
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ЭКОНОМИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ

МОДЕЛЬ КОЛЛЕКТИВНЫХ ДЕЙСТВИЙ

ЧАСТЬ 1: РАВНОВЕСИЕ, СПРАВЕДЛИВОСТЬ, ЭФФЕКТИВНОСТЬ

© 2017 г. Е.М. Скаржинскаяⁱ, В.И. Цуриковⁱⁱ

Аннотация. Предлагаемая в статье модель имеет оптимизационный характер и описывает гибридную форму экономической организации агентов. В качестве ожидаемого дохода рассматривается строго выпуклая вверх функция, зависящая от размеров инвестиций (усилий), осуществляемых каждым агентом. Модель демонстрирует достижение независимыми агентами равновесного, но не эффективного исхода, проблему безбилетника, существование зависимости величины совокупного дохода от правила его распределения между агентами и их индивидуальных характеристик. При более высоких уровнях инвестирования существует множество Парето-эффективных состояний. Возможность увеличения выигрыша неразрывно связана с координацией действий. Рассматриваются различные способы координации осуществляемых агентами инвестиций. Показано, что при координации, основанной на доверии агентов друг к другу, для достижения оптимального по Парето исхода необходима предварительная договоренность о справедливом распределении (пропорционально затратам) ожидаемого совокупного дохода. Координация, основанная на использовании потенциала насилия или достигаемая с помощью штрафных санкций, влечет за собой трансакционные издержки, обусловленные поиском информации и процессом наказания. Показано, что координация позволяет повысить совокупный выигрыш относительно его величины в точке равновесия, но наличие издержек координации и/или недостаток доверия оставляют оптимум недостижимым.

Ключевые слова: модель коллективных действий, равновесие по Нэшу, эффективность по Парето, справедливость, специфические инвестиции, координация, издержки.

Классификация JEL: C02, D23.

ВВЕДЕНИЕ

По мнению Р. Капелюшников (Капелюшников, 2010, с. 14), в политико-экономических исследованиях до момента выхода в свет работ Э. Остром господствовало представление о том, что совместное использование общего ресурса непременно должно оборачиваться его истощением вплоть до последующего исчезновения. Сформировавшийся, по словам Э. Остром, «образ беспомощных индивидов, которых затянуло в неумолимый процесс разрушения их собственных ресурсов», способствовал укреплению распространенного убеждения в полной несостоятельности пользователей общего ресурса и их абсолютной неспособности к самоорганизации и самоуправлению.

Естественно, что из такого представления неминуемо следовал вывод: для спасения ресурса необходима либо частная заинтересованность, либо сильная рука государства, т.е. приватизация или национализация. В свое время правительства некоторых развивающихся стран, озабоченные проблемой сохранения природных ресурсов, пошли на поводу у экспертов и международных экономических организаций, которые являлись сторонниками идеи национализации ресурсов, традиционно находящихся в коллективном пользовании. Результаты зачастую оказывались плачевными, так как соответствующие политические решения потерпели полный крах, усугубив те проблемы, на решения которых они были направлены (Ostrom, 1998, p. 3)¹.

ⁱЕлена Матвеевна Скаржинская — д.э.н., профессор Костромского государственного университета имени Н.А. Некрасова, Кострома; yelena.skarzhinsky@gmail.com.

ⁱⁱВладимир Иванович Цуриков — к.ф.-м.н., д.э.н., доцент, профессор Костромской государственной сельскохозяйственной академии, Кострома; tsurikov@inbox.ru.

¹Разрушительные последствия национализации лесов, прежде находившихся в коммунальной собственности, обнаружены в Таиланде, Нигерии, Непале, Индии (Остром, 2011, с. 61).

В результате своих полевых исследований Э. Остром обнаружила и привела убедительные доказательства в пользу того, что многие локальные сообщества, проявляя выдающиеся способности к самоорганизации и самоуправлению и обходясь исключительно собственными силами, находят пути к эффективному управлению ресурсами общего пользования². Ею было установлено, что в течение нескольких веков ресурсы, находящиеся в совместном пользовании целого ряда сменяющих друг друга поколений местных жителей, не проявляли никаких признаков истощения.

Можно сказать, что своими исследованиями Э. Остром обратила внимание экономистов и политиков на существование таких случаев эффективного управления физическими ресурсами общего пользования, в которых явно проявляется преимущество гибридной формы экономической организации и над рынком, и над иерархией.

Хочется подчеркнуть, что те локальные сообщества, которые изучала Э. Остром, всеми силами стремятся сохранить (не увеличивать) число пользователей ресурсом. Такая особенность поведения диктуется свойствами природного ресурса, представляющего, например, пастбищные или лесные угодья ограниченного размера либо удобные для рыбной ловли прибрежные места. Бережная эксплуатация такого ресурса ограничивает размер совокупного дохода, который можно с него получить, а рост числа пользователей снижает долю каждого. В этом состоит принципиальное отличие подобных локальных сообществ от множества других организаций в виде крупнейших международных бухгалтерских фирм, большинства крупнейших юридических фирм, многих консультационных и медицинских клиник, хотя и называемых фирмами или корпорациями, но имеющими, согласно (Милгром, Робертс, 2001, т. 2, с. 275–276), организационную форму товариществ, т.е. относящихся к гибридным формам экономической организации.

Разработанная нами математическая модель представляет попытку формализованного описания коллективных действий подобного сообщества с произвольным, но неизменным числом участников, использующих ограниченный ресурс для совместного производства дохода. Модель носит оптимизационный характер и демонстрирует достижение независимыми агентами равновесного, но не эффективного исхода, существование множества Парето-эффективных состояний, проблему безбилетника, а также зависимость совокупного дохода от правила его распределения и от индивидуальных качеств членов сообщества. Аналогичные вопросы со схожими результатами рассматриваются в моделях неполного контракта (Grossman, Hart, 1986; Харт, 2001; Hart, Moore, 1988; Тироль, 2000, т. 1, с. 50–54; Фуруботн, Рихтер, 2005, с. 293–301; Шаститко, 2001; Скоробогатов, 2007; Цуриков, 2010а), но в этих моделях анализируется взаимодействие только двух агентов.

Многие вопросы коллективных действий уже поднимались нами в (Скаржинская, Цуриков, 2014). Однако в настоящей статье имеются существенные отличия от предыдущих: 1) здесь рассматривается конкретная математическая зависимость величины совокупного дохода от уровня инвестирования со стороны агентов, что делает многие выводы более прозрачными и наглядными; 2) многие величины, характеризующие коллективную деятельность (например, объемы инвестиций, совокупного дохода, совокупной и индивидуальных полезностей), оказались зависящими от индивидуальных характеристик агентов; 3) здесь рассматривается не один, а несколько различных способов координации коллективных действий; 4) данная статья служит своеобразным прологом к следующей части работы, в которой в качестве дохода используется частный случай функциональной зависимости, рассматриваемой здесь. Следующая часть посвящена анализу коллективных действий сообщества, внутри которого выделилась лидирующая коалиция, стремящаяся, как и каждый член коллектива, к максимизации собственного выигрыша. Координация основана на воспринимаемых членами коллектива в качестве достоверных обещаниях лидирующей коалиции вывести коллектив из плохого (по выражению Р. Капелюшникова) равновесия.

Прежде чем перейти к построению модели, сформулируем теорему, доказательство которой приведено в Приложении.

