат, высокую неопределенность относительно будущих перспектив предприятия. Кроме того, как отмечают некоторые авторы, проведение НИОКР может увеличивать информационную асимметрию между инвесторами и менеджерами, которые, как правило, обладают большей информацией о реальном состоянии и перспективах разрабатываемого инновационного проекта, раскрывать которую перед конкурентами компании невыгодно (см., например, (Aboody, Lev, 2000)).

Проведение НИОКР имеет ряд особенностей, связанных с объемом расходов, источниками финансирования и формами поддержки, в зависимости от региона, страны и конкретной отрасли. Так, по доле общих расходов (частных и государственных) на НИОКР в ВВП мировыми лидерами являются Израиль и Южная Корея (около 5% ВВП), в то время как по абсолютному значению расходов с большим преимуществом всех опережают США и Китай. Россия в последние годы по общим расходам занимает примерно 10-е место, а по их доле в ВВП находится в четвертом десятке (порядка 1%, что примерно в 1,5–2 раза меньше средних показателей по странам ЕС и ОЭСР). Среди источников финансирования НИОКР в развитых странах преобладает частный сектор. Так, в США и странах ЕС доля частного финансирования НИОКР составляет примерно 60%, а доля государства — вдвое меньше. В России ситуация противоположная: порядка 70% ассигнований на НИОКР идут со стороны государства (см., например, (Воронина, Гамбарян, 2023)).

Хотя обычно считается, что государственная поддержка бизнеса противоречит принципам свободной конкуренции и рыночной экономики, для НИОКР и некоторых других сфер такая поддержка допускается. Однако, например, в странах ЕС существуют определенные ограничения и правила предоставления государственной помощи бизнесу на НИОКР. Так, без уведомления Европейской комиссии государственные субсидии предприятиям на определенные виды деятельности (в том числе НИОКР) разрешено предоставлять, только если их объем не превышает установленной границы (20 млн евро для фундаментальных исследований, 10 млн евро для прикладных исследований и 7,5 млн евро для экспериментальных работ). Более крупные субсидии на НИОКР уже требуют разрешения Еврокомиссии. При этом установлены максимальные нормы государственного участия в субсидировании расходов на различные виды НИОКР в зависимости от размера предприятий. В частности, для крупных предприятий доля субсидий на прикладные исследования не должна превышать 50% соответствующих расходов, а на экспериментальные разработки — 25% (Клавдиенко, 2021).

Формы государственной поддержки НИОКР сводятся к прямому (через субсидии, гранты, государственные кредиты, совместное финансирование, инновационные ваучеры, государственные заказы на результаты НИОКР) и косвенному финансированию (через налоговые льготы, упрощенное администрирование, поручительства по кредитам). Прямые методы направлены, как правило, на поддержку конкретных предприятий, проектов и работ. Наиболее распространенными здесь являются субсидии на компенсацию части затрат на проведение НИОКР, предоставляемые на конкурсной основе. Согласно правилам, существующим в России с 2020 г.², субсидия из федерального бюджета может быть источником финансового обеспечения не более 70% затрат организации

² Постановление Правительства РФ от 12.12.2019 № 1649.

на проведение НИОКР, а максимальный срок субсидирования составляет три года. С 2024 г. в области средств производства электроники максимальная субсидия была увеличена до 90% фактически понесенных и документально подтвержденных затрат по НИОКР³.

Среди мер налогового стимулирования, которые считаются более универсальным способом стимулирования НИОКР, поскольку они дают участникам равные возможности и обладают большей прозрачностью, наиболее популярны инновационные налоговые кредиты, налоговые вычеты затрат на НИОКР (включая дополнительные скидки), ускоренная амортизация основных фондов, используемых во время проведения НИОКР. В России одним из основных механизмов является учет определенных видов расходов на НИОКР (установленных в ст. 262 НК РФ) в налоговой базе по налогу на прибыль организаций, что позволяет снижать соответствующий налог. При этом расходы для НИОКР из установленного Правительством РФ перечня учитываются с повышающим коэффициентом (в настоящее время — 1,5). Тем не менее, как отмечают некоторые авторы, потенциал налогового стимулирования в России не используется в полной мере, что отчасти связано с существующей правовой неопределенностью в этой сфере и проблемами в отнесении расходов по НИОКР к льготным (Логинова, 2022).

Характерной особенностью НИОКР является высокая степень неопределенности как в результатах работы, так и в самом их успешном завершении, т.е. в реализации проекта. Даже в такой высокотехнологичной отрасли, как ракетно-космическая промышленность, за период 2011–2020 гг. из числа завершенных НИОКР было реализовано лишь около 30%, причем примерно 20% — за счет государственного бюджета и еще 10% — за счет собственных средств предприятий (Кондратенко, 2022).

