

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

Динамическая модель рынка разработки программного обеспечения на основе задачи о быстродействии без прерываний в теории расписаний

© 2025 г. И.А. Лесик, А.Г. Перевозчиков, П.А. Юдина

И.А. Лесик,

ООО «Брейнхаб Групп», Тверь; e-mail: info@brainhub-group.ru

А.Г. Перевозчиков,

НПО «РусБИТех», Москва; e-mail: pere501@yandex.ru

П.А. Юдина,

НПО «РусБИТех», Тверь; e-mail: yud_19@mail.ru

Поступила в редакцию 20.03.2024

Аннотация. Предлагается постановка дискретной динамической модели рынка разработки программного обеспечения с последствием на основе задачи о быстродействии без прерываний в теории расписаний. В отличие от существующей задачи о быстродействии в нашей модели прерываний не допускаются. В результате такая задача становится NP-трудной даже в случае двух обслуживающих приборов, что приводит к необходимости использовать метод ветвей и границ в полученной дискретной динамической задаче с последствием в сочетании с точной формулой для наименьшего времени выполнения расписания с прерываниями для определения нижних оценок критерия в промежуточных узлах поискового орграфа. Известна теорема, что в задаче о рюкзаке эpsilon-версия метода ветвей и границ является полиномиальной со степенью полинома, обратно пропорциональной эpsilon. Возникает гипотеза, что это верно и для нашей задачи. Для проверки гипотезы проведен статистический эксперимент, когда параметры выбираются при помощи датчика случайных чисел, а размерность монотонно увеличивается. Кривизна графика числа раскрытых вершин от размерности в логарифмическом масштабе позволяет судить о полиномиальности или экспоненциальности эpsilon-версии метода ветвей и границ в нашей задаче. Показано, что хотя приближенный алгоритм как раз и оказался экспоненциальным, но относительное число раскрываемых вершин убывает очень быстро, что свидетельствует о его практической эффективности.

Ключевые слова: теория расписаний, задача о быстродействии, отсутствие прерываний, метод ветвей и границ, нижние оценки критерия.

Классификация JEL: O12, C51.

УДК: 519.7.

Для цитирования: Лесик И.А., Перевозчиков А.Г., Юдина П.А. (2025). Динамическая модель рынка разработки программного обеспечения на основе задачи о быстродействии без прерываний в теории расписаний // Экономика и математические методы. Т. 61. № 1. С. 118–124. DOI: 10.31857/S0424738825010119

ВВЕДЕНИЕ

В данной статье рассматривается постановка дискретной динамической модели рынка разработки программного обеспечения (РПО) с последствием на основе задачи о быстродействии (ЗБД) без прерываний (БП) в теории расписаний (ТР) (Танаев, Гордон, Шафранский, 1984; Танаев, Сотсков, Струсевич, 1989).

В отличие от существующей ЗБД не допускается прерываний. В результате ЗБД БП становится NP-трудной в случае даже двух обслуживающих приборов, что приводит к необходимости использовать метод ветвей и границ в полученной дискретной динамической задаче с последствием в сочетании с точной формулой для наименьшего времени выполнения расписания с прерываниями из (Танаев, Гордон, Шафранский, 1984, с. 156) для определения нижних оценок критерия в промежуточных узлах поискового орграфа.

Такое несовпадение сроков завершения заданий на разработку ПО, выраженных в месяцах, возникает в задачах о групповом назначении. Это равносильно учету последствия, когда на время

работы над проектом соответствующая группа исполнителей исключается из статической задачи о назначении. В существующих платформах PBS¹, LSF², NQE¹, I-SOFT (Ding, 2012), EASY³, LoadLeveler⁴ для решения транспортной задачи и ее частного случая — задачи о назначениях — рассматривается в основном статический вариант задачи с горизонтом планирования в один период. Поэтому в настоящей работе мы сосредоточились на ЗБД с несовпадением сроков завершения заданий на разработку ПО. Такая схема будет более общей, чем построенная на основе классической задачи о групповом назначении (ЗГН), поскольку учитывает дополнительно предполагаемые сроки завершения заданий. Оптимизация производится в интересах цифровой платформы, которая сама является как бы оптовым поставщиком и хотела бы продавать свой ресурс в розницу — насколько это возможно. Ставится задача минимизации времени выполнения всех групповых заданий без прерываний. Это позволяет учесть несовпадение предполагаемых сроков выполнения групповых заданий. Таким образом, предложенная постановка ЗБД является обобщением классической ЗГН в части учета несовпадения предполагаемых сроков выполнения групповых заданий.

