
**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ**

**Диагностическая система выявления ценовой кооперации
на розничных рынках**

© 2020 г. М.Е. Филькин

М.Е. Филькин,
ЦЭМИ РАН, Москва; e-mail: mfilkin@mail.ru

Поступила в редакцию 02.12.2019

Автор благодарит д.э.н. С.Я. Чернавского за ценные рекомендации и комментарии к данной работе.

Аннотация. Статья посвящена описанию разработанной диагностической системы обнаружения признаков ценовой кооперации на розничных рынках. Приводятся методы и алгоритмы последовательного выявления силы рыночной власти, а также признаков факта злоупотребления данной властью. Выделяется пять компонент диагностической системы: доминирование, концентрация по признаку рыночной доли, концентрация по признаку рыночной цены, общая кооперация и эпизодическая (либо сезонная) кооперация. В качестве базовой концепции выявления кооперации был выбран инструментарий предполагаемых вариаций, в котором участвует, по нашему мнению, сравнительно небольшое число априорных предположений о характере взаимодействия агентов на рынке, что имеет важность для эмпирических исследований. Приводятся математические модели для расчета уровня кооперации, позволяющие анализировать степень использования рыночной власти в статическом и динамическом аспектах. Предлагаемая диагностическая система может применяться государственными, антимонопольными и регулирующими органами для мониторинга уровня конкуренции и выявлению признаков появления фактов ценовой кооперации. Приведенные методы могут помочь агентам рынка анализировать свою ценовую политику, доказывать факт добросовестного конкурентного поведения и своевременно корректировать ценообразование.

Ключевые слова: конкуренция, сговор, диагностическая система, олигополия, картель, предполагаемая вариация, концентрация, розничный рынок.

Классификация JEL: C51, D43.

DOI: 10.31857/S042473880010533-5

ВВЕДЕНИЕ

В мировой теории и практике антимонопольного регулирования можно выделить три этапа выявления картельного поведения, или согласованного ценообразования, некоторой группы агентов—участников того или иного рынка (Harrington, 2005).

Первый этап условно можно назвать «мониторинг» (screening). Он может осуществляться регулирующими органами, учеными-экономистами, компаниями-производителями и продавцами, а также их клиентами. Заинтересованный исследователь собирает доступные статистические данные об уровне цен, объемах продаж, издержках, рыночной доле и любую другую рыночную информацию, которая при соответствующей обработке может указывать на признаки картельного поведения.

Второй этап выявления картеля связан с подключением специализированных ведомств, имеющих особые полномочия. Условно данный этап можно назвать «проверка» (verification), в процессе него производятся следственные действия, может быть организована прослушка средств связи руководителей компаний, слежка, изъятие бухгалтерии и другого рода мероприятия силового и разведывательного характера. Примеры эффективного расследования наличия или отсутствия олигополистических объединений описаны в (Бердж, 1947). Такие примеры получения надежных результатов в деле выявления картелей требуют значительных финансовых и профессиональных ресурсов и особых полномочий, лицензированных государством. Тем не менее в настоящее время без данного этапа нельзя привлечь компанию или группу компаний к ответственности за участие в картельном сговоре.

После того как все проверки и расследования проведены, материалы передаются в судебную систему страны, где наступает третий этап, условно называемый «обвинение» (prosecution). На этом этапе судебная система на основе всех приведенных доказательств выносит окончательный вердикт о наличии или отсутствии сговора, а также меру наказания для каждого участника в том случае, если сговор выявлен. Строго говоря, только с этого момента корректно обозначать выявленную группу терминами «картель» или «сговор». На первых двух этапах, несмотря на силу любых доказательств, уместнее говорить о признаках сговора, признаках скооперированного ценообразования или подозрении на картель.

Высокая затратность второго и третьего этапов обнаружения сговора обуславливает актуальность в наиболее точных математических и эконометрических методах, позволяющих уже на стадии последственного мониторинга выявлять надежные признаки олигополистической координации. Небезынтересным является тот факт, что, несмотря на то что важность борьбы с картелями была осознана много веков назад, вплоть до настоящего времени не существует универсальной абсолютно точной методики, принятой в юридической и законодательной практике, которая гарантированно определяет наличие или отсутствие сговора во всех отраслях народного хозяйства. Даже если мы определяем сговор в предельно краткой формулировке как «необоснованное синхронное повышение цен», оказывается, что на реальных рынках выявление синхронности и доказательство необоснованности представляется непростой научной проблемой. К примеру, розничные цены могут расти под воздействием множества факторов: из-за роста оптовых цен, операционных издержек, заработной платы персонала, изменения структуры спроса и других фундаментальных причин. Факт одновременности повышения цен в данном случае не дает достаточных оснований для обвинений в картельном поведении, хотя и существует возможность того, что продавцы маскируют кооперацию под предлогом изменения рыночных условий. Прослушивание переговоров руководителей и контроль над коммуникациями между фирмами-продавцами также не решает задачу, поскольку крайне редко сговор манифестируется в открытой, озвученной форме. Намного чаще скооперированное поведение осуществляется посредством координации действий при полном отсутствии прямого общения на основе определенного молчаливого взаимопонимания участников. В таком случае диагностика кооперации эконометрическими методами представляет собой неочевидную, во многом творческую задачу, где часто бывает важно учитывать специфику конкретного рынка и мотивации в поведении его участников.