В научной литературе существуют различные, порой противоречивые, точки зрения на взаимосвязь неопределенности с инвестициями в НИОКР. Так, согласно неоклассической теории инвестирования, существует положительная связь между неопределенностью и инвестициями — увеличение разброса прибыли (вследствие рыночной волатильности) ускоряет инвестирование (Abel, 1983, 1984; Hartman, 1972), поскольку в условиях конкуренции более высокая неопределенность потенциально несет больше возможностей, а задержка может привести к опережающему инвестированию со стороны конкурентов. В то же время теория реальных опционов (Dixit, Pindyck, 1994) утверждает наличие отрицательной связи между инвестициями в НИОКР и неопределенностью, обосновывая более позднее инвестирование ожиданием появления дополнительной информации и наступления более благоприятной ситуации. Возникающее противоречие можно связать с различием исходных теоретических предпосылок в описанных выше подходах. В рамках теории реальных опционов инвестор обычно рассматривается как монополист, а его инвестиционные решения не влияют ни на цены, ни на структуру рынка. Другая теория, напротив, имеет дело с инвестициями в условиях несовершенной конкуренции, когда товарные рынки не являются монополиями и другие потенциальные конкуренты могут воспользоваться возникающими в условиях неопределенности возможностями влиять на рынок.

Влияние различных типов неопределенности на инвестирование в НИОКР исследовалось в работе (Леонтьева, 2020). Автор рассмотрела выборку российских нефинансовых компаний с 2011 по 2018 г. и выявила нелинейные зависимости инвестиций в НИОКР от неопределенности экономической политики (EPU-индекса, определяемого по анализу текстов в СМИ (Baker, Bloom, Davis, 2016)), рыночной неопределенности, а также специфической для компании неопределенности (уровня конкуренции в отрасли, размера компании, запаса ликвидности и др.).

Хотя в литературе имеется довольно много работ по инвестициям в НИОКР в условиях неопределенности — подробный обзор можно найти, например, в упомянутой работе (Леонтьева, 2020), — но практически отсутствуют исследования, связанные с тем, в какой именно момент времени действующим предприятиям или компаниям следует начинать проведение НИОКР. Подобного рода проблемы (или, в более общей постановке — выбор момента времени для структурных изменений в деятельности предприятий) возникают в исследованиях по некоторым другим направлениям, не имеющим прямого отношения к НИОКР.

В теории реальных опционов рассматривается так называемый опцион развития (или опцион роста, *growth option*), когда во время реализации какого-либо проекта имеется возможность сделать дополнительные инвестиции (например, в инфраструктуру или в НИОКР), вследствие

³ Постановление Правительства РФ ОТ 30.12.2023 № 2416.

чего можно будет начинать новые проекты, выпускать новые товары и т.п. Например, в (Alvarez, Stenbacka, 2001) авторы рассматривали составной (многоэтапный) реальный опцион, в ходе которого у фирмы появляется возможность усовершенствовать технологию и тем самым изменить свой денежный поток, и исследовали зависимость принимаемых решений от рыночной и технологической неопределенностей.

В работе (Agliardi, 2001) изучалась стохастическая модель, в которой у фирмы возникает возможность сделать в какой-то момент времени инвестиции и внедрить новую технологию, а в дальнейшем, возможно, вернуться к старой технологии, потеряв часть сделанных инвестиций. Было установлено, в частности, что волатильности денежных потоков старой и новой технологий могут неоднозначно влиять на моменты инвестирования и деинвестирования (перехода к новой технологии и возврата к старой).

В работе (Alvarez, Stenbacka, 2004) рассматривалась модель оптимизации времени смены существующей на предприятии технологии, связанная с изменением волатильности денежного потока. Было показано, что свойства оптимального момента смены технологии и оптимальной приведенной прибыли предприятия существенно зависят не только от соотношения между волатильностями денежных потоков до и после смены технологии (что соответствует положениям теории реальных опционов), но и от функции полезности денежных потоков (отвращения или склонности к риску).

Другое направление можно связать с проблемой выбора момента времени для приватизации предприятия, которая существенно меняет его прибыль. Детерминированная модель определения оптимальных сроков приватизации рассмотрена, например, в (Андерсон, 2004). Предполагая, что после приватизации изменяется поток чистого дохода предприятия (а также налогообложение), автор изучал свойства такого момента приватизации, при котором интегральный чистый дисконтированный доход предприятия до и после приватизации (на бесконечном горизонте времени) будет максимальным. В стохастическом случае модель структурных изменений прибыли предприятия в результате приватизации изучалась, например, в работе (Аркин, Сластников, 2020). В ней была получена явная формула для времени начала приватизации, оптимального с точки зрения инвестора, т.е. в качестве критерия рассматривался ожидаемый чистый доход предприятия после приватизации, приведенный к базовому (нулевому) моменту времени.

В настоящей работе рассматривается проблема оптимизации времени начала проведения НИОКР на предприятии, прибыль которого меняется случайным образом. В какой-то момент предприятие принимает решение о необходимости модернизировать свою деятельность и реализовать некоторый инновационный проект, чему должно предшествовать проведение соответствующих научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ. В статье выведена формула для оптимального выбора времени начала НИОКР, а также проведен модельный анализ зависимости этого оптимального момента времени от налоговой нагрузки, затрат и размера субсидий на проведение НИОКР, вероятности реализации проекта.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В статье предложена модель, в рамках которой можно построить и исследовать оптимальный момент начала проведения на предприятии реального сектора научно-исследовательских и опытно-конструкторских работ (НИОКР), необходимых для реализации некоторого инновационного проекта⁴. В соответствии с выделяемыми Росстатом основными направлениями инновационной деятельности такой проект можно отнести, например, к технологическим инновациям, связанным с получением «нового либо усовершенствованного продукта или услуги, внедренных на рынке, нового либо усовершенствованного процесса или способа производства (передачи) услуг, используемых в практической деятельности»⁵. Реализации инновационного проекта предшествует этап проведения НИОКР.

