

Рефлексивная модель фондового рынка

© 2020 г. Н.В. Шабров, Р.О. Нестеров

Н.В. Шабров,

Москва; e-mail: ashabroff@mail.ru

Р.О. Нестеров,

Москва; e-mail: rn@inbox.ru

Поступила в редакцию 18.06.2019

Аннотация. В работе представлен новый концептуальный подход к рассмотрению процессов на фондовом рынке. Элементарная математическая модель рынка построена на взаимно согласованном динамическом описании очереди покупателей и продавцов и основных фактических параметров рынка — цены и исполняемых объемов сделок. Принципиальной особенностью модели является описание участников спроса и предложения на основе двухпараметрического гамма-распределения. Параметрами распределения выступают интегральные поведенческие характеристики участников торгов, условно названные “страх” и “жадность”. Показано, что формализованные с помощью гамма-распределения значения страха и жадности можно оценить количественно. Для отображения взаимодействия участников торгов предложен рефлексивный механизм совершения сделок. Этот механизм имеет двухстороннюю обратную связь. Текущие значения страха и жадности покупателей и продавцов определяют изменение цены и объемы совершаемых сделок. В свою очередь, изменение цены и исполненные объемы приводят к изменению значений страха и жадности для спроса и предложения. Представлены результаты численного моделирования простейшего колебания рынка, вызванного внешним воздействием. Рассмотрены два основных этапа этого процесса: 1) внешнее воздействие уводит рынок из состояния начального равновесия в возбужденное неравновесное состояние; 2) после завершения воздействия рынок возвращается к равновесию на новом ценовом уровне. Выдвигается предположение о возможности использовать предложенную нами методику не только для описания рынка ценных бумаг, но и для описания поведения других финансовых рынков, а также для моделирования различных социальных взаимодействий.

Ключевые слова: фондовый рынок, гамма-распределение, рефлексивный механизм, страх и жадность.

Классификация JEL: C63, G17, G4.

DOI: 10.31857/S042473880008565-0

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время разработан внушительный ряд подходов к прогнозированию динамики фондовых рынков с использованием экономико-математических моделей (Егорова, Бахтизин, Торжевский, 2013). В данной работе рассматривается краткосрочная модель с горизонтом прогнозирования внутрисуточной торговли. По классификации направлений исследования фондового рынка, предложенной в работе (Егорова, Торжевский, 2014), ее можно отнести к теории поведенческих финансов (Рудык, 2004; Ващенко, Лисицына, 2006).

Фондовый рынок — сложная и трудно прогнозируемая система. Рынок чрезвычайно чувствителен к совершенно разным внешним событиям — экономическим, политическим, информационным (Тьюлз Р., Брэдли, Тьюлз Т., 1997).

Реакция рынка на единичное внешнее воздействие выражается в определенной динамике котировок и объемов исполняемых сделок. Под влиянием такого воздействия изначально спокойный рынок переходит в неравновесное состояние. Испытав скачок цен, рынок стремится найти новое состояние равновесия на новом ценовом уровне. В работе рассматривается имитационная модель, которая описывает нелинейную колебательную динамику отдельного актива рынка в результате

внешнего воздействия и сопутствующего процесса взаимодействия покупателей и продавцов между собой.

Предложенная модель является агент-ориентированной моделью (Бахтизин, 2008; Караев, Мельничук, 2010) в ее простейшем исполнении. В ней действуют только два агента — покупатели и продавцы. Предметом исследования является элементарный механизм их взаимодействия. Предпринята попытка создания аналитической модели такого элементарного взаимодействия.

Хорошо известны аналитические модели типа “хищник—жертва” для описания взаимодействия двух биологических видов (Базыкин, 1985). Они описывают колебательную динамику численности двух взаимодействующих популяций. Предложенный в работе механизм взаимодействия покупателей и продавцов описывает динамику их поведенческих характеристик. В качестве таких поведенческих характеристик рассматриваются четыре интегральные переменные: “страх” и “жадность” покупателей, “страх” и “жадность” продавцов.

Показано, что страх и жадность определяют текущее состояние спроса и предложения, а их изменения определяют процесс взаимодействия. Механизм взаимодействия построен на взаимной увязке изменений, происходящих в очереди участников торгов с изменениями цены и объемами совершаемых сделок.

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧАСТНИКОВ РЫНКА

Рассмотрим очередь заявок на покупку и на продажу выставленных участниками торгов какой-нибудь отдельной ценной бумаги. Заявки распределены вдоль ценовой шкалы в соответствии с активностью и желанием участников торгов. Схематично распределения покупателей и распределение продавцов представлены на рис. 1. Распределения встречаются в точке текущей цены C . Для упрощения модели предполагаем, что расстояние между наибольшей ценой покупки и наименьшей ценой продажи равно нулю.

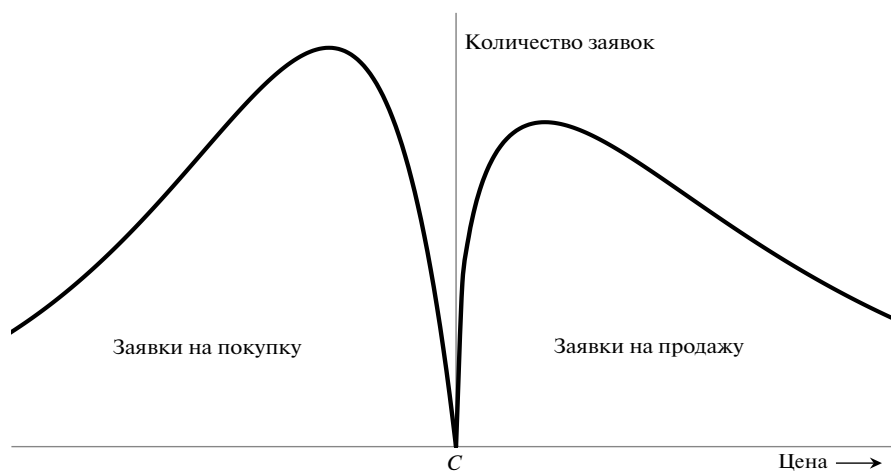


Рис. 1. Качественное представление профилей спроса и предложения

Форма этих распределений имеет простое логическое объяснение. Участник торгов, попавший в точку C , исполняет свою заявку и выходит из распределения, поэтому число заявок в этой зоне стремится к нулю. В области цен, близких к точке текущей цены сделки, заявок не очень много. По мере удаления от этой точки число заявок на покупку и на продажу резко возрастает. Покупатели хотят купить подешевле, продавцы — продать подороже. Вместе с тем все участники торгов понимают, что вероятность исполнения заявок по ценам, сильно отличающимся от цены реальных сделок, невелика. Поэтому дальнейшее удаление от точки C приводит к снижению числа заявок. Из совокупности таких противоречивых желаний покупателей, купить подешевле, но все-таки купить, — формируется профиль покупателей. Аналогично — для продавцов.

