

МАЖОРИТАРНАЯ ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПРЯМОГО И КОСВЕННОГО НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ ГРАЖДАН*

© 2017 г. С.В. Граборовⁱ, А.К. Пителинⁱⁱ

Аннотация. В статье исследуется возможность оптимизации нелинейной многомерной налоговой структуры по правилу большинства. Такая оптимизация означает определение состава группы большинства граждан и налоговой структуры, являющейся наилучшей для каждого участника этой группы. Исходной моделью служит векторная оптимизация налоговой структуры. Все граждане-налогоплательщики характеризуются фиксированными показателями доходов и имущества, а также известными функциями спроса. Налоги на доходы и имущество уплачиваются по нелинейной, а налог на потребление — по линейной шкале, причем налоговые ставки и пороговые значения налоговых баз являются оптимизируемыми величинами. Помимо налоговых функций и индивидуальных критериев, соотношения исходной модели включают ограничения на совокупный размер налоговых платежей граждан, а также на допустимые значения налоговых ставок. Исходная модель преобразуется в задачу мажоритарной оптимизации. Решением задачи считаются значения пороговых уровней налоговых баз и соответствующие им налоговые ставки, минимизирующие налоговые платежи одновременно для всех участников группы большинства. Показано, что устойчивая мажоритарная группа граждан может быть сформирована из налогоплательщиков, доходы или имущество которых не превышают медианных размеров. Для всех участников такой группы оптимальным является прогрессивное налогообложение. Установлена необходимость введения в модель дополнительных коалицеобразующих условий, обеспечивающих принятие единого решения об оптимальных налоговых ставках всеми участниками группы большинства. Найдены и обоснованы условия, при которых критерии всех участников этой группы становятся идентичными, что гарантирует принятие единого решения о налоговых ставках. В статье предложен мажоритарный оптимальный вариант совместного использования прогрессивных прямых и дифференцированных косвенных налогов на граждан. Представлены порядок и формулы расчета соответствующих налоговых ставок.

Ключевые слова: бюджетно-налоговые решения, многокритериальная оптимизация, правило большинства, прямые и косвенные налоги.

Классификация JEL: H2.

ВВЕДЕНИЕ

В статье предлагается один из возможных теоретических подходов к оптимизации нелинейной многомерной налоговой структуры по правилу большинства. Под такой структурой понимаются налоговые ставки, привязанные к возможным диапазонам налоговых баз. Оптимизация по правилу большинства означает определение состава группы большинства граждан и налоговой структуры, обеспечивающей каждому участнику группы минимум налоговых платежей. В традиционных терминах теории общественного выбора такая структура называется точкой равновесия мажоритарного голосования, или победителем Кондорсе (см., например, (Аткинсон, Стиглиц, 1995; Persson, Tabellini, 2000)).

Поскольку искомая структура является нелинейной, требуется ответить на вопрос, какое налогообложение (прогрессивное, пропорциональное или регрессивное) в наибольшей степени соответствует интересам большинства граждан. Как известно, в практике экономически развитых

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского гуманитарного научного фонда в рамках проекта научных исследований «Прикладная процедура оценки макроэкономической эффективности бюджетно-налоговых решений» (проект 15-02-00284).

ⁱСергей Владимирович Граборов — к.э.н., старший научный сотрудник ЦЭМИ РАН, к.э.н., Москва; migmary@gmail.com.

ⁱⁱАнатолий Константинович Пителин — к.э.н., ведущий научный сотрудник ЦЭМИ РАН, к.э.н., Москва; pitel@cemi.rssi.ru.

стран широко применяется прогрессивное налогообложение доходов и имущества граждан. Однако в теоретических исследованиях по выбору метода налогообложения такого единодушия нет. В ряде работ указываются положительные эффекты отмены прогрессивного подоходного налога в случае его искажающего воздействия на рынок труда (снижение стимулов к труду), приводящего к снижению эффективности экономики (Занадворов, Колосницына, 2006, с. 325–327; Hariton, Piaser, 2007; Caucutte, Imrohorglu, Kumar, 2006). В других — отмечается второстепенное значение подоходного налога для работников при принятии решений о предложении труда (см., например, (Аткинсон, Стиглиц, 1995, с. 74–77), а также указанную там литературу), а в третьих — обосновывается целесообразность прогрессивного налогообложения исходя из неформальных рассуждений на основе принципов получаемых выгод и платежеспособности (Налоговые реформы, 2015, с. 158–160; Пушкарёва, 2001; Черник, Шмелев, 2011, с. 146–151; и др.).

В рамках экономико-математического направления мажоритарная оптимальность прогрессивного налогообложения устанавливалась для простых моделей с одним видом налога, параметры которого описывались квадратичной функцией (см. обзор, данный в (Roemer, 1999)). Дело в том, что при поиске точки равновесия мажоритарного голосования в случае многих налогов возникает принципиальная трудность: в общем случае медианные налогоплательщики оказываются разными для разных налогов. Поэтому в многомерном случае проблема общественного выбора налоговых параметров до сих пор далека от своего решения (см., например, обзор в (Захаров, 2009)).

Принимая во внимание известную теорему Эрроу о невозможности реализации правила большинства в общем случае (Эрроу, 2004), современные исследования общественного выбора основаны на использовании специального вида индивидуальных предпочтений и правил голосования (см. обзор в (Persson, Tabellini, 2000)). Остается открытым вопрос нахождения мажоритарного решения в многомерном случае исходных индивидуальных предпочтений общего вида и принятого на практике правила большинства.

Данная работа является логическим продолжением выполненных ранее исследований, в которых были предложены:

- процедура общественного выбора линейной бюджетно-налоговой структуры по правилу большинства (Граборов, 2013);
- процедура совместной оптимизации нелинейных налогов, трансфертов, цен и зарплат (Граборов, 2015).

В (Граборов, 2015) мажоритарно оптимальное решение было получено в случае априорно заданных: 1) прогрессивного налогообложения доходов и имущества граждан, 2) группы большинства, состоящей из наемных работников и получателей трансфертов. Отметим, что второе допущение на практике является почти очевидным, однако при теоретическом анализе следует учитывать и другие возможности образования группы большинства.

В данной работе доказывается оптимальность прогрессивного налогообложения для более бедного большинства граждан; находятся коалицеобразующие условия и на их основе строятся процедуры формирования группы большинства налогоплательщиков, принимающих единое оптимальное решение; устанавливается мажоритарно оптимальное соотношение прямых и косвенных налогов. В качестве исходной рассматривается модель векторной оптимизации многомерной нелинейной налоговой структуры. Граждане минимизируют свои налоговые расходы при соблюдении бюджетного ограничения на размер совокупных налоговых поступлений, а также ограничений на допустимые размеры налоговых ставок.

Статья имеет следующую структуру. В разд. 1 сформулирована исходная модель и описаны условия ее преобразования в задачу мажоритарной оптимизации. В ней оптимизируются кусочно-линейные налоги на доходы и имущество граждан и линейные налоги на их потребление. В разд. 2 доказывается мажоритарная оптимальность прогрессивного налогообложения, а в разд. 3 представлена процедура мажоритарной оптимизации рассматриваемой налоговой структуры. В разд. 4 показано, что мажоритарно оптимальным является использование прямых прогрессивных налогов на доходы и имущество и дифференцированных налогов на потребление граждан. Приведены порядок и формулы прямого расчета соответствующих налоговых ставок.

1. ИСХОДНАЯ МОДЕЛЬ

При построении модели оптимизации по правилу большинства многомерной нелинейной налоговой структуры учитывалось налогообложение физических лиц, включающее используемые в мировой практике виды и формы налогообложения.