Предприятие. В модели предполагается, что предприятие действует в условиях неопределенности и его поток прибыли до момента изменений (начала реализации инновационного проекта)

⁴ Далее для краткости мы будем иногда называть его просто проектом или инновацией.

⁵ Приказ Росстата от 06.09.2012 № 481 «Об утверждении статистического инструментария для организации федерального статистического наблюдения за деятельностью в сфере дошкольного образования, научной и инновационной деятельностью, занятостью населения».

моделируется случайным процессом $\pi_{1,t}$, $t \geq 0$. В некоторый момент времени τ принимается решение провести этап НИОКР длительности L для реализации проекта. Поток текущих затрат на проведение НИОКР описывается процессом r_t , $\tau \leq t \leq \tau + L$. Предполагается, что государство заинтересовано в проведении предприятием инноваций и выделяет на частичную компенсацию затрат на НИОКР субсидии, моделируемые процессом s_t , $\tau \leq t \leq \tau + L$.

Поскольку разработка инноваций сопровождается определенным риском, то по окончании этапа НИОКР (в момент времени $\tau + L$) проект реализуется только с некоторой вероятностью p и после капитальных вложений $I_{\tau+L}$ приносит поток прибыли $\pi_{2,t}$, $t \geq \tau + L$. С дополнительной вероятностью $1 - p$ проведение НИОКР не приносит положительного результата, т.е. проект не реализуется, и предприятие продолжает функционировать, производя, как и раньше, поток прибыли $\pi_{1,t}$.

Налоговая среда характеризуется налоговой нагрузкой γ на прибыль предприятия (долей всех налогов в прибыли). Кроме того, во время проведения НИОКР соответствующие расходы вычитаются из налоговой базы с повышающим коэффициентом μ ($\mu > 1$).

Для упрощения изложения будем считать время жизни предприятия бесконечным (это не имеет принципиального значения), а его функционирование — рассматривать в непрерывном времени. В сделанных предположениях ожидаемый чистый приведенный доход предприятия на всем периоде его функционирования, начиная с нулевого момента времени (NPV), в зависимости от момента τ начала проведения НИОКР, можно представить в виде:

$$\begin{aligned} V(\tau) = E \left\{ \int_0^{\tau} (1-\gamma)\pi_{1,t} e^{-\rho t} dt + \int_{\tau}^{\tau+L} [(1-\gamma)\pi_{1,t} - r_t(1-\gamma\mu) + s_t] e^{-\rho t} dt + \int_{\tau+L}^{\infty} (1-\gamma) [p\pi_{2,t} + \right. \\ \left. + (1-p)\pi_{1,t}] e^{-\rho t} dt - pI_{\tau+L} e^{-\rho(\tau+L)} \right\} = E \left\{ (1-\gamma) \int_0^{\infty} \pi_{1,t} e^{-\rho t} dt - (1-\gamma\mu) \int_{\tau}^{\tau+L} r_t e^{-\rho t} dt + \right. \\ \left. + \int_{\tau}^{\tau+L} s_t e^{-\rho t} dt + p(1-\gamma) \int_{\tau+L}^{\infty} (\pi_{2,t} - \pi_{1,t}) e^{-\rho t} dt - pI_{\tau+L} e^{-\rho(\tau+L)} \right\}, \end{aligned} \quad (1)$$

где E — знак математического ожидания; ρ — ставка дисконтирования.

Рассматривается задача выбора момента начала проведения НИОКР τ такого, чтобы ожидаемый чистый приведенный доход предприятия на всем периоде его функционирования был максимальным, т.е.

$$V(\tau) \rightarrow \max_{\tau \geq 0}, \quad (2)$$

где максимум берется по всем марковским (не зависящим от будущего) моментам τ .

Для решения этой задачи сделаем ряд математических предположений.

Прибыль. Будем считать, что поток прибыли предприятия *до начала НИОКР* $\pi_{1,t}$ описывается процессом геометрического броуновского движения

$$\pi_{1,t} = \pi_0 \exp\{(\alpha_1 - 0,5\sigma_1^2)t + \sigma_1 w_{1,t}\}, \quad t \geq 0, \quad (3)$$

где задано начальное значение π_0 , а $w_{1,t}$, $t \geq 0$ — винеровский процесс, моделирующий неопределенность. Прибыль предприятия *после реализации инновации* описывается семейством геометрических броуновских движений $\pi_{2,t}$:

$$\pi_{2,t}^2 = \pi_{2,\tau+L} \exp\{(\alpha_2 - 0,5\sigma_2^2)(t - \tau - L) + \sigma_2 w_{2,t-\tau-L}\}, \quad \tau \geq 0, \quad t \geq \tau + L, \quad (4)$$

где $w_{2,t}$, $t \geq 0$ — винеровский процесс; τ — время начала НИОКР. Предполагается, что $\alpha_1, \alpha_2 < \rho$, а начальное состояние прибыли (после реализации проекта) $\pi_{2,\tau+L}$ согласовано с последним состоянием прибыли до инновации $\pi_{1,\tau+L}$ соотношением

$$\pi_{2,\tau+L} = \psi \pi_{1,\tau+L}, \quad \psi > 0, \quad (5)$$

которое можно связывать с перестройкой деятельности (и изменением прибыли) предприятия после инновации. Мы не накладываем каких-либо дополнительных условий ни на величину коэффициента скачка прибыли ψ , ни на соотношения между параметрами прибыли до и после структурного изменения. В частности, первое время после внедрения инновации поток прибыли может стать меньше, чем до нее. Далее мы иногда будем называть $\pi_{1,t}$ и $\pi_{2,t}$ «старой» и «новой» прибылью соответственно.