Конечно, гладкие профили на рис. 1 являются упрощенным и идеализированным представлением реального распределения заявок. Они не учитывают случайной дискретности рынка и высокого уровня шума в реальных распределениях.

Идеализированная форма профиля хорошо описывает гамма-распределение. Плотность вероятности гамма-распределения имеет вид:

$$g(x, K, B) = \begin{cases} x^{(K-1)} e^{-(x)/B} / B^K \Gamma(K), & x \geq 0; \\ 0, & x < 0, \end{cases} \quad (1)$$

где $\Gamma(K)$ — гамма-функция Эйлера. Плотность вероятности определяется двумя параметрами K и B , где $K > 0$, $B > 0$. Максимум гамма-распределения находится на расстоянии $B(K - 1)$ от начала распределения, математическое ожидание $\mu = BK$ (Королюк, Портенко, Скороход, Турбин, 1985). Гамма-распределение строится вдоль шкалы x . В нашем случае это — шкала цены, которая начинается в точке C .

Форма гамма-распределения существенно меняется при изменении двух независимых параметров B и K . Если предположить, что B описывает жадность участников, а K — их страх, то получается невероятно интересная картина.

О СТРАХЕ И ЖАДНОСТИ

Для иллюстрации данного утверждения рассмотрим профиль покупателей при различных значениях K и B (рис. 2) и постоянном значении математического ожидания μ . Отобразим на этом рисунке две важнейшие точки. Точка C_1 соответствует началу распределения. Точка $ЦК_1$ (центр капитализации спроса) соответствует средней по распределению цене спроса и находится на расстоянии $\mu = BK$ от начала распределения. Здесь и далее “1” в индексе обозначает принадлежность к спросу, “2” — принадлежность к предложению.

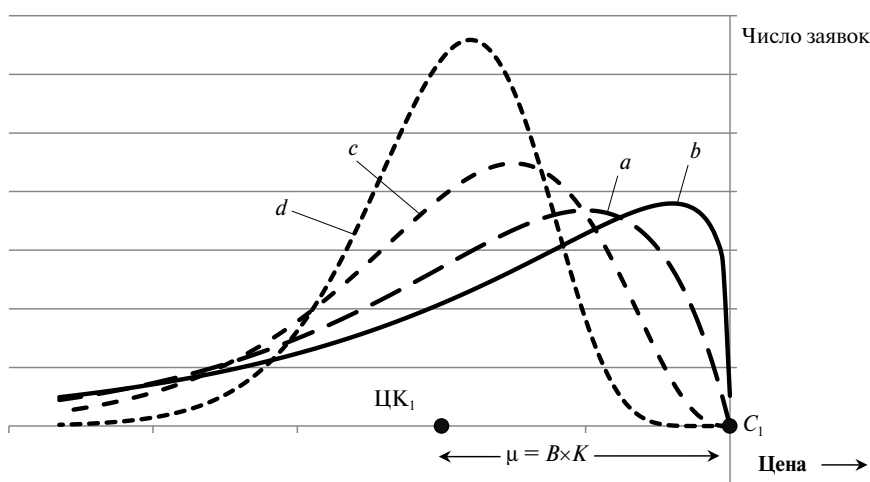


Рис. 2. Вид профилей покупателей при различных параметрах K и B

Плотность вероятности гамма-распределения вдоль шкалы x для $K = 2$ и $B = 2$ изображена кривой a на рис. 2. Она качественно соответствует профилю покупателей, представленному на рис. 1. Всего на рис. 2 представлены четыре гамма-распределения (табл. 1).

Чем больше параметр “жадность” (кривые a и b), тем более агрессивный и атакующий вид имеют кривые. Значительная часть участников сконцентрирована у самого начала распределения. Такой профиль покупателей свидетельствует о том, что многие участники спроса уже готовы совершать сделки по высокой цене, соответствующей началу распределения. Желание купить у таких

покупателей велико, страх совершить сделку, наоборот, невелик. По мере уменьшения параметра “жадность” и увеличения параметра “страх” атакующий и агрессивный профиль покупателей приобретает пассивную форму (кривая c). Покупателей с высокими ценами становится все меньше, и все больше участников сосредоточено в середине распределения.

Таблица 1

Параметр гамма-распределения	Кривая			
	a	b	c	d
K (страх)	2	1,25	4	10
B (жадность)	2	3,2	1	0,4

Дальнейшее уменьшение жадности и рост страха формирует инертный профиль испуганного спроса (кривая d). Участников спроса с заявками на реальную покупку очень мало. Они не готовы рисковать и боятся совершать сделку по высокой цене. Они стараются держаться вместе, а их большинство концентрируется в центре капитализации спроса (точка $ЦК_1$). Такая цена им кажется более привлекательной и обоснованной. Страх делает всех покупателей одинаковыми.

Термины “страх” и “жадность” в приданном им здесь понимании отличаются от общепринятых понятий. Здесь “страх” и “жадность” — интегральные характеристики. Их формируют не только эмоции участников торгов, сколько их рациональные размышления, жизненный опыт, интуитивные переживания в отношении текущей цены и ее динамики. В соответствии с этой композицией эмоций, размышлений и опыта каждый участник торгов стремится занять свое индивидуальное место в распределении, выставить свою персональную заявку. Все вместе они составляют два встречающихся несимметричных профиля. Каждый профиль описывается двумя интегральными переменными K и B .

Упрощенно можно сказать, что “жадность” — интегральное стремление участников торгов совершить сделку. “Страх” — здесь боязнь сделки. Вместе с тем увеличение жадности еще не означает уменьшение страха. “Страх” и “жадность” — две независимых характеристики, каждая из которых живет собственной жизнью. Все многообразие рыночных ситуаций связано именно с двухпараметричностью спроса и предложения.

Известен разработанный порталом CNN Money индекс Fear&Greed¹. Его сущность однопараметрична. Он меняется от сильного страха до большей жадности, причем в оценке всего рынка. В данной работе отдельно рассматриваются страх и жадность покупателей и страх и жадность продавцов.

КАК СТРАХ И ЖАДНОСТЬ ПРАВЯТ РЫНКОМ

Страх и жадность не только формируют профили участников, но и управляют рынком. Сильный страх среди покупателей способствует продажам и может загнать цены бумаг намного ниже их реальной стоимости. Всепоглощающая жадность покупателей приводит к скупке бумаг и подбрасывает котировки выше *справедливой* цены.