Как известно, объектами налогообложения могут быть, в принципе, потоки и запасы, а также непосредственно экономические субъекты (кроме государства). Активно обсуждаемый в теории душевой налог (Аткинсон, Стиглиц, 1995; Занадворов, Колосницына, 2006; Мещерякова, 1995), оптимальный с точки зрения его нейтральности к эффективному распределению ресурсов, общепризнанно считается политически нереализуемым, поскольку является социально опасным. Он очевидно противоречит интересам более бедного большинства граждан и, следовательно, не имеет шансов пройти через реальную систему демократического голосования. Даже попытка введения в Великобритании (при М. Тэтчер) душевого налога, напрямую связанного с собственностью граждан, завершилась неудачно (Мещерякова, 1995).

Учитывая сказанное, при определении общей налоговой структуры достаточно рассматривать в качестве объектов налогообложения *только потоки и запасы ресурсов, а также доходы*. Поэтому формализуемое далее налогообложение физических лиц представляет набор показателей (налоговых ставок и баз), относящихся к *доходам, имуществу и потреблению граждан*.

Решения государственного уровня касаются сбора налогов и обеспечения сбалансированности бюджетных доходов и расходов. Особенность описания государства как экономического субъекта в теории общественного выбора (см., например, (Аткинсон, Стиглиц, 1995, с. 406; Занадворов, Колосницына, 2006, с. 283)) заключается в том, что оно не имеет своего специального критерия оптимальности. *В качестве оптимального при выборе по правилу большинства принимается решение, которое предпочтет большинство граждан, руководствующихся своими индивидуальными критериями*¹.

При известных уровнях и структуре государственных расходов экономические интересы граждан в бюджетно-налоговой сфере сводятся к оптимизации финансовых потоков между физическими лицами и государственным бюджетом, и каждый рациональный гражданин, естественно, стремится к минимизации своих налоговых обязательств. Поэтому в исходной модели, в которой все граждане-налогоплательщики характеризуются фиксированными показателями доходов и имущества, а также известными функциями спроса, *в качестве их индивидуальных критериев рассматривается минимизация налоговых платежей*. Налоги на доходы и имущество граждане платят по нелинейной, а на потребление — по линейной шкале, причем налоговые ставки и пороговые значения налоговых баз будут искомыми (оптимизируемыми) величинами. Поскольку известные размеры доходов и имущества граждан, являющиеся параметрами их целевых функций, существенно различаются, то исходные индивидуальные критерии заведомо не могут быть идентичными.

В отличие от обычно применяемой максимизации целевой функции потребления (Persson, Tabellini, 2000) использование таких критериев позволило в явном виде включить в них налоговые платежи и, представив налоговые предпочтения граждан *аналитически*, сосредоточить именно на них основное внимание. А продуктовая структура потребления, индивидуальная для каждого гражданина, в данном исследовании считается заданной.

Как известно, налоговые функции могут быть нелинейными. Однако с практической точки зрения достаточно использовать кусочно-линейные функции. Налоговый платеж будем считать равным произведению налоговой базы и ставки, соответствующей определенному диапазону изменения налоговой базы. В данной статье мы ограничимся рассмотрением *двухступенчатых кусочно-линейных функций, определяющих ставки налогов на доходы и имущество граждан*². Включение в модель более сложных (многоступенчатых) налоговых функций привело бы

¹ Отметим, что при принятии реальных государственных решений о налогах недостаточно руководствоваться только правилом большинства. Необходимо проверять эффективность налоговых решений и по другим критериям. Например, налоги должны способствовать экономическому росту, эффективному распределению ресурсов и т.д. (Занадворов, Колосницына, 2006, с. 163–173; Стиглиц, 1997, с. 369–387).

² Кусочно-линейные функции часто применяются в мировой налоговой практике.

к существенному усложнению математических выкладок и потребовало бы дополнительных исследований. Для налога на потребление (с учетом реальной практики) принимается линейная форма со ставками, дифференцированными по продуктам.

Все граждане характеризуются: налогооблагаемым домашним капиталом h_v и доходами d_v , где v — индекс налогоплательщика³.

Конкретизируем вид кусочно-линейных функций, определяющих налоговые платежи по доходам и имуществу граждан, ограничившись функциями с двумя промежутками для каждой из налоговых баз:

$$n^{(D)}(d) = \eta_1^{(D)} d \text{ на отрезке } 0 \leq d \leq \Delta^{(D)} \text{ и } n^{(D)}(d) = \eta_2^{(D)} d \text{ для } d > \Delta^{(D)}, \quad (1)$$

$$n^{(H)}(h) = \eta_1^{(H)} h \text{ на отрезке } 0 \leq h \leq \Delta^{(H)} \text{ и } n^{(H)}(h) = \eta_2^{(H)} h \text{ для } h > \Delta^{(H)}. \quad (2)$$

Поскольку аргументы налоговых функций (1) и (2) считаются уже известными, то мажоритарная оптимизация налогообложения доходов и имущества физических лиц сводится к отысканию наилучших для большинства налогоплательщиков *параметров этих функций*, т.е. пороговых уровней налогооблагаемого дохода и домашнего имущества (соответственно $\Delta^{(D)}$ и $\Delta^{(H)}$) и устанавливаемых налоговых ставок $\eta_1^{(D)}, \eta_2^{(D)}, \eta_1^{(H)}, \eta_2^{(H)}$. Кроме того, должны быть также определены и оптимальные для большинства граждан ставки налога на потребление $\eta_i^{(C)}$.

Спрос граждан на конкретный продукт i (в денежном выражении) описывается линейными функциями их посленалоговых доходов

$$\bar{\omega}_{iv}(d_v - n^{(D)}(d_v) - n^{(H)}(h_v)) / (1 + \eta_i^{(C)}), \quad i \in I, v = 1, \dots, V, \quad (3)$$

где V — численность налогоплательщиков; $n^{(D)}(d_v)$ и $n^{(H)}(h_v)$ — значения соответствующих налоговых функций (см. (1), (2)) при аргументах d_v и h_v и оптимизируемых параметрах $\Delta^{(D)}, \Delta^{(H)}, \eta_1^{(D)}, \eta_2^{(D)}, \eta_1^{(H)}, \eta_2^{(H)}$; $\eta_i^{(C)}$ — искомые ставки налога на потребление продуктов; I — множество индексов продуктов; $\bar{\omega}_{iv}$ — считающиеся известными доли доходов граждан, направляемые на приобретение тех или иных продуктов. Предполагается, что все посленалоговые доходы полностью расходуются на потребление (сбережения здесь не рассматриваются).

При формализации целевых функций граждан в налоговой сфере предполагается, что каждый налогоплательщик стремится к минимизации своих налоговых платежей. С учетом налоговых функций (1), (2) и функций спроса (3) такие индивидуальные критерии граждан можно записать в виде

$$\psi_v = n^{(D)}(d_v) + n^{(H)}(h_v) + \sum_i \bar{\omega}_{iv}(d_v - n^{(D)}(d_v) - n^{(H)}(h_v)) \eta_i^{(C)} / (1 + \eta_i^{(C)}) \rightarrow \min, \quad v = 1, \dots, V. \quad (4)$$

Для завершения описания исходной модели сформулируем ее ограничения:

- соотношения (1) и (2) задают кусочно-линейные налоговые функции $n^{(D)}(d_v)$ и $n^{(H)}(h_v)$;
- допустимые значения налоговых ставок —

$$0 \leq \eta_1^{(D)}, \eta_2^{(D)} \leq \bar{\eta}^{(D)}, \quad 0 \leq \eta_1^{(H)}, \eta_2^{(H)} \leq \bar{\eta}^{(H)}, \quad 0 \leq \eta_i^{(C)} \leq \bar{\eta}_i^{(C)}; \quad (5)$$

- требования к бюджетным доходам государства, покрываемым налогами на физических лиц, —

$$\sum_v n^{(D)}(d_v) + \sum_v n^{(H)}(h_v) + \sum_i \eta_i^{(C)} \sum_v \bar{\omega}_{iv}(d_v - n^{(D)}(d_v) - n^{(H)}(h_v)) / (1 + \eta_i^{(C)}) \geq B. \quad (6)$$

Таким образом, исходная модель представляет собой задачу векторной оптимизации с критериями (4) при условиях (1), (2), (5), (6).