²К таким ресурсам Э. Остром относит в первую очередь прибрежные рыболовные угодья, пастбищные луга местного значения, бассейны грунтовых вод, ирригационные системы и коммунальные леса (Остром, 2011, с. 66). Речь идет о ресурсах ограниченного доступа, т.е. для каждого подобного ресурса точно установлен круг пользователей. Ограниченность доступа к общему ресурсу может быть обусловлена территориальной спецификой, которая способна обеспечить исключительность прав собственности.

Теорема. Скалярная функция от n независимых аргументов вида

$$f(x_1, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n x_i^{\alpha_i} - \sum_{i=1}^n \beta_i x_i, \quad (1)$$

где $0 < \alpha_i \leq 1$, $\beta_i > 0$, $x_i > 0$, $i = 1, \dots, n$, удовлетворяет условиям:

1) при $\sum_{i=1}^n \alpha_i \neq 1$ точка с координатами

$$x_k = \frac{\alpha_k}{\beta_k} \prod_{j=1}^n (\alpha_j / \beta_j)^{\alpha_j / (1 - \sum_{i=1}^n \alpha_i)}, \quad k = 1, \dots, n, \quad (2)$$

будет единственной точкой, в которой выполняются необходимые условия экстремума;

2) при $\sum_{i=1}^n \alpha_i \leq 1$ функция (1) строго выпукла вверх, что является достаточным условием для максимума в точке (2).

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть имеется группа, состоящая из n экономических агентов, каждый из которых обладает способностью увеличивать общий доход в результате осуществления частных специфических инвестиций. Эти инвестиции могут проявляться в некоторых действиях (физические усилия, трудовой вклад, затраты времени или нервной энергии и пр.). Размер дохода зависит как от масштаба инвестирования, так и от некоторых случайных природных факторов, неподвластных агентам. Предположим, что зависимость величины ожидаемого совокупного дохода D от размера инвестирования описывается формулой

$$D = \lambda \prod_{i=1}^n \sigma_i^{\alpha_i} + \sum_{i=1}^n \delta_i \sigma_i, \quad (3)$$

где $\lambda > 0$, $0 \leq \delta_i \leq 1$, $\alpha_i > 0$, причем $\sum_{i=1}^n \alpha_i \leq 1$, σ_i – размер инвестиций (денежный эквивалент усилий) агента i^3 . Считаем, что функция (3) известна всем агентам, но эта информация неверифицируема для суда, что предполагает частный (внутренний) способ улаживания конфликтов (Шаститко, 2007, с. 85).

Для нейтральных к риску агентов величина ожидаемого совокупного выигрыша принимает вид

$$U = D - \sum_{i=1}^n \alpha_i \quad (4)$$

или, соответственно,

$$U = \lambda \prod_{i=1}^n \sigma_i^{\alpha_i} - \sum_{i=1}^n (1 - \delta_i) \sigma_i. \quad (5)$$

Функция U удовлетворяет всем условиям доказанной выше теоремы и поэтому имеет глобальный максимум на множестве $\sigma_i > 0$, который находится в точке, определяемой уравнениями

$$\partial D / \partial \sigma_i = 1. \quad (6)$$

³ Можно отметить, что аналогичные по структуре функции нередко используются в формальных экономико-математических моделях. Например, производственные функции (в том числе функция Кобба – Дугласа) часто имеют вид степенных функций или произведения нескольких степенных выражений. Легко проследить формальное тождество между первым (нелинейным) слагаемым в (3) и функцией полезности в модели потребительского выбора Р. Стоуна. Если ограничиться моделями неполного контракта, следует отметить, что в модели Тироля – Фуруботна – Рихтера величина дохода фактически пропорциональна квадратному корню из размера специфических инвестиций, т.е. также представляет степенную функцию.

Обозначим соответствующее решение через $P(\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$. Точке P отвечает Парето-эффективное состояние с наибольшим совокупным выигрышем и, соответственно, оптимальными размерами инвестиций.

Для отыскания оптимальных размеров инвестиций σ_i^* обратим внимание на то, что для всех $i = 1, \dots, n$ при формальной замене σ_i на $\lambda^{-1/\alpha_i} x_i$ и $(1 - b_i)$ на $\beta_i \lambda^{1/\alpha_i}$, где использовано обозначение

$$\sum_{k=1}^n \alpha_k = \alpha, \quad (7)$$

функция (5) совокупного выигрыша U переходит в функцию (1). Соответственно, из (2) получаем

$$\sigma_k^* = \lambda^{1/(1-\alpha)} \frac{\alpha_k}{1-\alpha_k} \prod_{j=1}^n \left(\alpha_j / (1-\alpha_j) \right)^{\alpha_j/(1-\alpha)}. \quad (8)$$

Очевидно, что наличие Парето-оптимального состояния отнюдь не означает его автоматического достижения. Требуется настройка системы соответствующих стимулов. Поэтому один из важнейших вопросов состоит в том, существуют ли у коллектива возможности, основанные на принципах самоорганизации и самоуправления, для достижения общественного оптимума (или по крайней мере состояния, близкого к нему), и если существуют, то какие и при каких условиях. Другой вопрос можно сформулировать так, всегда ли Парето-оптимальный исход гарантирует достаточно высокий размер выигрыша для каждого агента. Рассмотрим несколько возможных сценариев.

НЕЗАВИСИМЫЙ ВЫБОР АГЕНТАМИ РАЗМЕРОВ СВОИХ ИНВЕСТИЦИЙ

В случае независимых агентов каждый из них в стремлении максимизировать собственный выигрыш выбирает уровень своих инвестиций. Поэтому при заключении контракта до начала инвестирования агенты договариваются только о причитающейся каждому доли в валовом ожидаемом доходе. Обозначим долю агента i через α_i , где

$$0 < \alpha_i < 1, \quad \sum_{i=1}^n \alpha_i = 1. \quad (9)$$

Тогда ожидаемый выигрыш U_i агента i

$$U_i = \alpha_i D(\sigma_i, \sigma_{-i}) - \sigma_i \rightarrow \max, \quad \sigma_i, \sigma_{-i} > 0. \quad (10)$$

Здесь через σ_{-i} обозначены размеры инвестиций всех агентов, кроме агента i . В силу того что агент i может управлять величиной только собственных инвестиций σ_i , он выбирает уровень σ_i , при котором выполняется условие $\partial U_i / \partial \sigma_i = 0$, откуда следует уравнение

$$\alpha_i \partial D / \partial \sigma_i = 1. \quad (11)$$

Уравнение (11) имеет очень простой и ясный экономический смысл: уровень инвестирования со стороны *каждого агента* таков, при котором величина его предельного индивидуального дохода равна величине его предельных издержек. С учетом (3) уравнение (11) можно переписать в виде:

$$\frac{\lambda}{\sigma_i} \prod_{k=1}^n \sigma_k^{\alpha_k} = \frac{1 - \alpha_i \beta_i}{\alpha_i \alpha_i}. \quad (12)$$

Уравнение (12) при использовании обозначения $(1 - \alpha_i \beta_i) / (\lambda \alpha_i) = \beta_i$ совпадает с уравнением $\partial f / \partial x_i = 0$, представляющим условие максимума первого порядка для функции (1). Поэтому система уравнений (12) имеет единственное решение, отвечающая максимуму функции (10). Обозначим его через $N(\sigma_{1N}, \dots, \sigma_{nN})$. Легко убедиться, что любое отклонение в размере инвестирования от величины σ_{iN} , которое в одностороннем порядке может осуществить агент i , приводит к снижению его выигрыша. Поэтому точка N отвечает равновесному по Нэшу состоянию.