Анализ большого числа работ, посвященных выявлению неконкурентного поведения, позволяет сделать следующее обобщение относительно методов возможного обнаружения признаков неявного, скрытого сговора (implicit/tacit collusion). При исследовании некоторого рынка представляется разумным исходить из определенного понимания того, как должен быть устроен рынок при наличии подлинной конкуренции между участниками. Воздействия внешних факторов и изменение рыночных условий могут приводить к росту или снижению цен, колебаниям объемов продаж, появлению или исчезновению новых участников, однако данные явления в случае конкурентной структуры рынка укладываются в некоторый паттерн поведения, который условно можно назвать «нормальный». Внимание должно уделяться изменениям, которые резко выделяются из паттерна нормального поведения, мы будем называть такую динамику *аномальной*. Объяснение аномалии основывается на определенной эконометрической модели, где с помощью моделирования мотиваций и способов взаимодействия участников аномалия может расцениваться как кооперация, или сговор. В экономической науке проведено большое число исследований и разработаны приемы, которые с той или иной степенью достоверности позволяют судить о признаках скооперированного ценообразования.

Большое число моделей, интерпретирующих аномальные рыночные феномены как скрытую координацию, относятся к теоретико-игровым концепциям рынков. К примеру, авторы (Rotemberg, Saloner, 1986) исходят из следующих предпосылок, касающихся поведения участников на некотором олигопольном рынке. В работе предполагается, что фирмы, состоящие в сговоре, поддерживают некоторый уровень цен на свою продукцию, соответствующий максимизации их общего дохода. В периоды, когда ожидается скачок спроса, некоторой фирме может быть выгодно уклониться от сговора, понизив цену на незначительную величину, и удовлетворить по такой цене весь будущий повышенный спрос. В последующие периоды олигополия может наказать уклонившуюся фирму путем согласованного снижения цен, поэтому фирма-штрейкбрехер решает, что ей выгоднее — получить доход с рынка и понести наказание или остаться верной сговору. При ожидании высокого спроса стимул уклониться становится выше. Это осознают участники картеля, и у них

есть два пути предотвращения отклонения от сговора. Первый — ужесточить наказание (что имеет предел, поскольку картель тоже понесет убытки в будущем), второй — снижать потенциальные выгоды для уклоняющейся компании, понижая текущие цены. Этот факт и составляет рыночную аномалию — в период ожидания повышенного спроса на рынке наблюдается снижение цен. В рамках игровой модели Ротемберга—Салонера данное аномальное поведение объясняется наличием картеля, действующего рационально ради сохранения уровня цен, соответствующего максимизации картельного дохода. Применение других теоретико-игровых концепций для выявления признаков молчаливого сговора можно найти в (Yao, DeSanti, 1993).

В настоящей статье используется альтернативная теоретико-игровому подходу концепция предполагаемых вариаций (conjectural variations), которая также позволяет обнаруживать признаки скоординированного ценообразования на основе выявления аномальных движений розничных цен.

Базовая модель и эмпирическое исследование розничных рынков с ее помощью приведены в (Slade, 1986; Филькин, 2010). Каждая фирма, продающая товар на олигополистическом рынке, исходит из некоторых ожиданий (или предположений) относительно того, как ее соперники отреагируют на изменения (вариации) ее ценовой политики.

Рассматривается дуополия, в которой оба участника стремятся максимизировать свою индивидуальную прибыль. Пусть $p_{1\text{розн}}$ и $p_{2\text{розн}}$ — розничные цены продажи товара, устанавливаемые первым и вторым олигополистами соответственно. Предполагается, что предельные издержки MC производства товара одинаковы для обоих участников. Пусть $p_1 = p_{1\text{розн}} - MC$ и $p_2 = p_{2\text{розн}} - MC$ — чистая прибыль, или маржа, первого и второго участников соответственно. Прибыль χ каждого участника является функцией как своей цены, так и цены, установленной соперником:

$$\xi_1 = \xi_1(p_{1\text{розн}} - MC, p_{2\text{розн}} - MC) = \xi_1(p_1, p_2), \quad \xi_2 = \xi_2(p_{1\text{розн}} - MC, p_{2\text{розн}} - MC) = \xi_2(p_1, p_2).$$