Из сделанных предположений можно вывести следующие соотношения:

$$E \int_0^{\infty} \pi_{1,t} e^{-\rho t} dt = \frac{\pi_0}{\rho - \alpha_1}, \quad (6)$$

$$\begin{aligned} E \int_{\tau+L}^{\infty} (\pi_{2,t} - \pi_{1,t}) e^{-\rho t} dt &= E \left(E_{\tau+L} \int_{\tau+L}^{\infty} (\pi_{2,t} - \pi_{1,t}) e^{-\rho t} dt \right) = E e^{-\rho(\tau+L)} \left(\frac{\pi_{2,\tau+L}}{\rho - \alpha_2} - \frac{\pi_{1,\tau+L}}{\rho - \alpha_1} \right) = \\ &= e^{-\rho L} E e^{-\rho \tau} \pi_{1,\tau+L} \left(\frac{\psi}{\rho - \alpha_2} - \frac{1}{\rho - \alpha_1} \right) = e^{-\rho L} \varphi E e^{-\rho \tau} \pi_{1,\tau+L} = e^{-\rho L} \varphi E \left(e^{-\rho \tau} E_{\tau} \pi_{1,\tau+L} \right) = \\ &= e^{-\rho_1 L} \varphi E \left(e^{-\rho \tau} \pi_{1,\tau} \right), \end{aligned} \quad (7)$$

где $\varphi = \psi/\rho_2 - 1/\rho_1$, $\rho_1 = \rho - \alpha_1$, $\rho_2 = \rho - \alpha_2$; E здесь и далее обозначает условное математическое ожидание при известной информации к моменту времени t .

Нетрудно убедиться, что

$$\left(E_{\tau+L} \int_{\tau+L}^{\infty} \pi_{2,t} e^{-\rho t} dt \right) / \left(E_{\tau+L} \int_{\tau+L}^{\infty} \pi_{1,t} e^{-\rho t} dt \right) = 1 + \varphi \rho_1.$$

Таким образом, величина $\lambda = \varphi \rho_1$ характеризует относительный прирост ожидаемой приведенной прибыли предприятия после реализации инновационного проекта по сравнению с прибылью без реализованного проекта.

НИОКР. Сделаем теперь предположения относительно денежных потоков на этапе НИОКР. Будем считать, что величина инвестиций, необходимых для реализации инновационного проекта (после завершения НИОКР) не зависит от времени, т.е. $I_{\tau+L} = I$, а предоставляемые субсидии составляют фиксированную долю ξ текущих затрат на НИОКР, т.е. $s_t = \xi r_t$. Текущие затраты r_t , $\tau \leq t \leq \tau + L$ на проведение НИОКР предполагаются пропорциональными (с коэффициентом пропорциональности θ) текущей прибыли предприятия: $r_t = \theta \pi_{1,t}$. В этих условиях имеем:

$$\begin{aligned} E \int_{\tau}^{\tau+L} r_t e^{-\rho t} dt &= E e^{-\rho \tau} \left\{ E_{\tau} \int_{\tau}^{\tau+L} \theta \pi_{1,t} e^{-\rho(t-\tau)} dt \right\} = E e^{-\rho \tau} \left\{ \theta \pi_{1,\tau} (1 - e^{-\rho_1 L}) / \rho_1 \right\}, \\ E \int_{\tau}^{\tau+L} s_t e^{-\rho t} dt &= E e^{-\rho \tau} \left\{ \xi \theta \pi_{1,\tau} (1 - e^{-\rho_1 L}) / \rho_1 \right\}. \end{aligned} \quad (8)$$

Тогда из соотношений (1) и (6)–(8) получаем:

$$\begin{aligned} \rho_1 V(\tau) &= (1 - \gamma) \pi_0 + E e^{-\rho \tau} \left\{ p(1 - \gamma) \lambda e^{-\rho_1 L} \pi_{1,\tau} - (1 - \gamma \mu - \xi) \theta (1 - e^{-\rho_1 L}) \pi_{1,\tau} - \rho_1 p e^{-\rho L} I \right\} = \\ &= (1 - \gamma) \pi_0 + e^{-\rho_1 L} E e^{-\rho \tau} \left\{ [p(1 - \gamma) \lambda - \eta \theta K] \pi_{1,\tau} - \rho_1 p e^{-\alpha_1 L} I \right\}, \quad K = e^{\rho_1 L} - 1, \quad \eta = 1 - \gamma \mu - \xi. \end{aligned} \quad (9)$$

Величину η можно рассматривать как долю текущих затрат на проведение НИОКР, остающуюся после вычета налогов и субсидий. Отметим, что эта доля может оказаться отрицательной, что соответствует ситуации, когда субсидии превышают посленалоговые затраты по НИОКР (с учетом повышающего коэффициента).