Практическая значимость работы связана с использованием предложенной статической модели для группового распределения ресурсов и заданий на рынке разработки программного обеспечения для создания соответствующих цифровых транзакционных платформ (ЦТП) (Устюжанина, Дементьев, Евсюков, 2021). Несмотря на постоянное увеличение объема сделок, на рынке РПО отсутствуют глобальные платформы — по типу указанных выше универсальных платформ распределения заданий PBS, LSF, NQE, I-SOFT, EASY, LoadLeveler, которые могли бы быть использованы в динамическом алгоритме загрузки заданий. Это приводит к большому числу посредников в цепочке, ведущей от заказчика к исполнителю, что приводит к уменьшению стоимости работ для исполнителя до 10 раз по сравнению со стоимостью, которую готовы были платить заказчики. Таким образом, создание цифровой платформы на рынке РПО могло бы привести к более справедливому распределению доходов.

Следует отметить, что за последние несколько десятилетий появились методы решения задач на графах с использованием тропической (идемпотентной) математики. Как минимум это упрощает запись задач и алгоритмов примерно в той же степени, как матричная запись в стандартной линейной алгебре, линейном программировании и т.д. В частности, это упрощение касается задач о назначении, об оптимальном пути между вершинами графа и т.д. На эту тему есть работы не только бразильских и французских, но и российских математиков, причем именно российским математикам принадлежит основной вклад в развитие теории (В.П. Маслов, Н.Н. Воробьев и т.д.). В том что касается практических задач, следует отметить работы (Кривулин, 2009; Кривулин, Романовский, 2017; Кривулин, Губанов, 2021).

Основным результатом работы является постановка дискретной динамической модели рынка разработки программного обеспечения с последствием на основе задачи о быстродействии без прерываний в теории расписаний. Это позволяет применить поставленную задачу для построения цифровых платформ на рынке РПО для загрузки заданий исполнителям.

1. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ О БЫСТРОДЕЙСТВИИ БЕЗ ПРЕРЫВАНИЙ

Множество $N = \{1, \dots, n\}$ требований обслуживается M параллельными идентичными приборами. Требование $i \in N$ поступает в очередь на обслуживание в момент времени $d_i \geq 0$, длительность его обслуживания равна $t_i > 0$. На множестве N задано отношение строгого порядка $\rightarrow$, определяющее возможную последовательность обслуживания требований, G — граф редукции отношения $\rightarrow$.

Расписание $s = s(t) = \{s_1(t), \dots, s_M(t)\}$, допустимое относительно заданного порядка, очевидно, должно удовлетворять условию: если $i \rightarrow j$ и при некотором L значение $s_L(t') = i$, то $s_H(t) \neq j$ при всех $t < t'$ и всех $1 \leq H \leq M$.

¹ PBS Works. 2006 г. Официальный сайт компании Altair Engineering, Inc. (<http://www.pbsworks.com/>).

² Platform LSF 7 Update 6. 2009. An Overview of New Features for Platform LSF Administors. Официальный сайт компании Platform Computing Corporation (http://www.platform.com/workload-management/whatsnew_lsf7u6.pdf).

³ What is Condor? 2006. Официальный сайт продукта Condor (<http://www.cs.wisc.edu/condor/description.html>).

⁴ IBM Tivoli Workload Scheduler LoadLeveler. 2007. Официальный сайт компании «Интерфейс» (<http://www.interface.ru/home.asp?artId=6283>).