Рассмотрим, как профиль покупателей реагирует на изменение жадности при неизменном страхе. Понятно, что причиной этого является внешнее воздействие на рынок, которое выводит систему из равновесия.

На рис. 3 представлено гамма-распределение с параметром жадности $B = 2$ и параметром страха $K = 2$ (кривая a). Предположим, что в результате внешнего воздействия жадность покупателей выросла, но при их же неизменном страхе. Фактически это означает увеличение величины μ . Для нашего исходного распределения ($K = 2$ и $B = 2$) рост жадности вызовет смещение точки C_1 в сторону повышения цены. Жадность атакует.

$$\Delta C_1 = \Delta B K. \quad (2)$$

¹ Fear & Greed Index (<https://money.cnn.com/data/fear-and-greed/>).

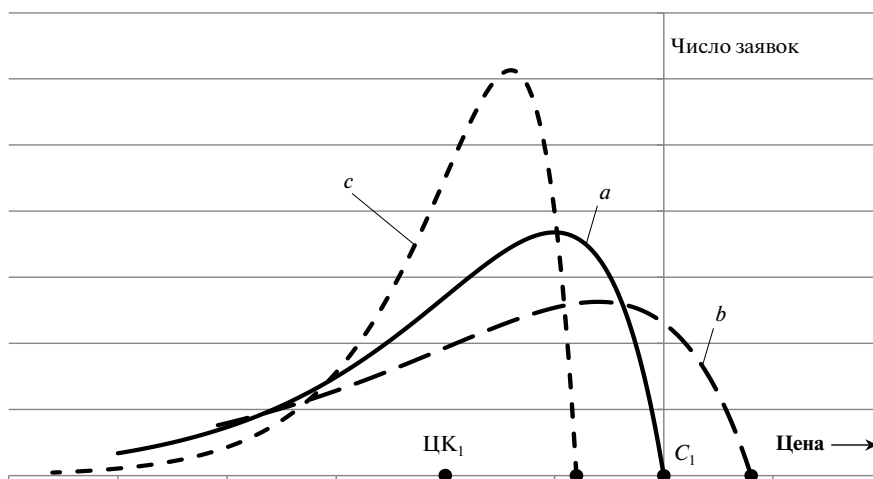


Рис. 3. Три профиля покупателей с фиксированной средней ценой и разными значениями жадности. Кривая a ($K = 2, B = 2$); кривая b ($K = 2, B = 2,8$); кривая c ($K = 2, B = 1,2$)

Кривая a трансформируется в кривую b . Средневзвешенная цена — точка $ЦК_1$ останется при этом неизменной. Уменьшение B вызовет обратный процесс. Точка C_1 сместится в сторону уменьшения цены. Уменьшение жадности связано с отступлением. Кривая a трансформируется в кривую c .

Изменение жадности действует на цену. Это — на самом деле воздействие отдельного инвестора. О нем практически никто из участников торгов не знает. Например, некий условный саудовский принц решил вложить значительные средства в акции биотехнологических компаний. Его брокеры начнут активную скупку. Цена поползет вверх, а вот центры капитализации реагируют с некоторым запаздыванием, но тоже начнут подтягиваться вслед за ценой.

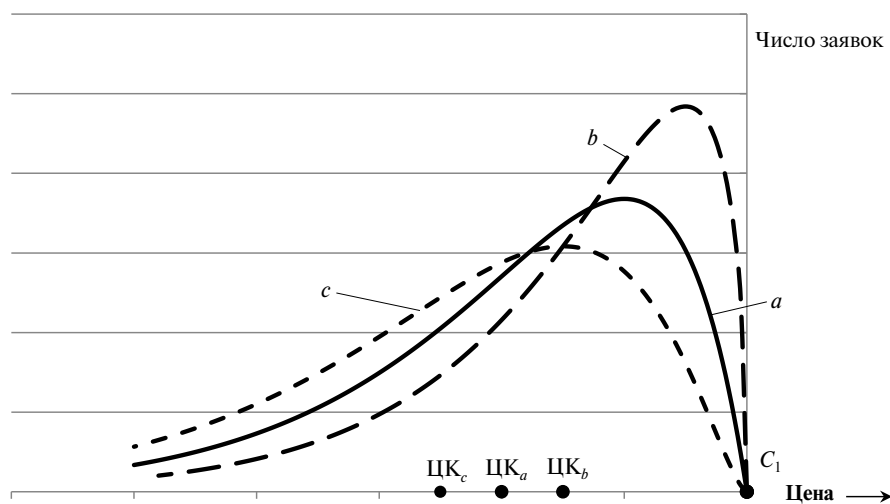


Рис. 4. Три профиля покупателей с фиксированной максимальной ценой и разными значениями страха. Кривая a ($K = 2, B = 2$); кривая b ($K = 2,5; B = 2$); кривая c ($K = 1,5$ и $B = 2$)

Теперь рассмотрим влияние изменений страха на профиль покупателей. Жадность на этот раз будем считать неизменной. Рост страха трансформирует исходную кривую a в кривую c (рис. 4). Меняется усредненная для всех покупателей цена. Центр капитализации смещается из точки $ЦК_a$ в точку $ЦК_c$. Рост страха заставляет покупателей снизить свою среднюю цену:

$$\Delta ЦК_1 = -\Delta K \times B. \quad (3)$$

Уменьшение страха сопровождается увеличением средней цены. Исходная кривая a трансформируется в кривую b . Точка средней цены $ЦК_a$ сместится в сторону увеличения цены (точка $ЦК_b$). Жадность покупателей не меняются, и точка C_1 остается неизменной.

Изменение страха действует на центр капитализации спроса. Это информационное воздействие. Например, хороший квартальный отчет по акции потащит центр капитализации спроса вверх. При уменьшении страха покупатели начнут массово переставлять свои заявки вправо по шкале цены. Точка $ЦК_b$ приблизится к зоне сделок, изменится вид профиля в зоне сделки, изменится атакующая сила спроса. Цена начнет движение вверх.

Страх управляет толпой. Чем сильнее страх — тем дальше от начала распределения группируется основная масса участников спроса и соответственно — дальше их центр капитализации. И наоборот, малый страх подтягивает участников к зоне сделок. Под воздействием страха происходит изменение центров капитализации, т.е. состояния всего рынка.