Оптимальное время начала НИОКР. Задача (2) выбора оптимального момента начала проведения НИОКР представляет собой вариант классической задачи об оптимальной остановке случайных процессов. При сделанных выше предположениях (3)–(5) относительно прибыли предприятия и денежных потоков во время НИОКР оптимальный момент τ^* начала НИОКР является моментом оптимальной остановки геометрического броуновского процесса в задаче с линейной терминальной функцией выигрыша:

$$E e^{-\rho \tau} (c_1 \pi_{1,\tau} - c_2) \rightarrow \max_{\tau \geq 0}, \quad (10)$$

где $c_1 = p(1 - \gamma) \lambda - \eta \theta K$, $c_2 = \rho_1 p e^{-\alpha_1 L} I$. Задача такого типа хорошо известна в литературе.

Приведем соответствующие результаты применительно к описанной выше модели проведения НИОКР.

Утверждение 1. *Оптимальный момент начала НИОКР равен:*

$$\tau^* = \begin{cases} \min \{ t \geq 0 : \pi_{1,t} \geq \pi^* \}, & \text{если } p(1 - \gamma) \lambda > \eta \theta K, \\ +\infty, & \text{если } p(1 - \gamma) \lambda \leq \eta \theta K, \end{cases} \quad \pi^* = \frac{\beta}{\beta - 1} \times \frac{\rho_1 p e^{-\alpha_1 L} I}{p(1 - \gamma) \lambda - \eta \theta K}, \quad (11)$$

β — положительный корень уравнения $0,5\sigma_1^2\beta(\beta - 1) + \alpha_1\beta - \rho = 0$.

Доказательство. Случай $p(1 - \gamma) \lambda > \eta \theta K$ соответствует положительным коэффициентам c_1 и c_2 в задаче (10). Формула для оптимального момента остановки приведена, в частности, в монографии (Dixit, Pindyck, 1994), а строгое доказательство оптимальности имеется, например, в (Ширяев, 1998, гл. VIII, § 2а) или для более общих диффузионных процессов и функций выигрыша — в статье (Аркин, 2014).

Если выполнено $p(1-\gamma)\lambda \leq \eta\theta K$, то $c_1 \leq 0$. При этом $Ee^{-\rho\tau}(c_1\pi_{1,\tau} - c_2) < 0$ для всех $\tau \geq 0$, и $\lim_{\tau \rightarrow \infty} Ee^{-\rho\tau}(c_1\pi_{1,\tau} - c_2) = 0$, тем самым максимум в (10) не достигается (формально можно считать, что он равен $+\infty$). ■

Отметим, что утверждение 1 не гарантирует, что, даже при выполнении условия $p(1-\gamma)\lambda > \eta\theta K$, оптимальный момент τ^* начала НИОКР будет конечным с вероятностью 1. Формула для величины вероятности $P(\tau^* < \infty)$ приведена, например, в (Ширяев, 1998, гл. VIII, § 2а).

Утверждение 2. Пусть выполнено условие $p(1-\gamma)\lambda > \eta\theta K$. Тогда

$$P(\tau^* < \infty) = \begin{cases} \left(\pi_0/\pi^*\right)^{1-2\alpha_1/\sigma_1^2}, & \text{если } 2\alpha_1 < \sigma_1^2 \text{ и } \pi_0 < \pi^*, \\ 1, & \text{если } 2\alpha_1 \geq \sigma_1^2 \text{ или } \pi_0 \geq \pi^*, \end{cases}$$

где π^* определено в (11).

Далее в статье конечность момента τ^* означает его конечность с положительной вероятностью, точная формулировка которой представлена в утверждении 2.

МОДЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Конечное время начала НИОКР

Как видно из утверждения 1, оптимальный момент τ^* для начала НИОКР может не существовать (не быть конечным), т.е. при определенных условиях предприятию не имеет смысла начинать НИОКР и реализацию нового проекта, если оно имеет цель максимизировать ожидаемый чистый приведенный доход предприятия на всем периоде его функционирования.

Рассмотрим более подробно условия, когда время начала НИОКР является конечным.

Прежде всего отметим, что если доля субсидий в затратах на НИОКР не слишком маленькая, а именно $\xi \geq 1 - \gamma\mu$, то $\eta < 0$ и, следовательно, по утверждению 1, $\tau^* < \infty$ (с положительной вероятностью). Принимая во внимание, что в российских реалиях максимальная доля ξ может достигать 70%, находим, что время начала НИОКР будет конечным, если при таких субсидиях налоговая нагрузка на предприятие превышает 30%, что выглядит вполне соответствующим практике.

Согласно утверждению 1, время начала НИОКР является конечным в том и только том случае, когда выполняется соотношение

$$p(1-\gamma)\lambda > (1-\gamma\mu-\xi)\theta K, \quad (12)$$

которое можно записать в виде:

$$\xi > 1 - d - \gamma(\mu - d), \text{ где } d = p\lambda / \theta K. \quad (13)$$

Из соотношений (6)–(8) следует, что

$$\frac{pE \int_{\tau+L}^{\infty} (\pi_{2,t} - \pi_{1,t}) e^{-\rho t} dt}{E \int_{\tau}^{\tau+L} r_t e^{-\rho t} dt} = \frac{p e^{-\rho_1 L} \Phi E(e^{-\rho\tau} \pi_{1,t})}{E(e^{-\rho\tau} \pi_{1,t}) \theta (1 - e^{-\rho_1 L}) / \rho_1} = \frac{p\lambda}{\theta K} = d,$$

т.е. определенная в (13) величина d представляет собой отношение ожидаемого (с учетом возможной реализации проекта после завершения НИОКР) прироста интегральной прибыли предприятия к ожидаемым затратам на НИОКР. С некоторой долей условности d можно назвать *ожидаемым относительным приростом интегральной прибыли* предприятия (на единицу затрат по НИОКР) после завершения НИОКР.

