
**ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ
И МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ПРОБЛЕМЫ**

**Плановый период и прогнозно-оптимизационные конечные условия
в вариантных межотраслевых моделях**

© 2020 г. С.В. Граборов

С.В. Граборов,
ЦЭМИ РАН, e-mail: sergei.graborov@yandex.ru

Поступила в редакцию 17.10.2019

Аннотация. Основная цель настоящей работы заключается в построении вариантной межотраслевой динамической модели с эндогенно задаваемыми плановым периодом и конечными условиями. Построение такой модели проводится в три этапа. Сначала строится исходная межотраслевая модель с долгосрочным временным горизонтом. Развитие каждой отрасли описывается в ней возможными вариантами создания мощностей с их вводом в определенном году предстоящей перспективы. Далее с учетом режима скользящего планирования в исходной модели выделяются группы отраслевых вариантов, по которым в текущий год проведения расчетов должны приниматься окончательные решения. Продолжительность планового периода задается таким образом, чтобы мощности по указанным вариантам вводились в строй в его пределах. На втором этапе в исходную модель вводятся (1) условия постоянства в послеплановом периоде показателей затрат — выпуска на мощностях, созданных в доплановом и создаваемых в плановом периодах, и (2) конечные условия в виде функциональных зависимостей объемов ввода отраслевых мощностей в годы послепланового периода от искомым приростов валовых выпусков отраслей в годы планового периода. Такой подход к заданию конечных условий назван прогнозно-оптимизационным. В результате формируется преобразованная долгосрочная модель. На третьем этапе на ее базе строится модель планового периода. Доказывается, что оптимальное решение последней модели обеспечивает достижение оптимального значения части целевой функции преобразованной долгосрочной модели. Эта часть включает переменные, относящиеся только к плановому периоду.

Ключевые слова: межотраслевые динамические модели, плановый период, прогнозно-оптимизационные конечные условия, варианты развития отраслей, режим скользящего планирования.

Классификация JEL: H2.

DOI: 10.31857/S042473880012414-4

ВВЕДЕНИЕ

Межотраслевые динамические модели относятся к числу эффективных средств разработки и анализа прогнозов и проектов народнохозяйственных решений. В теоретических и прикладных исследованиях таких моделей проводился анализ:

— различных подходов к моделированию долговременного сбалансированного развития народного хозяйства (см., например, (Бардацци, Гецци, 2018; Коссов, 1973; Стоун, 1979; Черемных, 1982; Широ, Янговский, 2017; Chen, Guo, Jang, 2004));

— существенных свойств динамических народнохозяйственных моделей с продолжительным временным горизонтом (Беленький, Волконский, Павлов, 1972; Макаров, 1966; Полтерович, 1979; Черемных, 1982; Tsukui, 1966 и др.);

— результатов экспериментальных и прикладных расчетов на ЭВМ по межотраслевым моделям, проводившихся в СССР (Ефимов, Мовшович, 1973; Журавлев, 1981; Черемных, 1982 и др.) и за рубежом (Сато и др., 1980; Tsukui, 1968 и др.);

— возможностей применения межотраслевых динамических моделей для анализа и прогнозирования развития экономики, а также оценки эффективности мер экономической политики государства и инвестиционных процессов (Антипов и др., 2002; Баранов и др., 2018; Макаров

и др., 2002; Мартынов, Малков, 2007; Михеева, Новикова, Суслов, 2011; Позамантир, 2014; Узяков, 2000; Gurgul, Lach, 2018; Kiedrowski, 2018).

В данной работе предлагаются возможные варианты решения *проблем* задания продолжительности планового периода и конечных условий в динамических межотраслевых моделях.

Проводившиеся ранее исследования первой проблемы базировались либо на введении достаточно продолжительного планового периода (Гаврилец, 1967; Grinold, 1991; и др.), либо на его корректировке в процессе скользящего планирования (Макаров, 1966; Полтерович, 1979; Фаерман, 1971; и др.). В (Граборов, 1979) рассматривалась межотраслевая модель леонтьевского типа с бесконечным горизонтом в случае переменных во времени технологических матриц. При предположении об экспоненциальном росте отраслей в послеплановом периоде и ряде других допущений она преобразуется в модель с ограниченным плановым периодом, дающую оптимальное решение для исходной модели.

К решению второй из поставленных проблем — заданию конечных условий ранее было предложено использовать:

- удлинение планового горизонта (Гаврилец, Михалевский, Лейбкинд, 1965);
- экстраполяцию на послеплановый период развития производства в плановом периоде (см., например, (Волконский, 1967));
- балансовую модель в послеплановом периоде (см., например, Воркуев, 1969);
- оптимизационную модель магистрального типа (Макаров, 1966; Фаерман, 1971; Роговский, 1981; Черемных, 1982; Tsukui, 1966 и др.);
- межотраслевую оптимизационную модель с переменными во времени нормативами затрат (Граборов, 1979).

В межотраслевых задачах леонтьевского типа развитие каждой отрасли описывается единственным набором показателей затрат и выпуска. Одно из естественных обобщений таких задач заключается в представлении отраслей комбинациями возможных вариантов их развития.

Основная цель настоящей работы заключается в построении вариантной межотраслевой динамической модели с эндогенно задаваемыми плановым периодом и конечными условиями.

В качестве исходной принимается оптимизационная модель для достаточно продолжительного — долгосрочного — горизонта времени. Под хозяйственными объектами понимаются «чистые» отрасли, являющиеся единственными производителями соответствующего продукта. В предлагаемой модели для описания процессов создания мощностей используется распространенный и достаточно эффективный способ, предусматривающий задание возможных вариантов развития хозяйственных объектов.