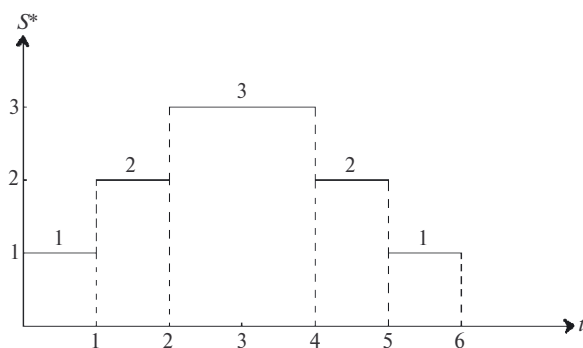


Рис. 1. Пример оптимального расписания

носителем $\rightarrow$ расписание, которому соответствует наименьшее значение $F(x)$, называется оптимальным расписанием. В общем случае оптимальное расписание содержит прерывания процесса обслуживания требований.

В (Танаев, Гордон, Шафранский, 1984, теорема 1.1, с. 79) указана точная верхняя граница $v-1$, где v — число различных значений $d_i, i=1, \dots, n$, минимального числа прерываний, имеющих место при оптимальном обслуживании требований одним прибором.

Приведем пример расписания (Танаев, Гордон, Шафранский, 1984, с. 82), которое содержит $v-1$ прерываний и в котором не существует оптимального расписания, содержащего меньшее число прерываний.

Пусть $M=1, n=3, d_1=0, d_2=1, d_3=2; t_1=t_2=t_3=2, F(x)=x_1+5x_2+20x_3$. В этом случае существует оптимальное расписание (рис. 1). При таком расписании обслуживание требования 1 прерывается в момент времени $t=d_2=1$, а требования 2 — в момент времени $t=d_3=2$. Дообслуживание этих требований производится, начиная с моментов времени $t=5$ и $t=4$ соответственно.

В (Танаев, Гордон, Шафранский, 1984, теорема 1.2) утверждается, что если $M \geq 2, d_i=d, i=1, \dots, n, G=(N, \phi)$ и $F(x)$ — неубывающая (квази-)вогнутая функция, то существует оптимальное расписание без прерываний процесса обслуживания требований.

Предположим, что $d=0$. Величина $T(s)=\max_{i \in N} \bar{t}_i(s)$ является общим временем обслуживания. Необходимо построить оптимальное по быстродействию расписание, имеющее минимальную длину.

Если T^* — длина оптимального расписания, то для него в (Танаев, Гордон, Шафранский, 1984, с. 156) приведена формула

$$T^* = \max \left\{ \max_{i=1, \dots, n} t_i, \sum_{i=1}^n t_i / M \right\}. \quad (1)$$

Согласно (Танаев, Гордон, Шафранский, 1984, с. 290) построение оптимального по быстродействию расписания без прерываний является NP -трудной задачей, даже в случае $n=2$.

1.1. Метод ветвей и границ для решения дискретно-непрерывной задачи

Рассмотрим сначала метод ветвей и границ (МВГ), который позволяет осуществлять поиск на некотором ориентируемом поисковом дереве со множеством вершин A и множеством ребер V . Дерево определяется корневой вершиной O и функцией $\pi(a)=b$, указывающих порядок следования вершин a и b , соединенных одним ребром. Известны значения критерия W на множестве A^* финальных (висящих) вершин. Во всех промежуточных вершинах известны верхние оценки критерия $\bar{W}(a)$, которые ограничивают сверху значение критерия $W(b)$ для всех терминальных вершин b , достижимых из a . Считается, что в терминальных вершинах значение верхней оценки совпадает со значением критерия. МВГ работает с текущим множеством U вершин и их верхних оценок.

Алгоритм метода имеет следующий вид.

1. Положить $U=\{O\}$.
2. Во множестве U выбрать вершину a , обладающую максимальной верхней оценкой.
3. Если выбранная вершина финальна, она дает решение задачи. Конец работы алгоритма.

В противном случае следует раскрыть выбранную вершину, т.е. заменить выбранную вершину a на все вершины, непосредственно следующие за a . Перейти к шагу 2.

1.2. Построение поискового бесконтурного орграфа в МВГ

Пусть $J = \{1, \dots, n\}$, введем еще формально пустой тип заявок с номером 0. Присутствие в наборе $J_k = \{j_1, \dots, j_k\}$ номера 0 означает его финальность как вершины. Вершина $J_0 = \emptyset$ нулевого уровня является источником. Вершины соседних уровней J_k, J_{k+1} связаны ребром, если соответствующие наборы отличаются одним элементом.