³Здесь и далее под налогооблагаемым домашним капиталом имеется в виду имущество, не используемое в коммерческих целях, но подлежащее государственной регистрации.

Чтобы перейти от исходной модели к задаче мажоритарной оптимизации (МО-задаче), достаточно, используя все ограничения исходной модели, оставить в рассмотрении только те индивидуальные критерии, которые принадлежат участникам группы простого большинства⁴. Решением этой задачи будут считаться такие значения пороговых уровней налоговых баз и соответствующие им налоговые ставки, которые окажутся наилучшими для всех участников этого большинства. Причем такое большинство должно оказаться устойчивым, т.е. таким, из которого никому не выгодно выходить. Только в этом случае налогоплательщики смогут прийти к согласованному мажоритарно оптимальному решению.

Решая задачи со своими индивидуальными критериями, налогоплательщики, вообще говоря, не в состоянии получить результат, удовлетворяющий этому требованию. Осознавая это, каждый налогоплательщик должен позаботиться о том, чтобы оказаться в составе предполагаемой группы большинства, заинтересованного в получении и реализации мажоритарно оптимального решения. Следовательно, для успешного решения поставленной задачи налогоплательщикам придется учитывать некоторые *дополнительные коалицеобразующие условия*, которые должны быть экономически обоснованными и обеспечивающими получение единого оптимального решения для всех участников группы большинства.

Отбор таких условий начнем с выяснения того, какие из них можно найти среди еще не записанных в модели, но естественных для исполнения ограничений. Так, фактически очевидной является необходимость осознания налогоплательщиками непреложного факта, что оптимизировать налоговые ставки следует исходя не только из своих собственных (узко понимаемых) интересов, но и учитывая интересы других предполагаемых участников группы большинства. А для этого вариант пороговых уровней и налоговых ставок, рассчитываемый налогоплательщиком, претендующим на участие в группе большинства, должен оказаться приемлемым, как минимум, еще для половины остальных налогоплательщиков.

Относительно бедные налогоплательщики, рассчитывая на прогрессивное налогообложение, будут вынуждены назначать пороговый уровень выше того, который достаточен для их собственного вхождения в группу льготного налогообложения. В то же время наиболее богатые граждане (которые могут рассчитывать уже не на прогрессивное, а, наоборот, только на регрессивное налогообложение) столкнутся с необходимостью понижать планку, за которой перестанет действовать устанавливаемая ими для себя более низкая ставка налога. Какая из этих тенденций сможет победить?

2. МАЖОРИТАРНАЯ ОПТИМАЛЬНОСТЬ ПРОГРЕССИВНОГО НАЛОГООБЛОЖЕНИЯ

Данные выше определения кусочно-линейных налоговых функций не содержат прямых указаний на то, каким должно быть налогообложение — прогрессивным или регрессивным. В них ничего не сказано и о том, каковы могут быть *разумные ограничения сверху на численность группы большинства*. Попробуем устранить эти пробелы.

В случае двухступенчатых кусочно-линейных налоговых функций (1), (2) для формирования группы большинства (как при прогрессивном, так и при регрессивном налогообложении) необходимо вовлечь в нее медианных налогоплательщиков. Напомним, что в статистике медианой называется такое значение показателя из рассматриваемой совокупности, которое делит ее на две равные части. Соответственно, *медианными по доходам* будем считать тех налогоплательщиков, доходы которых равны медианному значению или (в случае отсутствия таковых) непосредственно к нему примыкают⁵. Аналогичным образом будем определять и медианных налогоплательщиков по имуществу. Нетрудно прийти к выводу, что выбираемый большинством вид налогообложения (как по доходам, так и по имуществу) будет зависеть от того, каким окажется налоговое решение, принимаемое медианными налогоплательщиками.

⁴ Определение состава такой группы будет представлено и обосновано в следующих разделах.

⁵ Имеются в виду все возможные случаи: четность и нечетность числа налогоплательщиков, наличие граждан с одинаковыми доходами (или имущественными показателями) в окрестности медианы и т.д. Например, если число налогоплательщиков четно, то медианными всегда окажутся, как минимум, два налогоплательщика.

Утверждение 1. При экономически естественных предпосылках выбор в рассматриваемой модели будет сделан в пользу прогрессивного налогообложения.

Доказательство. Проведем его на примере налога на доходы, полагая все остальные налоговые платежи уже известными.

Введем следующие обозначения: D_1 — совокупные доходы граждан с доходами ниже того, который имеет беднейший из медианных налогоплательщиков; D_2 — совокупные доходы граждан с доходами, превосходящими доход наиболее богатого медианного налогоплательщика; D_M — совокупный доход медианных налогоплательщиков; E — расходы государства, покрываемые налогами на доходы граждан.

Используем естественные предположения, что *совокупные доходы бедных меньше совокупных доходов богатых*, а *суммарная налоговая база достаточна для удовлетворения бюджетных потребностей*

$$D_1 < D_2, \quad E < (D_1 + D_2 + D_M) \hat{\eta}^{(D)}. \quad (7)$$

В то же время будем считать, что налоговые базы D_1 и D_2 , взятые по отдельности, а также базы $D_1 + D_M$ и $D_2 + D_M$ недостаточны для покрытия бюджетных расходов.

Допустим сначала, что медианные налогоплательщики образуют коалицию с более бедными. Тогда они, оптимизируя свои налоговые решения (и, разумеется, учитывая интересы остальных участников коалиции), примут такие значения искомых величин:

$$\Delta^{(D)} = d_{i_{\max}}, \quad \eta_2^{(D)} = \hat{\eta}^{(D)}, \quad \eta_1^{(D)} = (E - \hat{\eta}^{(D)} D_2) / (D_1 + D_M), \quad (8)$$

где $d_{i_{\max}}$ — доход наиболее богатого медианного налогоплательщика.

Если же медианные налогоплательщики захотят вступить в налоговый союз с более богатыми гражданами, их налоговые решения будут уже другими:

$$\Delta^{(D)} = d_{i_{\max}}, \quad \eta_1^{(D)} = \hat{\eta}^{(D)}, \quad \eta_2^{(D)} = (E - \hat{\eta}^{(D)} D_1) / (D_2 + D_M), \quad (9)$$

где $d_{i_{\max}}$ — доход наиболее состоятельного среди бедных налогоплательщиков.

В первом случае налоговой ставкой на доходы медианных налогоплательщиков будет $\eta_1^{(D)}$, а во втором $\eta_2^{(D)}$. Сравним их значения (например, вычитая первое из второго), учитывая, что более высокие налоговые ставки ($\eta_2^{(D)}$ — в первом варианте, $\eta_1^{(D)}$ — во втором) совпадают, будучи равными $\hat{\eta}^{(D)}$.

$$\begin{aligned} & (E - \hat{\eta}^{(D)} D_1) / (D_2 + D_M) - (E - \hat{\eta}^{(D)} D_2) / (D_1 + D_M) = \\ & = \frac{E D_1 + E D_M - \hat{\eta}^{(D)} D_1 (D_1 + D_M) - E D_2 - E D_M + \hat{\eta}^{(D)} D_2 (D_2 + D_M)}{(D_1 + D_M)(D_2 + D_M)} = \\ & = \frac{E(D_1 - D_2) - \hat{\eta}^{(D)}((D_1)^2 - (D_2)^2) - \hat{\eta}^{(D)} D_M(D_1 - D_2)}{(D_1 + D_M)(D_1 + D_M)} = \\ & = \frac{E - \hat{\eta}^{(D)}(D_1 + D_2 + D_M)}{(D_1 + D_M)(D_2 + D_M)}(D_1 - D_2) = \frac{\hat{\eta}^{(D)}(D_1 + D_2 + D_M) - E}{(D_1 + D_M)(D_2 + D_M)}(D_2 - D_1). \end{aligned}$$

Принимая во внимание (7), нетрудно убедиться, что полученное выражение положительно. А это означает, что ставка налога на доходы медианных налогоплательщиков, полученная во втором варианте расчетов, больше (и, стало быть, хуже!), чем та, что была получена ими в первом варианте. Отсюда следует, что все медианные налогоплательщики (их поведение предполагается рациональным) *предпочтут вступить в коалицию с более бедными гражданами*. В результате мы приходим к тому, что налогообложение в случае его мажоритарной оптимизации оказывается прогрессивным, и минимизироваться по правилу большинства, таким образом, будет ставка $\eta_1^{(D)}$.