Максимизация индивидуальной прибыли соответствует условиям первого порядка:

$$\frac{d\xi_1}{dp_1} = \frac{\partial \xi_1}{\partial p_1} + \frac{\partial \xi_1}{\partial p_2} \frac{dp_2}{dp_1} = 0, \quad \frac{d\xi_2}{dp_2} = \frac{\partial \xi_2}{\partial p_2} + \frac{\partial \xi_2}{\partial p_1} \frac{dp_1}{dp_2} = 0.$$

Множители $\theta_1 = dp_2 / dp_1$ и $\theta_2 = dp_1 / dp_2$ называются предполагаемыми вариациями (conjectural variations) и характеризуют предположение соответственно первого и второго олигополиста о ценовой реакции оппонента на изменения его собственных цен на товар. Как было показано во многих исследованиях (Baltensperger, Fuchslin et al., 2016; Chang, Sugeta, 2004; Diaz, Villar et al., 2010; Julien, 2010), предполагаемые вариации дают возможность обнаруживать аномальное поведение рыночных агентов, а именно выявлять необоснованный синхронный рост цен, что может являться признаком рыночной власти олигополии.

ДИАГНОСТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ДЛЯ ВЫЯВЛЕНИЯ ЦЕНОВОЙ КООПЕРАЦИИ

Идея предлагаемой диагностической системы основана на последовательном применении все более сложных, но более точных инструментов для обнаружения признаков использования рыночной власти продавцами. Если более простой диагностический инструмент выявляет феномен скоординированного поведения продавцов, то нет необходимости в более сложных инструментах и можно приступить к разработке и принятию мер по противодействию скоординированному поведению. Если более простой диагностический инструмент не выявил признаков скоординированного поведения продавцов, следует перейти к более сложным инструментам диагностической системы.

Мы будем различать несколько уровней системы. На первом уровне необходимо определить рыночную долю каждого продавца. Рыночная доля может быть найдена как отношение объема товара, продаваемого данным продавцом, по отношению к общему объему продаж товара или как отношение дохода компании к общему доходу данного рынка. Этот уровень условно будем называть *юридическим*, количественные критерии для признаков доминирования приведены в докладе Федеральной антимонопольной службы «Условия признания доминирующим положения хозяйствующего субъекта. Иммуниеты для определенных хозяйствующих субъектов в отношении установления для них фактов наличия доминирующего положения. Сфера применения запрета злоупотребления доминирующим положением. Разграничение полномочий ФАС России и иных контролирующих органов» (20 ноября

2017 г.): «Доминирующим признается положение хозяйствующего субъекта (за исключением финансовой организации):

1) доля которого на рынке определенного товара превышает пятьдесят процентов (если не будет установлено, что, несмотря на превышение указанной величины, положение хозяйствующего субъекта на товарном рынке не является доминирующим, поскольку субъект не имеет возможности оказывать влияние на общие условия обращения товара на соответствующем товарном рынке;

2) доля которого на рынке определенного товара превышает 35%, но менее чем 50%. В этом случае антимонопольный орган устанавливает наличие у хозяйствующего субъекта возможности оказывать влияние на общие условия обращения товара на соответствующем товарном рынке и (или) устранять с этого товарного рынка других хозяйствующих субъектов, и (или) затруднять доступ на этот товарный рынок другим хозяйствующим субъектам».

В случае выявления доминирующего игрока регулирующие и антимонопольные органы уже на данном этапе могут начать проверку оказания компанией влияния на общие условия обращения товара или на затруднение входа других компаний на рынок.

В случае отсутствия доминирующего игрока предлагается перейти ко второму и третьему этапам системы. Эти и последующие этапы образуют блок, условно называемый «экономически наблюдаемый», поскольку для решения задачи обнаружения картеля вступают в действия эконометрические методы, которые не зафиксированы в законодательной норме, соответственно, их результаты могут быть номинированы только как выявление признаков кооперации и подозрения на картель, о чем было указано во введении.

На втором и третьем этапах диагностики неконкурентного поведения определяются уровни концентрации розничных рынков. В настоящем исследовании мы понимаем концентрацию как потенциал рыночной власти продавцов, но не сам факт использования или злоупотребления данной властью. Концентрация рынка может быть рассчитана по размеру долей рынка присутствующих компаний, т.е. с помощью индекса Херфиндаля–Хиршмана $HHI = \sum_{i=1}^N S_i^2$, где S_i — доля рынка фирмы i . Кроме того, концентрацию (или, в другой трактовке, уровень монополизации) рынка можно рассчитать с помощью индекса Лернера $L = (P - MC) / P$, где P — рыночная цена, MC — предельные издержки поставщика.