В исходную модель входят следующие ограничения: балансы спроса и потребления продуктов; на производственные мощности отраслей (по каждому варианту); на выбор альтернативных вариантов приростов отраслевых мощностей. В качестве критерия оптимальности принимается минимизация приведенных затрат.

В данной работе формализован *порядок определения конечных условий*, соответствующий представленному в (Волконский, 1967, с. 29) предположению: «...В послеплановый период должны сохраниться те тенденции, которые наметились в развитии хозяйства в плановом периоде». Поэтому в исходную модель для отраслевых мощностей с началом создания в плановом и вводом в послеплановом периодах включаются *прогнозные зависимости их объемов от динамики искомым оптимальных приростов валовых выпусков в годы планового периода*. Предлагаемый подход к заданию конечных условий можно назвать прогнозно-оптимизационным.

Построение модели с плановым горизонтом времени, заведомо меньшим, чем долгосрочный, проводится в три этапа.

1. Сначала с *учетом режима скользящего планирования* выделяется первая группа вариантов развития отраслей, по которым в текущий (начальный) год проведения оптимизационных расчетов должны приниматься окончательные решения об их реализации или отказе от них. *Продолжительность планового периода* задается таким образом, чтобы по всем вариантам этой группы ввод мощностей происходил в его пределах. Вторую группу образуют варианты с началом капиталовложений в плановом и вводом мощностей в послеплановом периодах.

2. В исходную модель включаются дополнительные ограничения на:

- интенсивность использования мощностей по вариантам первой группы в послеплановом периоде;
- размеры ввода отраслевых мощностей по вариантам второй группы, т.е. в годы послепланового периода.

В результате исходная модель (модель I) преобразуется в модель II с таким же долгосрочным периодом времени.

3. На базе модели II строится модель III планового периода.

Далее устанавливается справедливость утверждения о том, что *оптимальное решение модели III обеспечивает достижение оптимального значения части целевой функции долгосрочной модели II, включающей только переменные планового периода.*

Предлагаемая постановка вариантной межотраслевой динамической модели является теоретической конструкцией, предназначенной для использования в качестве одного из элементов методологической базы построения моделей принятия решений об участии государства в финансировании и/или о поддержке государством (через налоговые и кредитные льготы и т.д.) инвестиционных проектов развития многоотраслевых комплексов в условиях рыночной экономики.

Статья состоит из трех подразделов. В первом дается описание исходной оптимизационной модели I с долгосрочным горизонтом времени. Во втором она преобразуется в долгосрочную модель II с дополнительными ограничениями на послеплановое развитие. В третьем строится модель III с ограниченным плановым периодом и доказывается приведенное выше утверждение.

1. ИСХОДНАЯ МОДЕЛЬ

Моделируемая экономика представляет собой совокупность отраслей. По времени создания отраслевые мощности разделяются на действующие или уже строящиеся к началу предстоящей перспективы, а также создаваемые с началом капитальных вложений в годы предстоящей перспективы.

Для мощностей, созданных или создаваемых до начала предстоящей перспективы, считаются известными показатели валовых выпусков, текущих и капитальных затрат: \bar{X}_j^t — валовый выпуск отрасли j на действующих мощностях в году t при их полной загрузке; \bar{Z}_{ij}^t — текущие затраты продукции i на производство продукции j на действующих мощностях в году t при их полной загрузке; \bar{K}_{ij}^t — капитальные затраты продукции i на производство продукции j на уже строящихся мощностях отрасли j в году t .

Искомыми являются Λ_j^t — интенсивности использования действующих мощностей отрасли j в году t . Здесь $i, j \in J$ — множество индексов продукции (и, соответственно, отраслей), $t = 1, 2, \dots$ — индекс времени (в годах).

В предлагаемой динамической модели развитие отраслей с началом капиталовложений в предстоящей перспективе описывается вариантами создания мощностей с вводом в определенном году и с одинаковыми сроками капитального строительства в пределах каждой отрасли. Варианты различаются объемами вводимых мощностей, а также структурой текущих и капитальных затрат.

Для отражения процесса капитального строительства создаваемых мощностей введем булевы неизвестные δ_{jv}^τ , принимающие значение ноль, если вариант $v \in V_j^\tau$ создания мощности отрасли j , $j \in J$ в году τ ($\tau = \tau_j + 1, \tau_j + 2, \dots$) отвергается, и единицы, если данный вариант принимается для реализации. Здесь V_j^τ — множество индексов вариантов отрасли j с вводом мощностей в году τ ; τ_j — временной лаг между началом капиталовложений и вводом мощности, $\tau_j \in \{1, 2, \dots\}$.

Будем считать, что каждому варианту v отрасли j с вводом мощностей в году τ соответствует набор значений $k_{jv}^{t\tau}$ — объемов капитальных затрат продукта i в году t в период строительства ($k_{jv}^{t\tau} \geq 0$).

Введем непрерывные переменные $\lambda_{jv}^{t\tau}$ — интенсивности использования мощностей в году t , созданные в отрасли j в году τ по варианту v ($0 \leq \lambda_{jv}^{t\tau} \leq 1$). Текущее производство в течение всего периода эксплуатации мощностей будем описывать линейными функциями $a_{jv}^\tau \lambda_{jv}^{t\tau}$ объемов текущих затрат ($a_{jv}^\tau \geq 0$) и $b_{jv}^\tau \lambda_{jv}^{t\tau}$ валового выпуска ($b_{jv}^\tau \geq 0$), где a_{jv}^τ и b_{jv}^τ — соответственно текущие затраты и валовый выпуск при полном использовании мощностей.