Итак, сформулированное выше утверждение 1 доказано. Точно так же в его справедливости можно было бы убедиться и на примере налогообложения имущества.

Теперь покажем еще одно важное свойство мажоритарных коалиций в случае оптимизации описанных выше кусочно-линейных налоговых функций.

Утверждение 2. *Группа большинства, формирующаяся для определения ставок какого-либо налога, будет всегда стремиться минимизировать свой количественный состав.*

Доказательство. Добавим еще одного или нескольких налогоплательщиков в коалицию, определявшую налоговое решение, представленное в (8). Формула оптимальной для большинства налоговой ставки тогда преобразуется в

$$\tau_1^{(D)} = (T - \tau_1^{(D)}(D_2 - \tilde{D})) / (D_1 + D_H + \tilde{D}),$$

где $\tilde{D}$ — суммарный доход граждан, пополнивших группу большинства. Числитель в этом уравнении меньше числителя дроби, записанной в (8), а знаменатель, наоборот, больше. Поэтому значение налоговой ставки, вычисляемое по данной формуле, больше того, которое получается по формуле (8). Следовательно, добавление еще одного или нескольких участников в коалицию уже сформированного большинства заведомо увеличивает оптимизируемую налоговую ставку и потому не может быть выгодным для остальных участников. Итак, утверждение 2 доказано.

На основе утверждений 1–2 приходим к выводу: *при мажоритарной оптимизации двухступенчатых кусочно-линейных налоговых функций (1), (2) достаточная для этой цели группа большинства образуется из беднейших и медианных (по рассматриваемой налоговой базе) налогоплательщиков, останавливающих свой выбор на прогрессивном налогообложении.*

3. ПРОЦЕДУРА МАЖОРИТАРНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ НАЛОГОВОЙ СТРУКТУРЫ

Первый этап. *Предварительное установление пороговых значений и выявление кандидатов на вхождение в состав группы большинства.* Из утверждения 1 вытекает, что в случае мажоритарной оптимизации пороговое значение, при котором происходит изменение ставки налога, не может быть меньше размеров налоговой базы наиболее состоятельного медианного налогоплательщика. Это справедливо как для налогообложения доходов, так и имущества, и формализуется в виде неравенств:

$$\Delta^{(D)} \geq d_{v_{\text{med}}^{(D)}}, \quad \Delta^{(H)} \geq h_{v_{\text{med}}^{(H)}}, \quad (10)$$

где $v_{\text{med}}^{(D)}$ и $v_{\text{med}}^{(H)}$ — индексы наиболее состоятельных медианных налогоплательщиков (соответственно, по доходам и по имуществу).

Исходя только из своих личных интересов, налогоплательщики, имеющие шанс оказаться в составе большинства, могли бы считать оптимальными такие пороговые значения, которые соответствуют их собственным доходам и имуществу. Однако, зная правила мажоритарной оптимизации, они вынуждены принять условие (10).

Обозначим через $W^{(D)} = \{v: d_v \leq d_{v_{\text{med}}^{(D)}}\}$ множество индексов граждан, входящих в состав группы большинства, необходимой для оптимизации налога на доходы, а через $W^{(H)} = \{v: h_v \leq h_{v_{\text{med}}^{(H)}}\}$ — множество индексов граждан, входящих в состав группы большинства, по которой могут быть определены оптимальные ставки налогообложения имущества. Если эти множества совпадают по своему составу, то это позволяет сформировать единую группу большинства, готовую оптимизировать как налог на доход, так и налог на имущество⁶. Но гарантировать такое совпадение невозможно, поскольку некоторые граждане с относительно небольшими доходами могут

⁶Совпадение состава обеих групп вполне реально, если, например, соотношения размеров имущества граждан совпадают с соотношениями их доходов. Возможны и более слабые условия: например, отсутствие в группе, необходимой для оптимизации налога на доходы, граждан с имуществом сверх размеров, характерных для группы, формирующейся для оптимизации налога на имущество.

обладать имуществом больших размеров, чем $\hat{a}_{v, \text{max}}$. Не исключены ситуации, когда среди обладателей небольшого имущества найдутся граждане с доходами, превышающими $\hat{a}_{v, \text{max}}$. Чтобы сохранить возможность принятия единых налоговых решений за всеми участниками выделенных групп, придется считать пороговыми значениями доходов и имущества максимумы этих показателей в группе, объединяющей $W^{(D)}$ и $W^{(H)}$:

$$\hat{\Delta}^{(D)} = \max_{v \in W^{(D)}} \{a_v\}, \quad \hat{\Delta}^{(H)} = \max_{v \in W^{(H)}} \{h_v\}, \quad (11)$$

где $W^{(DH)} = W^{(D)} \cup W^{(H)}$.

Заметим, что при таком определении пороговых значений число претендентов на вхождение в состав мажоритарной группы налогоплательщиков может возрасти. Это расширившееся (по сравнению с $W^{(DH)}$) множество будет описываться формулой

$$\hat{W}^{(DH)} = \{v: (a_v \leq \hat{\Delta}^{(D)}) \cup (h_v \leq \hat{\Delta}^{(H)})\}. \quad (12)$$

Такой способ установления пороговых значений не обеспечивает их теоретически строгой оптимальности, поскольку может приводить к формированию избыточной по составу группы большинства. Но он гарантирует, что такая группа заведомо будет включать всех потенциально возможных участников принятия мажоритарно оптимального решения, и поэтому в дальнейшем можно ограничиться рассмотрением налоговых решений, принимаемых только гражданами, входящими в $\hat{W}^{(DH)}$. Заметим, что в реальной российской ситуации отдельно сформированные группы $W^{(D)}$ и $W^{(H)}$ если и не совпадут, то будут иметь весьма значительное пересечение, поскольку граждане с низкими доходами, как правило, не обладают большим налогооблагаемым имуществом. Тем не менее будем считать указанные в (11) пороговые значения и состав сформированной группы большинства $\hat{W}^{(DH)}$ предварительными, поскольку они будут уточняться на следующих этапах процедуры.

Второй этап. *Предварительные расчеты мажоритарно оптимального решения.* Возвращаясь к задаче мажоритарной оптимизации, обозначим область ее допустимых решений, определяемую ограничениями (1), (2), (5), (6), через Z ; вектор оптимизируемых налоговых ставок — через η . Кроме того, ограничим число граждан, принимающих участие в решении задачи, только теми налогоплательщиками, которые оказались в составе расширенной мажоритарной группы $\hat{W}^{(DH)}$. Тогда общую форму записи этой задачи можно представить в виде:

$$\eta \in Z, \psi_v(\eta) \rightarrow \min, v \in \hat{W}^{(DH)}. \quad (13)$$

Предварительные расчеты начинаются с того, что для каждого гражданина из группы $\hat{W}^{(DH)}$ находится индивидуально-оптимальное решение: $\bar{\eta}^{(v)} = \underset{\eta \in Z}{\text{Argmin}} \psi_v(\eta)$. Если при этом образова-

лась такая подгруппа большинства $W_{\text{maj}} \subset \hat{W}^{(DH)}$, что все ее участники имеют идентичные оптимальные решения $\bar{\eta}^{(v)} = \bar{\eta}$, то нашу задачу можно считать решенной. Однако скорее всего этого не произойдет в силу многомерности рассматриваемой налоговой структуры. Следовательно, для решения задачи (13) понадобится ввести дополнительные коалицеобразующие условия.