Интерпретация индекса Лернера как индекса монополизации связана с уровнем рентабельности рынка: в случае высокой конкуренции розничные цены стремятся к предельным издержкам, соответственно, индекс близок к нулю. В случае монополии индекс Лернера приближается к единице, поскольку монополия может установить любой приемлемый для себя уровень цен, намного превышающий предельные издержки. Представляется полезным вычислять как долевой (HHI), так и ценовой (L) индексы концентрации.

Индексы концентрации дают представление лишь о потенциальной рыночной власти продавцов, не выходящей за нормативные ограничения, которые установлены законодателем и используются на первом этапе работы диагностической системы. Этого представления недостаточно для каких-либо действий против продавцов, так как продавцы не обязательно пользуются своей рыночной властью в ущерб общественному благосостоянию и могут успешно противостоять регулятору на основании презумпции невиновности.

Для того чтобы выявить факт недобросовестного использования рыночной власти, предлагаются четвертый и пятый этапы диагностической системы, которые составляет блок «экономически ненаблюдаемый». В названии блока подчеркивается, что оба инструмента применяют ненаблюдаемые параметры экономического поведения продавцов. Их значения определяются с помощью специальных математических моделей.

На четвертом этапе с помощью методов регрессионного анализа вычисляется *общий уровень* предполагаемой вариации для каждой компании. Если односторонняя гипотеза о равенстве ее нулю отвергается в пользу гипотезы о том, что вариация больше нуля для компаний, которые в совокупности владеют более чем 35% долей рынка, то можно диагностировать признаки наличия кооперированного ценообразования (price-matching behavior). Если условие не выполняется, ценообразование на данном рынке можно считать конкурентным (price-taking behavior). Подробное исследование розничных рынков нефтепродуктов с помощью такого анализа представлено в (Slade, 1986; Филькин, 2010).

Пятый этап системы призван с помощью специального разработанного автором алгоритма, основанного на скрытых марковских цепях, выявить изменение предполагаемой вариации с течением

Таблица. Этапы диагностической системы

Уровень диагностики	Компоненты диагностической системы	
Юридический	Доля крупнейшего игрока	
	Вычисляется доля крупнейшего игрока на розничном рынке. Согласно критериям ФАС приемлемым считается уровень доли ниже 35%, критическим — более 50%	
Экономически наблюдаемый	Уровень концентрации	
	Объемный	Ценовой
	Индекс Херфиндаля–Хиршмана (ННН): — меньше 100 интерпретируется как рынок с минимальной концентрацией и потенциально высокой конкуренцией; — от 101 до 1500 — низкий уровень концентрации на рынке; — от 1501 до 2500 — рынок умеренно концентрированный; — выше 2500 — сигнал о высокой концентрации и признаках низкой конкуренции	Индекс монополизации Лернера: — близость к 0 индекса указывает на признаки низкой концентрации и конкурентности в ценообразовании; — приближающийся к 1 — признак высокой концентрации и/или высокой рентабельности отрасли
Экономически ненаблюдаемый	Уровень кооперации	
	Статический	Динамический
	Регрессионный анализ для вычисления предполагаемой вариации. Конкурентным признается принятие гипотезы о равенстве нулю предполагаемой вариации для более 65% продавцов на рынке	Расчет изменения уровня предполагаемой вариации во времени. Используется метод скрытых марковских цепей. Исследуются единичные, сезонные и нерегулярные проявления скооперированности

времени. Данный уровень обнаруживает признаки сговора в том случае, если он носит не постоянный, а сезонный либо эпизодический характер. Алгоритм основан на фундаментальных работах по марковским цепям (Baum, Petrie, 1966; Viterbi, 1967). Модификацию данных алгоритмов для реальной экономической задачи и пример использования можно посмотреть в (Филькин, 2017). Далее будут подробно приведены основные регрессионные и модельные уравнения для оценки уровня конкуренции и непосредственного выявления факта кооперации в ценообразовании (см. таблицу).

МОДЕЛЬ РАСЧЕТА СТАТИЧЕСКОЙ ПРЕДПОЛАГАЕМОЙ ВАРИАЦИИ

В регрессионной модели расчета предполагаемой вариации рынок представлен N продавцами, $i = 1, \dots, N$, каждый из которых устанавливает цену $p_{i \text{ розн}}$ на свою продукцию. Метод состоит в оценке коэффициентов двух линейных регрессий и вычислении оценки предполагаемой вариации. Первая оцениваемая регрессия — линейная функция спроса — записывается в виде

$$q_i = f(p_{i \text{ розн}}, p_{i \text{ розн}}^*, z) = a_i + b_i p_{i \text{ розн}} + c_i p_{i \text{ розн}}^* + g_i(z), \quad (1)$$

где $p_{i \text{ розн}}^*$ — розничная цена, установленная соперниками продавца i ; z — вектор дополнительных факторов продавца, смещающих спрос (бренд, сезонность, наличие сопутствующих сервисов, репутация и пр.); $g_i(z)$ — функция от вектора дополнительных факторов, смещающих спрос.