Перейдем к формальному описанию исходной модели. Для полной оценки эффективности межотраслевого развития ее *долгосрочный временной горизонт* \hat{T} должен, вообще говоря, охватывать период, включающий годы строительства и эксплуатации мощностей по всем имеющимся вариантам развития отраслей в предстоящей перспективе. Для этого периода будем считать известной информацию о платежеспособном спросе и ценах (индексах цен) на продукцию отраслей. Последнее допущение, разумеется, является сильным. Однако оно представляется допустимым для исходной теоретической постановки динамической межотраслевой модели, которая далее будет преобразована в модель с плановым периодом. Для последней модели будет необходима информация только этого периода¹.

В принятых выше обозначениях в исходную модель входят ограничения (для $t = 1, \dots, \hat{T}$):

— на балансы спроса и предложения продуктов —

$$\bar{X}_i^t \Lambda_i^t - \sum_j (\bar{Z}_{ij}^t \Lambda_j^t + \bar{K}_{ij}^t) + \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau}^t b_{iv}^\tau \lambda_{iv}^{\tau} - \sum_j \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau}^t a_{jv}^\tau \lambda_{jv}^{\tau} \geq \sum_j \sum_{\tau \geq t+1, v \in V_j^\tau} k_{jv}^{\tau} \delta_{jv}^{\tau} + C_i^t, i \in J, \quad (1)$$

где C_i^t — известный объем конечного спроса на продукт i в году t ;

— на производственные мощности, созданные или создаваемые до начала предстоящей перспективы, а также по каждому отраслевому варианту с началом капиталовложений в годы предстоящей перспективы —

$$0 \leq \Lambda_j^t \leq 1, \quad 0 \leq \lambda_{jv}^{\tau} \leq \delta_{jv}^{\tau}, \quad \delta_{jv}^{\tau} \in \{0; 1\}, \quad j \in J, \quad v \in V_j^\tau, \quad \tau \in [1, \hat{T}]; \quad (2)$$

— на выбор альтернативных отраслевых вариантов для года ввода мощностей —

$$\sum_{v \in V_j^\tau} \delta_{jv}^{\tau} \leq 1, \quad j \in J, \quad v \in V_j^\tau, \quad \tau \in [1, \hat{T}]. \quad (3)$$

В качестве критерия оптимальности принимается минимизация приведенных во времени затрат

$$U(\lambda, \Lambda, \delta) = \sum_{t=1}^{\hat{T}} (Q)^t \sum_{i,j} p_i^t [\bar{Z}_{ij}^t \Lambda_j^t + \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau}^t a_{jv}^\tau \lambda_{jv}^{\tau} + \sum_{\tau \geq t+1, v \in V_j^\tau} k_{jv}^{\tau} \delta_{jv}^{\tau}] \rightarrow \min, \quad (4)$$

где p_i^t — цена (индекс цены) продукта i в году t , $(Q)^t$ — дисконтирующий множитель.

Записанные ограничения (1)–(3) и критерий оптимальности (4) далее будем называть *моделью I*. В ее записи ради простоты изложения отсутствуют ограничения по лимитированным ресурсам.

В следующем пункте работы она будет преобразована в долгосрочную модель с дополнительными ограничениями на развитие в послеплановом периоде — модель II. А далее будет построена модель III с фиксированным плановым периодом, оптимальное решение которой будет допустимым для ограничений планового периода модели II и обеспечивать максимум части ее целевой функции, относящейся к этому периоду.

2. ПРЕОБРАЗОВАННАЯ ДОЛГОСРОЧНАЯ МОДЕЛЬ

Для построения воспользуемся *скользящим характером процесса планирования*. Будем считать, что расчет показателей предстоящей перспективы происходит ежегодно с соответствующим сдвигом горизонта планирования. Следовательно, в начальный год проведения перспективных расчетов ($t = 0$) к реализации будут приниматься решения не на всю перспективу, а только для предстоящего года ($t = 1$). Применительно к модели I это означает, что окончательные решения будут приниматься только по вариантам с началом их осуществления в первом году предстоящей перспективы.

Обозначим множество индексов таких вариантов через \dot{V} , $\dot{V} = \bigcup_j V_j^{\tau_j+1}$.

Для того чтобы принять окончательное решение о создании производственных мощностей для выпуска какой-либо продукции, необходимо иметь оценку потребительского спроса на данную продукцию, по крайней мере на планируемый год ввода новых мощностей. А для этого в модели должны присутствовать балансы производства и потребления продукции на этот год.

¹ Последующие построения теоретически справедливы и для бесконечного горизонта времени.

Учитывая сказанное, приходим к выводу относительно минимально необходимой продолжительности планового периода. Самый поздний срок ввода мощностей по вариантам \bar{V} равен $T = \max_j \tau_j + 1$. Очевидно, что для оптимизации производства в годы $t = 1, \dots, T$ нужно знать объемы спроса всех отраслей на выпускаемую продукцию в эти годы. Следовательно, при оптимизации вариантов \bar{V} необходимо также оптимизировать выбор вариантов с началом строительства, начиная со второго года, и вводом мощностей в период $[3, T]$. Множество индексов таких вариантов обозначим через \bar{V} . Кроме того, необходимо принимать во внимание и варианты с началом капиталовложений в годы $t \leq T$ и вводом мощностей за его пределами. Множество индексов таких вариантов обозначим через \bar{V} .

Таким образом, чтобы принять окончательные решения по вариантам \bar{V} с началом капитальных вложений в первом году, необходимо оптимизировать работу объединенной группы вариантов $\bar{V} = \bar{V} \cup \bar{V} \cup \bar{V}$, по которым предусматриваются капитальные вложения или эксплуатация мощностей в период $[1, T]$.