ПРОФИЛИ ПОКУПАТЕЛЕЙ И ПРОДАВЦОВ И КРИВЫЕ СПРОСА И ПРЕДЛОЖЕНИЯ

В чем общее и какие различия между профилями покупателей и продавцов и хорошо известными в экономике кривыми спроса и предложения (Макконнелл, Брю, 1999)? Кривая спроса показывает связь между ценой товара и количеством товара, которое может и хочет купить потребитель по данной цене. Кривая предложения показывает количество товара, которое продавец желает, может и способен в соответствии с наличием или производственными возможностями предложить для продажи по определенной цене. Эти кривые характерны для рынков, где предложение в значительной мере зависит от производства, а спрос от потребления.

Профили покупателей и продавцов на финансовых рынках имеют сходную природу. Это мгновенная фотография рынка, но сделана она с более широким охватом, чем картина кривых спроса и предложения. На ней можно рассмотреть всех покупателей и продавцов, а не только узкий ценовой диапазон в области пересечения кривых спроса и предложения. Обращаясь к терминологии, введенной в работе (Макаров, 2012), можно отметить, что профиль покупателей является портретом, описывающим надлежащим образом текущее состояние спроса.

На рис. 5 показано соотношение пересекающихся профилей и кривых спроса и предложения.

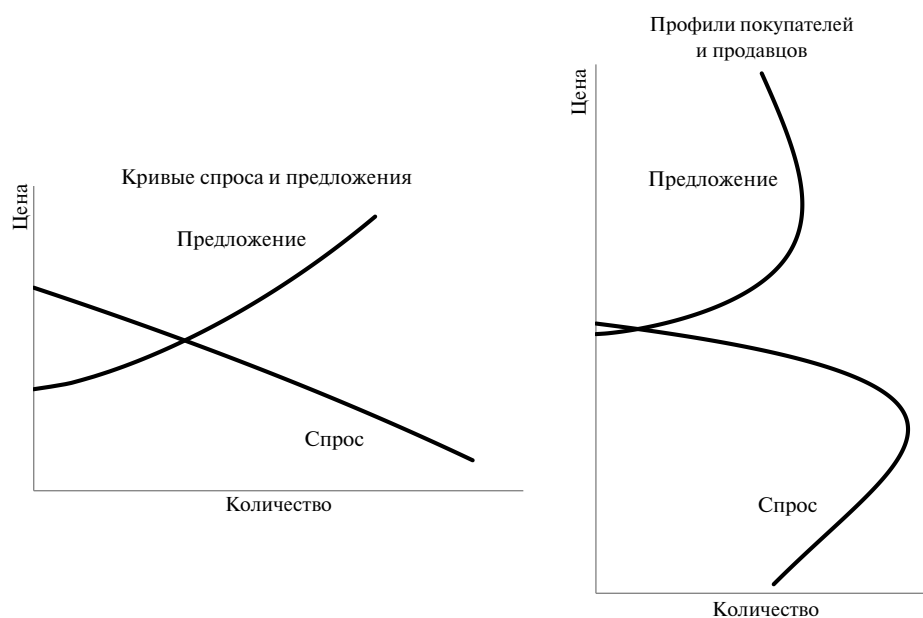


Рис. 5. Соотношение кривых спроса и предложения и профилей покупателей и продавцов

Примечание. Для удобства восприятия график профилей повернут таким образом, чтобы расположение его осей совпадало с традиционным расположением осей для кривых спроса и предложения.

Форма профилей (их выпуклость или вогнутость) в зоне пересечения определена текущими значениями K и B . Точка пересечения профилей определяет текущую цену. Профили не статичны. Они находятся в постоянной динамике, вызванной внешним влиянием и взаимодействием между спросом и предложением. Меняются “страх” и “жадность” спроса и предложения. Их изменение приведет к изменению формы для каждого профиля и смещению точек C_1 , C_2 , $ЦК_1$, $ЦК_2$ и, соответственно, вызовет изменение цены. Рассмотрим этот процесс подробно.

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРОФИЛЕЙ

Самое интересное происходит в зоне сделок — области, где встречаются и перекрываются профили покупателей и продавцов. В результате их взаимодействия, которое определяется формой профилей в зоне их перекрытия, совершаются сделки.

Введем понятие активных участников спроса и предложения. Это — участники, которые инициируют сделки. Изначально они делают свою заявку в очереди. Не дождавшись ее исполнения и под влиянием меняющегося рынка или информационного фона, они принимают решение и переставляют свою заявку таким образом, что она выходит за границу своего профиля и попадает на распределение контрагента. Такая заявка моментально исполняется, и совершается сделка. Активные участники инициативно совершают сделки. Пассивные — ждут в очереди, когда активные их съедят.

Рассмотрим перекрытие профилей, например при атаке активных участников спроса. В результате такого перекрытия исполняются сделки и происходит смещение точки встречи профилей: текущей цены — в сторону увеличения. Собственно все рыночные колебания и дрожания цены есть результат случайной чехарды таких ударов спроса и предложения.

Величина зоны перекрытия зависит от интенсивности атаки (рис. 6). Чем больше количество активных участников спроса — G_1 , тем больше размер зоны сделок — $ЗС$, причем $G_1 = G(ЗС, K_1, B_1)$, где $G(ЗС, K_1, B_1)$ — интегральная функция гамма-распределения с параметрами K_1 , B_1 на интервале $ЗС$. Фактически значение G_1 равно площади под профилем покупателей на интервале $ЗС$.

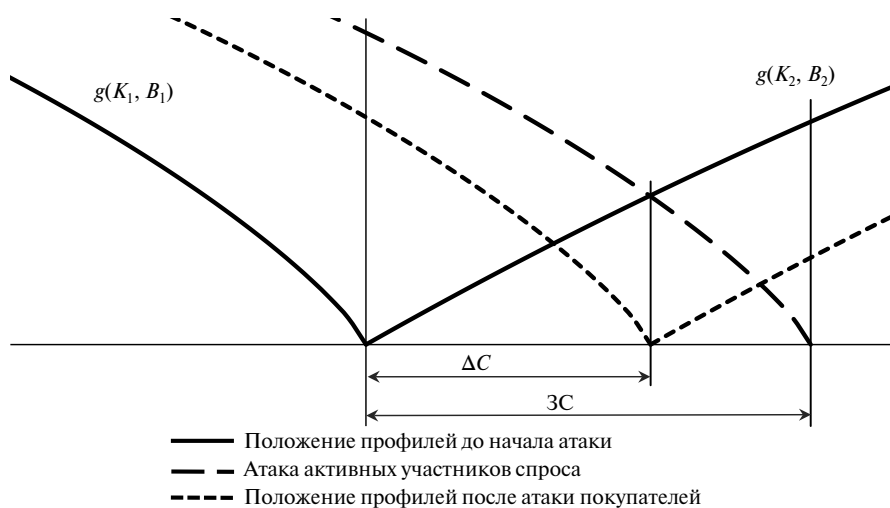


Рис. 6. Пересечение профилей покупателей и продавцов в зоне сделок при атаке участников спроса