Проблемы раскрытия (выбора для дальнейшего развития) вершины возникают из-за того, что поисковый орграф не является растущим деревом, но их можно избежать, если заменить раскрытую вершину — вершинами, следующими за ней, кроме тех, которые уже были получены ранее в результате раскрытия. Тогда одновременно будет строиться растущее поддерево какого-то остова. Таким образом, верхняя оценка критерия в вершине $J_k \subseteq J$ получается по формуле:

$$\bar{C}(J_k) = \begin{cases} C(J_k / \{0\}), & 0 \in J_k; \\ \bar{C}(J_k), & 0 \notin J_k. \end{cases}$$

2. ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА ВЕТВЕЙ И ГРАНИЦ

Построение нижних оценок в МВГ. Для этого можно использовать вытекающее из (1) неравенство

$$T^* = \max \left\{ \max_{1 \leq i \leq n} t_i, \sum_{i=1}^n t_i / m \right\} \geq m^{-1} \sum_{i=1}^n t_i.$$

Но сначала следует подравнять времена работы приборов, используя часть оставшегося нераспределенного ресурса $\sum_{i=1}^n t_i$, а для остатка — воспользоваться нижней оценкой.

Нижние оценки в промежуточной вершине $i^l = (i_1, \dots, i_l)$ можно получить по формуле:

$$\bar{F}(i^l) = T(i^l) + m^{-1} \max \left(\sum_{j=l+1}^n t_j - \sum_{i=1}^m \Delta T_i(i^l); 0 \right); \quad (2)$$

$$T_i(i^l) = \sum_{j \in J_i^l} t_j, \quad T(i^l) = \max_{i=1, \dots, m} T_i(i^l); \quad \Delta T_i(i^l) = T(i^l) - T_i(i^l); \quad i = 1, \dots, m.$$

Здесь $J_i^l = \{j \in J^l : i_j = i\}$, $i = 1, \dots, m$, $J^l = \{1, \dots, l\}$.

Теперь нужно определить, какое еще допустимое решение взять в промежуточной вершине. Для этого примем правило (эвристическое), например, оставшиеся нераспределенные работы упорядочиваем по убыванию и последовательно назначаем их на работы с наибольшим текущим Δ , определенным в (2). Такое правило аналогично методу выбора наибольшего элемента.

3. ЧИСЛЕННЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ ДЛЯ ПРОВЕРКИ ПРАКТИЧЕСКОЙ СХОДИМОСТИ Е-ОПТИМАЛЬНОЙ МВГ

Положим в задаче (1)–(3): $n = 2k$, $k \in \mathbb{N}$, $m = 0,5n$, $t_j = [1, 5]$. Величина t_j предполагается случайной, равномерно распределенной на соответствующих отрезках. Для проведения численного эксперимента с использованием разработанной программы было решено запускать алгоритм 10 раз для каждой из размерностей и подсчитывать среднее число раскрытых вершин с максимально допустимым практическим значением относительной точности $\varepsilon = 0,1$.

В рамках численного эксперимента ограничимся размерностью, при которой решение находится в пределах 1 часа. Был использован ноутбук HP Laptop 15-dw1xxx.

В ходе проведения статистического эксперимента было выявлено среднее число раскрытых вершин орграфа и процент раскрытых вершин от общего числа вершин и составлены графики зависимости этих величин от размерности задачи (рис. 2–3).