Область, где выполняется неравенство (13) в пространстве пар (γ, ξ) , изображена на рисунке.

На рисунке (а) представлен вид области $\{(\gamma, \xi): \tau^* < \infty\}$ для случая $d < 1$. Эта область лежит выше отрезка прямой, пересекающего оси координат в точках $\gamma_0 = (1-d)/(\mu-d)$ и $\xi_0 = 1-d$, где d определено в (13). Таким образом, если ожидаемый относительный прирост интегральной прибыли после завершения НИОКР невелик ($d < 1$), то при малых субсидиях и маленькой налоговой нагрузке предприятию не имеет смысла начинать работу над инновациями (для оптимизации интегральной приведенной прибыли). Другая ситуация возникает, когда ожидаемый относительный прирост интегральной прибыли становится достаточно большим ($d \geq 1$). Здесь НИОКР должны начинаться

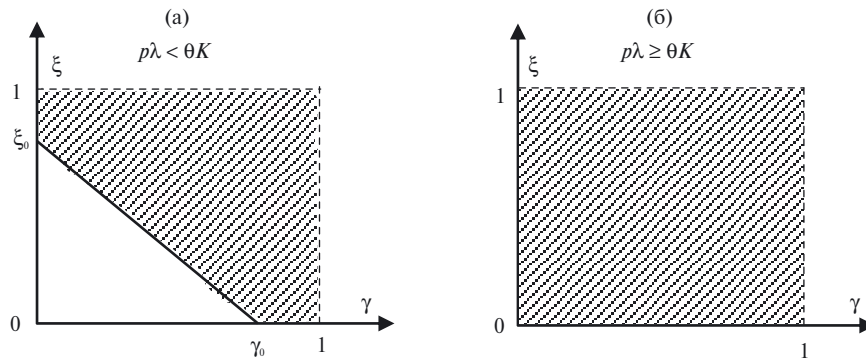


Рисунок. Время начала НИОКР (область конечного времени начала НИОКР заштрихована)

уже при любых значениях налоговой нагрузки и величины субсидий (в том числе и при отсутствии субсидий) (см. рисунок б).

Перейдем теперь к исследованию зависимости оптимального времени начала НИОКР τ^* от доли предоставляемых субсидий ξ , налоговой нагрузки γ , доли затрат на НИОКР θ , а также от вероятности реализации проекта p .

Отметим, что поведение оптимального момента τ^* полностью характеризуется величиной оптимального уровня π^* , определенного в (11). А именно, если при изменении параметров уровень π^* растет, то оптимальный момент τ^* также увеличивается, причем с вероятностью 1. И аналогично, при снижении π^* оптимальное время начала НИОКР уменьшается с вероятностью 1.

Зависимость от налоговой нагрузки

В описанной выше модели весь период функционирования предприятия с точки зрения налогообложения можно разделить на три этапа. На первом этапе (до момента начала НИОКР) текущая прибыль подвергается стандартному налогообложению. На втором этапе (проведение НИОКР) налоги уменьшаются за счет включения расходов на НИОКР в налоговую базу по налогу на прибыль. На третьем этапе (после окончания НИОКР) опять возобновляется стандартное налогообложение прибыли, «новой» или «старой» — в зависимости от успешности реализации инновационного проекта. Такая структура косвенно свидетельствует о том, что влияние налогообложения на интегральную прибыль предприятия, а значит, и на выбор времени начала НИОКР может быть совсем не очевидным и зависит от различных параметров.

Поскольку $p(1-\gamma)\lambda - (1-\gamma\mu - \xi)\theta K = \theta K[d - (1-\xi) + (\mu - d)\gamma]$, то по формуле (11) характер зависимости π^* , и, следовательно, τ^* от γ определяется знаком коэффициента $\mu - d$, где d определено в (13), а μ — повышающий коэффициент, с которым затраты на НИОКР учитываются для расчета налога на прибыль предприятия.

Если относительный прирост прибыли предприятия после успешного завершения НИОКР и реализации проекта d небольшой ($d < \mu$), то оптимальный момент τ^* монотонно убывает с ростом налоговой нагрузки. Тем самым, если инновационный проект не слишком прибыльный, то при увеличении налоговой нагрузки на предприятие работы по НИОКР надо начинать раньше. И, напротив, для относительно прибыльных проектов ($d > \mu$) возрастание налоговой нагрузки отодвигает оптимальное время начала НИОКР на более поздний срок.