При ударе спроса цена изменится на величину ΔC , при которой выравниваются профили покупателей и продавцов. Продавцы обороняются. Эффективность их обороны зависит от формы профиля предложения в зоне сделок. Если плотность обороняющихся невелика и $G_2 = G(ЗС, K_2, B_2) \ll G_1$, то удар спроса успешно преодолевает сопротивление продавцов и цена сместится на расстояние чуть меньше $ЗС$. Если профили примерно одинаковы $G_1 \approx G_2$, то измене-

ние цены $\Delta C \approx 3C/2$. При сильном обороняющемся профиле продавцов $G_2 \gg G_1$ изменение цены будет незначительно. Описание упрощенного механизма совершения сделок представлено в Приложении. Этот механизм увязывает изменения значений страха и жадности для спроса и предложения с динамикой цены и исполняемыми объемами сделок. Он определен системой их четырех разностных уравнений. Фактически этот механизм описывает правила взаимодействия (Макаров, 2012) между двумя агентами — покупателями и продавцами.

В результате взаимодействия профилей покупателей и продавцов в зоне их перекрытия совершаются сделки. Динамика и объемы этих сделок определяются текущей формой профилей, соотношением и число активных участников спроса и предложения. Исполненные сделки приводят к смещению профилей вдоль ценовой оси и к изменению их формы. Происходит последовательный итерационный процесс: 1) текущие страх и жадность спроса и предложения определяют изменение цены и объемы исполняемых сделок; 2) изменение цены и объемы исполненных сделок приводят к изменению значений страха и жадности для спроса и предложения. Новые значения страха и жадности влекут за собой новые цены и объемы сделок.

Процесс имеет рефлексивный характер (Карпов, 2004). Любое изменение в состоянии или динамике покупателей влияет на рынок и на состояние и динамику продавцов. В свою очередь, изменение рыночных параметров влияет на самих покупателей.

В данной модели реализован механизм двухсторонней обратной связи между мышлением участников и реальностью из концепции рефлексивности Сороса (Сорос, 1999). Это механизм взаимного влияния между страхом и жадностью участников (мышление) и изменениями цены и исполняемыми объемами (реальность).

Этот механизм взаимодействия может быть расширен путем внесения дополнительных функциональных связей, которые описывают различные рациональные и иррациональные шаблоны поведения участников торгов. Такие, например, как эффект толпы (Маккей, 1998).

ЦИКЛ КОЛЕБАНИЙ РЫНКА — ВОЗДЕЙСТВИЕ И КОРРЕКЦИЯ

Предположим, что под влиянием внешних факторов у покупателей уменьшился страх и выросла жадность. Жадный и агрессивный спрос порождает активных покупателей, которые инициируют сделки. Цена сделок растет, профили трансформируются и смещаются вверх по ценовой шкале. Надо быстрее покупать! Растет жадность покупателей, уменьшается их страх. У продавцов, наоборот, уменьшается жадность и нарастает страх: как бы не продешевить! По мере увеличения цены рост жадности участников спроса начинает иссякать. А не слишком ли далеко мы ушли вперед? Цены сделок изрядно отделились от центра капитализации спроса $ЦК_1$. Профиль растянулся по шкале цены, и среди участников спроса уже нет первоначальной массовой поддержки атаки.

В то же время участники предложения испытывают обратный процесс. Цены уже сильно выросли и поджали продавцов к центру капитализации $ЦК_2$. Среди продавцов страх того, что их заявка будет съедена активным спросом, начинает ослабевать. Самое время продавать — цена существенно выросла. Жадность продавцов растет, поскольку свои продажи они смогут совершать теперь по более высокой цене. Постепенно профиль спроса утрачивает свой первоначальный атакующий потенциал и трансформируется в более размытую пассивную форму, а профиль предложения, напротив, сжимается и приобретает более агрессивный вид.

Воздействие не вечно, и в какой-то момент оно будет исчерпано. Агрессивный инвестор наберет нужный ему пакет акций, новостную информацию переварит и воспримет рынок. Выведенный воздействием в сильно неравновесное состояние, рынок попытается вернуться к равновесию. Установить паритет в зоне сделок, привести распределения покупателей и продавцов к прежним невозбужденным состояниям, но уже на новом ценовом уровне. Назовем этот этап в изменениях рынка “релакс”.

Поведение системы после окончания воздействия будет определяться текущими значениями страха и жадности для спроса и предложения. В зависимости от формы профилей в зоне сделок, сложив-

шейся на этот момент, может продолжиться рост цены или, наоборот, наступить коррекция. Процесс выравнивания активности участников в зоне сделок приведет к постепенному установлению нового ценового значения. Это и есть релакс активных участников, т.е. тех, кто совершает сделки.

Другой механизм релакса связан со стремлением профилей к симметричному виду — это релакс пассивных участников, которые сделок не совершают, но внимательно следят за происходящим на рынке. Для каждого участника торгов характерны свои параметры страха и жадности. На невозбужденном внешним воздействием рынке каждый участник старается занять характерное для себя место в распределении. После завершения внешнего воздействия этот участник будет корректировать свою позицию, согласовывая ее с условиями изменившегося рынка. Система в целом будет стремиться к паритету пассивных участников по удаленности от зоны сделок. Заметим, что релакс пассивных участников более длительный процесс, чем выравнивание активности спроса и предложения в зоне сделок.

Для создания замкнутой модели элементарного колебания на рынке необходимо ввести описание соотношения и числа активных участников спроса и предложения. Именно они являются движущей силой процесса и задают его динамику.

При модельном описании элементарного колебания рынка на этапе воздействия можно задать соотношение активных участников спроса и предложения постоянной величиной или величиной, линейно стремящейся к единице. На этапе релакса можно предположить: 1) равную активность спроса и предложения; 2) активность, зависящую от эффективности изменения цены при ударе покупателей и при ударе продавцов.

На реальном рынке число активных участников спроса и предложения можно оценить по значениям исполняемых объемов сделок V_1 и V_2 (см. Приложение) и сделанным заранее оценкам текущих значений страха и жадности для профилей.