Прибыль продавца i составляет разницу между его выручкой с продаж и издержками $p_{i \text{ розн}} q_i - C(q_i)$. В предположении рациональности продавца, он стремится к максимизации прибыли, выбирая ту или иную ценовую политику. Задача максимизации прибыли продавца записывается в виде

$$\max_{p_{i \text{ розн}}} (p_{i \text{ розн}} q_i - C(q_i)) = \max_{p_{i \text{ розн}}} (p_{i \text{ розн}} f(p_{i \text{ розн}}, p_{i \text{ розн}}^*, z) - C(f(p_{i \text{ розн}}, p_{i \text{ розн}}^*, z))), \quad (2)$$

где $C(q_i)$ — линейная функция издержек.

Условия первого порядка для (2):

$$p_{i \text{ розн}} \frac{dq_i}{dp_{i \text{ розн}}} + q_i - \frac{dC(q_i)}{dp_{i \text{ розн}}} = 0, \text{ или } p_{i \text{ розн}} \frac{dq_i}{dp_{i \text{ розн}}} + q_i = MC_i \frac{dq_i}{dp_{i \text{ розн}}}, \quad (3)$$

где $MC_i = dC(q_i) / dq_i$ — предельные издержки производства товара (предполагаются одинаковыми для всех продавцов). Дифференцируя функцию спроса (7) по $dp_{i \text{ розн}}$, имеем

$$\frac{dq_i}{dp_{i \text{ розн}}} = b_i + c_i \frac{dp_{i \text{ розн}}^*}{dp_{i \text{ розн}}} = b_i + c_i \frac{d(p_{i \text{ розн}}^* - MC)}{d(p_{i \text{ розн}} - MC)} = b_i + c_i \theta_i, \quad (4)$$

где θ_i — предполагаемая вариация продавца i ; $\theta_i = d(p_{i \text{ розн}}^* - MC) / d(p_{i \text{ розн}} - MC)$. Подставляя (4) в (3), получаем равенство $(p_{i \text{ розн}} - MC)(b_i + c_i \theta_i) = -q_i$ или, в иной форме (это вторая оцениваемая регрессия):

$$p_i - MC = \omega_i q_i. \quad (5)$$

Из полученных оценок коэффициентов регрессий (1) и (5) вычисляется оценка предполагаемой вариации и тестируются необходимые гипотезы (на равенство ее нулю — конкуренция, против односторонней $\theta_i > 0$ — признак кооперации): $\theta_i = -(1 + \omega_i b_i) / \omega_i c_i$.

Расчет цены у соперников определяется спецификой рынка. В простейшем случае это может быть средняя цена у всех остальных соперников на рынке. Если же пространственное расположение и локация торговых точек имеют значение, уместно определить взвешенную по дистанции цену соперников:

$$p_{i \text{ розн}}^* = \sum_{j \neq i} w_{ij} p_j, \quad w_{ij} \sim 1 / \rho_{ij}, \quad \sum_{j \neq i} w_{ij} = 1,$$

где ρ_{ij} — пространственное расстояние между продавцами i и j .

При применении диагностического инструмента, процедуры которого приведены в данном разделе, т.е. на четвертом этапе диагностики неконкурентного поведения, задействованы эмпирические данные, описывающие поведение продавцов на всем периоде наблюдений. Это означает, что рассматривается гипотеза о том, что поведение продавца на рынке стационарно, т.е. не меняется во времени. С помощью этого инструмента нельзя диагностировать нестационарное неконкурентное поведение. Но продавцы могут использовать и такой тип поведения. При этом ясно, что для продавцов нестационарное неконкурентное поведение, во-первых, может быть выгодным, а во-вторых, что гораздо важнее, — намного более безопасным в их стремлении получить как можно больше прибыли от операций на рынке. Контролирующим розничные рынки государственным органам немного сложнее диагностировать нестационарное, или эпизодическое, поведение продавцов. Это указывает на то, что появление на рынке феноменов нестационарного неконкурентного поведения продавцов более ожидаемо, чем появление феноменов стационарного неконкурентного поведения.

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОЙ КОМПОНЕНТЫ ПРЕДПОЛАГАЕМОЙ ВАРИАЦИИ

В этом разделе исследуется инструмент пятого уровня диагностики, с помощью которого можно выявить феномены нестационарного неконкурентного поведения. Модель оценки динамики предполагаемой вариации методом скрытых марковских цепей рассматривает рынок как совокупность некоторого числа продавцов. Каждый продавец действует в соответствии с выбором некоторого скрытого (ненаблюдаемого) состояния. Набор таких скрытых состояний предполагается дискретным и зафиксированным. Ненаблюдаемое состояние формализуется гауссовым распределением предполагаемой вариации θ с определенным значением среднего и фиксированной дисперсией.