Зависимость от доли субсидий и от повышающего коэффициента в затратах

Из формулы (11) вытекает, что оптимальный уровень π^* монотонно убывает по величине доли субсидий в затратах на НИОКР ξ и по коэффициенту μ , с которым затраты на НИОКР учитываются при подсчете налога на прибыль. Тем самым при увеличении этих параметров оптимальное начало НИОКР должно быть более ранним, что выглядит вполне естественным, поскольку и тот и другой параметр являются определенными льготами, предоставляемыми государством для выполнения НИОКР. Поскольку при этом оптимальное время τ^* должно быть конечным, из неравенства (13) вытекают следующие ограничения для рассматриваемых параметров:

$$\xi > \max(0, 1 - \gamma\mu - (1 - \gamma)d), \mu > \max\left(1, \frac{1 - \xi - (1 - \gamma)d}{\gamma}\right).$$

Зависимость от доли затрат и от вероятности реализации НИОКР

Как видно из соотношения (11) для π^* , характер влияния на оптимальный момент τ^* доли текущих затрат на НИОКР θ в прибыли предприятия и вероятности p реализации проекта по завершении НИОКР определяется знаком величины $\eta = 1 - \gamma\mu - \xi$. Напомним, что $(1 - \gamma\mu - \xi)\theta$ представляет собой долю затрат на проведение НИОКР, остающуюся после вычета налогов (с учетом повышающего коэффициента) и субсидий.

Если $\xi < 1 - \gamma\mu$, т.е. доля субсидий в затратах на выполнение НИОКР невелика, то с ростом доли затрат θ на НИОКР оптимальное время начала τ^* увеличивается, что более или менее согласуется с экономической интуицией. Если же доля субсидий достаточно большая ($\xi > 1 - \gamma\mu$), то возникает противоположный эффект и возрастание затрат на НИОКР приводит к более раннему началу работ по проекту. В этом случае получаемые субсидии превосходят посленалоговые затраты предприятия на НИОКР и становится выгодным начинать НИОКР раньше, чтобы раньше начинать получать субсидии.

Аналогичные эффекты обнаруживаются и при исследовании зависимости τ^* от вероятности p реализации проекта после завершения НИОКР. Только «направление» зависимости в этом случае будет противоположным. Так, при малой доле субсидий ($\xi < 1 - \gamma\mu$) время начала НИОКР τ^* убывает с ростом вероятности p , т.е. более рискованные проекты следует начинать позже, а в случае большой доли субсидий ($\xi > 1 - \gamma\mu$) более рискованные проекты оптимально начинать раньше, что представляется далеко не очевидным.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Особенностями предложенной в данной статье модели оптимизации момента начала НИОКР на предприятии являются: описание прибыли предприятия до и после реализации проекта в виде случайных процессов; использование мер государственной поддержки (субсидий и повышающего коэффициента по затратам) для стимулирования проведения НИОКР; возможность отсутствия реализации проекта после завершения НИОКР.

Рассматривается задача выбора такого момента начала проведения НИОКР, чтобы ожидаемый чистый дисконтированный доход предприятия на всем периоде его функционирования был бы максимальным. В условиях, когда прибыль предприятия описывается процессами геометрического броуновского движения, показано, что оптимальный момент времени начала НИОКР совпадает с первым моментом времени, когда текущая прибыль предприятия превысит некоторое пороговое значение, для которого выведена явная формула. Такой оптимальный момент не всегда существует (т.е. принимает конечные значения), а условия его существования определяются величиной ожидаемого относительного прироста интегральной прибыли предприятия (на единицу затрат на НИОКР) после завершения НИОКР.

Проведен модельный анализ зависимости оптимального времени начала НИОКР от таких параметров, как налоговая нагрузка, величина субсидий на проведение НИОКР, затраты на НИОКР, вероятность реализации проекта. Установлено, что увеличение налоговой нагрузки на предприятие ведет к замедлению/ускорению проведения НИОКР в зависимости от величины ожидаемого относительного прироста интегральной прибыли предприятия после завершения НИОКР. Характер влияния вероятности реализации проекта на оптимальное время начала НИОКР существенно зависит от доли предоставляемых субсидий в затратах на НИОКР. Так, в случае больших долей более рискованные проекты (с меньшей вероятностью реализации) оптимально начинать раньше, а при малых долях — позже. В этом смысле можно утверждать, что субсидии могут стимулировать более раннее начало работ по рискованным инновационным проектам. Более детальное исследование стимулирующих свойств субсидий по НИОКР будет проведено в отдельной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Андерсон Дж. (2004). О приватизации государственной собственности // *Вопросы экономики*. № 12. С. 54–69.
[Anderson J. (2004). On privatizing state property. *Voprosy Ekonomiki*, 12, 54–69 (in Russian).]