Дальнейшее преобразование модели I будет производиться с помощью введения в ее ограничения ряда дополнительных соотношений для показателей развития производства в послеплановом периоде. Далее они понадобятся для:

- исключения из ограничений и целевой функции модели I переменных послепланового периода, относящихся к мощностям, действующим или создаваемым в плановом периоде;
- введения конечных условий — приближенного описания динамики приростов отраслевых мощностей в послеплановом периоде.

2.1. В модель I вводятся дополнительные условия постоянства в послеплановом периоде интенсивностей использования мощностей, созданных в доплановом или создаваемых в плановом периодах:

$$\Lambda_j^t = \Lambda_j^T, \lambda_{jv}^{\tau} = \lambda_{jv}^{T\tau} \forall j \in J, v \in \bar{V}, t > T, \tau \in [1, T]. \quad (5)$$

Такие условия естественно считать допустимыми в качестве приближенного описания послепланового развития производства.

2.2. Для вариантов с началом капиталовложений в плановом и вводом мощностей в послеплановом периодах введем условия полного использования таких мощностей и непрерывности переменных δ_{jv}^{τ} , т.е. для них ограничения (2), (3) принимают следующий вид:

$$0 \leq \lambda_{jv}^{\tau} = \delta_{jv}^{\tau}, \sum_{v \in V_j^{\tau}} \delta_{jv}^{\tau} \leq 1, j \in J, v \in V_j^{\tau}, \tau \in [T+1, T+\tau_j+1], t \geq T+1, \quad (6)$$

а условия $\delta_{jv}^{\tau} \in \{0;1\}$ опускаются.

2.3. Задание конечных условий. Следующие ограничения, вводимые в модель I, касаются определения объемов ввода отраслевых мощностей с началом капиталовложений в плановом и вводом в послеплановом периодах. В построенной далее модели III с ограниченным плановым периодом эти показатели будут характеризовать ее конечные условия.

Как уже упоминалось выше, в данной работе принимается порядок их определения, формализующий представленное в (Волконский, 1967, с. 29) предположение, что «в послеплановый период должны сохраниться те тенденции, которые наметились в развитии хозяйства в плановом периоде». Соответственно, для отраслевых мощностей (с началом капиталовложений в плановом периоде) объемы ввода в годы послепланового периода ради общности изложения будут задаваться в виде *отраслевых функциональных зависимостей* $\psi_j^{\tau}(\cdot)$ от ΔX_j^t — *искомых приростов валовых выпусков в годы планового периода*²:

$$\sum_{v \in V_j^{\tau}} b_{jv}^{\tau} \delta_{jv}^{\tau} = \psi_j^{\tau}(\Delta X_j^1, \dots, \Delta X_j^T), j \in J, \tau = T+1, \dots, T+\tau_j+1; \quad (7)$$

$$\Delta X_j^t = \bar{X}_j^t \Lambda_j^t - \bar{X}_j^{t-1} \Lambda_j^{t-1} + \sum_{v \in V_j^t} b_{jv}^t \lambda_{jv}^t, t = 1, \dots, T, \quad (8)$$

² Они отражают оптимальные приросты объемов загрузки мощностей в годы планового периода.

где соотношения (7) могут быть записаны в виде равенств, поскольку здесь переменные δ_{jv}^τ непрерывны (что было показано выше в п. 2.2).

Замечание. В простейших случаях объемы ввода отраслевых мощностей в годы послепланового периода могут задаваться из условий постоянства приростов (темпов роста) соответствующих искомым приростов (темпов роста) отраслевых валовых выпусков в годы планового периода.

Параметры функций $\psi_j^\tau(\cdot)$ считаются известными из прогнозов. Вопросы конкретизации вида этих функций выходят за рамки данной работы, поскольку не являются принципиальными для ее главного содержания.

Введение указанных функций в модель I означает, что конечные для планового периода условия определяются, исходя из прогнозов оптимального развития отраслей в годы этого периода. Поэтому предлагаемый подход к заданию конечных условий можно назвать *прогнозно-оптимизационным*.

Таким образом, в модель I вводятся условия (5)–(8). В результате получаем *преобразованную долгосрочную модель* (далее модель II). Она включает ограничения (1)–(3) и критерий оптимальности (4) модели I, а также дополнительные соотношения (5)–(8), представленные выше.

3. МОДЕЛЬ ПЛАНОВОГО ПЕРИОДА

Модель III с плановым периодом строится на базе преобразованной долгосрочной модели II путем сохранения в последней, во-первых, ограничений планового периода; а во-вторых, только переменных (в ограничениях и в критерии) отраслевых мощностей, созданных в доплановом или создаваемых в плановом периодах. Для этого должны быть выполнены следующие операции.

3.1. Для послепланового периода в ограничениях и в критерии модели II переменные Λ_j^t и $\lambda_{iv}^{t\tau}$ заменяются, по условиям (5), на Λ_j^T и $\lambda_{jv}^{T\tau}$ соответственно, а переменные $\lambda_{jv}^{t\tau}$ вариантов с началом капиталовложений в плановом и вводом мощностей в послеплановом периодах — по условиям (6) — на δ_{jv}^τ .

3.2. Опускаются ограничения (1) для послепланового периода и (2), (3) — для вариантов с началом капиталовложений в этом периоде.

3.3. В критерии оптимальности (4) опускаются слагаемые, относящиеся к вариантам с началом капиталовложений в послеплановом периоде.