Скрытые состояния отличаются между собой математическим ожиданием распределения θ . Предполагается, что непосредственно наблюдать скрытое состояние невозможно. Однако оно проявляется в видимых переменных $p_{\text{розн}}$, которые устанавливает продавец в соответствии с выбранным в каждый дискретный момент времени скрытым состоянием — распределением θ .

Имея эмпирический ряд наблюдаемых переменных $p_{\text{розн}}$, средние розничные цены у его соперников $p_{\text{розн}}^*$ и зная предельные издержки MC , можно построить эмпирическую предполагаемую вариацию

$$\tilde{\theta} = \Delta(p_{\text{розн}}^* - MC) / \Delta(p_{\text{розн}} - MC). \quad (6)$$

Ряд $\tilde{\theta}$ представляет собой совокупность наблюдений. Дальнейшие действия алгоритма предназначены для построения наиболее вероятной последовательности скрытых состояний на основе ряда наблюдений.

Управляющие параметры модели, выбор которых задается исследователем: N — число возможных скрытых состояний; μ_j , $j=1, \dots, N$, — выбранные математические ожидания распределений скрытых состояний; σ_j , $j=1, \dots, N$, — выбранные дисперсии распределений скрытых состояний; T — ширина окна наблюдений; χ_i , $i=1, \dots, N$ — массив, элементы которого равны вероятностям наступления состояния i в первоначальный момент времени $t=1$. Вероятности изначально задаются случайными значениями от 0 до 1, в сумме дающими 1: $0 \leq \chi_i \leq 1$; $\sum_{j=1}^N \chi_j = 1$.

Пусть $\mathbf{A} = \{a_{ij}\}$ — матрица $N \times N$ вероятностей перехода между состояниями, элемент a_{ij} обозначает вероятность перехода в (скрытое) состояние j при условии, что система находится в состоянии i . Изначально все элементы задаются случайными значениями от 0 до 1 так, чтобы сумма элементов в каждом столбце и каждой строке была равна 1:

$$0 \leq a_{ij} \leq 1, \quad \sum_{j=1}^N a_{ij} = 1, \quad \sum_{i=1}^N a_{ij} = 1, \quad 1 \leq j \leq N.$$

Плотности гауссового распределения для скрытых состояний задаются формулой

$$b_j(\tilde{\theta}_t) = \frac{1}{\sigma_j \sqrt{2\pi}} \exp \left\{ -\frac{(\tilde{\theta}_t - \mu_j)^2}{2\sigma_j^2} \right\}. \quad (7)$$

Введем обозначения: для момента времени t , для которого реализуется одно из возможных состояний $s_t = j$; $\tilde{\Theta} = (\tilde{\theta}_1, \dots, \tilde{\theta}_T)$ — последовательность наблюдений эмпирических предполагаемых вариаций, рассчитанных по (6); $\mathbf{M} = (\mathbf{A}, \boldsymbol{\chi})$ — совокупность параметров матрицы переходов \mathbf{A} и вектора вероятностей первоначальных состояний $\boldsymbol{\chi}$.

После инициализации всех параметров модели запускается алгоритм Бума—Уэлша (Baum, Petrie, 1966) — итерационный процесс поиска последовательности скрытых состояний, максимизирующих вероятность получения цепи видимых переменных.

Процедура 1. В соответствии с формулой (7) для последовательности наблюдений $\tilde{\Theta}$ вычисляются соответствующие значения плотности вероятности $b_j(\tilde{\theta}_t)$, $1 \leq j \leq N$, $1 \leq t \leq T$, и рассчитываются вспомогательные переменные $\varphi_i(t)$ и $\beta_i(t)$, $i=1, \dots, N$:

$$\varphi_i(t) = P(\theta_1, \dots, \theta_{t-1} | s_t = i) = \begin{cases} \chi_i, & t=1; \\ \sum_{j=1}^N \varphi_j(t-1) a_{ji} b_i(\theta_t), & 2 \leq t \leq T; \end{cases}$$

$$\beta_i(t) = P(\theta_{t+1}, \dots, \theta_T | s_t = i) = \begin{cases} 1, & t=T; \\ \sum_{j=1}^N a_{ij} b_j(\theta_{t+1}) \beta_j(t+1), & 1 \leq t \leq T-1. \end{cases}$$

Затем проводится промежуточный расчет вероятности получения данной последовательности наблюдений $P(\tilde{\Theta}) = \sum_{i=1}^N \varphi_i(T)$.