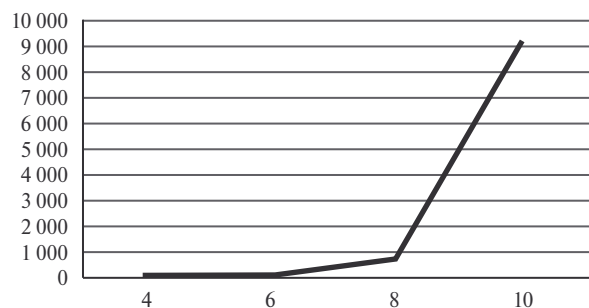


Рис. 2. Зависимость среднего числа раскрытых вершин от размерности

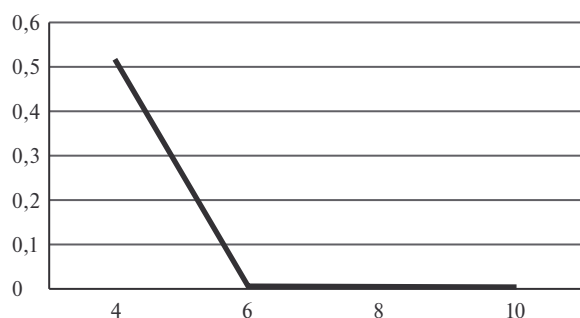


Рис. 3. График процента раскрытых вершин от общего числа вершин в орграфе

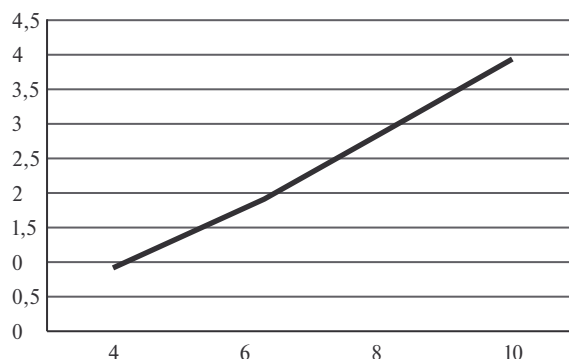


Рис. 4. Логарифмический масштаб

Заметим, что с увеличением размерности процент раскрытых вершин для данной задачи с ε -оптимальной версией МВГ убывает (см. рис. 3), однако число раскрытых вершин растет с увеличением размерности (см. рис. 2). Тем не менее процент раскрытых вершин убывает достаточно быстро, что говорит о практической эффективности алгоритма.

Для проверки полиномиальности алгоритма построим график числа раскрытых вершин в логарифмическом масштабе. В случае экспоненциальной сложности алгоритма зависимость будет линейной и логарифмической — в полиномиальном случае. В этом состоит качественный критерий полиномиальности алгоритма. Оказалось (рис. 4), что в логарифмическом масштабе график линейный, т.е. ε -оптимальная версия метода ветвей и границ не полиномиальна, а экспоненциальна.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В настоящей работе предложена практически значимая методология определения загрузки групповых работ по исполнителям на рынке РПО с последствием на основе задачи о быстродействии без прерываний в теории расписаний. Рассмотрен статистический эксперимент для проверки практической сходимости ε -оптимальной версии метода ветвей и границ.

Практическая значимость работы определяется применением в транзакционных платформах на рынке РПО для загрузки заданий по терминологии работы (Устюжанина, Дементьев, Евсюков, 2021). Построена статическая модель загрузки заданий с двумя группами агентов — компаниями — разработчиками ПО и компаниями — заказчиками ПО, которые могут опередить свои резервные цены на рынке повременной аренды разработанного ПО в двухсекторной модели экономики (Васин, Морозов, 2005). Дискриминируемые агентами являющиеся компании — заказчики ПО, которые оплачивают услуги оператора платформы в виде процентных надбавок, включенных оператором в цену работы компаний — разработчиков ПО. Имеются в виду платформы-рынки, взаимодействие экономических агентов на которых носит эпизодический характер разовых сделок. Предполагается удаленное взаимодействие, т.е. возможность коммуникации между агентами, находящимися на любом расстоянии друг от друга.

Допускается возможность масштабирования, что означает теоретическое отсутствие ограничений для расширения поля взаимодействия (числа пользователей). Такое расширение возможно за счет перекрестного сетевого эффекта, когда число пользователей одного вида влияет на число пользователей другого вида (спрос порождает предложение, и наоборот). Предполагается возможность влиять на объем коммуникаций через уровень и структуру цен. Исходя из базовых характеристик поля взаимодействия, платформа РПО относится к двусторонним рынкам. Для одноранговых (peer-to-peer) (Устюжанина, Дементьев, Евсюков, 2021) ТЦП, к которым относятся платформы на рынке РПО, организующих торговые транзакции, непосредственными агентами являются поставщики ПО, потребителями — агенты, использующие разработанное ПО для повременной сдачи в аренду.