Тогда в модель III входят следующие ограничения для планового периода $t = [1, T]$, совпадающие с ограничениями модели II для этого периода:

— балансы производства и потребления продукции в годы планового периода —

$$\bar{X}_i^t \Lambda_i^t - \sum_j (\bar{Z}_{ij}^t \Lambda_j^t + \bar{K}_{ij}^t) + \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau} b_{iv}^\tau \lambda_{iv}^{t\tau} - \sum_j \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau} a_{ijv}^\tau \lambda_{jv}^{t\tau} \geq \sum_j \sum_{\tau \geq t+1, v \in V_j^\tau} k_{ijv}^{t\tau} \delta_{jv}^\tau + C_i^t, i \in J; \quad (9)$$

— условия использования производственных мощностей —

$$0 \leq \Lambda_j^t \leq 1, \quad 0 \leq \lambda_{jv}^{t\tau} \leq \delta_{jv}^\tau, \quad j \in J, v \in \bar{V}, t \in [1, T], \tau \in [1, T]; \quad (10)$$

— ограничения на выбор отраслевых вариантов, причем переменные δ_{jv}^τ целочисленны только по вариантам с вводом мощностей в плановом периоде —

$$\delta_{jv}^\tau \in \{0; 1\}, \quad j \in J, v \in \dot{V} \cup V, \tau \in [1, T],$$

$$\sum_{v \in V_j^\tau} \delta_{jv}^\tau \leq 1, \quad j \in J, v \in \bar{V}, \tau \in [1, T + \tau_j + 1]; \quad (11)$$

— конечные условия совпадают с условиями (7), (8) преобразованной модели II —

$$\sum_{v \in V_j^\tau} b_{jv}^\tau \delta_{jv}^\tau = \psi_j^\tau(\Delta X_j^1, \dots, \Delta X_j^T), \quad \tau = T + 1, \dots, T + \tau_j + 1; \quad j \in J;$$

$$\Delta X_j^t = \bar{X}_j^t \Lambda_j^t - \bar{X}_j^{t-1} \Lambda_j^{t-1} + \sum_{v \in V_j^t} b_{jv}^t \lambda_{jv}^{tt}, \quad t = 1, \dots, T. \quad (12)$$

Критерий оптимальности этой модели представим в виде двух сумм слагаемых, относящихся к плановому и послеплановому периодам.

В первую сумму входят дисконтируемые слагаемые $\bar{Z}_{ij}^t \Lambda_j^t$ мощностей, созданных в доплановом или уже создаваемых в плановом периодах, а также $a_{ijv}^\tau \lambda_{jv}^{t\tau}$ — вариантов с вводом мощностей и $k_{ijv}^{t\tau} \delta_{jv}^\tau$ — вариантов с началом капиталовложений в плановом периоде. Вторая сумма включает дисконтируемые слагаемые $\bar{Z}_{ij}^T \Lambda_j^T$ и $a_{ijv}^\tau \lambda_{jv}^{T\tau}$ вариантов с вводом мощностей в плановом периоде, а также $k_{ijv}^{t\tau} \delta_{jv}^\tau$ и $a_{ijv}^{T+\tau} \delta_{jv}^{T+\tau}$ вариантов с началом капиталовложений в плановом и вводом мощностей в послеплановом периодах.

С учетом вышесказанного $\bar{U}(\lambda, \Lambda, \delta)$ — критерий оптимальности модели III может быть записан следующим образом:

$$\begin{aligned} \bar{U}(\lambda, \Lambda, \delta) = & \sum_{t=1}^T (Q)^t \sum_{i,j} p_i^t \left[\bar{Z}_{ij}^t \Lambda_j^t + \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau} a_{ijv}^\tau \lambda_{jv}^{t\tau} + \sum_{\tau \geq t+1, v \in V_j^\tau} k_{ijv}^{t\tau} \delta_{jv}^\tau \right] + \\ & + \sum_{i,j} \left\{ \left[\sum_{t=T+1}^{\hat{T}} (Q)^t p_i^t \right] \left(\bar{Z}_{ij}^T \Lambda_j^T + \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau} a_{ijv}^\tau \lambda_{jv}^{T\tau} + \sum_{\tau=t+1, v \in V_j^\tau}^{T+\tau_j} k_{ijv}^{t\tau} \delta_{jv}^\tau \right) + \right. \\ & \left. + \sum_{\tau=1, v \in V_j^{T+\tau}}^{\tau_j} \left[\sum_{t=T+\tau}^{\hat{T}} (Q)^t p_i^t \right] a_{ijv}^{T+\tau} \delta_{jv}^{T+\tau} \right\} \rightarrow \min. \end{aligned} \quad (13)$$

Здесь в последней тройке сумм, относящейся к послеплановому периоду, суммы слагаемых $(Q)^t p_i^t$ различны для показателей текущих затрат $a_{ijv}^{T+\tau} \delta_{jv}^{T+\tau}$ вариантов с разными сроками ввода мощностей.

Итак, модель III планового периода описывается ограничениями (9)–(12) и критерием оптимальности (13).

Таким образом, в силу проведенного построения модель III (и по ограничениям, и по критерию) представляет собой часть преобразованной долгосрочной модели II, которая включает только переменные планового периода.

Введем следующее предположение.

Предположение А. Существует оптимальное решение преобразованной долгосрочной модели II.

Из этого предположения в силу проведенного выше построения модели III из модели II следует, что существует также и оптимальное решение модели III. Более того, справедливо следующее утверждение.

Утверждение. Оптимальное решение модели III обеспечивает минимальное значение части целевой функции модели II, включающей только переменные отраслевых мощностей, созданных в доплановом или в плановом периодах.

Доказательство. Представим $U(\lambda, \Lambda, \delta)$ — целевую функцию модели II — в виде трех функций.