Точное решение системы уравнений (12) определяется выражениями (2), которые в соответствующих обозначениях имеют вид

$$\sigma_{kN} = \lambda^{1/(1-\sigma)} \frac{\alpha_k a_k}{1 - \alpha_k b_k} \prod_{j=1}^n \left(\frac{\alpha_j a_j}{1 - \alpha_j b_j} \right)^{\sigma_j/(1-\sigma)}. \quad (13)$$

В данном случае размеры инвестиций каждого агента зависят от набора α_i , т.е. от распределения среди агентов права на доход⁴. Отношение размеров инвестиций двух агентов в точке равновесия, как видно из (12) и (13):

$$\frac{\sigma_{kN}}{\sigma_{iN}} = \frac{\alpha_k}{1 - \alpha_k b_k} \times \frac{1 - \alpha_i b_i}{\alpha_i} \times \frac{a_k}{a_i}. \quad (14)$$

Первый множитель, стоящий справа в (14), – возрастающая по α_k функция, т.е. чем выше доля агента в совокупном доходе, тем выше уровень его инвестиций. Таким образом, доля в доходе может рассматриваться как *стимул для участия в коллективных действиях независимых агентов*.

Для сравнения положения точек $N(\sigma_{1N}, \dots, \sigma_{nN})$ и $P(\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$ относительно друг друга заметим, что, согласно (11), координата i градиента функции совокупного выигрыша U в точке N :

$$\nabla_i U(N) = \frac{\partial U(N)}{\partial \sigma_i} = \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} - 1 = \frac{1}{\alpha_i} - 1 > 0. \quad (15)$$

А так как каждая такая координата строго больше нуля, то справа от точки N (т.е. при $\sigma_i > \sigma_{iN}$ для любого i) величина совокупного выигрыша больше. Отсюда следует, что и максимум U лежит справа, т.е. $\sigma_i^* > \sigma_{iN}$, $U(P) > U(N)$.

Для количественной оценки соотношения размеров инвестиций, отвечающих различным исходам, можно обратиться к точным решениям (8) и (13), из которых следует

$$\frac{\sigma_{kN}}{\sigma_k^*} = \frac{\alpha_k(1 - b_k)}{1 - \alpha_k b_k} \prod_{j=1}^n \left(\frac{\alpha_j(1 - b_j)}{1 - \alpha_j b_j} \right)^{\sigma_j/(1-\sigma)}. \quad (16)$$

Так как при всех k величина $\alpha_k(1 - b_k) < 1 - \alpha_k b_k$, а показатель степени $\sigma_j/(1-\sigma) > 0$, то отношение (16) строго меньше единицы, т.е. $\sigma_k^* > \sigma_{kN}$ при любом наборе α_j . Таким образом, режим независимого выбора размеров инвестиций оборачивается *недоинвестированием до общественно-оптимального уровня*⁵.

Покажем, что ни одно из бесконечного множества равновесных состояний, возможных в рамках данного режима, не является эффективным по Парето. Пусть $\sigma_j = \sigma_{jN}$ для всех $j = 1, \dots, n$. Рассмотрим, как меняется величина ожидаемого выигрыша агента i при небольшом доинвестировании со стороны тех или иных агентов:

$$\Delta U_i \approx dU_i = \alpha_i dD - \Delta \sigma_i = \alpha_i \sum_{k=1}^n \frac{\partial D}{\partial \sigma_k} \Delta \sigma_k - \Delta \sigma_i. \quad (17)$$

С учетом (11) выражение (17) примет вид

$$\Delta U_i \approx \alpha_i \sum_{k=1}^n \frac{\Delta \sigma_k}{\alpha_k} - \Delta \sigma_i = \left(\frac{\alpha_i}{\alpha_i} - 1 \right) \Delta \sigma_i + \alpha_i \sum_{k \neq i} \frac{\Delta \sigma_k}{\alpha_k} = \alpha_i \sum_{k \neq i} \frac{\Delta \sigma_k}{\alpha_k}. \quad (18)$$

⁴Этот результат полностью согласуется с одним из наиболее главных выводов, вытекающих из моделей неполного контракта Гроссмана – Харта – Мура (ГХМ) и Тироля – Фуруботна – Рихтера (ТФР) (Grossman, Hart, 1986; Харт, 2001; Hart, Moore, 1988; Тироль, 2000, т. 1, с. 50–54; Фуруботн, Рихтер, 2005, с. 293–301), согласно которому распределение прав собственности имеет значение, т.е. оказывает влияние на величину специфических инвестиций, и таким образом на эффективность (Фуруботн, Рихтер, 2005, с. 300).

⁵Отметим, что данный результат совпадает с выводом, полученным в моделях ГХМ и ТФР, согласно которому в условиях независимого выбора уровня специфических инвестиций агенты проявляют тенденцию к недоинвестированию.

Из (18) видно, что в достаточно малой окрестности точки N изменение величины ожидаемого выигрыша каждого агента зависит только от тех приращений размера инвестиций, которые осуществляются не самим агентом, а, что очень важно, его партнерами по контракту⁶. Более того, если агент i в одностороннем порядке при первоначальном уровне его инвестиций ниже предписываемого уравнением (11) повышает его, приближая к уровню, отвечающего (11), то он увеличивает и свой выигрыш, и выигрыши всех своих партнеров. А если агент при тех же условиях в одностороннем порядке превышает его, то способствует повышению выигрышей всех своих партнеров при любом масштабе инвестирования с их стороны с одновременным снижением своего собственного выигрыша.

Однако если небольшое доинвестирование сверх того, которое приводит к равновесному состоянию, осуществляют не менее двух рациональных и в меру эгоистичных агентов⁷, то, как следует из (18), возрастут индивидуальные выигрыши и этих агентов, и всех их партнеров по контракту. Отсюда следует, что равновесное по Нэшу состояние, определяемое уравнениями (11), не эффективно по Парето, так как справа от точки N (при $\sigma_j > \sigma_{j,N}$) лежат Парето-предпочтительные состояния (при условии, что доинвестирование осуществляют не менее двух агентов).

Очевидно, что имеется бесчисленное множество не только предпочтительных, но и эффективных по Парето состояний. Все они не равновесны по Нэшу и отвечают более высоким уровням инвестирования. Именно это свойство отсутствия равновесия в Парето-эффективных состояниях порождает проблему безбилетника и делает оппортунистическое поведение привлекательным для каждого агента.

Причину недоинвестирования до любого Парето-эффективного состояния легко интерпретировать в свете концепции внешних эффектов. Рост размера инвестиций каждого агента повышает величину всего ожидаемого дохода, а значит, и той его части, которая достается партнерам по контракту, что можно интерпретировать как положительную экстерналию. Соответственно, стимулы каждого агента притупляются, в силу того что издержки собственного инвестирования ложатся только на него, а выгоды достаются всем агентам. Другими словами, к недоинвестированию приводит положительная экстерналия, так как, согласно общему правилу, деятельность, сопряженная с положительной экстерналией, осуществляется в масштабе ниже общественно-оптимального.

Рассмотрим ситуацию вблизи Парето-оптимального состояния и изменение выигрыша индивидуума i вследствие небольшого изменения размера только его инвестиций. Предположим, что все $\sigma_j = \sigma_j^*$, тогда из вида U_i с учетом (6) получим

$$\Delta U_i \approx dU_i = \alpha_i \frac{\partial D}{\partial \sigma_i} \Delta \sigma_i - \Delta \sigma_i = \Delta \sigma_i (\alpha_i - 1). \quad (19)$$

Из (19) следует, что при $\Delta \sigma_i < 0$ т.е. при $\sigma_i < \sigma_i^*$, приращение $\Delta U_i > 0$ и, следовательно, выигрыш агента i выше, чем при $\sigma_i = \sigma_i^*$.