Третий этап. *Введение дополнительных коалицеобразующих условий и построение единого для большинства критерия оптимальности.* Коалицеобразующие условия могут задаваться разными способами. Один из них — замена индивидуальных критериев единым скалярным критерием, построенным в виде некоторой линейной комбинации целевых функций предполагаемых участников мажоритарной коалиции. Такой подход довольно часто рассматривается при решении задач векторной оптимизации (см., например, (Зак, 2011)). Другой способ — установление функциональной (в простейшем случае — пропорциональной) зависимости между всеми или некоторыми переменными, входящими в критерии предполагаемых участников коалиции (Граборов, 2015). Далее будет использован именно этот способ. При этом постараемся избежать избыточности вводимых правил, оставив только те, без которых, на наш взгляд, нельзя обойтись при решении МО-задачи.

За основу принимаются условия, сформулированные в (Граборов, 2015) для случая априорно заданного прогрессивного налогообложения. Они позволяют не только выделить минимальное по составу ядро сформированного выше избыточного большинства, но и провести трансформацию индивидуальных критериев, обеспечивающую получение всеми гражданами, оказавшимися в этом ядре, идентичных оптимальных решений.

Для того чтобы налогоплательщики согласились на преобразование своих критериев, вводимые условия должны, по возможности, лишь в минимальной степени ограничивать область допустимых решений. Приводимые ниже условия 1–3 такому требованию соответствуют. Они обеспечивают общность и равноправность экономических интересов большинства граждан путем введения правила единой ставки налога на их доходы и вмененный доход от домашнего имущества, а также установление пропорциональной зависимости между ставками налогов на доходы и потребление.

Условие 1. *Единообразное налогообложение доходов и имущества в группе большинства.*

Для формулировки этого условия воспользуемся тем, что налог на имущество физических лиц, исчисляемый в процентах от его стоимости, можно рассматривать как аналог налога на доход от капитала, вложенного собственником в имущество (Коровкин, 2006, с. 385; Стиглиц, 1997, с. 510). Такой доход может быть рассчитан в виде платы от возможной сдачи имущества в наем или в виде выгоды (вмененной ренты) от его использования самим собственником.

Определим потенциальный доход от домашнего имущества налогоплательщика v как вмененную арендную плату с фиксированной средней ставкой $\pi^{(H)}$:

$$d_v^{(H)} = \pi^{(H)} k_v. \quad (14)$$

После этого для всех граждан, входящих в $W^{(DH)}$, рассчитываются показатели обобщенного дохода $d_v^{(DH)} = d_v + d_v^{(H)}$. Упорядочив эти показатели в порядке возрастания (говоря строже – в порядке неубывания), устанавливаем значение и исходный индекс налогоплательщика $[V/2]+1$ показателя $d_v^{(DH)}$. Этот обобщенный показатель будет ключевым ориентиром при определении окончательного состава большинства, устанавливающего оптимальные налоговые ставки. В его состав, обозначаемый как $W^{(DH)}$, войдут все те (и только те) граждане, чей обобщенный доход не превышает $d_v^{(DH)}$:

$$W^{(DH)} = \{v: d_v + d_v^{(H)} \leq d_v^{(DH)}\}. \quad (15)$$

Как только сформировано необходимое для мажоритарной оптимизации налогов большинство, определяются и окончательные пороговые значения:

$$\bar{\Delta}^{(D)} = \max_{i \in W^{(DH)}} \{d_i\}, \quad \bar{\Delta}^{(H)} = \max_{i \in W^{(DH)}} \{k_i\}. \quad (16)$$

Теперь, чтобы реализовать условие 1 (т.е. осуществить единообразное налогообложение доходов и имущества в группе большинства), установим налог на имущество так, чтобы он обеспечивал платежи, какие могли бы взиматься с вмененной ренты от этого имущества по ставке налога на доход. При этом условие 1 преобразуется к виду

$$\eta^{(H)}(k_v) = \eta_1^{(D)} \pi^{(H)} k_v, \quad v \in \{v: k_v \leq \bar{\Delta}^{(H)}\}. \quad (17)$$

Условие 2. *Единая ставка налога на потребление участников группы большинства.*

По продуктам, потребляемым гражданами, входящими в коалицию большинства, принимается единая налоговая ставка

$$\eta_i^{(C)} = \eta_0^{(C)} \quad \forall i \in I, \quad (18)$$

где I – множество индексов продуктов, потребляемых определенным выше большинством.

По всем остальным продуктам допускается дифференциация налоговых ставок.

Условие 3. Пропорциональность налоговых ставок на доходы и потребление большинства:

$$\eta_0^{(D)} = \bar{\varepsilon} \eta_1^{(D)} \quad (\bar{\varepsilon} \geq 0 - \text{фиксируемый параметр})^7. \quad (19)$$

Основанием для этого условия является то, что налог на потребление с единой ставкой — это фактически налог на доходы, но только на стадии их расходования. А поскольку речь идет о налогообложении продуктов, потребляемых большинством, то вполне естественно, что определяемая ставка $\eta_0^{(D)}$ привязывается к оптимизируемой этим большинством ставке налога на доход, т.е. к ставке $\eta_1^{(D)}$.

Покажем, что условия 1–3 являются достаточными для совпадения оптимальных решений участников коалиции большинства. Будем учитывать, что пороговые значения параметров $\Delta^{(D)}$ и $\Delta^{(H)}$, определяющих диапазоны налоговых баз, уже установлены (см. (16)).

Включим условия 1–3 (т.е. (17)–(19)), а также формулы (16) в ограничения (1), (2), (5), (6), которые задают область допустимых решений. В результате получаем новую область Z , на которой теперь будут определяться оптимальные налоговые решения по индивидуальным критериям (4) участников группы большинства.

Утверждение 3. Пусть $\bar{\eta}^{(v)}$ — индивидуально оптимальные решения граждан из коалиции большинства ($v \in \bar{W}^{(DH)}$), определяемые на множестве Z по критериям (4). Тогда $\bar{\eta}^{(v)} = \bar{\eta}$ для всех $v \in \bar{W}^{(DH)}$, т.е. все указанные граждане имеют одно и то же оптимальное решение.

Доказательство. В соответствии с определениями (16) и условиями 1–3 критерии оптимальности участников группы большинства ($v \in \bar{W}^{(DH)}$) преобразуются в единый критерий. Действительно, при заданных $\bar{\Delta}^{(D)}$ и $\bar{\Delta}^{(H)}$ и выполненных условиях 1 и 2 критерии оптимальности участников группы большинства принимают вид

$$\psi_v(\eta) = \eta_1^{(D)} d_v + \eta_1^{(D)} \bar{\pi}^{(H)} k_v + \eta_0^{(D)} \sum_i \bar{\alpha}_i [(1 - \eta_1^{(D)}) d_v - \bar{\pi}^{(H)} \eta_1^{(D)} k_v] / (1 + \eta_0^{(D)}) \rightarrow \min. \quad (20)$$

Поскольку все посленалоговые доходы полностью направляются на потребление, то $\sum_i \bar{\alpha}_i = 1$ для всех v , и индивидуальные критерии (20) упрощаются:

$$\psi_v(\eta) = \eta_1^{(D)} (d_v + \bar{\pi}^{(H)} k_v) + \eta_0^{(D)} [d_v - \eta_1^{(D)} (d_v + \bar{\pi}^{(H)} k_v)] / (1 + \eta_0^{(D)}) \rightarrow \min, \quad (21)$$

а при выполнении условия 3 они преобразуются к скалярному виду

$$\varphi_v(\eta_1^{(D)}) = \eta_1^{(D)} (d_v + \bar{\pi}^{(H)} k_v) + \frac{\bar{\varepsilon} \eta_1^{(D)}}{1 + \bar{\varepsilon} \eta_1^{(D)}} [d_v - \eta_1^{(D)} (d_v + \bar{\pi}^{(H)} k_v)] \rightarrow \min. \quad (22)$$

После приведения подобных членов критерии оптимальности всех участников группы большинства принимают окончательную скалярную форму

$$\varphi_v(\eta_1^{(D)}) = \frac{\bar{F}_v \eta_1^{(D)}}{1 + \bar{\varepsilon} \eta_1^{(D)}}, \quad \bar{F}_v = (1 + \bar{\varepsilon}) d_v + \bar{\pi}^{(H)} k_v, \quad v \in \bar{W}^{(DH)}. \quad (23)$$

В результате такого преобразования индивидуальных критериев все задачи математического программирования с критериями (23) на одной и той же области Z будут иметь идентичные оптимальные решения, поскольку минимизируется фактически одна и та же функция $(\eta_1^{(D)} / (1 + \bar{\varepsilon} \eta_1^{(D)}))$, а положительные константы $\bar{F}_v$ играют роль масштабирующего параметра. Следовательно, все граждане, входящие в группу большинства $\bar{W}^{(DH)}$, действуя независимо друг от друга (но в рамках правил, устанавливаемых соотношениями (16)–(19)), получают оптимальные решения, совпадающие по размерам налоговых ставок.