Первая $U_1(\cdot)$ содержит только переменные затрат для отраслевых вариантов в годы планового периода

$$U_1(\cdot) = \sum_{t=1}^T (Q)^t \sum_{i,j} p_i^t \left[\bar{Z}_{ij}^t \Lambda_j^t + \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau} a_{ijv}^\tau \lambda_{jv}^{t\tau} + \sum_{\tau \geq t+1, v \in V_j^\tau} k_{ijv}^{t\tau} \delta_{jv}^\tau \right].$$

Здесь и далее ради простоты записи в функциях, сумма которых образует целевую функцию модели II, векторы аргументов опускаются.

Вторая функция $U_2(\cdot)$ включает только переменные затрат в годы послепланового периода на мощностях, созданных в доплановом или создаваемых в плановом периодах. После замены переменных по условиям (5) и (6) эта функция принимает вид

$$U_2(\cdot) = \sum_{i,j} \left\{ \left[\sum_{t=T+1}^{\hat{T}} (Q)^t p_i^t \right] \left(\bar{Z}_{ij}^T \Lambda_j^T + \sum_{\tau=\tau_j, v \in V_j^\tau} a_{ijv}^\tau \lambda_{jv}^{T\tau} + \sum_{\tau=t+1, v \in V_j^\tau}^{T+\tau_j} k_{ijv}^{t\tau} \delta_{jv}^\tau \right) + \sum_{\tau=1, v \in V_j^{T+\tau}}^{\tau_j} \left[\sum_{t=T+\tau}^{\hat{T}} (Q)^t p_i^t \right] a_{ijv}^{T+\tau} \delta_{jv}^{T+\tau} \right\}.$$

Аргументами третьей функции $U_3(\cdot)$ являются переменные отраслевых вариантов с началом капиталовложений в годы послепланового периода

$$U_3(\cdot) = \sum_{t=T+1}^{\hat{T}} (Q)^t \sum_{i,j} p_i^t [\sum_{\tau=T+\tau_j, v \in V_j^t} a_{ijv}^{\tau} \lambda_{jv}^{\tau} + \sum_{\tau \geq t+1, v \in V_j^t} k_{ijv}^{\tau} \delta_{jv}^{\tau}] .$$

В результате целевая функция модели II может быть выражена в виде суммы трех функций $U(\lambda, \Lambda, \delta) = U_1(\cdot) + U_2(\cdot) + U_3(\cdot)$. Но сумма первых двух функций совпадает с целевой функцией модели III планового периода $U_1(\cdot) + U_2(\cdot) = \bar{U}(\lambda, \Lambda, \delta)$.

Следовательно, учитывая совпадение ограничений планового периода моделей II и III, оптимальное решение последней обеспечивает минимизацию части $(U_1(\cdot) + U_2(\cdot))$ целевой функции модели II. Эта часть включает только переменные мощностей, созданных в доплановом или создаваемых в плановом периодах.

Таким образом, утверждение доказано.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Из приведенного в данной работе построения модели III — вариантной межотраслевой динамической модели планового периода — можно сделать следующие выводы.

Для того чтобы использовать межотраслевые динамические модели с вариантами отраслевого развития в процессах народнохозяйственного планирования, должны быть решены две ключевые проблемы: определения продолжительности планового периода и конечных условий.

В данной работе плановый период определяется с применением режима скользящего планирования. Такой режим позволяет выделить, во-первых, множество отраслевых вариантов, по которым будут приниматься окончательные решения в год проведения перспективных расчетов; во-вторых, выделить полное множество отраслевых вариантов, которые необходимо оптимизировать в пределах планового периода. Соответственно, данный период равен сумме двух периодов: пересчета перспективных решений и максимальной продолжительности времени от начала капиталовложений до ввода в строй мощностей по всем отраслевым вариантам, по которым должны приниматься окончательные решения.

Вторая проблема решается путем введения дополнительных условий послепланового функционирования отраслей:

— показатели затрат — выпуска мощностей, введенных в доплановом или вводимых в строй в плановом периодах, — постоянны за его пределами;

— отраслевые показатели приростов ввода мощностей в годы послепланового периода задаются в виде функциональных зависимостей от искомым показателей соответствующих приростов валовых выпусков в годы планового периода. Это означает, что конечные условия для модели планового периода определяются исходя из прогнозов оптимального развития отраслей в годы этого периода. Поэтому предлагаемый подход к заданию конечных условий был назван *прогнозно-оптимизационным*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ / REFERENCES

- Антипов В.И., Калиновский А.В., Колмаков И.Б., Моторин В.И.** (2002). Многоотраслевая модель воспроизводства ВВП России в системе национальных счетов. М.: Новый век. [Antipov V.I., Kalinovsky A.V., Kolmakov I.B., Motorin V.I. (2002). *Multisectoral model of reproduction of GDP of Russia in the system of national accounts*. Moscow: Novyj Vek (New Century) (in Russian).]
- Баранов А.О., Павлов В.Н., Слепенкова Ю.М., Тагаева Т.О.** (2018). Использование динамической межотраслевой модели с блоком человеческого капитала в прогнозировании экономики России // *Проблемы прогнозирования*. № 6. С. 104–110. [Baranov A.O., Pavlov V.N., Slepenskova Yu.M., Tagaeva T.O. (2018). Dynamic input–output model with a human capital block applied to forecasting of the Russian economy. *Studies on Russian Economic Development*, 6, 104–110 (in Russian).]
- Бардацци Р., Гецци Л.** (2018). Многоуровневая система макроэкономических моделей // *Проблемы прогнозирования*. № 6. С. 26–37. [Bardazzi R., Ghezzi L. (2018). A multi-scale system of macroeconometric models: The inforum approach. *Studies on Russian Economic Development*, 6, 26–37 (in Russian).]