Когда величина предельного индивидуального дохода агента i ниже единицы (т.е. ниже величины его предельных издержек), то чем меньше σ_i вплоть до уровня, отвечающего условию (11), тем выше размер индивидуального выигрыша этого агента. И для максимизации собственного выигрыша агент i должен в этом случае, как и во всех других, выбрать такой размер своих усилий, при котором выполняется условие (11), т.е. при котором величина его предельного индивидуального дохода равна единице.

Заметим, что все соответствующие состояния ($\sigma_k = \sigma_k^*$ при $k \neq i$, а $\sigma_i \leq \sigma_i^*$, но не меньше размера, отвечающего условию (11)) эффективны по Парето. Ни одно из этих бесчисленных состояний не может быть достигнуто независимыми агентами, так как $i = 1, \dots, n$. Каждому агенту

⁶Точнее, размер ожидаемого выигрыша агента в окрестности точки N меняется (уменьшается вследствие отрицательности второго дифференциала) по мере изменения размера его усилий, но это изменение вблизи точки N будет бесконечно малой величиной второго порядка.

⁷В данном случае подразумевается, что агент не является злым оппортунистом, способным на сознательное введение партнеров в заблуждение, вымогательство и шантаж. В классификации О.И. Уильямсона такой тип поведения отвечает полусильной форме эгоизма в виде простого следования личным интересам (Уильямсон, 1996, с. 100).

выгодно осуществить инвестирование в объеме, отвечающем условию (11), при любом уровне инвестирования со стороны всех остальных участников. По словам М. Олсона, «до тех пор пока не существует какого-либо принуждения или группа недостаточно мала, *рациональные, своекорыстные индивиды не будут прилагать никаких усилий к достижению общегрупповых целей*» (Олсон, 1995, с. 2).

ОТСУТСТВИЕ КООРДИНАЦИИ – НЕПРЕОДОЛИМОЕ ПРЕПЯТСТВИЕ ДЛЯ ЭФФЕКТИВНОСТИ

Как следует из (11), равновесие при условии независимого выбора агентами размеров своих инвестиций достигается при довольно большом значении величины предельного по инвестициям совокупного дохода каждого агента. Например, для случая, в котором коллектив, состоящий из n агентов, делит совокупный доход поровну, получаем, что величина предельного совокупного дохода по инвестициям каждого агента, согласно (11), в n раз превышает как величину его предельных издержек⁸, так и величину его предельного индивидуального дохода. А размер инвестиций, отвечающий равновесному состоянию, согласно (16), более чем в n раз ниже оптимального. Отсюда следует, что в реальных условиях даже для небольших групп соотношение, тождественное (11), согласно которому величина предельных издержек каждого участника равна величине его предельного индивидуального дохода, может представлять очень жесткое условие и не выполняться ни при каком масштабе инвестирования, кроме нулевого. В подобных случаях отсутствие координации не позволит независимым агентам надеяться на получение хоть какой-то прибыли и потому лишает их всяких стимулов к участию в производстве коллективного блага.

С другой стороны, кажется естественным, что общественный оптимум, понимаемый в теории контрактов как состояние, отвечающее наибольшему значению совокупного выигрыша, всегда предпочтительнее равновесного, которое достигается независимыми агентами при более низких уровнях инвестирования и соответствующего меньшему значению совокупного выигрыша. А так ли это на самом деле? Для ответа на этот вопрос найдем явные значения индивидуальных выигрышей агентов в точке оптимума P . Согласно (3) и (6) в оптимуме выполняется условие

$$\lambda \frac{\alpha_i}{\sigma_i} \prod_k \sigma_k^* + \delta_i = 1, \quad (20)$$

с учетом которого выражение для индивидуального выигрыша агента i в точке P можно записать в виде

$$U_i(P) = \left(\alpha_i \frac{1 - \delta_i}{\alpha_i} - 1 \right) \sigma_i^* + \alpha_i \sum_k \delta_k \sigma_k^*. \quad (21)$$

Из (21) следует, что при достаточно малой величине α_i выигрыш агента i в точке общественного оптимума может быть сколь угодно мал и даже принимать отрицательные значения. Например, при всех $b_k = 0$ величина $U_i(P) < 0$ при $\alpha_i < a_i$. Такая особенность обусловлена фиксированным значением оптимального уровня инвестиций, т.е. отсутствием зависимости σ_i^* от α_i . В равновесном по Нэшу исходе такого быть не может: в точке N выигрыш каждого агента всегда больше нуля.

Из (21) вытекает, что может сложиться ситуация, при которой в точке общественного оптимума величина выигрыша только у одного агента принимает положительное значение, а у остальных – отрицательное. В этом случае наблюдается явная эксплуатация одним агентом всех остальных, и, соответственно, доинвестирование от равновесного уровня до оптимального вряд ли возможно без внешнего принуждения. Такой коллектив, если он состоит из нейтральных к риску агентов, не может быть построен на добровольной основе.

⁸ Это положение довольно подробно рассмотрено в работе (Олсон, 1995).

ДОВЕРИЕ + СПРАВЕДЛИВОСТЬ = ЭФФЕКТИВНОСТЬ

Рассмотрим следующий способ координации усилий. Предположим, что агенты в целях максимизации ожидаемого выигрыша планируют свою деятельность таким образом, что размеры их инвестиций оказываются строго пропорциональными между собой, т.е. при всех уровнях σ_i выполняется условие

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_1^*} = \dots = \frac{\sigma_n}{\sigma_n^*}. \quad (22)$$

Если обозначить отношение (22) через параметр $t \in (0, \infty)$, то (22) примет вид

$$\sigma_i = t\sigma_i^*, \quad i = 1, \dots, n. \quad (23)$$

Зададимся вопросом, каковы должны быть стимулы, для того чтобы при выполнении условия (22) инвестирование осуществлялось в оптимальном объеме. Для ответа обратимся к точке индивидуального выигрыша *агента* i , отвечающей максимальному значению его выигрыша. Так как при выполнении (22) $U_i = \alpha_i \left(\lambda^{t^a} \prod_j (\sigma_j^*)^{a_j} + \sum_k b_k t \sigma_k^* \right) - t \sigma_i^*$, условие максимума примет вид

$$\frac{dU_i}{dt} = \alpha_i \left(\lambda^{t^a-1} a \prod_j (\sigma_j^*)^{a_j} + \sum_k b_k \sigma_k^* \right) - \sigma_i^* = 0. \quad (24)$$

С учетом (20) и обозначения (7) для a получим

$$\frac{dU_i}{dt} = \alpha_i \left(t^{a-1} \sum_k (1 - b_k) \sigma_k^* + \sum_k b_k \sigma_k^* \right) - \sigma_i^* = 0. \quad (25)$$

Из (25) следует: для того чтобы максимум индивидуального выигрыша каждого агента достигался при оптимальном уровне инвестирования (т.е. при $t = 1$), необходимо и достаточно выполнения условия

$$\alpha_i \sum_k \sigma_k^* - \sigma_i^* = 0 \quad (26)$$

откуда

$$\alpha_i = \sigma_i^* / \sum_{k=1}^n \sigma_k^*, \text{ или (при } \sigma_k = t\sigma_k^*) \quad \alpha_i = \sigma_i / \sum_{k=1}^n \sigma_k. \quad (27)$$

Выражениями (27) предлагается вариант, полностью соответствующий общепринятым представлениям о справедливом разделе совокупного дохода, так как в этом случае доля каждого агента в доходе строго равна его доле в величине затраченных всеми агентами усилий. Поэтому для краткости правило раздела дохода, определяемое условиями (27), будем называть *справедливым*⁹. Для того чтобы при скоординированной, согласно условиям (22), деятельности агентов размеры инвестиций совпали с общественно-оптимальным уровнем, необходимо и достаточно справедливого раздела ожидаемого совокупного дохода¹⁰.