- Аркин В.И.** (2014). Пороговые стратегии в задачах оптимальной остановки одномерных диффузионных процессов // *Теория вероятностей и ее применения*. Т. 59. Вып. 2. С. 365–374. [Arkin V.I. (2014). Threshold strategies in optimal stopping problem for one-dimensional diffusion processes. *Theory of Probability and Its Applications*, 59, 2, 365–374 (in Russian).]
- Аркин В.И., Слостников А.Д.** (2020). Математическая модель частичной приватизации предприятия // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 3. С. 91–102. [Arkin V.I., Slastnikov A.D. (2020). Mathematical model of the firm's partial privatization. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 3, 91–102 (in Russian).]
- Воронина Т.В., Гамбарян Р.Г.** (2023). Влияние инвестиций в НИОКР на объем высокотехнологичного экспорта // *Финансовые исследования*. № 1 (78). С. 132–142. [Voronina T.V., Ghambaryan R.G. (2023). The impact of R&D investments on the volume of high-tech exports. *Financial Research*, 1 (78), 132–142 (in Russian).]
- Клавдиенко В.П.** (2021). Государственная поддержка НИОКР и инноваций в бизнес-секторе стран ЕС // *Инновации*. № 04 (270). С. 63–68. [Klavdienko V.P. (2021). State support of R&D and innovation in the business sector of the European Union's countries. *Innovations*, 04 (270), 63–68 (in Russian).]
- Кондратенко А.Н.** (2022). Вопросы методологии сопровождения, реализации и информационного обеспечения НИОКР, технологических работ и инвестиционных проектов // *Вестник «НПО «Техномаш»*. № 1. С. 28–42. [Kondratenko A.N. (2022). Issues of support methodology, implementation and information support of research and development technological work and investment projects. *NPO "Technomac Vestnik"*, 1, 28–42 (in Russian).]
- Леонтьева В.В.** (2020). *Влияние неопределенности на инвестиции в НИОКР российских компаний*. Магистерская диссертация. НИУ ВШЭ. Пермь. Режим доступа: <https://nauchkor.ru/pubs/vliyanie-neopredelennosti-na-investitsii-v-niokr-rossiyskih-kompaniy-5efaf1fe3cd3d3e00013cd32a> [Leonteva V.V. (2020). *The impact of uncertainty on investment of Russian companies into R&D*. Master Thesis. HSE University, Perm. Available at: <https://nauchkor.ru/pubs/vliyanie-neopredelennosti-na-investitsii-v-niokr-rossiyskih-kompaniy-5efaf1fe3cd3d3e00013cd32a> (in Russian).]
- Логина Т.А.** (2022). Налоговое стимулирование расходов предприятий на НИОКР: особенности и проблемы регулирования // *Правоприменение*. Т. 6. № 1. С. 111–123. [Loginova T.A. (2022). Tax regulation of enterprise R&D expenditures: Special aspects and problems of regulation. *Law Enforcement Review*, 6, 1, 111–123 (in Russian).]
- Ширяев А.Н.** (1998). *Основы стохастической финансовой математики*. Т. 2. Теория. М.: ФАЗИС. 544 с. [Shiryayev A.N. (1999). *Essentials of stochastic finance. Facts, models, theory*. Singapore: World Scientific. First published in Russian in 1998 as "Fundamentals of Stochastic financial Mathematics", Moscow: FAZIS. 544 p.]
- Abel A.B.** (1983). Optimal investment under uncertainty. *The American Economic Review*, 73 (1), 228–233.
- Abel A.B.** (1984). The effects of uncertainty on investment and the expected long-run capital stock. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 7, 1, 39–53.
- Aboody D., Lev B.** (2000). Information asymmetry, R&D, and insider gains. *The Journal of Finance*, 55, 6, 2747–2766.
- Agliardi E.** (2001). Taxation and investment decisions: A real options approach. *Australian Economic Papers*, 40, 1, 44–55.
- Alvarez L.H.R., Stenbacka R.** (2001). Adoption of uncertain multi-stage technology projects: A real options approach. *Journal of Mathematical Economics*, 35, 1, 71–97.
- Alvarez L.H.R., Stenbacka R.** (2004). Optimal risk adoption: A real options approach. *Economic Theory*, 23, 1, 123–147.
- Baker S.R., Bloom N., Davis S.J.** (2016). Measuring economic policy uncertainty. *The Quarterly Journal of Economics*, 131, 4, 1593–1636.
- Dixit A.K., Pindyck R.S.** (1994). *Investment under uncertainty*. Princeton: Princeton University Press.
- Hartman R.** (1972). The effects of price and cost uncertainty on investment. *Journal of Economic Theory*, 5, 258–266.

Model of R&D timing at an enterprise under uncertainty

© 2025 V.I. Arkin, A.D. Slastnikov

V.I. Arkin,*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia;
e-mail: varkin@mail.ru***A.D. Slastnikov,***Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences (CEMI RAS), Moscow, Russia;
e-mail: aslast@mail.ru*

Received 08.07.2024

Abstract. The object of the study is an enterprise (in real sector) which has a possibility to carry out structural changes through the implementation of some innovative project. At some time the enterprise decides to carry R&D for the implementation of an innovative project. During R&D stage the company receives subsidies from the state, and expenses are deducted with the certain increasing coefficient. After the R&D stage, an innovative project starts implementation only with some probability. The enterprise operates under uncertainty, its profits flow is modeled by a stochastic process, and after the project implementation it changes to another stochastic process. We consider the problem of choosing such a moment for R&D start when the expected net discounted income of the enterprise would be maximal. It is proved that the optimal time to start R&D for the implementation of an innovative project coincides with the first time when the current profit of an enterprise exceeds certain threshold. We derive the explicit formula for the dependence of this threshold on the parameters in the model: the average growth rate and volatility of enterprise's profits before and after the project implementation; the tax burden; the volume of subsidies provided; the amount of investments necessary for the project implementation; duration of the R&D stage; the probability of the project implementation; discount rates. The conditions under which the optimal time to start R&D will be finite (with a positive probability) are investigated. We study the dependence of this optimal time on the tax burden, the amount of subsidies, R&D costs and the probability of project implementation.

Keywords: innovation project, structural changes, R&D, profits flow, stochastic process, subsidy, profit taxation, time to start R&D, probability of project implementation.

JEL Classification: C61, D81, O32.

UDC: 330.4.

For reference: **Arkin V.I., Slastnikov A.D.** (2025). Model of R&D timing at an enterprise under uncertainty. *Economics and Mathematical Methods*, 61, 1, 84–94. DOI: 10.31857/S0424738825010085 (in Russian).