- Беленький В.З., Волконский В.А., Павлов Н.В.** (1972). Динамические межотраслевые модели, их использование для расчета плана и цен и экономического анализа // *Экономика и математические методы*. Т. VIII. Вып. 4. С. 495–511. [Belenky V.Z., Volkonsky V.A., Pavlov N.V. (1972). Dynamic intersectoral models, their using for calculation of the plan and prices and the economic analysis. *Economics and Mathematical Methods*, VIII, 4, 495–511 (in Russian).]
- Волконский В.А.** (1967). Модель оптимального планирования и взаимосвязи экономических показателей. М.: Наука. [Volkonsky V.A. (1967). *The model of optimal planning and interrelations of the economic indices*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Воркуев Б.М.** (1969). Оценка конечных условий для многоотраслевой динамической модели. В кн.: «Моделирование экономических процессов». Вып. 3. М.: Изд-во МГУ. С. 124–154. [Vorkuyev B.M. (1969). The estimation of ultimate conditions for multisectoral dynamic model. In: *Modeling the economic processes*. Issue 3. Moscow: MSU Editors, 124–154 (in Russian).]
- Гаврилец Ю.Н.** (1967). О критерии оптимальности экономической системы // *Экономика и математические методы*. Т. III. Вып. 2. С. 186–198. [Gavrilets Yu.N. (1967). On the criterion of optimality of the economic system. *Economics and Mathematical Methods*, III, 2, 186–198 (in Russian).]
- Гаврилец Ю.Н., Михалевский Б.Н., Лейбkind Ю.Р.** (1965). Линейная модель оптимального роста плановой экономики. В кн.: «Применение математики в экономических исследованиях». Т. 3. М.: Мысль. С. 137–182. [Gavrilets Yu.N., Mikhalevsky B.N., Leibkind Yu.R. (1965). The linear model of optimal growth of planned economy. In: *Applying of Mathematics in the Economic Studies*. Vol. 3. Moscow: Misl', 137–182 (in Russian).]
- Граборов С.В.** (1979). Приближенное описание послепланового развития в межотраслевых оптимизационных моделях // *Экономика и математические методы*. Т. XV. Вып. 3. С. 510–520. [Graborov S.V. (1979). The approximate description of post-planned development in intersectoral optimization models. *Economics and Mathematical Models*, 15, 3, 510–520 (in Russian).]
- Ефимов М.Н., Мовшович С.М.** (1973). Анализ сбалансированного роста в динамической модели народного хозяйства // *Экономика и математические методы*. Т. IX. Вып. 1. С. 32–43. [Yefimov M.N., Movshovich S.M. (1973). The analysis of balanced growth in the dynamic model of national economy. *Economics and Mathematical Methods*, 9, 1, 32–43 (in Russian).]
- Журавлев С.Н.** (1981). О решениях динамической межотраслевой модели с критерием максимума фонда потребления // *Экономика и математические методы*. Т. XVII. Вып. 2. С. 325–333. [Zhuravlev S.N. (1981). On the solving of dynamic intersectoral model with the criterion of maximum of the consumption fund. *Economics and Mathematical Methods*, 17, 2, 325–333 (in Russian).]
- Коссов В.В.** (1973). Межотраслевые модели (теория и практика использования). М.: Экономика. [Kossov V.V. (1973). *Intersectoral models (theory and practice of using)*. Moscow: Ekonomika (in Russian).]
- Макаров А.А., Шапот Д.В., Лукацкий А.М., Малахов А.А.** (2002). Инструментальные средства для количественного исследования взаимосвязей энергетики и экономики // *Экономика и математические методы*. Т. 38. № 1. С. 45–56. [Makarov A.A., Shapot D.V., Lukatsky A.M., Malakhov A.A. (2002). Instrumental tools for quantitative measuring of interrelations of energy and economy. *Economics and Mathematical Methods*, 38, 1, 45–56 (in Russian).]
- Макаров В.Л.** (1966). Оптимальное функционирование линейных моделей экономики на бесконечном временном интервале. В сб.: «Оптимальное планирование». Вып. 5. Математические модели экономики. Новосибирск: Наука, Сибирское отделение. С. 86–111. [Makarov V.L. (1966). Optimal functioning of linear models of economy at the endless time interval. In: *Optimal planning*. Issue 5. Mathematical models of economy. Novosibirsk: Nauka. Siberian division of the RAS, 86–111 (in Russian).]
- Мартынов Г.В., Малков У.Х.** (2007). Интегральная оценка эффективности государственного воздействия на межотраслевую динамику воспроизводственных и инвестиционных процессов. Препринт #WP/2007/231. М.: ЦЭМИ РАН. [Martynov G.V., Malkov U.H. (2007). Integral estimation of efficiency of the state influence on inter-branch dynamics of reproduction and investments processes. *WP/2007/231*. Moscow: CEMI RAS (in Russian).]
- Михеева Н.Н., Новикова Т.С., Суслов В.И.** (2011). Оценка инвестиционных проектов на основе комплекса межотраслевых межрегиональных моделей // Проблемы прогнозирования. № 4. С. 78–90 [Mikheyeva N.N., Novikova T.S., Suslov V.I. (2011). Evaluation of investment projects based on a complex of interindustry and interregional models. *Studies on Russian Economic Development*, 4, 78–90 (in Russian).]
- Позамантир Э.И.** (2014). Вычислимое общее равновесие экономики и транспорта. Транспорт в динамическом межотраслевом балансе. М.: ПОЛИ ПРИНТ СЕРВИС. [Pozamantir E.I. (2014). *The calculatable general equilibrium of economy and transport. Transport in the dynamic intersectoral balance*. Moscow: POLY PRINT SERVICE (in Russian).]