Операторы платформы на рынке РПО могут получать доход в виде платы пользователей за покупку, которые, в свою очередь, получают доход в виде платы за временное пользование разработанных ПО в двухсекторной модели экономики (Васин, Морозов, 2005), цена которого определяет

резервные цены потребителей (Васин, Григорьева, Цыганов, 2017). В заключение следует отметить, что настоящая статья является продолжением серии статей (Перевозчиков, Лесик, 2014, 2016, 2020, 2021, 2022) в части замены базовой статической ЗГН на ЗГН с НПК, которая может служить фундаментальной основой для построения соответствующих цифровых платформ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Васин А.А., Григорьева О.М., Цыганов Н.И.** (2017). Оптимизация транспортной системы энергетического рынка // *Доклады Академии наук*. Т. 475. № 4. С. 377–381. [Vasin A.A., Grigor'eva O.M., Cyganov N.I. (2017). Optimization of the transport system of the energy market. *Reports of the Russian Academy of Sciences (Doklady Akademii Nauk)*, 475, 4, 377–381 (in Russian).]
- Васин А.А., Морозов В.В.** (2005). *Теория игр и модели математической экономики*. М.: МАКС Пресс. [Vasin A.A., Morozov V.V. (2005). *Game theory and models of mathematical economics*. Moscow: MAKS Press (in Russian).]
- Кривулин Н.К.** (2009). *Методы идемпотентной алгебры в задачах моделирования и анализа сложных систем*. СПб.: Изд-во С.-Петербургского ун-та. 256 с. [Krivulin N.K. (2009). *Methods of idempotent algebra in problems of modeling and analysis of complex systems*. St. Petersburg: Publishing House of St. Petersburg University. 256 p. (in Russian).]
- Кривулин Н.К., Губанов С.А.** (2021). Алгебраическое решение задачи оптимального планирования сроков проекта в управлении проектами // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. Т. 8. Вып. 1. С. 73–87. [Krivulin N.K., Gubanov S.A. (2021). An algebraic solution to the problem of optimal planning of project deadlines in project management. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 8, 1, 73–87 (in Russian).]
- Кривулин Н.К., Романовский И.В.** (2017). Решение задач математического программирования с использованием методов тропической оптимизации // *Вестник Санкт-Петербургского университета. Математика. Механика. Астрономия*. Т. 4 (62). Вып. 3. С. 7–9. [Krivulin N.K., Romanovsky I.V. (2017). Solving problems of mathematical programming using methods of tropical optimization. *Vestnik of Saint Petersburg University. Mathematics. Mechanics. Astronomy*, 4 (62), 3, 7–9 (in Russian).]
- Перевозчиков А.Г., Лесик И.А.** (2014). Нестационарная модель инвестиций в основные средства предприятия // *Прикладная математика и информатика: труды факультета ВМК МГУ имени М.В. Ломоносова*. № 46. С. 76–88. Под ред. В.И. Дмитриева. М.: МАКС Пресс. [Perevozchikov A.G., Lesik I.A. (2014). Non-stationary model of investment in fixed assets of the enterprise. *Computational Mathematics and Informatics: Proceedings of the Faculty of Computational Mathematics and Cybernetics at Lomonosov Moscow State University*, 46, 76–88. V.I. Dmitriev (ed.). Moscow: MAKS Press (in Russian).]
- Перевозчиков А.Г., Лесик И.А.** (2016). Определение оптимальных объемов производства и цен реализации в линейной модели многопродуктовой монополии // *Экономика и математические методы*. Т. 52. № 1. С. 140–148. [Perevozchikov A.G., Lesik I.A. (2016). Determination of optimal production volumes and sales prices in a linear model of a multi-product monopoly. *Economics and Mathematical Methods*, 52, 1, 140–148 (in Russian).]
- Перевозчиков А.Г., Лесик И.А.** (2020). Динамическая модель инвестиций в научные исследования олигополии // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 2. С. 101–113. [Perevozchikov A.G., Lesik I.A. (2020). A dynamic model of investment in scientific research of an oligopoly. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 2, 101–113 (in Russian).]
- Перевозчиков А.Г., Лесик И.А.** (2021). Динамическая модель разработки программного обеспечения на основе задачи о назначении на узкие места // *Экономика и математические методы*. Т. 56. № 4. С. 108–116. [Perevozchikov A.G., Lesik I.A. (2021). A dynamic model of software development market based on the assignment problem on pain points. *Economics and Mathematical Methods*, 56, 4, 108–116 (in Russian).]
- Перевозчиков А.Г., Лесик И.А.** (2023). Сведение динамической модели рынка разработки программного обеспечения к блочной задаче выпуклого программирования // *Экономика и математические методы*. Т. 59. № 1. С. 119–130. [Perevozchikov A.G., Lesik I.A. (2023). Reducing the dynamic model of the software development market to a block problem of convex programming. *Economics and Mathematical Methods*, 59, 1, 119–130 (in Russian).]
- Танаев В.С., Гордон В.С., Шафранский Я.М.** (1984). *Теория расписаний. Одностадийные системы*. М.: Наука. [Tanaev V.S., Gordon V.S., Shafransky Y.M. (1984). *Scheduling theory. Single-stage systems*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Танаев В.С., Сотсков Ю.Н., Струевич В.А.** (1989). *Теория расписаний. Многостадийные системы*. М.: Наука. [Tanaev V.S., Sotskov Y.N., Strusevich V.A. (1989). *Scheduling theory. Multistage systems*. Moscow: Nauka (in Russian).]