ЭЛЕМЕНТАРНОЕ КОЛЕБАНИЕ РЫНКА

Результат численного моделирования описанного выше процесса представлен на рис. 7. На этом рисунке показаны профили спроса и предложения в разные моменты времени в ходе простейшего колебания рынка, вызванного внешним воздействием. На этапе воздействия (позиции 1–4) профили спроса и предложения смещаются в сторону высоких цен. На этапе релакса (позиции 4–8) рост цены прекращается и наступает ее коррекция.

Внешнее воздействие уводит спрос в область значений K и B с сильным атакующим профилем (позиции 2, 3, 4). Предложение в результате того же воздействия приобретает профиль со слабой атакующей силой в зоне сделок. Поэтому даже после окончания воздействия (позиция 4) движение цены вверх продолжается. Релакс системы в процессе взаимодействия активных участников приводят к выравниванию атакующих сил спроса и сил предложения и прекращению роста цены (позиция 5).

В то же время пассивные участники меняют свои позиции в соответствии с новыми реалиями. Теперь уже профиль предложения приобретает большую атакующую силу и разворачивает цены на коррекцию (позиция 6, 7). Профили выравниваются, атакующие силы спроса и силы предложения снова достигают равновесия, коррекция цены прекращается. Цена устанавливается на новом уровне (позиция 8).

Изменения значений страха и жадности для спроса и предложения в ходе данного колебания рынка представлено на рис. 8.

На маршруте движения страха и жадности по полю $K \times B$ выделены восемь последовательных точек. Соответствующие этим точкам профили участников были представлены на рис. 7. Под влиянием воздействия маршруты спроса и предложения разошлись из точки исходного равновесия (1) и снова сошлись в точке (8) на новом равновесном уровне в результате релакса. Профили приобрели форму, близкую к симметричной. Они будут продолжать свое медленное преобразование в распределения со значениями K и B , характерными для невозмущенного состояния данного актива, до тех пор, пока новое внешнее воздействие не двинет рынок к новым рубежам.

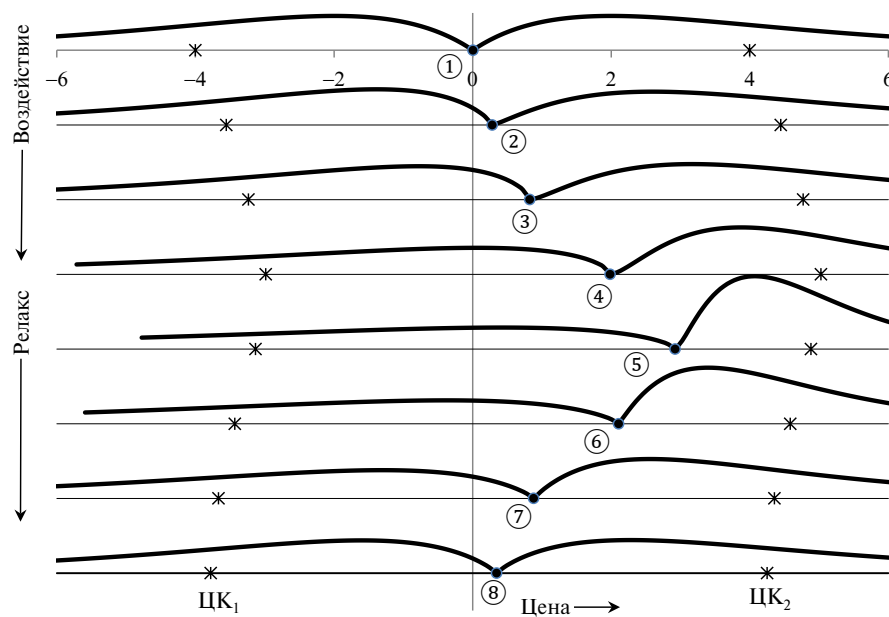


Рис. 7. Трансформация и смещение профилей при воздействии и последующем релаксе (звездочками показано положение $ЦК_1$ и $ЦК_2$)

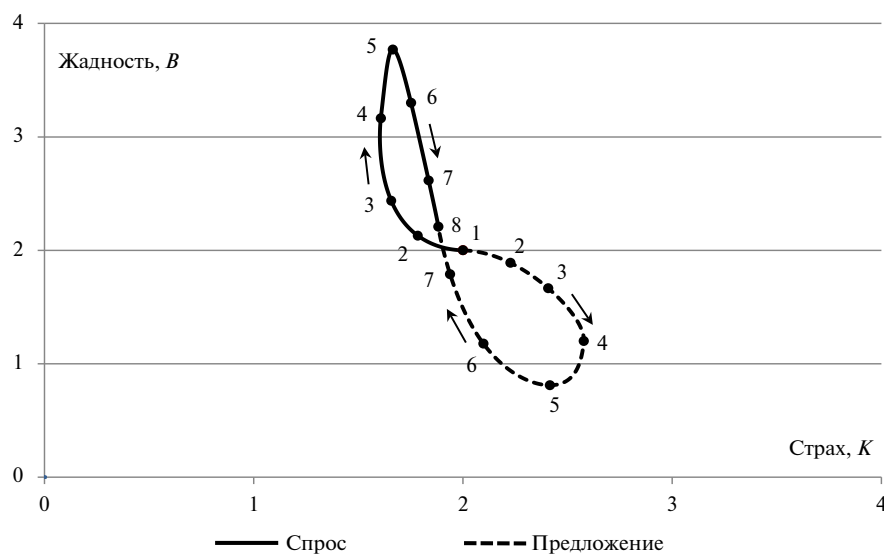


Рис. 8. Изменения значений страха и жадности для спроса и предложения при воздействии и последующем релаксе

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Большинство финансовых теорий опираются на предположение о рациональном поведении инвестора. Предполагается, что в условиях неопределенности и риска действия инвестора соответствуют принципу максимальной ожидаемой полезности (Торжевский, 2006; Шапкин, 2003; Дубров, Лагоша, Хрусталеv, 2000). В то же время работы в области поведенческих финансов (Shafir, Diamond, Tversky, 1997; Camerer, Lovallo, 1999) выделяют системную иррациональность поведения инвесторов на рынке.

Представленная в работе модель фондового рынка не рассматривает процесса генерации решения инвестором. Она построена на согласованном описании совокупности всех покупателей

и всех продавцов и процесса взаимодействия между ними. Процесс взаимодействия определяется текущим состоянием очереди покупателей и продавцов и формирует движение рыночной цены. Такая краткосрочная модель описывает динамику цены как реакцию на изменения в распределении продавцов и покупателей.