Процедура 2. Вспомогательные переменные $\varphi_i(t)$ и $\beta_i(t)$, $i=1, \dots, N$, используются для перерасчета $\mathbf{M} = (\mathbf{A}, \boldsymbol{\chi})$ — матрицы переходов и вектора вероятностей первоначальных состояний, наиболее точно описывающих имеющуюся последовательность наблюдений $\tilde{\Theta}$. Для этого предварительно рассчитываются $P_t(i, j)$ — вероятности нахождения системы в момент $t-1$ в состоянии i , а в момент t в состоянии j при имеющихся параметрах \mathbf{M} и последовательности наблюдений $\tilde{\Theta}$:

$$t=1: \quad P_1(i, j) = \frac{\chi_i a_{ij} b_j(\tilde{\theta}_1) \beta_j(1)}{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \varphi_m(1) a_{mn} b_n(\tilde{\theta}_1) \beta_n(1)};$$

$$2 \leq t \leq T: \quad P_t(i, j) = \frac{\varphi_i(t-1) a_{ij} b_j(\tilde{\theta}_t) \beta_j(t)}{\sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \varphi_m(t-1) a_{mn} b_n(\tilde{\theta}_t) \beta_n(t)}.$$

Вводится дополнительная вспомогательная переменная $\gamma_j(t)$ — вероятность пребывания системы t в состоянии j при заданных параметрах \mathbf{M} и последовательности наблюдений $\tilde{\Theta}$:

$\gamma_j(t) = \sum_{i=1}^N P_t(i, j)$. Вычислив вероятности $P_t(i, j)$ и $\gamma_j(t)$, мы осуществляем пересчет параметров $\mathbf{M} = (\mathbf{A}, \boldsymbol{\chi})$: $a'_{ij} = \sum_{t=1}^{T-1} P_t(i, j) / \sum_{t=1}^{T-1} \gamma_i(t)$, $\chi'_i = \gamma_i(1)$.

Процедура 3. Имея пересчитанные параметры $\mathbf{M} = (\mathbf{A}', \boldsymbol{\chi}')$, повторяем процедуры 1 и 2 до итерационной сходимости (Baum, Petrie, 1966).

Процедура 4. После итерационного цикла процедур 1–3 на выходе имеется совокупность параметров $\mathbf{M} = (\mathbf{A}, \boldsymbol{\chi})$, наилучшим способом (в терминах вероятности) объясняющая данную последовательность наблюдений $\tilde{\Theta}$.

Следующая процедура — расчет наиболее вероятной последовательности скрытых состояний для данной последовательности наблюдений (Viterbi, 1967).

Процедура 5. Процесс поиска скрытых состояний осуществляется индукционным способом. Иницируются вспомогательные переменные $\delta_i(1) = \chi_i b_i(\tilde{\theta}_1)$, $\psi_i(1) = 0$, $1 \leq i \leq N$.

По индукции для $2 \leq t \leq T$:

$$\delta_j(t) = b_j(\tilde{\theta}_t) \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_i(t-1) a_{ij}], \quad \psi_j(t) = \arg \max_{1 \leq i \leq N} [\delta_i(t-1) a_{ij}], \quad 1 \leq j \leq N.$$

При достижении $t = T$, рассчитывается максимальная для данной цепи наблюдений вероятность P^* , а также формирование цепочки номеров состояний обратным индукционным путем: $P^* = \max_{1 \leq i \leq N} \delta_i(T)$, $s_T^* = \arg \max_{1 \leq i \leq N} \delta_i(T)$. Для всех $1 \leq t \leq T-1$ имеем $s_t^* = \psi_{s_{t+1}^*}(t+1)$.

Процедура 6. Окно наблюдений передвигается на следующий момент времени. Для последовательности наблюдений $\tilde{\Theta} = (\tilde{\theta}_2, \dots, \tilde{\theta}_{T+1})$ проводятся процедуры 1–5, после чего окно наблюдения смещается вплоть до конца периода наблюдений. По окончании выполнения алгоритма на выходе имеется последовательность скрытых состояний, наиболее точно (в терминах максимизации вероятности) описывающая последовательность видимых переменных. Данная последовательность предполагаемых вариаций дает возможность исследовать эпизодические и сезонные эффекты в динамике уровня скооперированности в олигополии.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Представленная пятикомпонентная диагностическая система исследования уровня конкуренции может рассматриваться как некоторый возможный план исследования розничных рынков на наличие скооперированного поведения. Достоинствами системы, на наш взгляд, являются:

1) небольшое число эмпирических рядов данных, необходимых для исследования (розничные цены, объемы продаж, оптовые цены или другие предельные издержки продавцов, а в некоторых случаях — данные о местоположении розничных точек продаж);

2) представленные модели используют минимальный набор априорных предположений о характере поведения агентов и рыночном устройстве — существование линейной функции спроса и рациональность продавцов. Применение скрытых марковских цепей накладывает еще одно дополнительное предположение — зависимость состояния рынка от предыдущего момента (и независимость его от более ранней истории). Это можно считать одним из ограничений применимости модели;

3) система с помощью последовательных приближений дает разностороннюю оценку конкурентной ситуации на рынках — как потенциал рыночной власти, так и признаки недобросовестного использования данной власти.