Интересен вопрос о необходимости условия (22), предписывающего пропорциональность в размерах прилагаемых агентами усилий. Нетрудно показать, что достижение общественно-оптимального уровня невозможно в случае отказа от условия (22), даже если агенты строго придерживаются справедливого правила раздела ожидаемого совокупного дохода.

⁹По-видимому, здесь проявляется тот редкий случай, при котором эффективность коррелирует со справедливостью. В силу того что величина σ_i^* пропорциональна, согласно (8), показателю a_i , т.е. количественной характеристике агента i его потенциальной способности влиять на размер совокупного дохода, выражения (22) и (27) полностью отвечают принципу социализма: «От каждого по способности, каждому – по труду».

¹⁰В работе (Скаржинская, Цуриков, 2014) данное утверждение и соответствующие формулы доказаны в более общем случае.

Легко в том, что если агенты договариваются о разделе ожидаемого дохода согласно формуле $\alpha_i = \sigma_i / \sum \sigma_k$, доля каждого агента становится фиксированной и не зависящей от уровня его реальных усилий. В результате агенты инвестируют, согласно (11), в объемах $\sigma_i = \sigma_{iN}$, т.е. недоинвестируют. Если же доля каждого агента в совокупном доходе определяется его реальной долей в общей величине усилий по формуле $\alpha_i = \sigma_i / \sum \sigma_k$, то каждый агент, не связанный условием координации усилий, в стремлении повысить свою долю в доходе проявляет тенденцию к переинвестированию относительно оптимума¹¹.

Итак, модель показывает, что если агенты смогут на этапе заключения контракта прийти к согласию относительно соблюдения двух правил, а именно координации своих усилий в форме (22) и справедливому разделу ожидаемого дохода в соответствии с (27), то возможность достижения ими оптимального уровня инвестирования будет полностью определяться только их *способностью к постконтрактному соблюдению достигнутых договоренностей*. Если степень доверия между агентами достаточно высока и, соответственно, издержки координации исчезающе малы, подобная экономическая организация может быть устойчивой и успешной.

Таким образом, роль справедливого (в смысле пропорционального вклада) раздела совокупного дохода весьма значительна. В своих полевых исследованиях Э. Остром постоянно обнаруживала действие этого общего правила: кто больше получает, тот и больше платит (Остром, 2011). Поэтому в последующем анализе возможностей повышения полезностей контрагентов благодаря координации их усилий будем считать, что правило раздела совокупного дохода является справедливым, т.е. удовлетворяющим (27).

Следует еще раз подчеркнуть важнейшую предпосылку, необходимую для осуществления координации действий в виде (22). В основе такой координации должно лежать доверие, проявляемое со стороны каждого члена коллектива к каждому. В реальных условиях рассчитывать на необходимый уровень доверия можно только в том случае, в котором речь идет о маленькой группе, состоящей из близких родственников, организовавших очень небольшой семейный бизнес¹². Если же координация в виде (22) основана не на доверии, а достигается с помощью тех или иных принудительных мер, она обязательно влечет за собой издержки. Поэтому даже при достижении оптимального уровня инвестирования соответствующий совокупный выигрыш будет ниже оптимального на величину издержек.

КООРДИНАЦИЯ, ОПИРАЮЩАЯСЯ НА ПОТЕНЦИАЛ НАСИЛИЯ

Предположим, что для осуществления координации усилий рассмотренным выше способом уровень доверия между агентами недостаточно высок. В этом случае для повышения уровня инвестирования относительно достигаемого в равновесном по Нэшу исходе коллектив может обратиться к использованию потенциала насилия. Предположим, что агенты имеют общее мнение относительно способа и строгости наказания тех членов коллектива, которые осуществляют инвестирование в размерах ниже оптимального. В принципе строгость наказания может лежать в очень широких пределах: от легкого замечания в дружественной форме до высшей меры.

Э. Остром в анализе системы правил, которую выработали участники рыбного кооператива в Аланье (Турция), отмечает, что ее легитимность опирается как на национальное законодательство, так и на признание со стороны местных властей. При этом фактический надзор за исполнением договоренности и принуждение к выполнению правил оставлены самим рыбакам (Остром, 2011, с. 55). В этом кооперативе всякое мошенничество со стороны любого члена кооператива пресекается самими же рыбаками, которые готовы «защитить свои права, если потребуется, то и силой» (Остром, 2011, с. 55).

Всякое реальное исполнение наказания так или иначе сопряжено с издержками, которые несет исполнитель нормы. Однако если степень достоверности наказания велика, то в большинстве

¹¹ Строгое доказательство этого утверждения для случая двух контрагентов приводится в работе (Цуриков, 2010б, с. 46–47).

¹² Исключение может представлять только группа индивидов, фанатично преданных той или иной идее или виду деятельности. Но фанатизм также можно рассматривать как крайний случай доверия.

случаев достаточно только угрозы применения насилия. Конечно, создание соответствующего статуса требует больших издержек. А вот издержки его поддержания могут быть малыми, а величина предельных издержек — исчезающе малой. Участие членов коллектива в наказании нарушителя может увеличивать их полезность от осознания своей миссии¹³. Поэтому в некоторых случаях в сравнительно небольшом коллективе издержками наказания можно пренебречь.

Для этого случая выражение для размера ожидаемого выигрыша агента i принимает вид

$$U_i = \alpha_i D(\sigma_i, \sigma_{-i}) - \sigma_i - p g_i \quad (28)$$

где $g_i = g_i(\sigma_i^* - \sigma_i)$ — возрастающая аргумента $\sigma_i^* - \sigma_i$ функция денежного эквивалента наказания, p — вероятность наказания. Условия максимума первого порядка:

$$\alpha_i \partial D / \partial \sigma_i = 1 - p g_i' \quad (29)$$

Для того чтобы точка $P(\sigma_1^*, \dots, \sigma_n^*)$ была решением системы (29), достаточно потребовать тождества между системами (29) и (6), т.е. выполнения условий $(1 - p g_i') / \alpha_i = 1$, откуда $g_i' = (1 - \alpha_i) / p$ и, соответственно:

$$\begin{aligned} g_i &= 0 \text{ при } \sigma_i = \sigma_i^*; \\ g_i &= (1 - \alpha_i)(\sigma_i^* - \sigma_i + \theta_i) / p \text{ при } \sigma_i < \sigma_i^*. \end{aligned} \quad (30)$$

Здесь θ_i — постоянная, удовлетворяющая условию

$$p g_i = (1 - \alpha_i)(\sigma_i^* - \sigma_i + \theta_i) \geq \sigma_i^* - \sigma_i \text{ при } \sigma_i < \sigma_i^*,$$

т.е. постоянная θ_i необходима, для того чтобы эквивалент ожидаемого наказания был не ниже величины недоинвестирования. Формула (30) показывает, что чем ниже вероятность наказания и/или доля контрагента в совокупном доходе, тем строже наказание. Рост строгости наказания по мере снижения доли α_i , по-видимому, призван компенсировать снижение стимулов к инвестированию у агентов с малой долей в доходе.