- Устюжанина Е.В., Дементьев В.Е., Евсюков С.Г. (2021). Трансакционные цифровые платформы: задача обеспечения эффективности // Экономика и математические методы. Т. 57. № 1. С. 5–18. [Ustyuzhanina E.V., Dementiev V.E., Evsyukov S.G. (2021). Digital transaction platforms: Ensuring their efficiency. *Economics and Mathematical Methods*, 57, 1, 5–18 (in Russian).]
- Ding X., K. Ding, P. Wang, Gibbons B., ZhangX. (2012). BWS: Balanced work stealing for time-sharing multicores. *Proceedings of the 7th ACM European Conference on Computer Systems. EuroSys*, 12. N.Y., 365–378.

Dynamic model of the software development market based on the problem of performance without interruptions in the scheduling theory

© 2025 I.A. Lesik, A.G. Perevozchikov, P.A. Yudina

I.A. Lesik,

Limited Liability Company “Brainhub Group”, Tver, Russia; e-mail: lesik56@mail.ru

A.G. Perevozchikov,

Joint-Stock Company “Scientific and Production Association Russian basic information technology”, Moscow, Russia; e-mail: pere501@yandex.ru

P.A. Yudina,

Joint-Stock Company “Scientific and Production Association Russian basic information technology”, Tver, Russia; e-mail: yud_19@mail.ru

Received 20.03.2024

Abstract. The authors propose is formulating a discrete dynamic model of the software development market with aftereffect based on the problem of performance without interruptions in the scheduling theory. In our model unlike the existing problem of performance, interrupts are not allowed. As a result, the problem of performance without interruptions becomes NP-difficult in the case of even two servicing devices, which leads to the need to use the method of branches and boundaries in the resulting discrete dynamic problem with aftereffect in combination with the exact formula for the shortest schedule execution time to determine the lower estimates of the criterion in the intermediate nodes of the search digraph. There is a well-known theorem that in the knapsack problem, the epsilon version of the branches and bounds method is polynomial with a polynomial degree inversely proportional to epsilon. We make an assumption that this is also true for our problem. To test the hypothesis, we conducted the statistical experiment when the parameters of the problem are selected using a random number sensor, and the dimension increases monotonously. The curvature of the graph of the number of exposed vertices from the dimension on a logarithmic scale allows us to estimate the polynomial or exponential nature of the epsilon version of the branch and boundary method in our problem. It is shown that although the approximate algorithm turned out to be exponential, the relative number of revealed vertices decreases very quickly, which shows (reveals) its practical effectiveness.

Keywords: scheduling theory, performance problem, absence of interruptions, method of branches and boundaries, lower estimates of the criterion.

JEL Classification: O12, C51.

UDC: 519.7.

For reference: **Lesik I.A., Perevozchikov A.G., Yudina P.A.** (2025). Dynamic model of the software development market based on the problem of performance without interruptions in the scheduling theory. *Economics and Mathematical Methods*, 61, 1, 118–124. DOI: 10.31857/S0424738825010119 (in Russian).