Следствие. При выполнении соотношений (16) и условий 1–3 нахождение оптимального решения МО-задачи сводится (при тех же ограничениях) к минимизации суммы индивидуальных критериев (4) участников группы большинства.

⁷ Конкретное значение этого параметра определяется далее при решении задачи минимизации совокупных налоговых платежей участников группы большинства.

Действительно, при выполнении (16)—(19) критерии всех участников группы большинства преобразуются в (23), и их сумма принимает точно такой же вид:

$$\sum_{v \in \mathcal{V}(\omega)} \varphi_v(\eta_1^{(D)}) = \frac{\eta_1^{(D)}}{1 + \bar{\varepsilon}\eta_1^{(D)}} \sum_{v \in \mathcal{V}(\omega)} \bar{r}_v = \frac{\bar{r}_0 \eta_1^{(D)}}{1 + \bar{\varepsilon}\eta_1^{(D)}}.$$

Поскольку суммарный критерий этой функции отличается от индивидуальных критериев (23) лишь коэффициентом при реально минимизируемой функции $\eta_1^{(D)} / (1 + \bar{\varepsilon}\eta_1^{(D)})$, его применение даст результат, совпадающий с тем, который будут получать (в индивидуальном порядке) все участники группы большинства.

В следующем разделе будет предложена основанная именно на таком подходе процедура расчета мажоритарно оптимального вектора налоговых ставок $\bar{\eta}$ и соответствующего ему параметра $\bar{\varepsilon}$. Это позволит также выяснить соотношение прямого и косвенного налогообложения в мажоритарно оптимальном решении поставленной задачи.

4. РАСЧЕТ МАЖОРИТАРНО ОПТИМАЛЬНЫХ СТАВОК ПРЯМЫХ И КОСВЕННЫХ НАЛОГОВ

Проблема соотношения прямого и косвенного налогообложения имеет давнюю историю (Аткинсон, Стиглиц, 1995, с. 572–595; Занадворов, Колосницына, 2006, с. 327–332; Коровкин, 2006, с. 268–288; Стиглиц, 1997, с. 580–588). Но каких-либо конструктивных результатов в этом направлении, способствующих разработке научно обоснованных процедур расчета оптимальных налоговых структур, до сих пор получено не было. Основные положения перечисленных выше и многих других работ, касающиеся соотношения прямого и косвенного налогообложения, можно кратко представить следующим образом.

1. Вывод о влиянии нелинейного налогообложения доходов на косвенные налоги: «Когда мы допускаем нелинейное налогообложение заработной платы, происходит расширение класса тех случаев, где нет необходимости в косвенном налогообложении» (Аткинсон, Стиглиц, 1995, с. 613).

2. Вывод о возможной эквивалентности ряда прямых и косвенных налогов: при отсутствии сбережений линейный подоходный налог, единый (т.е. по одинаковой ставке) налог на добавленную стоимость и единый налог на потребление эквивалентны (Стиглиц, 1997, с. 403).

3. Провозглашение преимущественного соответствия прямых налогов критерию социальной справедливости, а косвенных налогов — критерию экономической эффективности (Занадворов, Колосницына, 2006, с. 327–328). Утверждается, что прямые налоги прилагаются непосредственно к индивидуальным обстоятельствам физических и юридических лиц, а косвенные налоги учитывают эти обстоятельства лишь частично через структуру расходов налогоплательщиков. Прямые налоги в высокой степени соответствуют критерию социальной справедливости, а косвенные налоги, по мнению многих экономистов, больше соответствуют критерию экономической эффективности в смысле меньшего искажающего действия на оценки эффективности ресурсов и видов деятельности.

4. Аргументы «за» и «против» косвенных налогов (Коровкин, 2006, с. 270–271):

— «за» — широкая налоговая база, равномерность бюджетных поступлений, относительная нейтральность для производителей и продавцов, высокая собираемость;

— «против» — замораживание рынка, усиление инфляции, регрессивность по отношению к доходам потребителей, увеличение издержек сбора налогов.

Глядя на перечисленные результаты, можно сказать, что в настоящее время проблема оптимального соотношения прямого и косвенного налогообложения далека не только от своего практического, но даже и от теоретического решения. Не претендуя на полный охват этой очень сложной проблемы, рассмотрим один из возможных подходов к ее решению. А именно дадим обоснование и приведем конкретные формулы расчета мажоритарно оптимальных налоговых ставок на доходы, имущество и потребление граждан.

Как было показано в разд. 3, при соблюдении соотношений (16) и условий 1–3 оптимальные решения всех участников группы большинства оказываются идентичными. Осуществим поиск этого оптимума, основываясь на следствии утверждения 3. С этой целью сформулируем *модифицированную задачу мажоритарной оптимизации* (ММО-задачу), в которой сохраняется область допустимых решений $\mathcal{Z}$, определяемая соотношениями (1), (2), (5), (6), (16)–(19), а критерием оптимальности является минимум суммы налоговых платежей всех участников группы большинства.

Сделаем ряд упрощающих преобразований, подставив (16)–(19) в ограничения и критерий формируемой ММО-задачи. Учитывая (16), конкретизируем пороговые значения в соотношениях (1), (2), описывающих нелинейные налоговые функции:

$$h^{(D)}(d) = \eta_1^{(D)} d \text{ на отрезке } 0 \leq d \leq \bar{D}^{(D)} \text{ и } h^{(D)}(d) = \eta_2^{(D)} d \text{ для } d > \bar{D}^{(D)}, \quad (1')$$

$$h^{(H)}(h) = \eta_1^{(H)} h \text{ на отрезке } 0 \leq h \leq \bar{H}^{(H)} \text{ и } h^{(H)}(h) = \eta_2^{(H)} h \text{ для } h > \bar{H}^{(H)}. \quad (2')$$

Кроме того, введем обозначения ($\bar{D}$ и $\bar{H}$) для суммарных показателей тех доходов и оценок имущества, которые не превосходят установленных пороговых значений:

$$\bar{D} = \sum_{d_v \leq \bar{D}^{(D)}} d_v; \quad \bar{H} = \sum_{h_v \leq \bar{H}^{(H)}} h_v, \quad (24)$$

а также $\hat{D}$ и $\hat{H}$ – соответственно, для суммарных значений тех показателей доходов и имущества, которые превосходят пороговые значения⁸.

Предположим, что все продукты ($i \in I$) разделяются на две группы: продукты, которые могут потреблять все граждане ($i \in \bar{I}$), и продукты (предметы роскоши), потребляемые только гражданами, не входящими в группу большинства ($\hat{I} = I \setminus \bar{I}$). Учитывая такое разделение, опишем потребление граждан и его налогообложение следующим образом.

Суммарные расходы на потребление $S^{(H)}$ граждан входящих в группу большинства, и, соответственно, их суммарные налоговые платежи $N^{(CH)}$, учитывая (1') и (2'), представим в виде

$$S^{(H)} = \bar{D} - \bar{D} \eta_1^{(D)}; \quad N^{(CH)} = \frac{\varepsilon \eta_1^{(D)}}{1 + \varepsilon \eta_1^{(D)}} S^{(H)}, \quad (25)$$

где $\bar{D} = \bar{D} + \varepsilon \bar{H}$, ε – искомая константа, $\varepsilon \eta_1^{(D)}$ – выражение, определяющее, согласно (19), единую ставку налога на продукты, потребляемые всеми гражданами.