Конечно, в достаточно больших коллективах издержки выявления нарушения и исполнения наказания могут быть очень значительными. В этом случае неотвратимость наказания уже не является условием общественного оптимума, к которому следует стремиться. Оптимальное решение будет связано не с минимизацией числа нарушений, а с минимизацией суммарных издержек, порождаемых нарушениями, их выявлением и исполнением наказания (Беккер, 2003, гл. 8).

КООРДИНАЦИЯ, ДОСТИГАЕМАЯ С ПОМОЩЬЮ ШТРАФНЫХ САНКЦИЙ

Среди разнообразных видов санкций, которые предусмотрены для нарушителей правил в различных успешных сообществах пользователей ресурса, находящегося в коллективной собственности, важная роль принадлежит штрафам. Причем правом надзора, контроля и наложения штрафа может обладать как специально нанимаемый для этого индивид, так и любой член ассоциации. Зачастую весь штраф или его часть поступает в собственность контролера (Остром, 2011, гл. 3).

Представляется, что использованием только такого механизма добиться повышения уровня инвестирования до оптимального не удастся. Если лицо, осуществляющее надзор с правом наложения штрафа, покрывает все или значительную часть своих издержек, обусловленных надзорной деятельностью, за счет взимаемых с нарушителей штрафов, ему невыгодно отсутствие

¹³Здесь мы опираемся на суть дельта-параметра, введенного в работе (Crawford, Ostrom, 1995). Он призван отражать нематериальные выгоды, возникающие при соблюдении или нарушении социальных норм. В нашем случае эта норма предписывает контрагентам во имя общего блага проявить активность и наказать нарушителя.

нарушителей. Следовательно, в погоне за собственной выгодой он будет регулировать свою деятельность так, чтобы нарушители правил были всегда.

Предположим, что некоторому члену коллектива (для определенности первому) присвоены полномочия осуществлять надзор за деятельностью членов коллектива (контролер) с правом взыскания с нарушителей штрафов в свою пользу (стимул). Пусть размер штрафа пропорционален разности между оптимальным и реальным размерами инвестиций нарушителя, а издержки надзорной деятельности пропорциональны сумме всех инвестиций коллектива. Тогда величину ожидаемого выигрыша контролера можно записать в виде

$$U_1 = \alpha_1 D - \sigma_1 + g \sum_{i=2}^n (\sigma_i^* - \sigma_i) - r \sum_{i=2}^n \sigma_i, \quad \sigma_i \leq \sigma_i^*, \quad (31)$$

где $g > 0$, $0 < r < 1$, – масштабные множители, определяющие размеры штрафа и издержек.

В этом случае контролер осуществит инвестиции в размере $\sigma_1 < \sigma_1^*$, т.е. недоинвестирует, так как если он даже и наложит на себя штраф, то сам же его и присвоит. Для пресечения оппортунизма со стороны контролера необходимо не менее двух контролеров, каждый из которых будет осуществлять надзор за другим, и монопольное преимущество утрачивается.

Надзорная деятельность не будет убыточной только в том случае, если выполняется условие

$$\sum_k g \sigma_k^* \geq \sum_k (g+r) \sigma_k \quad \text{при} \quad \sigma_k^* \geq \sigma_k, \quad (32)$$

где суммирование осуществляется по инвестициям агентов, которые находятся под надзором данного контролера. Из (32) следует, что размер инвестиций по крайней мере одного из агентов должен удовлетворять неравенству

$$\sigma_j \leq \sigma_j^* g / (g+r). \quad (33)$$

В противном случае осуществление надзорных функций для контролера убыточно. Казалось бы, что с ростом размера штрафа можно согласовать интересы контролера (условие (33)) и всего коллектива в целом даже при значительных издержках, так как при $g \rightarrow \infty$ условие (33) выполняется и при $\sigma_j \rightarrow \sigma_j^*$. Однако это не так. Покажем, что величина штрафа не может быть сколь угодно большой.

Обратимся к величине выигрыша агента i , не являющегося контролером:

$$U_i = \alpha_i D - \sigma_i - g(\sigma_i^* - \sigma_i). \quad (34)$$

Из условия максимума первого порядка

$$\partial D / \partial \sigma_i = (1-g) / \alpha_i \quad (35)$$

и уравнений (6), (11) следует, что требование $\sigma_i \leq \sigma_i^*$ справедливо только при $(1-g) / \alpha_i \geq 1$, откуда получаем

$$g \leq 1 - \alpha_i. \quad (36)$$

Ограничение (35) означает, что масштабный множитель g , определяющий размер штрафа, не может быть произвольно большим и, соответственно, входящее в (33) отношение $g/(g+r) < 1$, а значит, и $\sigma_j < \sigma_j^*$. Другими словами, контролер будет выполнять свои функции только в том случае, в котором по крайней мере один из его поднадзорных осуществит инвестирование в размере, удовлетворяющем условию (33) при небольшом значении g , т.е. значительно ниже оптимального.

Выбором величины g , как следует из (35), можно регулировать величину предельного дохода и, соответственно, размер инвестирования. Казалось бы, что оптимум можно достигнуть, предусмотрев для каждого участника соответствующее значение масштабного множителя $g_i = 1 - \alpha_i$, так как в этом случае каждому участнику выгодно осуществлять инвестиции в оптимальном объеме. Однако условия (35), (36) вытекают из функции индивидуального выигрыша

(34), которая справедлива только в случае *неотвратимости наказания* за недоинвестирование. А наказание в виде штрафных санкций осуществляет контролер, которому для компенсации собственных издержек необходимы нарушители. Если нарушителей нет, то контролер отказывается нести издержки, обусловленные осуществлением надзора, и штрафные санкции превращаются в фикцию, т.е. $q \rightarrow 0$, уравнение (34) принимает вид (11), а $\sigma_i^* = \sigma_{i,q}$.

Таким образом, для поддержания членов коллектива в соответствующем тоне работа контролера необходима. Складывается парадоксальная ситуация. Если контролер работает хорошо, обеспечивая неотвратимость наказания за недоинвестирование, то инвестирование осуществляется в оптимальном объеме, штрафы не взимаются, его работа убыточна и, соответственно, рациональный агент от ее выполнения откажется. А если работа контролера не выполняется, то коллектив обязательно попадает в неэффективное равновесие. Единственный выход из такой ситуации состоит в том, чтобы контролер *работал плохо*. Заключаться это может в следующем.

Контролер снижает величину множителя q . Как следует из уравнения (35), при $q < 1 - \alpha_i$ величина совокупного предельного дохода больше единицы и, соответственно, агент i инвестирует в объеме $\sigma_i^* < \sigma_i^+$, что позволяет контролеру взимать с него штраф. Отметим, что агент i сознательно выбирает и размер инвестирования, и величину штрафа, максимизируя собственный выигрыш в условиях неотвратимости наказания.

Контролер может поступить и по-другому, особенно если члены коллектива потребуют установить размер штрафа достаточно высоким. Он может сознательно понизить вероятность обнаружения факта недоинвестирования. Соответствующее снижение вероятности наказания эквивалентно для нейтральных к риску агентов понижению величины ожидаемого штрафа, т.е. величины q .