Представляется, что задача поиска оптимальных рыночных структур и внедрение их в экономическую реальность является далеко не завершенной и дальнейшее развитие и успехи этой области будут способствовать росту эффективности розничных рынков и повышению общественного благосостояния.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Бердж У. (1947). Международные картели. Пер. с англ. М.: Гос. изд-во иностранной литературы. [Berge W. (1947). *Cartels challenge to a free world*. Translated from the English. Foreign Languages Publishing House (in Russian).]
- Филькин М.Е. (2010). Эмпирический анализ конкуренции на розничном рынке бензина // *Экономическая наука современной России*. № 3 (50). С. 78–92. [Filkin M.E. (2010). Competition in the retail gasoline market. *Economics of Contemporary Russia*, 3 (50), 78–92 (in Russian).]
- Филькин М.Е. (2017). Метод скрытых марковских цепей для оценки уровня конкурентности // *Конкурентоспособность в глобальном мире: экономика, наука, технологии*. № 8 (часть 4). С. 127–132. [Filkin M.E. (2017). Method of hidden Markov chains for estimation of the level of competition. *Competitiveness in the Global World: Economics, Science, Technology*, 8 (part 4), 127–132 (in Russian).]
- Baltensperger T., Fuchslin R., Krutli P., Lygeros J. (2016). Multiplicity of equilibria in conjectural variations models of natural gas markets. *European Journal of Operational Research*, 252 (2), 646–656.
- Baum L.E., Petrie T. (1966). Statistical inference for probabilistic functions of finite state Markov chains. *The Annals of Mathematical Statistics*, 37 (6), 1554–1563.
- Chang W., Sugeta H. (2004) Conjectural variations, market power, and optimal trade policy in a vertically related industry. *Review of International Economics*, 12, 12–26.
- Diaz C.A., Villar J., Campos A., Reneses J. (2010). Electricity market equilibrium based on conjectural variations. *Electric Power Systems Research*, 80, 12, December, 1572–1579.
- Harrington J.E. (2005). Detecting cartels. *Working Paper*, No. 526. The Johns Hopkins University, Department of Economics, Baltimore, MD. Ch. 1.
- Julien L.A. (2010). From imperfect to perfect competition: A parametric approach through conjectural variations. *The Manchester School*, 78, 6, 660–677.
- Rotemberg J.J., Saloner G. (1986). A supergame-theoretic model of price wars during booms. *American Economic Review*, 76, 390–407.
- Slade M.E. (1986). Conjectures, firm characteristics and market structure. *International Journal of Industrial Organization*, 4, 347–369.
- Viterbi A.J. (1967). Error bounds for convolutional codes and an asymptotically optimum decoding algorithm. *IEEE Transactions on Information Theory*, 13 (2), 260–269.
- Yao D., DeSanti S. (1993). Game Theory and the Legal Analysis of Tacit Collusion. *Antitrust Bulletin*, 38, 1 (Spring), 113–141.

Diagnostic system for cooperative pricing detection in retail markets

© 2020 M.E. Filkin

M.E. Filkin,

Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;

e-mail: mfilkin@mail.ru

Received 02.12.2019

Author is grateful to Doct. Sc. (Economics) S.Y. Chernavskiy for valuable recommendations and comments on this paper.

Abstract. The article is devoted to the research and development of a diagnostic system for detecting signs of cooperative pricing in retail markets. We consider methods and algorithms for successively identifying the presence of market power, as well as signs of abuse of this power. Five components of the diagnostic system are distinguished: dominance, concentration based on market shares, concentration based on market prices, general cooperation and episodic (or seasonal) cooperation. As a basic concept for the detecting of cooperative behavior, we used conjectural variations approach. In our opinion, it uses a relatively small number of a priori assumptions about interactions between market agents, which is important for empirical research. Mathematical models are considered for calculating the level of cooperation, allowing to analyze the degree of use of market power in a static and dynamic aspects. The proposed diagnostic system can be used by government, antitrust and regulatory authorities to monitor the level of competition in retail markets and identify signs of price cooperation. In turn, the same methods can also help market agents to analyze their pricing policy, to prove the fact of fair competitive behavior and to adjust pricing in a timely manner.

Keywords: competition, collusion, diagnostic system, oligopoly, cartel, conjectural variation, concentration, retail market.

JEL Classification: C51, D43.

DOI: 10.31857/S042473880010533-5