Суммарные расходы на потребление остальных граждан и соответствующие налоговые платежи разобьем на две части:

– расходы на предметы роскоши и налоги на них

$$S_1^{(R)} = \sum_v \sum_{i \in \hat{I}} \bar{c}_{iv} (d_v - \eta_2^{(D)} d_v - \eta_2^{(H)} h_v); \quad N_1^{(CR)} = \sum_v \sum_{i \in \hat{I}} \bar{c}_{iv} (d_v - \eta_2^{(D)} d_v - \eta_2^{(H)} h_v) \eta_i^{(C)} / (1 + \eta_i^{(C)}); \quad (26)$$

– расходы на обычное (нероскошное) потребление и соответствующая сумма налога

$$S_2^{(R)} = \hat{D} - \eta_2^{(D)} \hat{D} - \eta_2^{(H)} \hat{H} - S_1^{(R)}; \quad N_2^{(CR)} = \frac{\varepsilon \eta_1^{(D)}}{1 + \varepsilon \eta_1^{(D)}} S_2^{(R)}. \quad (27)$$

Используя введенные обозначения (25)–(27) и считая выполненными соотношения (16) и условия 1–3, ММО-задачу можно записать следующим образом:

– баланс бюджетных доходов и расходов –

$$\bar{D} \eta_1^{(D)} + N^{(CH)} + \eta_2^{(D)} \hat{D} + \eta_2^{(H)} \hat{H} + N_1^{(CR)} + N_2^{(CR)} = B; \quad (28)$$

⁸Для упрощения выкладок будем считать, что все граждане, имеющие большие доходы, располагают имуществом, также превышающим установленный порог для льготного налогообложения.

— допустимые значения налоговых ставок —

$$\begin{aligned} 0 \leq \eta_1^{(D)}, \eta_2^{(D)} \leq \hat{\eta}^{(D)}, \quad 0 \leq \eta_2^{(H)} \leq \hat{\eta}^{(H)}, \quad 0 \leq \eta_i^{(C)} \leq \hat{\eta}_i^{(C)}, \quad i \in \hat{I}, \\ 0 \leq \varepsilon \eta_1^{(D)} \leq \hat{\eta}_0^{(C)} = \min_{i \in \hat{I}} \{\hat{\eta}_i^{(C)}\}, \quad 0 \leq \pi^{(H)} \eta_1^{(D)} \leq \hat{\eta}^{(H)}, \end{aligned} \quad (29)$$

— критерий оптимальности —

$$\hat{D} \eta_1^{(D)} + N^{(CX)} \rightarrow \min. \quad (30)$$

Для решения этой задачи выполняются следующие операции.

1. Налоговые ставки, относящиеся к доходам и имуществу, превышающим пороговые значения, а также налоговые ставки на потребление предметов роскоши устанавливаются на максимально возможном уровне:

$$\eta_2^{(D)} = \hat{\eta}^{(D)}, \quad \eta_2^{(H)} = \hat{\eta}^{(H)}, \quad \eta_i^{(C)} = \hat{\eta}_i^{(C)}, \quad i \in \hat{I}. \quad (31)$$

2. С учетом (31) определяются суммарные расходы богатых граждан на потребление ($\hat{S}_1^{(X)}$ и $\hat{S}_2^{(X)}$), их суммарные налоговые платежи по доходам и имуществу ($\hat{\eta}^{(D)} \hat{D}$ и $\hat{\eta}^{(H)} \hat{H}$), а также суммарный налоговый платеж, связанный с потреблением предметов роскоши:

$$N_1^{(CX)} = \sum_v \sum_{i \in \hat{I}} \bar{\alpha}_{iv} (d_v - \hat{\eta}^{(D)} d_v - \hat{\eta}^{(H)} h_v) \hat{\eta}_i^{(C)} / (1 + \hat{\eta}_i^{(C)}).$$

Вычитая эти налоговые платежи из потребностей бюджета B , получим остаточную сумму еще не покрытых бюджетных расходов $\bar{B}$:

$$\bar{B} = B - \hat{\eta}^{(D)} \hat{D} - \hat{\eta}^{(H)} \hat{H} - N_1^{(CX)}. \quad (32)$$

Будем считать, что $\bar{B} > 0$, поскольку в противном случае задача сводится к тривиальной — с нулевыми налогами на доходы, имущество и потребление более бедной части населения.

3. Подставляя (31) в (28) и учитывая (25)–(27), (32), записываем бюджетный баланс в развернутом виде

$$\hat{D} \eta_1^{(D)} + \frac{\varepsilon \eta_1^{(D)}}{1 + \varepsilon \eta_1^{(D)}} (\bar{D} - \hat{D} \eta_1^{(D)}) = \bar{B} - \frac{\varepsilon \eta_1^{(D)}}{1 + \varepsilon \eta_1^{(D)}} \hat{S}_2^{(X)}. \quad (33)$$

Заметим, что с ростом $\varepsilon \eta_1^{(D)}$ увеличивается $\varepsilon \eta_1^{(D)} \hat{S}_2^{(X)} / (1 + \varepsilon \eta_1^{(D)})$ и уменьшается $\bar{B} - \varepsilon \eta_1^{(D)} \hat{S}_2^{(X)} / (1 + \varepsilon \eta_1^{(D)})$ (сумма налоговых платежей, взимаемых с участников группы большинства). Поэтому для группы большинства в целом, в соответствии с критерием (30), выгодно, чтобы величина $\varepsilon \eta_1^{(D)}$ имела максимально возможное значение. Это достигается если, учитывая условия (29), принять $\varepsilon \eta_1^{(D)} = \hat{\eta}_0^{(C)}$. Тогда $\varepsilon \eta_1^{(D)} / (1 + \varepsilon \eta_1^{(D)})$ превращается в константу, уравнение (33) становится линейным и из него получаем

$$\eta_1^{(D)} = \frac{\bar{B} - \hat{k} (\bar{D} + \hat{S}_2^{(X)})}{(1 - \hat{k}) \bar{D}}, \quad (34)$$

где $\hat{k} = \hat{\eta}_0^{(C)} / (1 + \hat{\eta}_0^{(C)})$, а величина $\hat{S}_2^{(X)}$ определена в (27). Здесь предполагается, что одних только налогов на потребление недостаточно, чтобы удовлетворить потребности бюджета, и, следовательно, $\eta_1^{(D)} > 0$. Теперь можно рассчитать значение константы $\bar{\varepsilon}$, при которой, согласно утверждению 3, все участники группы большинства, решая свои задачи, найдут точно такое же значение ставки налога на доход: $\bar{\varepsilon} = \hat{\eta}_0^{(C)} / \eta_1^{(D)}$.

Найденное значение ставки налога на доходы участников группы большинства ($\eta_1^{(D)}$) позволяет определить и все остальные ставки, затрагивающие интересы участников группы большинства:

$$\eta_1^{(H)} = \pi \eta_1^{(D)}; \quad \eta_i^{(C)} = \varepsilon \eta_1^{(D)} = \hat{\eta}_0^{(C)}, \quad i \in \hat{I}.$$

Ставки налогов на доходы, имущество и часть потребления граждан, не входящих в группу большинства, уже были определены ранее в (31). Таким образом, нами получены мажоритарно оптимальные значения всех искомых налоговых ставок.

На основе вышеизложенного могут быть сделаны следующие выводы.

1. Использование минимума налоговых платежей в качестве индивидуальных критериев граждан при мажоритарной оптимизации налоговой структуры оказалось более конструктивным, чем применявшаяся предшественниками максимизация индивидуальных функций полезности. Именно благодаря этой замене удалось получить решение задачи в многомерном случае.