Таким образом, контролер должен вести себя оппортунистически, для того чтобы компенсировать собственные издержки, а для этого ему приходится стимулировать оппортунистическое поведение остальных агентов. Для того чтобы надзорная деятельность была неубыточной, должны выполняться неравенства (33) и (36), т.е. оптимальное инвестирование остается недосягаемым. Согласно (33) размеры инвестиций могут приближаться снизу к оптимальным по мере снижения издержек контрольно-надзорной деятельности.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотренная в модели группа экономических агентов, действия которых так или иначе скоординированы, служит иллюстрацией гибридной формы экономической организации, занимающей промежуточное положение между рынком и фирмой, иначе говоря, обладающей некоторыми свойствами как иерархичной, так и рыночной форм организации. С рынком ее роднит право каждого участника на остаточный доход и, соответственно, наличие сильных стимулов, а четко очерченная граница группы является признаком иерархической организации. Для рассмотренной организационной формы характерно такое свойство рыночной организационной формы, как отсутствие центрального агента, имеющего исключительное право на остаточный доход, и при этом в ней велика роль локальных правил, составляющих важное звено иерархического механизма.

Один из главных выводов, который следует из предложенной модели, состоит в том, что в условиях независимого выбора агентами размеров своих инвестиций инвестирование осуществляется в объемах, не достаточных для достижения Парето-эффективного состояния. Для повышения уровня инвестирования необходима координация действий. Однако осуществление координации влечет за собой издержки, величина которых зависит от уровня доверия между агентами и размера группы¹⁴. Эти издержки снижают эффективность совместных действий, что препятствует достижению Парето-оптимального исхода.

Координация, основанная на использовании потенциала насилия, влечет издержки, обусловленные применением насилия к нарушителю нормы. Если член коллектива, на которого возложены обязанности исполнителя нормы, не несет издержек, это может означать, что

¹⁴ Модель, связывающая издержки координации с уровнем доверия и эффективностью коллективных действий, приведена в работе (Скаржинская, Пуриков, 2014).

в процессе применения насилия он имеет положительную полезность, компенсирующую затраты его сил и времени, что чревато применением насилия в чрезмерных объемах.

Координация, достигаемая с помощью штрафных санкций, также влечет издержки, обусловленные получением информации о нарушениях и процессом взимания штрафа. Если же исполнитель нормы компенсирует свои издержки взимаемыми штрафами, то он заинтересован в наличии нарушителей и существовании нарушений.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Доказательство теоремы.

Докажем первое утверждение теоремы. Так как $\frac{\partial f}{\partial x_k} = \frac{a_k}{x_k} \prod_{i=1}^o x_i^{a_i} - \beta_k$, условие максимума первого порядка $\partial f / \partial x_k = 0$ с $k = 1, \dots, n$ можно записать в виде

$$\prod_{i=1}^o x_i^{a_i} / x_k = \beta_k / a_k. \quad (\text{П1})$$

Взяв логарифмы от обеих частей каждого уравнения системы (П1) и используя обозначение $y_i = \ln x_i$, получим систему линейных алгебраических уравнений:

$$\sum_{i=1}^o a_i y_i - y_k = \ln(\beta_k / a_k). \quad (\text{П2})$$

Вычислим определитель системы (П2):

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_1 - 1 & a_2 & \dots & a_o \\ a_1 & a_2 - 1 & \dots & a_o \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & a_o - 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{П3})$$

Для этого вычтем последнюю строку определителя из остальных строк, а затем прибавим к последнему столбцу остальные столбцы, тогда получим

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & -1 & \dots & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & a_o - 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & \sum_{i=1}^o a_i - 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{П4})$$

В результате последовательного разложения по элементам первой строки определитель Δ примет вид

$$\Delta = (-1)^{o-1} \left(\sum_{i=1}^o a_i - 1 \right). \quad (\text{П5})$$

В случае выполнения условия

$$\sum_{i=1}^o a_i \neq 1 \quad (\text{П6})$$

определитель системы (П2) отличен от нуля и, согласно теореме Крамера, система (П2) имеет единственное решение. Соответственно, функция (1) имеет единственную точку, в которой выполняются условия максимума первого порядка.

Перейдем к решению системы (П2). Вычтем из уравнения с номером k уравнение с номером j . Получим

$$y_j - y_k = \ln \{ a_j \beta_k / a_k \beta_j \}. \quad (\text{П7})$$

Выразим y_j ($j = 1, \dots, n$) из (П7) и подставим его в уравнение k системы (П2). Получим линейное алгебраическое уравнение относительно y_k :

$$\sum_{j=1}^n a_j \left(\ln \frac{a_j \beta_k}{a_k \beta_j} + y_k \right) - y_k = \ln \frac{\beta_k}{a_k},$$

решив которое для $k = 1, \dots, n$, найдем логарифмы искоемых координат

$$y_k = \ln x_k = \ln \frac{a_k}{\beta_k} + \sum_{j=1}^n \left(a_j \ln \frac{a_j}{\beta_j} \right) / \left(1 - \sum_{i=1}^n a_i \right),$$

и, соответственно, координаты (2).

Докажем второе утверждение теоремы. Для этого, используя критерий Сильвестра, покажем, что $d^2 f < 0$. Так как $\partial^2 f / \partial x_i^2 = a_i(a_i - 1)f / x_i^2$, $\partial^2 f / \partial x_i \partial x_k = a_i a_k f / (x_i x_k)$, то матрицу Гессе можно записать в виде

$$H = \begin{pmatrix} f a_1(a_1 - 1) / x_1^2 & f a_1 a_2 / x_1 x_2 & \dots & f a_1 a_n / x_1 x_n \\ f a_2 a_1 / x_2 x_1 & f a_2(a_2 - 1) / x_2^2 & \dots & f a_2 a_n / x_2 x_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ f a_n a_1 / x_n x_1 & f a_n a_2 / x_n x_2 & \dots & f a_n(a_n - 1) / x_n^2 \end{pmatrix}. \quad (\text{П8})$$

Перейдя к определителю матрицы (П8), вынесем за знак определителя общий для каждой строки i множитель $f a_i / x_i$ и общий для каждого столбца k множитель $1 / x_k$. Тогда определитель матрицы Гессе примет вид

$$|H| = f^n \prod_{i=1}^n \frac{a_i}{x_i^2} \begin{vmatrix} a_1 - 1 & a_2 & \dots & a_n \\ a_1 & a_2 - 1 & \dots & a_n \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_1 & a_2 & \dots & a_n - 1 \end{vmatrix}. \quad (\text{П9})$$

Сравнивая (П3) и (П9), найдем, что $|H| = f^n \prod_{i=1}^n a_i \Delta / x_i^2$. Все главные (угловые) миноры определителя $|H|$ имеют те же знаки, что и соответствующие главные миноры Δ_m , где m — порядок главного минора определителя Δ . При $m < n$ главный минор $\Delta_m = (-1)^m$, т.е. по мере роста m от 1 до $n - 1$ знаки значений, принимаемых главными минорами, чередуются. В случае, когда

$$\sum_{k=1}^n a_k - 1 < 0, \quad (\text{П10})$$

чередование знаков распространяется на все главные миноры Δ_m с $m \leq n$. Отсюда следует, что при выполнении условия (П10) второй дифференциал $d^2 f < 0$ для всех $x_i > 0$, т.е. функция f строго выпукла вверх. Теорема доказана.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Беккер Г.С.** (2003). Человеческое поведение: экономический подход. Избранные труды по экономической теории. М.: ГУ ВШЭ.
- Капелюшников Р.И.** (2010). Множественность институциональных миров: Нобелевская премия по экономике-2009. Препринт WP3/2010/02 (Часть 1). М.: ГУ ВШЭ.
- Милгром П., Робертс Дж.** (2001). Экономика, организация и менеджмент. СПб.: Экономическая школа.
- Олсон М.** (1995). Логика коллективных действий. Общественные блага и теория групп. М.: ФЭИ.
- Остром Э.** (2011). Управляя общим: эволюция институтов коллективной деятельности. М.: ИРИСЭН.