Очередь покупателей и очередь продавцов вдоль ценовой шкалы моделируются с помощью гамма-распределения, определенного двумя параметрами, названными условно “страх” и “жадность”. Формализованные таким образом страх и жадность приобретают некоторые свойства физических величин — в том смысле, что страх и жадность спроса и предложения можно оценить количественно. И даже из условия $\mu = BK$ можно определить размерность этих величин: $\dim B = \dim K = \sqrt{S}$.

Введенные таким образом параметры страха и жадности характеризуют не отдельного инвестора, а всю совокупность покупателей (или продавцов).

Количественную оценку значений страха и жадности можно получить из анализа формы профиля участников реальных торгов. Профессионалы рынка возразят: в биржевом профиле среди реальных заявок присутствуют и невидимые заявки-айсберги, и большие ложные заявки, призванные дезориентировать понимание трейдером фактической ситуации. Рынок изощрен и коварен. Многие участники торгов предпочитают не афишировать свои заявки до тех пор, пока рынок к ним не приблизится. Определенные по форме профиля страх и жадность могут оказаться лишь мутным отражением реальной ситуации в кривом зеркале. Однако предложенная модель допускает и другие варианты оценки страха и жадности. В частности, их изменения можно оценить по изменениям цены и исполняемым объемам сделок. А эти данные отражают уже действительное состояние рынка.

Механизм взаимодействия покупателей и продавцов имеет простой математический аппарат, увязывающий на каждом итерационном шаге изменения соотношения между страхом и жадностью (П4)–(П7) с изменением цены (П2) и исполняемым объемом сделок (П3). Процесс имеет дискретный характер, поэтому система уравнений записана не в дифференциальной, а в разностной форме.

Модель представляет гносеологический интерес и может послужить базой для системного исследования фондового рынка, понимания сущности рыночных процессов. Полученные знания будут полезны для создания рабочего инструмента для анализа рынка ценных бумаг.

Представляется перспективным изучение резонансных процессов в колебательной динамике рынка. Внешнее управляемое воздействие сравнительно небольшое, но резонансное, с частотой собственных колебаний профиля, может привести к значительным сдвигам цены или к возможности реализации нештатных объемов.

Вместе с тем рассмотренная на примере фондового рынка схема описания двух агентов и простая аналитическая модель их взаимодействия имеют достаточно универсальный характер. Предложенная методика может быть использована не только в экономических моделях различных рынков с большим числом индивидуальных участников, но и для моделирования разнообразных социальных взаимодействий (Шабров, Нестеров, 2019). Особый интерес представляет использование рефлексивного механизма страха и жадности для разработки алгоритмов поведения искусственного интеллекта в социальной среде.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Механизм совершения сделок

При ударе спроса цена изменится на величину ΔC , при которой профили покупателей и продавцов имеют равные значения (см. рис. 6):

$$g_1(3C - \Delta C, K_1, B_1) = g_2(\Delta C, K_2, B_2). \quad (\text{П1})$$

Точное решение этого уравнения затруднительно. С хорошей точностью упрощенное решение для ΔC можно представить в виде

$$\Delta C / (3C - \Delta C) \approx G_1 / G_2. \quad (\text{П2})$$

Это изменение цены будет сопровождаться сделками с общим объемом сделок

$$V_1 = G(3C - \Delta C, K_1, B_1) + G(\Delta C, K_2, B_2). \quad (\text{П3})$$

Значение V_1 равно площади пересечения профилей. Это объем сделок, исполняемых активным спросом. Общее число активных участников спроса G_1 разделяется на участников исполняющих сделки численностью V_1 и на участников заполняющих профиль спроса на новом участке ΔC численностью $(G_1 - V_1)$. Аналогично можно описать изменение цены и объемы сделок V_2 для атакующего предложения.

Смещение цены на ΔC в результате атаки спроса не означает механического сдвига всего профиля на ΔC . Профиль при этом незначительно меняет форму и, соответственно, параметры K и B . Для профиля спроса это означает увеличение жадности на величину

$$\Delta B_1 = \Delta C / K_1. \quad (\text{П4})$$

У профиля предложения жадность при этом уменьшится

$$\Delta B_2 = -\Delta C / K_2. \quad (\text{П5})$$

При этом процессе меняются также и страхи спроса и предложения. Продавцы численностью V_1 будут съедены активным спросом и исчезнут из профиля предложения. Эти участники находились на расстоянии $\mu_2 = K_2 B_2$ от точки ЦК₂. Их уход из распределения означает, что центр капитализации предложения сместится в сторону более высоких цен на величину $\Delta \text{ЦК}_2 = V_1 \mu_2$. Такое смещение ЦК₂ означает увеличение страха предложения

$$\Delta K_2 = \Delta \text{ЦК}_2 / B_2 = V_1 \mu_2 / B_2. \quad (\text{П6})$$

Участники активного спроса, не нашедшие себе пары в процессе атаки, численностью $(G_1 - V_1)$ расположатся в начале профиля спроса на расстоянии $\mu_1 = K_1 B_1$ от точки ЦК₁. Центр капитализации спроса сместится в сторону более высоких цен на величину $\Delta \text{ЦК}_1 = (G_1 - V_1) \mu_1$. Такое смещение ЦК₁ означает уменьшение страха спроса

$$\Delta K_1 = -\Delta \text{ЦК}_1 / B_1 = -(G_1 - V_1) \mu_1 / B_1. \quad (\text{П7})$$

Представленная модель построена на предположении о высокой подвижности участников в зоне сделок. Предполагается, что после каждого удара участники успевают перестроить свои распределения под гамма-распределения с новыми значениями K и B . Используемые здесь разностные уравнения для отображения совершения сделок (П2) (П3) и сопутствующих изменений соотношения страха и жадности участников (П4)–(П7) не претендуют на количественную точность описания и допускают дальнейшее уточнение. Они были призваны показать схему работы механизма взаимодействия. Важно, что данные с реального рынка — изменения цены, значения V_1 и V_2 можно увязать с текущей формой профилей спроса и предложения, с их страхом и жадностью и описать их совокупную динамику.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Базыкин А.Д. (1985). Математическая биофизика взаимодействующих популяций. М.: Наука. [Bazykin A.D. (1985). *Mathematical biophysics of interacting populations*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Бахтизин А.Р. (2008) Агент-ориентированные модели экономики. М.: Экономика. [Bakhtizin A.R. (2008). *Agent-based model of the economy*. Moscow: Ekonomika (in Russian).]
- Вашенко Т.В., Лисицына Е.В. (2006). Поведенческие финансы — новое направление финансового менеджмента. История возникновения и развития // *Финансовый менеджмент*. № 1. С. 89–98. [Vashchenko T.V., Lisitsyna E.V. (2006). Behavioral Finance is a new area of financial management. History and development. *Financial Management*, 1, 89–98 (in Russian).]
- Дубров А.М., Лагоша Б.А., Хрусталеv Е.Ю. (2000). Моделирование рискованных ситуаций в экономике и бизнесе. М.: Финансы и статистика. [Dubrov A.M., Lagos B.A., Khrustalev E.Y. (2000). *Modeling of risk situations in the economy and business*. Moscow: Finansy i Statistika (in Russian).]