2. Поскольку индивидуальные критерии участников группы большинства, вообще говоря, различны, то для получения единого налогового решения необходимо включение в задачу мажоритарной оптимизации дополнительных коалицеобразующих условий. Результативный вариант такого включения, использованный в данной работе, содержит следующие условия: единоеобразное налогообложение доходов и имущества в группе большинства; единая ставка налога на потребление участников группы большинства; пропорциональность налоговых ставок на доходы и потребление большинства.

3. В целях наиболее полного удовлетворения экономических интересов более бедного большинства граждан целесообразна совместная оптимизация прогрессивных прямых и дифференцированных косвенных налогов на граждан, что подтверждается конкретным вариантом налогообложения, предложенным в данной статье.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Аткинсон Э.Б., Стиглиц Дж.Э. (1995). Лекции по экономической теории государственного сектора. М.: Аспект Пресс.
- Граборов С.В. (2013). Процедуры общественного выбора линейной бюджетно-налоговой структуры // *Экономика и мат. методы*. Т. 49. № 2. С. 71–86.
- Граборов С.В. (2015). Мажоритарная оптимизация налогов, трансфертов, цен и заработных плат // *Экономика и мат. методы*. Т. 51. № 1. С. 80–96.
- Зак Ю.А. (2011). Принятие многокритериальных решений. М.: Экономика.
- Занадворов В.С., Колосницкая М.Г. (2006). Экономическая теория государственных финансов. М.: ГУ ВШЭ.
- Захаров А.В. (2009). Модели политической конкуренции: обзор литературы // *Экономика и математические методы*. Т. 45. № 1. С. 110–128.
- Коровкин В.В. (2006). Основы теории налогообложения. М.: Экономист.
- Мещерякова О.В. (1995). Налоговые системы развитых стран мира (справочник). М.: Фонд «Правовая культура».
- Налоговые реформы. Теория и практика (2015). Майбунова И.А., Иванова Ю.Б. (ред.) М.: Юнити.
- Пушкарева В.М. (2001). История финансовой мысли и политики налогов. М.: Финансы и статистика.
- Стиглиц Дж.Ю. (1997). Экономика государственного сектора. М.: МГУ, Инфра-М.
- Черник Д.Г., Шмелев Ю.Д. (2011). Кризис и налоги. М.: Экономика.
- Эрроу К. Дж. (2004). Коллективный выбор и индивидуальные ценности. М.: ГУ ВШЭ.
- Caucutt E.M., Imrohoroglu S., Kumar K. (2006). Does the Progressivity of Income Taxes Matter for Human Capital and Growth? // *Journal of Public Economic Theory*. Vol. 8. No. 1. P. 95–118.
- Hariton C., Piaser G. (2007). When Redistribution Leads to Regressive Taxation // *Journal of Public Economic Theory*. Vol. 9. No. 4. P. 589–606.
- Persson T., Tabellini G. (2000). Political Economics: Explaining Economic Policy. London: The MIT Press.
- Roemer J. (1999). The Democratic Political Economy of Progressive Income Taxation // *Econometrica*. Vol. 67. No. 1. P. 1–19.

Поступила в редакцию
23.06.2016 г.

REFERENCES (with English translation or transliteration)

- Arrow K.J.** (2004). Social Choice and Individual Values. Moscow: National Research University Higher School of Economics (in Russian).
- Atkinson A.B., Stiglitz J.E.** (1995). Lectures on Public Economics. Moscow: Aspekt Press (in Russian).
- Caucutt E.M., Imrohorglu S., Kumar K.** (2006). Does the Progressivity of Income Taxes Matter for Human Capital and Growth? *Journal of Public Economic Theory* 8, 1, 95–118.
- Chernik D.G., Shmelev Yu.D.** (2011). The Crisis and Taxes. Moscow: Ekonomika (in Russian).
- Graborov S.V.** (2013). Public Choice Procedures of a Linear Budget and Tax Structure. *Economics and Mathematical Methods* 49, 2, 71–86 (in Russian).
- Graborov S.V.** (2015). Majority Optimization of Taxes, Social Transfers, Prices and Wages. *Economics and Mathematical Methods* 51, 1, 80–96 (in Russian).
- Hariton C., Piaser G.** (2007). When Redistribution Leads to Regressive Taxation. *Journal of Public Economic Theory* 9, 4, 589–606.
- Korovkin V.V.** (2006). The Basics of Tax Theory. Moscow: Ekonomist (in Russian).
- Meshcheryakova O.V.** (1995). Tax Systems of Developed Countries in the World (Reference). Moscow: Fond “Pravovaya kul’tura” (in Russian).
- Persson T., Tabellini G.** (2000). Political Economics: Explaining Economic Policy. London: The MIT Press.
- Pushkareva V.M.** (2001). The History of Financial Thought and Policies of Taxes. Moscow: Finansy i statistika (in Russian).
- Roemer J.** (1999). The Democratic Political Economy of Progressive Income Taxation. *Econometrica* 67, 1, 1–19.
- Stiglitz J.E.** (1997). Economics of the Public Sector. Moscow: MGU, Infra-M (in Russian).
- Tax Reforms. Theory and Practice (2015). Maiburova I.A., Ivanova Yu.B. (eds.) Moscow: Yuniti (in Russian).
- Zak J.A.** (2011). Adoption of Multicriteria Decisions. Moscow: Ekonomika (in Russian).
- Zanadvorov V.S., Kolosnitsyna M.G.** (2006). Economic Theory of Public Finance. Moscow: National Research University Higher School of Economics (in Russian).
- Zakharov A.V.** (2009). The Models of Political Competition: Review of Literature // *Economics and Mathematical Methods* 45, 1, 110–128 (in Russian).

Received 23.06.2016

MAJORITARIAN OPTIMALITY OF DIRECT AND INDIRECT TAXATION ON CITIZENS*

S.V. Graborovⁱ, A.K. Pitelinⁱⁱ

Abstract. The article deals with the optimization of nonlinear multidimensional tax structure under the majority rule. The optimization under the majority rule means determining the composition of the citizens’ majority and tax structure providing the minimum of tax payments for each team member. The vector optimization of the tax structure serves as a source model. Fixed rates of income and assets, as well as by their demand functions characterize all the citizens-taxpayers. Income and property taxes are paid under a nonlinear scale, and the consumption tax is based on a linear scale, with tax rates

*This work was carried with the financial support from the Russian humanitarian scientific foundation within the research project “Applied procedure for assessing the macroeconomic efficiency of fiscal decisions” (project 15-02-00284).

ⁱ**Sergei V. Graborov** — Cand. Sc. (Economics), Senior scientific researcher, Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; migmary@gmail.com.

ⁱⁱ**Anatolii K. Pitelin** — Cand. Sc. (Economics), Leading scientific researcher Central Economics and Mathematics Institute, Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia; pitel@cemi.rssi.ru.

and tax bases thresholds being the optimizable values. In addition to the tax functions and individual criteria, the composition of the source model includes some limitations on the aggregate amount of tax payments, as well as on the valid values of tax rates. The original model is converted into the task of majority optimization. In order to accomplish this task, the group of simple common citizens, whose individual criteria will be taken into account, is determined. The values of threshold levels for the tax bases and corresponding tax rates to them, which are the best at the same time for all the members of the majority, are considered to be a decision of this task. It is shown that a steady majority group of citizens, in which nobody would benefit, if he goes out of it, may be formed of the taxpayers, whose income or property does not exceed the median sizes. And the best way for all members of this group is the progressive income and assets taxation. The need of introducing some additional conditions forming a coalition, which ensure taking a single decision on optimal tax rates by all members of the majority group is established. The conditions (under which the criteria of all members of this group are the same) are found and proven, and that guarantees taking a single decision on tax rates. The paper presents a majority of the optimal variant of common using progressive direct and differential indirect taxes for citizens. The order and the formulas for calculating the respective tax rates are presented.

Keywords: fiscal decisions, multi-objective optimization, majority rule, direct and indirect taxes.

JEL Classification: H2.