- Полтерович В.М.** (1979). Эффективный равновесный рост и скользящее планирование // *Экономика и математические методы*. Т. XV. Вып. 4. С. 760–773. [**Polterovich V.M.** (1979) The efficient equilibrium growth and moving planning. *Economics and Mathematical Methods*, 15, 4, 760–773 (in Russian).]
- Роговский Е.А.** (1981). О применении магистральных моделей для прогнозирования экономического роста // *Экономика и математические методы*. Т. XXII. Вып. 5. С. 1003–1009. [**Rogovsky E.A.** (1981). On applying mainstream models to forecast the economic growth. *Economics and Mathematical Methods*, XXII, 5, 1003–1009 (in Russian).]
- Саго Х., Хироэ Н., Нида Х., Такаяма К., Цукуи Дж.** (1980). Магистральная модель общественного потребления и долгосрочное национальное планирование в Японии // *Экономика и математические методы*. Т. XVI. Вып. 4. С. 671–686. [**Sato Kh., Khiroze N., Niida Kh., Takayama K., Tsukui J.** (1980). The mainstream model of public consumption and the long-term national planning in Japan. *Economics and Mathematical Methods*, XVI, 4, 671–686 (in Russian).]
- Стоун Р.** (1979). Где мы сейчас? (Краткий обзор развития и перспектив исследований по методу затраты–выпуск) // *Экономика и математические методы*. Т. XV. Вып. 6. С. 1094–1109. [**Stone R.** (1979). Where we are now? (A brief review of development and prospects of studies on the method “input–output”). *Economics and Mathematical Methods*, 15, 6, 1094–1109 (in Russian).]
- Узяков М.Н.** (2000). Проблемы построения межотраслевой модели равновесия российской экономики // *Проблемы прогнозирования*. № 2. С. 1–15. [**Uzyakov M.N.** (2000). Problems of building an interindustry equilibrium model for the Russian economy. *Studies on Russian Economic Development*, 2, 1–15 (in Russian).]
- Фаерман Е.Ю.** (1971). Проблемы долгосрочного планирования. М.: Наука. [**Fayerman Ye.Yu.** (1971). *The problems of long-term planning*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Черемных Ю.Н.** (1982). Анализ поведения траекторий динамики народнохозяйственных моделей. М.: Наука. [**Cheremnykh Yu.N.** (1982). *Analysis of behavior of trajectories of dynamics of national economy models*. Moscow: Nauka (in Russian).]
- Широв А.А., Янговский А.А.** (2017). Межотраслевая макроэкономическая модель RIM — развитие инструментария в современных экономических условиях // *Проблемы прогнозирования*. № 3. С. 3–18. [**Shirov A.A., Yantovskii A.A.** (2017). RIM interindustry macroeconomic model — development of instruments under current economic conditions. *Studies on Russian Economic Development*, 3, 3–18 (in Russian).]
- Chen X., Guo J., Jang C.** (2004). Chinese economic development and input-output extension. *International Journal of Applied Economics and Econometrics*, 12, 1, 43–88.
- Grinold R.C.** (1971). Infinite horizon programs. *Management Science*, 18, 3, 157–170.
- Gurgul H., Lach L.** (2018). On using dynamic IO models with layers of techniques to measure value added in global value chains. *Structural Change and Economic Dynamics*, 47, December, 155–170.
- Kiedrowski R.** (2018). Profit rates equalization and balanced growth in multi-sector model of classical competition. *Journal of Mathematical Economics*, 77, August, 39–53.
- Tsukui J.** (1966). Turnpike theorem in a generalized dynamic input–output system. *Econometrica*, 34, 2, 396–407.
- Tsukui J.** (1968). Application of a turnpike theorem to planning for efficient accumulation: An example for Japan. *Econometrica*, 36, 1, 172–186.

The planning period and the forecasting and optimizing ultimate conditions in the variant intersectoral models

© 2020 S.V. Graborov

S.V. Graborov,

*Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia;
e-mail: sergei.graborov@yandex.ru*

Received 17.10.2019

Abstract. The main goal of this paper is to construct a variant intersectoral dynamic model with planned period and ultimate conditions set endogenously. The construction of this model is made in three stages. At the first stage the basic intersectoral model with the long-term time horizon is constructed. The development of each sector is described in it by the possible variants of creating capacities with its introduction in the certain year of the upcoming perspective. Later allowing for the regime of dynamic planning the groups of sectoral variants are emphasized in the basic model, upon which in the current year of executing calculations, the final decisions should be made. The longitude of the planning period is set so that the capacities of the variants were implemented within its margins. At the second stage, firstly, the terms of constancy in the post-planned period of indicators of input-output on the capacities created in the pre-planned and being created in the planned period are introduced into the basic model and, secondly, the ultimate conditions in the form of functional dependencies of values of input of sectoral capacities in the years of the post-planned period on the sought increases of gross outputs of sectors in the years of the planned period. Such approach to setting the ultimate conditions is called forecasting and optimizing. As a result, the long-term transformed economic model is built. At the third stage on its base a model of the planned period is constructed. It is proved that the optimal decision of the latter model ensures the achieving of the optimal value of the part of the target function of the transformed long-term model. This part includes only the variables related to the planned period.

Keywords: intersectoral dynamic models, planning period, forecast and optimization ultimate conditions, variants of development of sectors, regime of moving planning.

JEL Classification: H2.

DOI: 10.31857/S042473880012414-4