- Егорова Н.Е., Бахтизин А.Р., Торжевский К.А. (2013). Прогнозирование фондовых рынков с использованием экономико-математических моделей. М.: Красанд. [Egorova N.E., Bakhtizin A.R., Torzhevskii K.A. (2013). *Forecasting the stock markets using the economic and mathematical models*. Moscow: Krasand Publisher (in Russian).]
- Егорова Н.Е., Торжевский К.А. (2014). Методы и результаты прогнозирования российского фондового рынка // *Финансовая аналитика: проблемы и решения*. Т. 7. Вып. 39. С. 2–11. [Egorova N.E., Torzhevskii K.A. (2014). Methods and results of forecasting the Russian stock market. *Financial Analytics: Problems and Solutions*, 7, 39, 2–11 (in Russian).]
- Караев А.К., Мельничук М.В. (2010). Агентно ориентированное моделирование как основа изучения особенностей поведения финансового рынка // *Финансы и кредит*. Т. 16. Вып. 38. С. 2–11. [Karaev A.K., Melnichuk M.V. (2010). Agent-based modeling as a basis for studying the behavior of the financial market. *Finance and Credit*, 16, 38, 2–11 (in Russian).]
- Карпов А.В. (2004). Психология рефлексивных механизмов деятельности. М.: ИП РАН. [Karpov A.V. (2004). *Psychology of reflexive mechanisms of activity*. Moscow: IP RAN (in Russian).]
- Королюк В.С., Портенко Н.И., Скороход А.В., Турбин А.Ф. (1985). Справочник по теории вероятностей и математической статистике. М.: Наука. [Korolyuk V.S., Portenko N.I., Skorokhod A.V., Turbin A.F. (1985). *Handbook of probability theory and mathematical statistics*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Макаров В.Л. (2012). Искусственные общества // *Экономика и математические методы*. Т. 48. № 3. С. 3–20. [Makarov V.L. (2012). Artificial societies. *Economics and Mathematical Methods*, 48, 3, 3–20 (in Russian).]
- Маккей Ч. (1998). Наиболее распространенные заблуждения и безумства толпы. М.: Альпина. [Mackay C. (1998). *Memoirs of extraordinary popular delusions and madness of crowds*. Moscow: Al'pina (in Russian).]
- Макконнелл К.Р., Брю С.Л. (1999). Экономика: принципы, проблемы и политика. М.: Инфра-М. [McConnell C.R., Brue S.L. (1999). *Economics: Principles, problems, and policies*. Moscow: Infra-M (in Russian).]
- Рудык Н.Б. (2004). Поведенческие финансы, или Между страхом и алчностью. М.: Дело. [Rudyk N.B. (2004). *Behavioral Finance or between fear and greed*. Moscow: Delo (in Russian).]
- Сорос Дж. (1999). Кризис мирового капитализма. Открытое общество в опасности. М.: Инфра-М. [Soros G. (1999). *The crisis of global capitalism: Open society endangered*. Moscow: Infra-M (in Russian).]
- Торжевский К.А. (2006). Модели и методы поведения лица, принимающего решения в условиях риска // *Обзор прикладной и промышленной математики*. Т. 14. Вып. 1. С. 156–160. [Torzhevsky K.A. (2006). Models and methods of behavior of the decision-maker in risk. *Review of Applied and Industrial Mathematics*, 14, 1, 156–160 (in Russian).]
- Тьюлз Р.Д., Брэдли Э.С., Тьюлз Т. (1997). Фондовый рынок. М.: Инфра-М. [Teweles R., Bradley E., Teweles T. (1997). *The stock market*. Moscow: Infra-M (in Russian).]
- Шабров Н.В., Нестеров Р.О. (2019) Механизм социального взаимодействия // *Искусственные общества*. Т. 14. Вып. 2. С. 50–72. [Shabrov N.V., Nesterov R.O. (2019). Mechanism of social interaction. *Artificial Societies*, 14, 2, 50–72 (in Russian).]
- Шапкин А.С. (2003). Экономические и финансовые риски: оценка, управление, портфель инвестиций. М.: Дашков и К°. [Shapkin A.S. (2003). *Economic and financial risks: Assessment, management, investment portfolio*. Moscow: Dashkov i K° (in Russian).]
- Camerer C., Lovoalld D. (1999). Overconfidence and excess entry: An experimental approach. *American Economic Review*, 89, 306–318.
- Shafir E., Diamond P., Tversky A. (1997). Money illusion. *Quarterly Journal of Economics*, 112, 341–374.

Reflexive model of the stock market

© 2020 N.V. Shabrov, R.O. Nesterov

N.V. Shabrov,

Moscow, Russia; e-mail: ashabroff@mail.ru

R.O. Nesterov,

Moscow, Russia; e-mail: rn@inbox.ru

Received 18.06.2019

Abstract: The paper presents a new conceptual approach to analyzing processes in the stock market. The elementary mathematical model of the market is based on the mutually agreed dynamic description of the queue of buyers and sellers and the main actual parameters of the market — the price and executed volumes of transactions. The principal feature of the model is the description of the participants of supply and demand based on two parametric gamma distributions. The parameters of the distribution are the integral behavioral characteristics of bidders, called conditionally — “fear” and “greed”. It is shown that the values of fear and greed, formalized with the help of gamma distribution, can be estimated quantitatively. A reflexive mechanism of transactions is proposed to display the interaction of bidders. This mechanism has two-way feedback. Current values of fear and greed of buyers and sellers determine the price change and the volume of transactions. In turn, price changes and fulfilled volumes lead to changes in fear and greed for supply and demand. The results of numerical simulation of the simplest market fluctuation caused by external influence are presented. Two main stages of this process are considered: 1) external influence leads the market from the state of initial equilibrium to the excited non-equilibrium state, 2) after the end of the influence, the market returns to equilibrium at a new price level. It is suggested that the proposed method can be used not only to describe the securities market, but also for other financial markets, as well as for modeling various social interactions.

Keywords: financial market, gamma distribution, reflexive mechanism of fear and greed.

JEL Classification: C63, G17, G4.

DOI: 10.31857/S042473880008565-0