- Скаржинская Е.М., Цуриков В.И.** (2014). К вопросу об эффективности коллективных действий // *Российский журнал менеджмента*. Т. 12. № 3. С. 87–106.
- Скоробогатов А.** (2007). Теория организации и модели неполных контрактов // *Вопросы экономики*. № 12. С. 71–95.
- Тироль Ж.** (2000). Рынки и рыночная власть: теория организации промышленности. СПб.: Экономическая школа.
- Уильямсон О.И.** (1996). Экономические институты капитализма: Фирмы, рынки, «отношенческая» контрактация. СПб.: Лениздат.
- Фуруботи Э.Г., Рихтер Р.** (2005). Институты и экономическая теория: Достижения новой институциональной экономической теории. СПб.: Издательский Дом СПбГУ.
- Харт О.Д.** (2001). Неполные контракты и теория фирмы. В сб.: Уильямсон О.И., Уинтер С. Дж. (ред.). «*Природа фирмы*». М.: Дело. С. 206–236.
- Цуриков В.И.** (2010а). Модель неполного контракта и постконтрактного перераспределения прав на доход // *Экономика и математические методы*. Т. 46. № 1. С. 104–116.
- Цуриков В.И.** (2010б). Неполная контрактация с учетом трансакционных издержек и коррупционной составляющей. Часть 1 // *Экономическая наука современной России*. № 3. С. 39–51.
- Шаститко А.** (2001). Неполные контракты: проблемы определения и моделирования // *Вопросы экономики*. № 6. С. 80–99.
- Шаститко А.Е.** (2007). Экономическая теория организаций. М.: ИНФРА-М.
- Crawford S.E.S., Ostrom E.** (1995). A Grammar of Institutions // *American Political Science Review*. Vol. 89. No. 3. P. 582–600.
- Grossman S., Hart O.** (1986). The Cost and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration // *Journal of Political Economy*. Vol. 94. No. 4. P. 691–719.
- Hart O.D., Moore J.** (1988). Incomplete Contracts and Renegotiation // *Econometrics*. Vol. 56. No. 4. P. 755–785.
- Ostrom E.** (1998). A Behavioral Approach to the Rational Choice Theory of Collective Action // *American Political Science Review*. Vol. 92. No. 1. P. 1–22.

Поступила в редакцию
12.04.2016 г.

REFERENCES (with English translation or transliteration)

- Becker G.S.** (2003). Human Behavior: Economical Approach. Selected Papers on Economic Theory. Moscow: National Research University Higher School of Economics (in Russian).
- Crawford S.E.S., Ostrom E.** (1995). A Grammar of Institutions. *American Political Science Review* 89, 3, 582–600.
- Furubotn E.G., Richter R.** (2005). Institutions and Economic Theory. The Contribution of the New Institutional Economics. Saint Petersburg: Izdatel'skii Dom SPbGU (in Russian).
- Grossman S., Hart O.** (1986). The Cost and Benefits of Ownership: A Theory of Vertical and Lateral Integration. *Journal of Political Economy* 94, 4, 691–719.
- Hart O.D.** (2001). Incomplete Contracts and Theory of the Firm / Williamson O.E. (ed.) (2001). The Nature of the Firm. Moscow: DELO, 206–236 (in Russian).
- Hart O.D., Moore J.** (1988). Incomplete Contracts and Renegotiation. *Econometrics* 56, 4, 755–785.
- Kapelyushnikov R.** (2010). The Multiplicity of Institutional Worlds: The Nobel Prize in Economic Sciences-2009: Working paper WP3/2010/02 (Part 1). Moscow: National Research University Higher School of Economics (in Russian).
- Milgrom P., Roberts J.** (2001). Economics, Organization and Management: Vol. 1–2. Saint Petersburg: Ekonomicheskaya shkola (in Russian).
- Olson M.** (1995). The Logic of Collective Action. Public Goods and the Theory of Groups. Moscow: FEI (in Russian).
- Ostrom E.** (1998). A Behavioral Approach to the Rational Choice Theory of Collective Action. *American Political Science Review* 92, 1, 1–22.

- Ostrom E.** (2011). *Governing the Commons: The Evolution of Institutions for Collective Action*. Moscow: IRISEN. (in Russian).
- Shastitko A.** (2001). Incomplete Contracts: Problems of Definition and Modeling. *Voprosy Ekonomiki* 6, 80–99 (in Russian).
- Shastitko A.** (2007). The Economic theory of Organizations: Textbook. Moscow: INFRA-M (in Russian).
- Skarzhinskaya E.M., Tsurikov V.I.** (2014). On the Efficacy of Collective Action. *Russian Management Journal* 12, 3, 87–106 (in Russian).
- Skorobogatov A.** (2007). Organizational Economics and Models Incomplete Contracts. *Voprosy Ekonomiki* 12, 71–95 (in Russian).
- Tirole J.** (2000). The Theory of Industrial Organization. Vol. 1. Saint Petersburg: Ekonomicheskaya shkola (in Russian).
- Tsurikov V.I.** (2010a). Model of Incomplete Contract and Redistribution of Rights to the Income Ex Post. *Economics and Mathematical Methods* 46, 1, 104–116 (in Russian).
- Tsurikov V.I.** (2010b). Incomplete Contracting, Including Transaction Costs and the Corruption Component. Parth 1. *Economic Science of Contemporary Russia* 3, 39–51 (in Russian).
- Williamson O.E.** (1996). The Economic Institutions of Capitalism: Firms, Markets, Relational Contracting. Saint Petersburg: Lenizdat (in Russian).

Received 12.04.2016

COLLECTIVE ACTION MODEL. PART 1: EQUILIBRIUM, JUSTICE, EFFICIENCY

E.M. Skarzhinskayaⁱ, V.I. Tsurikovⁱⁱ

Abstract. The model proposed in the article proposes optimization decisions and describes a hybrid form of agents' economic organization. For an expected income, a strictly (upward) convex function is considered, depending upon the amount of investment (effort) put in by each agent. The model demonstrates how independent agents achieve a balanced but not an efficient outcome, free rider problem, as well as the dependence of aggregate income upon the principle of its distribution among agents and upon each agent's individual characteristics. A multitude of Pareto-effective states is created at the higher levels of investment. The possibility of increasing gain is indivisibly connected with coordinating agents' actions. We consider various methods of coordinating investments carried out by the agents. It is further shown that in the case where coordination is based on the agents' mutual trust, a preliminary agreement among agents as to the fair distribution of expected aggregate income (proportionate to the costs incurred) is required in order to achieve a Pareto-effective outcome. Coordination based on the potential of violence, or such that is achieved with the vindictive damages (sanctions), leads to transactional costs associated with information search and the process of penalization. We show that coordination allows increasing the aggregate gain relative to the equilibrium point levels; yet the presence of coordination costs or the absence of trust render the optimum gains unattainable.

Keywords: collective action(s), Nash equilibrium, Pareto efficiency, justice, specific investment, coordination, costs, optimum.

JEL Classification: C02, D23.

ⁱ**Elena M. Skarzhinskaya** — Doct. Sc. (Economics), Professor, Professor at Nekrasov Kostroma State University, Kostroma, Russia; yelena.skarzhinsky@gmail.com.

ⁱⁱ**Vladimir I. Tsurikov** — Cand. Sc. (Phys.&Math.), Doct. Sc. (Economics), Associated Professor, Professor, Kostroma State Agricultural Academy, Kostroma; tsurikov@inbox.ru.